Математический анализ

12 сентября 2022

Следствие 1. *(th. о локальном обращении)*
$D \subset \mathbb{R}^n$, открыто, $f \in C^1(D, \mathbb{R}^n)$, $f'(x)$ обратима при $\forall x \in D$
Тогда для $\forall$ открытого $G \subset D$ $\quad f(G)$ открыто

Доказательство. Докажем сначала для $G = D$

$$\forall y \in f(D) \quad f^{-1}(y) := x \quad f(x) \text{ обр.},$$

$$\exists U \text{ крестность } x : f(U) \text{ открыто}$$

$$y \in f(U) \subset f(D)$$

$$\Rightarrow f(U) \text{ - окр-ть } y$$

$$\text{т. о. } f(D) \text{ открыто}$$

Пусть $G \subset D$, открыто. Рассмотрим $f\big|_G \Rightarrow$
$\Rightarrow$ принимая доказанное $\Rightarrow$
$f\big|_G(G) = f(G)$ – открыто ◻

f – биекция
образ $\forall$ открытого множества открыт $\quad f$ – окрытое отображение
прообраз $\forall$ открытого множества открыт, $\quad f$ – непрерывное отображение

Определение. *Если и то, и другое, то f – гомеоформизм*

$f : U \to V$
$f^{-1} \in C(V, U)$
$f \in C(U, V)$

Определение. *Если $f : U \to V$ – биекция, $f \in C^r(U, V)$,*
$f^{-1} \in C^r(V, U)$, то f – диффеоморфизм гладкости $r \in [0, \infty]$