



# Lezione di Astronomia II – 5

Maurizio Tomasi ([maurizio.tomasi@unimi.it](mailto:maurizio.tomasi@unimi.it))

11 Aprile 2024



# Il gas interstellare (ISG)



# Gas interstellare (ISG)

Intorno al 1930 si sono notati spettri stellari con righe di assorbimento (nell'ottico) dalle strane proprietà:

1. In sistemi binari, non mostrano effetto Doppler;
2. Sono più marcate per stelle più lontane;
3. Molto più strette di quelle stellari (si deduce che  $T \sim 100$  K).



# Gas interstellare (ISG)

- Non si osserva H interstellare nel visibile: se  $T$  è bassa, le righe di Balmer sono troppo deboli!
- Gli elementi osservati sono Ca e Na, ma anche molecole: CH, CN, CH<sup>+</sup>. Queste ultime implicano una bassa densità del gas ( $n < 10^3 \text{ cm}^{-3}$ ) e una bassa temperatura:
  - Molecole cariche come CH<sup>+</sup> in condizioni di laboratorio si neutralizzano subito;
  - CH e CN sono fortemente reattive.



# HI nell'ISG

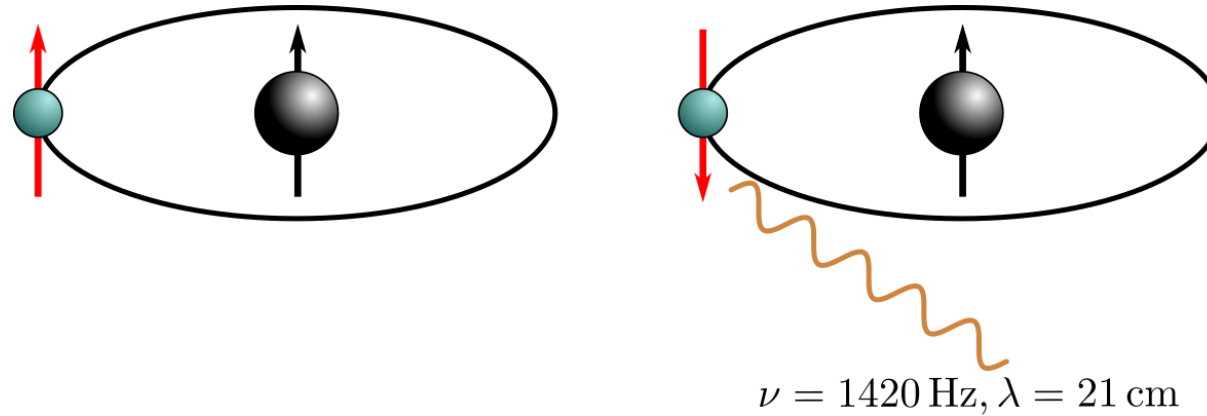
- È lecito aspettarsi che H, anche se non rilevabile nel visibile, sia la componente predominante del ISG. Si può rivelare mediante la misura della riga a 21 cm.
- Questa riga è generata dalla transizione tra lo stato dell'atomo HI con spin  $e/p$  paralleli allo stato con spin antiparalleli. I due stati hanno una differenza energetica di

$$\Delta E = 5.9 \times 10^{-6} \text{ eV},$$

e la probabilità di transizione è  $A = (11 \text{ Myr})^{-1}$  così che  $N = N_0 e^{-At}$ .



# HI nell'ISG



La temperatura associata a questa radiazione è

$$T_{21 \text{ cm}} \sim \frac{\Delta E}{k_B} = \frac{5.9 \times 10^{-6} \text{ eV}}{8.62 \times 10^{-5} \text{ eV/K}} \approx 0.07 \text{ K.}$$

Basta la CMB (2.7 K) a popolare lo stato a spin parallelo!



