

Übung 2: Somigliana-Pizzetti-Normalpotential

Ausgabe: 09. Dezember 2020

Abgabe: 13. Januar 2021, 17 Uhr

Aufgabe 1: Somigliana-Pizzetti-Normalpotential

Bestimmen Sie aus der geozentrischen Gravitationskonstante GM , den Halbachsen a , b des Referenzellipsoides und aus der Rotationsgeschwindigkeit der Erde ω den konstanten Potentialwert U_0 des Somigliana-Pizzetti-Referenzpotentials auf dem Referenzellipsoid.

Aufgabe 2: Somigliana-Pizzetti-Normalpotential (in sphärischen Koordinaten)

Die Darstellung des Somigliana-Pizzetti-Potentials in sphärischen Koordinaten lautet:

$$U(\lambda, \varphi, r) = \frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{n=1}^L \left(\frac{a}{r} \right)^{2n} J_{2n} P_{2n}(\sin \varphi) \right] + \frac{\omega^2}{2} r^2 \cos^2 \varphi$$

mit

$$J_2 = \frac{e^2}{3} \left(1 - \frac{2}{15} \frac{e' \hat{m}}{q_0} \right)$$

$$J_{2n} = (-1)^{n+1} \frac{3e^{2n}}{(2n+1)(2n+3)} \left(1 - n + 5n \frac{J_2}{e^2} \right) \quad n > 1.$$

Außerdem gelten noch die folgenden Abkürzungen:

$$E = \sqrt{a^2 - b^2}, \quad e = \frac{E}{a}, \quad e' = \frac{E}{b}$$

$$\hat{m} = \frac{\omega^2 a^2 b}{GM}$$

$$q_0 = Q_{2,0}^* \left(\frac{b}{E} \right) = \frac{1}{2} \left[\left(3 \left(\frac{b}{E} \right)^2 + 1 \right) \operatorname{arccot} \left(\frac{b}{E} \right) - 3 \left(\frac{b}{E} \right) \right]$$

1. Diskutieren Sie für das Somigliana-Pizzetti-Normalpotential die Konvergenz der Reihenentwicklungen für die Entwicklungsgrade $L = 2, 4, 6, 8$ und visualisieren Sie Ihre Ergebnisse.
2. Vergleichen Sie das Somigliana-Pizzetti-Normalpotential zum Grad $L_{\max} = 8$ und das 'volle' Schwerepotential (hier: Modell EGM96 mit dem Entwicklungsgrad $L_{\max} = 36$), indem Sie die Entwicklungen auf einer Kugel um das Geozentrum mit Radius 6371 km auswerten. Stellen Sie die Potentiale und deren Differenz in farbcodierten Erdkarten dar und visualisieren Sie auch die entsprechende Werte entlang des Meridians durch Greenwich.

Konstanten

$a =$	6378 136.701 m	große Halbachse des Referenzellipsoides
$b =$	6356 751.661 m	kleine Halbachse des Referenzellipsoides
$GM =$	$3.986004415 \cdot 10^{14} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$	
$\omega =$	$7.292115 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	