
Schriftliche Abgabe bis 25.01.2021

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Ein stochastischer Prozess in Form eines "Random Walk", d.h.

$$\dot{x} = 0 + w(t).$$

wird von zwei verschiedenen Instrumenten implizit beobachtet. Das erste Instrument liefert Beobachtungen z , die mit dem Zustand x wie folgt zusammen hängen.

$$z = 0.5 \cdot x.$$

Das zweite Instrument verwendet ein anderes Verfahren, wodurch sich folgender Zusammenhang zwischen Zustand x und Messung z einstellt

$$z = \cos(p) \cdot x \quad \text{mit } p = 1 + t/120 \text{ (in rad)}.$$

Um den eindimensionalen Zustand x zu diskreten Zeitpunkten t_i bestmöglich schätzen zu können, wird ein Kalmanfilter verwendet. Stellen Sie die Unsicherheit, d.h. die Standardabweichung, des Zustandes x für $t = 1 : 200$ mit $\Delta t = 1$ in einem Plot da, wobei Sie annehmen, dass entweder nur Instrument 1 oder nur Instrument 2 zur Verfügung steht. Das heißt, Sie führen zweimal eine Filterung durch. Starten Sie jeweils mit $P = 100$ als Varianz des Zustandes und verwenden Sie $\sigma_{Prozess}^2 = 4$ als Varianz des Prozessrauschens. Die Varianz der Beobachtungen (für jedes der Instrumente) ist mit $\sigma_r^2 = 1$ gegeben. Beginnen Sie mit dem Initialwert $x = 10$. Wie lässt das seltsame Verhalten bei ca. $t = 70$ für die Unsicherheit des Zustandes x unter Verwendung des zweiten Instruments erklären? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Bei GNSS-Messungen kann die *Uhr* (τ_{CLK}) und der *zenith wet delay* (τ_{ZWD}) mit gegebenen Elevationswinkel ε wie folgt geschätzt werden:

$$z = \tau_{CLK} + \frac{\tau_{ZWD}}{\sin(\varepsilon)}$$

In der Datei `ue04_aufg2_KF.txt` befinden sich die Beobachtungen z [m] mit zugehörigen Elevationswinkel ε [deg] für einen Messtag, wobei $\Delta t = 300$ s. Führen Sie eine Kalmanfilterung (vorwärts, rückwärts, sowie die Glättung/Kombination aus vorwärts+rückwärts) durch, indem Sie einen random walk für τ_{ZWD} [m] und einen integrated random walk für τ_{CLK} [m] annehmen, also

$$\frac{d\tau_{ZWD}}{dt} = 0 + w(t)$$

und

$$\frac{d^2\tau_{CLK}}{dt^2} = 0 + w(t)$$

gilt. Verwenden Sie als Startwert für die Varianzen des Zustandes jeweils 1.0 m^2 (Hinweis: Ihr Zustandsvektor enthält 3 Elemente). Die Varianz der Prädiktion (Prozessrauschen) für τ_{ZWD} ist gegeben mit $\sigma_{ZWD}^2 = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$ und für τ_{CLK} mit $\sigma_{CLK}^2 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$. Die Varianz der Beobachtungen beträgt $\sigma_r^2 = 0.001 \text{ m}^2$. Der Zustandsvektor kann in der ersten Epoche mit $\tau_{ZWD} = 0.15 \text{ m}$, $\tau_{CLK} = 0 \text{ m}$ und $\frac{d\tau_{CLK}}{dt} = 0 \text{ m/s}$ angenommen werden. Stellen Sie Ihre Ergebnisse (KF vorwärts, rückwärts, kombiniert) der Parameterschätzung sowie deren Standardabweichungen graphisch dar.

Hinweis: Als Initialwerte bei der Rückwärtsfilterung kann für den Zustandsvektor der letzte gefilterte Wert der Vorwärtsfilterung verwendet werden. Für \mathbf{P} soll als Initialwert bei der Rückwärtsfilterung wieder 1.0 m^2 angenommen werden.