# Fatti sulla riga a 21 cm

Lo stato a spin paralleli ( $s = 1$ ) è caratterizzato da

$$S = \sqrt{2}\hbar, \quad S_z = \begin{cases} +\hbar/2, \\ 0, \\ -\hbar/2 \end{cases} \quad (\text{tripletto}),$$

quello a spin antiparalleli ( $s = 0$ ) da

$$S = 0, \quad S_z = 0 \quad (\text{singoletto}).$$



- Assumiamo che il gas sia in equilibrio termico e che valga la teoria cinetica dei gas (ignoriamo quindi la CMB e il fatto che HI non sia puntiforme!). Si ha allora la distribuzione di Maxwell:

$$\frac{N_{\text{tr}}}{N_{\text{sing}}} = \frac{g_{\text{tr}}}{g_{\text{sing}}} e^{-\Delta E/k_B T} = 3e^{-\Delta E/k_B T}.$$

- Ma se  $k_B T \gg \Delta E$ , allora

$$\frac{N_{\text{tr}}}{N_{\text{sing}}} = 3e^{-\Delta E/k_B T} \approx 3.$$

- Alle temperature presenti nell'Universo ( $\geq 2.7$  K), per ogni atomo nello stato di singoletto ce ne sono tre in quello di tripletto.





# Importanza della riga a 21 cm

- L'esistenza di questa riga era stata prevista negli anni '40, e fu rivelata il 25 Marzo 1951 dal gruppo di Edwin Purcell (Harvard Univ., Nobel 1953).
- Le caratteristiche della riga sono:
  1. Visibile sia in assorbimento che in emissione;
  2. Insensibile alla presenza di polvere.



# Importanza della riga a 21 cm

I campi di utilizzo della riga a 21 cm sono disparati:

- Fondamentale per lo studio del gas nel ISM;
- Essendo insensibile alla polvere, permette di studiare la struttura della Galassia;
- Rotazione della Galassia e moti locali ricostruibili da misure Doppler sulla riga;
- Studio di campi magnetici del ISM dall'effetto Zeeman sulla riga;
- ...e molto altro.



# Esempio numerico

Supponiamo che una nube di H neutro si trovi a una distanza  $d = 30$  pc. Il flusso a 21 cm in emissione, integrato sull'angolo solido, è

$$f = 4.5 \times 10^{-15} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}.$$

Qual è la massa dell'idrogeno nella nube?



# Svolgimento esercizio

Dal flusso osservato possiamo ricavare la luminosità totale:

$$L_{21\text{ cm}} = 4\pi d^2 f = 4.85 \times 10^{26} \text{ erg s}^{-1}.$$



# Svolgimento esercizio

Ci aspettiamo che valga la formula

$$L_{21 \text{ cm}} \approx \frac{3}{4} N_H A h\nu,$$

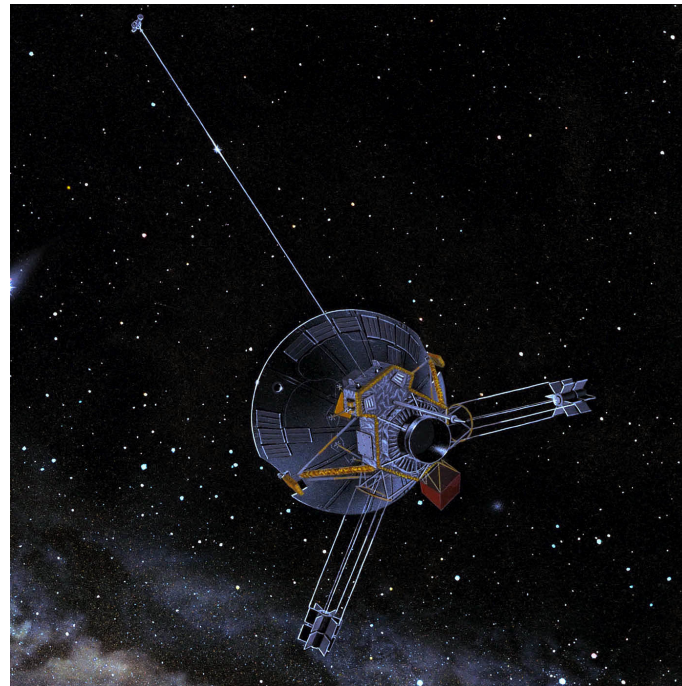
dove  $A = \tau^{-1} = (11 \text{ Myr})^{-1}$  è la probabilità di transizione e il fattore  $3/4$  tiene conto della popolazione nei due stati di spin. Quindi

