

Übungen Physikalische Geodäsie: Hinweise zum Übungsblatt Gezeiten

Markus Antoni

Februar 10, 2021

$$V^{tid}(\lambda, \phi, r) = \sum_{l=2}^L \sum_{m=-l}^l \left(\frac{r}{R}\right)^l v_{l,m}^{tid} \bar{Y}_{lm}(\lambda, \phi)$$

$$v_{l,m}^{tid} = \frac{GM_{Moon}}{r_{Moon}} \frac{1}{2l+1} \left(\frac{R}{r_{Moon}}\right)^l \bar{Y}_{lm}(\lambda_{Moon}, \phi_{Moon})$$

hier $l = L = 2 \implies$ nur 5 Komponenten je Zeitpunkt
($m = -2, -1, 0, 1, 2$)

Darstellung durch (erweiterte) SHS

$$V_{HW}(\lambda, \phi, r, t) = \sum_{l=0}^{l_{\max}} \sum_{m=0}^l \left(\frac{r}{R}\right)^l \bar{P}_{lm}(\cos \theta) \cdot \sum_i \left[C_i^{lm}(t) \cos(\alpha_i(t)) + S_i^{lm}(t) \sin(\alpha_i(t)) \right]$$

$$\mathbf{g}_{\text{tid}} = \frac{\partial V_{HW}}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V_{HW}}{\partial \phi} \mathbf{e}_\phi + \frac{1}{r \cos \phi} \frac{\partial V_{HW}}{\partial \lambda} \mathbf{e}_\lambda$$

Für die Berechnung:

- Astronomische Fundamentalargumente
- Gezeitenkatalog

Einlesen des Gezeitenkatalogs?

```
fid=fopen('HW95_Katalog_Mond_threshold_Gr2.
txt');
kij = NaN(201,11);
for i = 1:201
    number = fscanf(fid,'%i',1)
    planet1=fscanf(fid,'%1s',1) ;
    planet2=fscanf(fid,'%1s',1);
    % => NOT USED (not in original HW95)
    degree=fscanf(fid,'%i',1);
    kij(i,1)=fscanf(fid,'%i',1);
    kij(i,2)=fscanf(fid,'%i',1);
    ...
    freq=fscanf(fid,'%f',1);
    Cnm0(i)=fscanf(fid,'%f',1);
    ...
end
fclose(fid); order = kij(:,1);
```

- SHS zum Grad 2 benötigt nur 3 Legendrefunktionen $\bar{P}_{20}(\cos \theta)$, $\bar{P}_{21}(\cos \theta)$, $\bar{P}_{22}(\cos \theta)$ + deren Ableitungen

Synthese in Aufgabe 1 und 2

- SHS zum Grad 2 benötigt nur 3 Legendrefunktionen $\bar{P}_{20}(\cos \theta)$, $\bar{P}_{21}(\cos \theta)$, $\bar{P}_{22}(\cos \theta)$ + deren Ableitungen
- explizite Formeln (in mini-Programm/handle) statt Rekursion/Symbolic Toolbox

- SHS zum Grad 2 benötigt nur 3 Legendrefunktionen $\bar{P}_{20}(\cos \theta)$, $\bar{P}_{21}(\cos \theta)$, $\bar{P}_{22}(\cos \theta)$ + deren Ableitungen
- explizite Formeln (in mini-Programm/handle) statt Rekursion/Symbolic Toolbox

```
P2m=@(the) [sqrt(5)*(1+3*cos(2*the))/4;  
             sqrt(5/3)*3/2*sin(2*the);  
             sqrt(5/12)*3/2*(1-cos(2*the))];
```

(laut PG Skript; kann noch vereinfacht werden)

- SHS zum Grad 2 benötigt nur 3 Legendrefunktionen $\bar{P}_{20}(\cos \theta)$, $\bar{P}_{21}(\cos \theta)$, $\bar{P}_{22}(\cos \theta)$ + deren Ableitungen
- explizite Formeln (in mini-Programm/handle) statt Rekursion/Symbolic Toolbox

```
P2m=@(the) [sqrt(5)*(1+3*cos(2*the))/4;  
             sqrt(5/3)*3/2*sin(2*the);  
             sqrt(5/12)*3/2*(1-cos(2*the))];
```

(laut PG Skript; kann noch vereinfacht werden)

- mögliche Beschleunigung:
 - Indizierung der verschiedenen Ordnungen m
 - erste Schleife: Berechnung aller $\alpha_i(t)$ in einer 201×20 -Matrix
 - neue Schleife über die 20 Tage
(SHS mit Matrix-Vektorprodukt + `sum`)