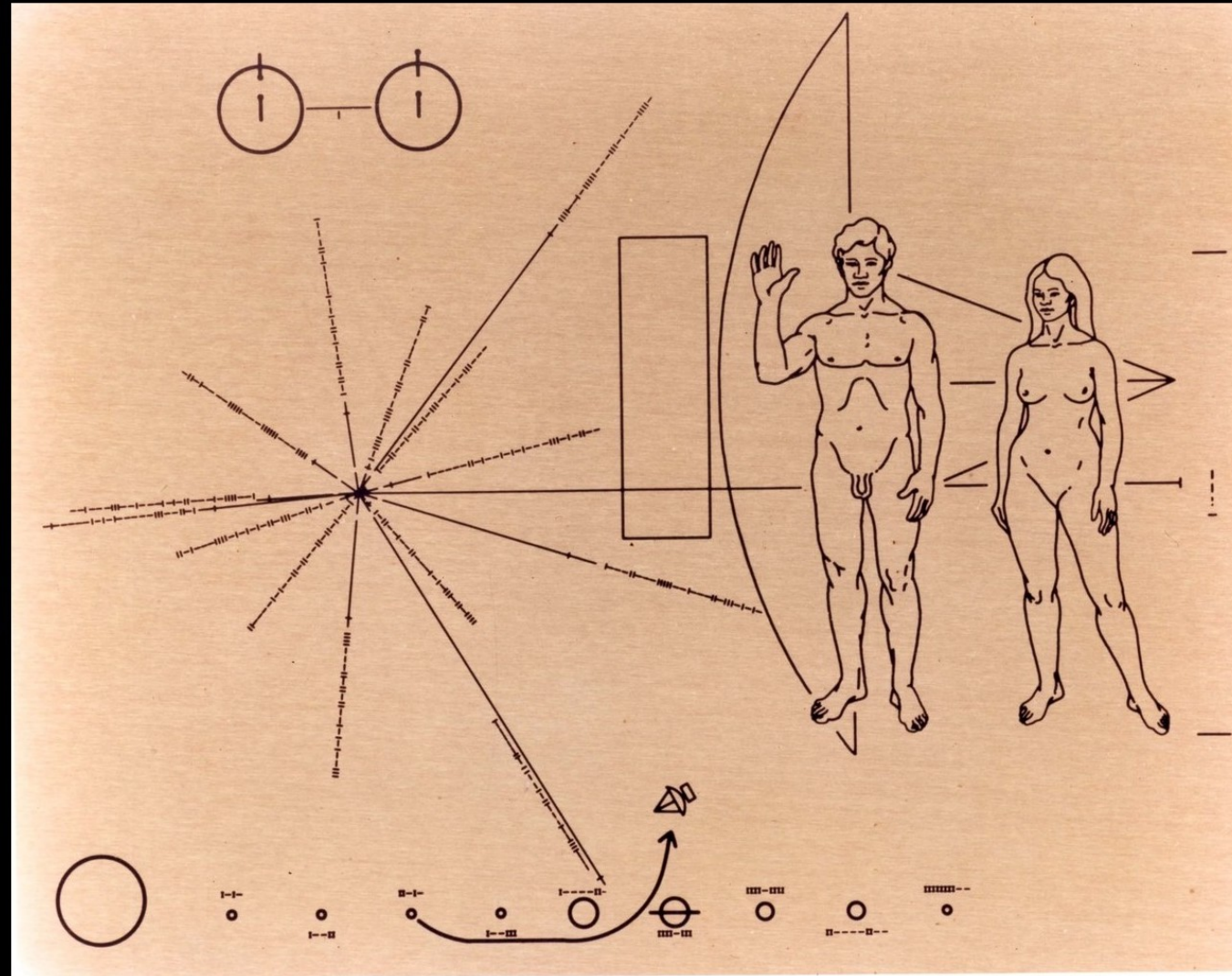
$$N_H \approx 2.4 \times 10^{58}, \quad M_H = N_H \times m_p \approx 20 M_{\odot}.$$



# Pioneer 10 (1972)

Un contesto interessante in cui la riga a 21 cm ha giocato un ruolo importante è la famosa targa installata sulla sonda Pioneer 10, lanciata nel 1972 dalla NASA per studiare Giove.







# HI nell'ISM

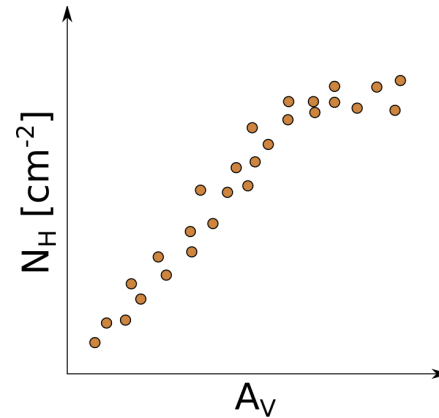
Quantità	Stima
Temperatura	100 K
Dimensione nubi	10÷100 pc
Densità HI (nube)	1÷10 cm <sup>-3</sup>
Densità HI (Galassia)	0.1 cm <sup>-3</sup>
Velocità	$v_{\text{rms}} \sim \sqrt{k_B T / m_p} \sim 10^3 \text{ m/s}$





# Gas e polveri

Si osserva correlazione tra la densità colonnare di HI (riga 21 cm) e la polvere (misure di estinzione), quindi queste componenti sono mescolate nell'ISM.



La correlazione cessa per alti valori di  $A_V$ . Perché?

1. La polvere attenua a 21 cm? No,  $n$  insuff.
2. Si formano molecole di  $\text{H}_2$ ?



# Gas e polveri

- La molecola  $\text{H}_2$  è molto difficile da rivelare, perché non emette l'equivalente della riga a 21 cm. Inoltre, non ha un dipolo permanente.
- Molecole come CO hanno un dipolo permanente, e siccome l'energia rotazionale è quantizzata,

$$E_r = \frac{(I\omega)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I} = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}.$$



# Gas e polveri

- Se si ha dipolo permanente, vale la regola di selezione  $\Delta J = -1$ . Una transizione tra livelli energetici rotazionali del CO quindi genera righe ( $\nu > 115$  GHz).
- **Ma ciò non vale per  $H_2$** , che ha solo un debole quadrupolo con regola di selezione  $\Delta J = -2$ .
- Questo genera una debole emissione intorno a  $10\text{ }\mu\text{m}$ , coperta però dalle polveri.
- È più facile studiare l'emissione di altre molecole, meno abbondanti ma con righe più forti (CO, CH, OH, CS,  $C_3H_2\dots$ ).



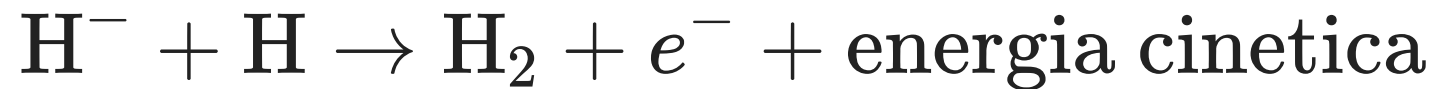
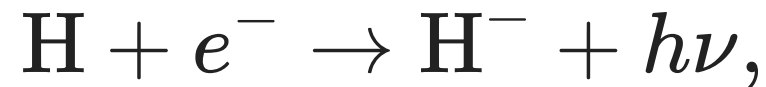
# Gas e polveri

- La perdita di correlazione tra  $N_H$  e  $A_V$  ci dice quindi che parte dell'idrogeno del ISM è in forma molecolare?
- Le densità in gioco sembrerebbero sconsigliarlo: è difficile produrre  $H_2$  a causa (ancora!) della sua simmetria.



# Gas e polveri

- Per unire tra loro due H occorre legarli in uno stato eccitato, e poi diseccitare il sistema irradiando energia. Ma  $H_2$  **non ha momento di dipolo**, quindi non irradia!
- Per produrre  $H_2$  occorre dapprima che si formi  $H^-$ :

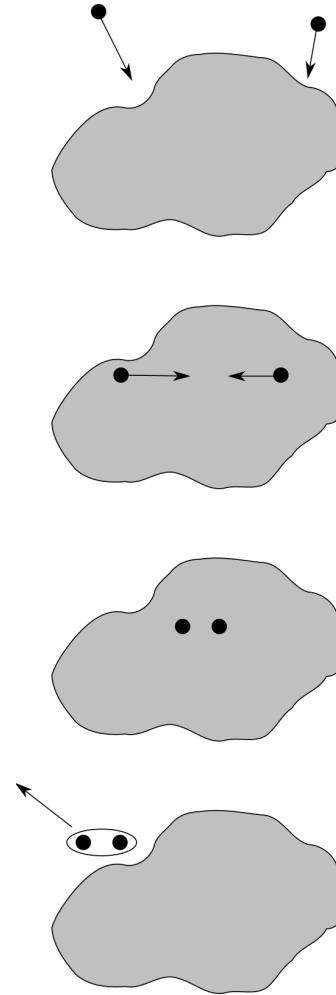


- Ma è difficile avere  $H^-$  in una nube: è lento da formare e veloce da distruggere (per urti con protoni, fotoni o altri ioni positivi).



# Polvere e molecole $H_2$

- La polvere può fungere da catalizzatore. I nuclei vengono catturati da grani e, dopo un random-walk, si collocano in siti da dove non si spostano più.
- Così è più facile far regire tra loro nuclei ed elettroni. Per produrre  $H_2$ , l'energia cinetica prodotta è 4.5 eV, sufficiente per espellere la molecola dal grano (e cedergli momento angolare).





# Nubi molecolari

- Nel mezzo ISM si possono osservare nubi composte da molecole.
- Sono caratterizzate da basse temperature ( $\sim 10 \text{ K}$ ) e alte densità ( $n \sim 10^3 \text{ cm}^{-3}$ ).



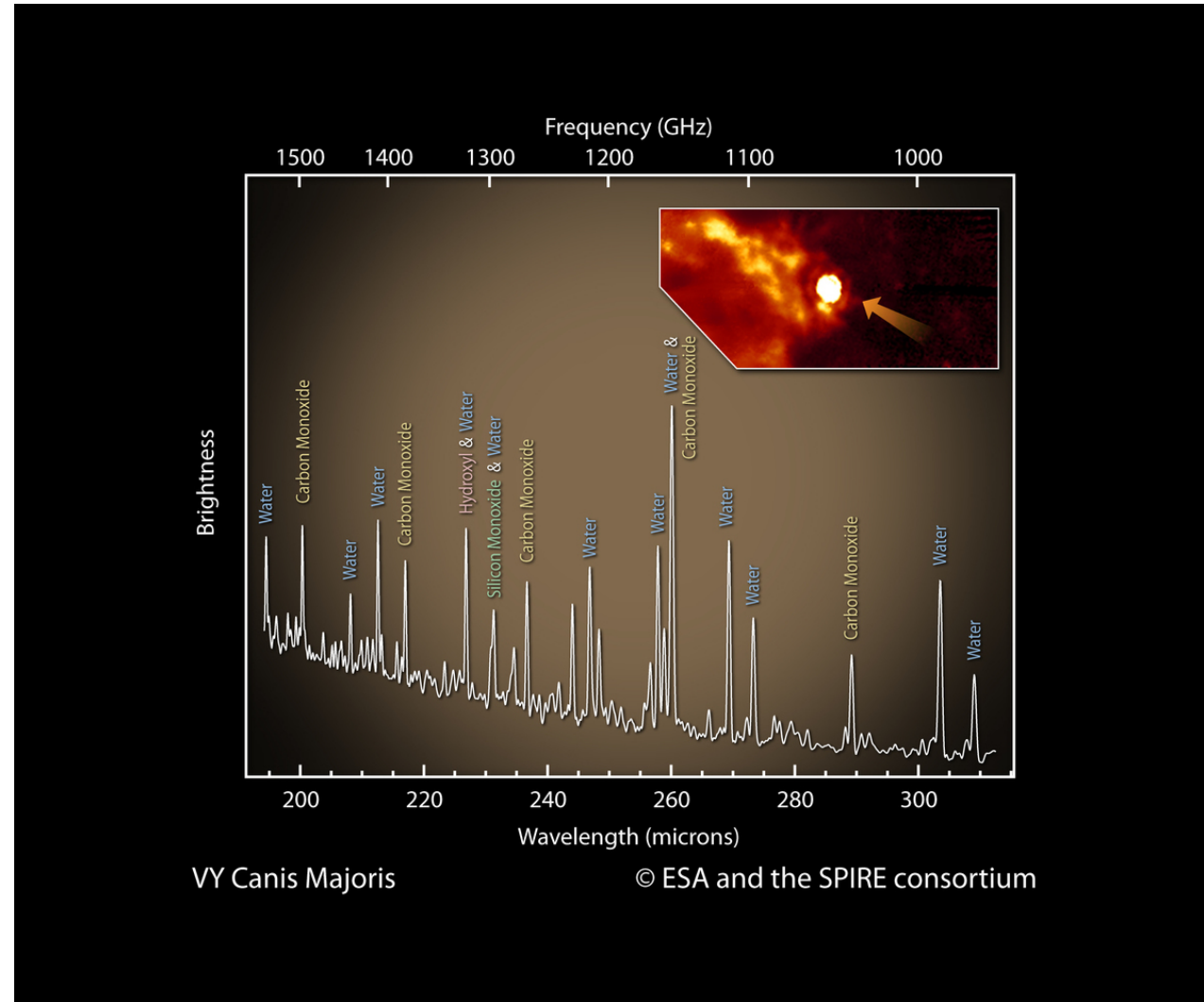


# Molecole trovate nel ISM



The screenshot shows the website of the I. Physikalisches Institut at the University of Cologne. The header includes the university's name, faculty, and a search bar. The left sidebar contains a navigation menu with links to News, Events, Conferences, Research, Methods, Observatories, Services, CDMS, What's new?, Catalog, Molecules in space (highlighted in red), Fitting, Spectra, Spectroscopy, Data, Links, Contact, Grants, LabAstro, Workgroups, Teaching, Publications, Personnel, and Institute. The main content area is titled "Molecules in Space" and contains information about the ISM/CSS extragalactic molecules project. It includes a press release link, a note about deuterium isotopic species, a description of the project's documentation, and a list of molecules detected by rotational spectroscopy. The page also mentions the detection of transition metal molecules and provides a note about questionable or rebutted detections. The footer of the page states that the decision whether a molecule can be considered as detected frequently is a controversial one and that the website refrains from stating an exact number of molecules as detected. As of March 2013, at least 175 molecules have been detected unambiguously in the interstellar medium or circumstellar shells; four of these are tentative detections, and for currently three, the situation may be somewhat uncertain. Including some molecules missing in the table, the number of molecules detected in the ISM or in CSEs is around 180. Thus, we recommend phrases such as "around 180 molecules" have been detected in the interstellar medium or circumstellar shells. Two reported detections have been questioned seriously. Therefore, these are viewed currently as "probably not yet detected" – see below. They do not show up in the table anymore.

[www.astro.uni-koeln.de/cdms/molecules](http://www.astro.uni-koeln.de/cdms/molecules)



VY Canis Majoris (stella gigante,  $R \sim 2000 R_{\odot}$ ) vista da Herschel



# E il caso di HII?

- Abbiamo analizzato la presenza nella galassia di idrogeno atomico (HI) e di idrogeno molecolare ( $H_2$ ).
- Il caso di HII è altrettanto interessante; lo tratteremo però nel contesto della formazione stellare.



# Formazione stellare



# Formazione stellare

In quali condizioni una nube di gas induce la formazione di una stella?

Supponiamo che la nube sia di forma sferica e abbia densità omogenea. In essa sono compresenti gas e polveri. Perché ci sia collasso occorre che il sistema si «de-virializzi»:

$$-U \gtrsim 2K,$$
$$\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \gtrsim 2 \frac{1}{2} \frac{M}{m} k_B T.$$



# Formazione stellare

Ma  $M$  e  $R$  sono legati alla densità  $\rho$  della nube (supposta costante):

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho,$$

quindi

$$R > \sqrt{\frac{15k_B T}{4\pi G m \rho}} \equiv R'_J.$$

(Usiamo la notazione  $R'_J$  perché tra poco deriveremo il vero valore di  $R_J$  ricavato da Jeans).

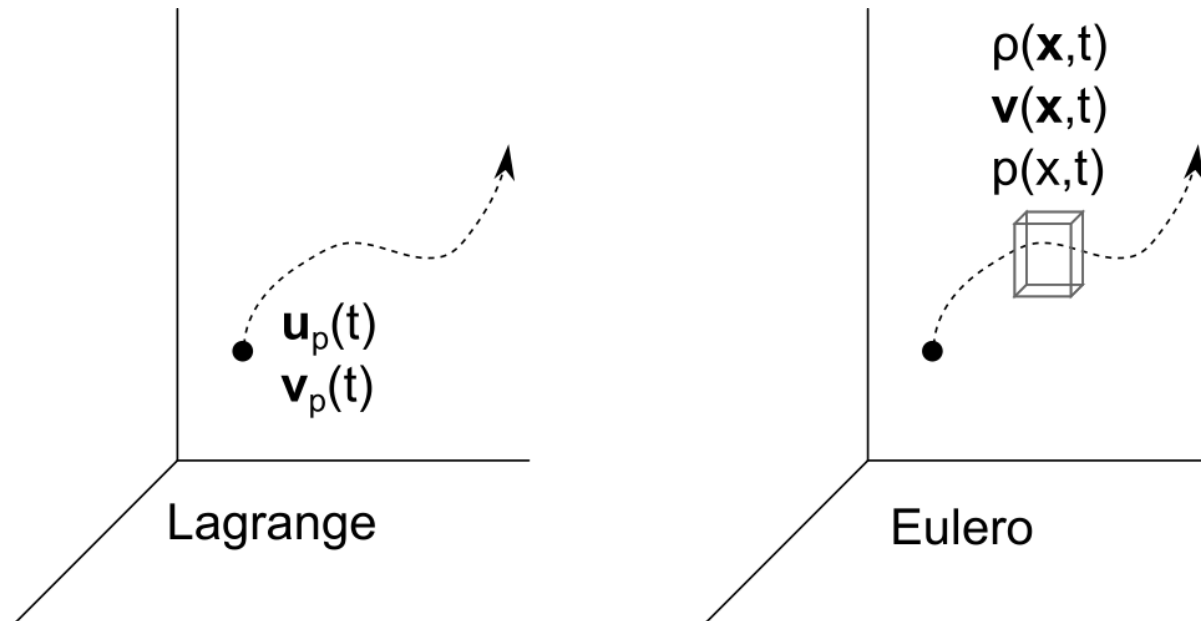


# Formazione stellare

- Il calcolo precedente è abbastanza diverso da quello affrontato da James Jeans (1877–1946), che non ha usato il teorema del viriale.
- Rifaremo ora i suoi calcoli, ed evidenzieremo anche un problema logico nella sua trattazione.
- Iniziamo con l'introdurre le equazioni della fluidodinamica.



# Fisica dei fluidi



- Nel punto di vista di **Lagrange** descriviamo la traiettoria della particella (analogamente alle leggi di Newton).
- Nel punto di vista di **Eulero** (il più comodo) ci concentriamo sui punti dello spazio.





# L'equazione di Newton

Siccome sappiamo descrivere il moto delle particelle usando la fisica di Newton, partiamo dal punto di vista Lagrangiano:

$$\vec{F}_p = m \vec{a}_p = m \dot{\vec{v}}_p,$$

ed esprimiamo  $\vec{v}_p$  in termini delle quantità Euleriane:

$$\vec{v}_p(t) = \vec{v}(\vec{u}_p(t), t).$$



Calcolando la derivata del prodotto, si ottiene

$$\begin{aligned}\dot{\vec{v}}_p &= \frac{d}{dt} \vec{v}(\vec{u}_p(t), t) = \frac{d}{dt} \vec{v}(u_{px}(t), u_{py}(t), u_{pz}(t), t) = \\ &= \partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v},\end{aligned}$$

dove usiamo il fatto che  $\partial_t \vec{u}_p(t) = \vec{v}_p(t) = \vec{v}(\vec{u}_p(t), t)$  e la scrittura

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \partial_x v_x + v_y \partial_y v_x + v_z \partial_z v_x \\ v_x \partial_x v_y + v_y \partial_y v_y + v_z \partial_z v_y \\ v_x \partial_x v_z + v_y \partial_y v_z + v_z \partial_z v_z \end{pmatrix}.$$



# Derivata materiale

- Si dice *derivata materiale* l'espressione

$$\dot{\vec{v}}_p = \partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$$

- Essa dice che la variazione della velocità di una particella del fluido può essere causata da:
  1. una variazione temporale del campo  $\vec{v}$  nel cubetto (termine  $\partial_t \vec{v}$ );
  2. una differenza di velocità tra il cubetto in cui si trova la particella al tempo  $t$  e quello in cui è «saltata» al tempo  $t + dt$  (termine  $(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}$ ).



- Trasformiamo ora l'equazione di Newton in modo che compaiano le quantità Euleriane  $\rho$  e  $\vec{v}$ , ma passando dall'equazione che descrive *una* particella a quella che descrive  $N$  particelle.
- Sommiamo quindi le equazioni di Newton di ciascuna delle  $N$  particelle in un cubetto:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^N \vec{F}_p^{(i)} &= \sum_{i=1}^N m^{(i)} \dot{\vec{v}}_p(t) = \sum_{i=1}^N m^{(i)} \left( \partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = \\ &= \left( \partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) \sum_{i=1}^N m^{(i)}.\end{aligned}$$



Se assumiamo che le masse  $m^{(i)}$  delle particelle siano tutte identiche, allora

$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_p^{(i)} = \left( \sum_{i=1}^N m^{(i)} \right) (\partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}),$$
$$\vec{F}_{\text{tot}} = \rho dV (\partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}),$$

con  $dV$  volume del cubetto e  $\vec{F}_{\text{tot}}$  forza totale agente sul cubetto; notate che tutte le forze interne di azione/reazione si cancellano.



# Termini della forza

- Dobbiamo ora ricavare un'espressione per il termine  $\vec{F}_p$ . Nel contesto del collasso di una nube, ci sono due componenti:

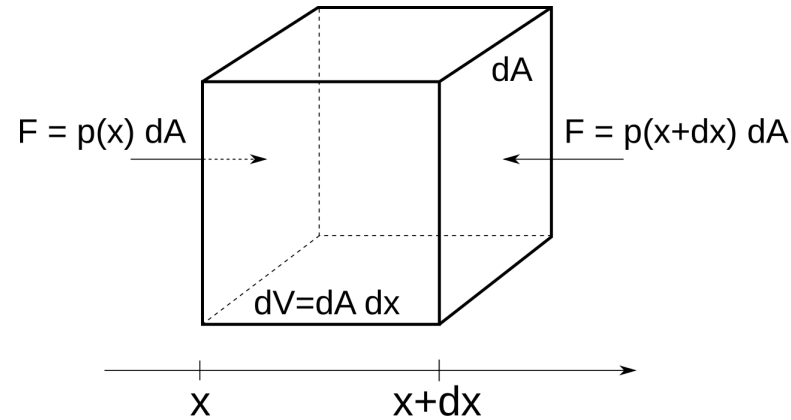
1. Forze di pressione;
2. Forze gravitazionali.

Queste sono le medesime forze che abbiamo considerato nella derivazione dell'equazione del viriale  $U = -2K$ .

- Affrontiamole separatamente.



# Forze di pressione



Consideriamo solo la forza  $F_{\text{pressione}}$  esercitata sul cubetto lungo la direzione  $x$ .

Se le forze sono normali alle facce (fluido perfetto), allora

$$\begin{aligned} F_{\text{pressione}} &= (p(x) - p(x + dx)) dA \\ &= -\partial_x p(x) dx dA = -\partial_x p(x) dV. \end{aligned}$$



# Forze di pressione

Se ora consideriamo il moto in tre dimensioni anziché solo lungo l'asse  $x$ , il risultato si generalizza banalmente:

$$\vec{F}_{\text{pressione}} = -\vec{\nabla} p \, dV.$$





# Forza di gravità

Nel caso della gravità, è facile esprimere la forza in termini del potenziale  $\phi$ :

$$\vec{F}_{\text{grav}} = -m \vec{\nabla} \phi,$$

dove (legge di Poisson)

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho$$

ed ovviamente  $m = \rho \, dV$ .



# Conservazione del momento

L'equazione di conservazione del momento nel caso di una nube è quindi

$$\begin{aligned}\rho \, dV \left( \partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) &= \vec{F}_{\text{pressione}} + \vec{F}_{\text{grav}} = \\ &= -\vec{\nabla} p \, dV - \vec{\nabla} \phi \, \rho \, dV,\end{aligned}$$

che si riscrive come il sistema di 3 equazioni

$$\partial_t \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} - \vec{\nabla} \phi$$

(caso particolare delle *equazioni di Navier-Stokes*).



# Altre equazioni

- Con l'equazione vettoriale precedente e la legge di Gauss abbiamo 4 equazioni ma 6 incognite ( $v_x, v_y, v_z, p, \rho, \phi$ ).
- Usiamo anche l'equazione di conservazione della massa:

$$\dot{\rho} + \vec{\nabla}(\rho \vec{v}) = 0$$

e la relazione tra pressione e densità

$$p = \rho c_S^2,$$

dove  $c_S$  è la velocità del suono (per piccole oscillazioni e isotermità).



# Esercizi

- Ricavate un'espressione per la pressione  $p(h)$  dell'acqua del mare in funzione della profondità  $h$ . Supponete che il mare sia in quiete, che  $\rho$  sia costante, e che la forza di gravità sia  $F = mg$ .
- Che pressione stimate ci sia sul fondo della fossa delle Marianne ( $h = 11 \text{ km}$ )? (Il valore misurato è  $\sim 1\,000 \text{ bar}$ ).



# Esercizi

- Fate lo stesso nel caso dell'atmosfera. In questo caso non si può più considerare  $\rho$  costante: usate la relazione  $p = c_s^2 \rho$ . Dovreste ottenere il risultato

$$p(h) = p_0 \exp(-h/h_0),$$

se  $h$  cresce con l'altezza.

- Che valore stimate per  $h_0$  nel caso dell'atmosfera terrestre?