

Schriftliche Abgabe bis 04.01.2021

---

Aufgabe 1 (5 Punkte)

---

Bei einer Kalman-Filterung werden folgende Matrizen bzw. Vektoren verwendet:

- Zustandsvektor  $\mathbf{x}$  zu den Epochen/Berechnungsschritten
  - $\rightarrow \hat{\mathbf{x}}_{n-1|n-1}$
  - $\rightarrow \hat{\mathbf{x}}_{n|n-1}$
  - $\rightarrow \hat{\mathbf{x}}_{n|n}$
- Transitionsmatrix (Übergangsmatrix)  $\Phi_n$
- Kovarianzmatrix des Zustandes  $\mathbf{P}$  zu den Epochen/Berechnungsschritten
  - $\rightarrow \mathbf{P}_{n-1|n-1}$
  - $\rightarrow \mathbf{P}_{n|n-1}$
  - $\rightarrow \mathbf{P}_{n|n}$
- Varianzmatrix der Messgenauigkeit (Messrauschen)  $\mathbf{R}_n$
- Kalman Gain Matrix  $\mathbf{K}_n$
- Designmatrix  $\mathbf{H}_n$
- Matrix des Prozessrauschens  $\mathbf{Q}_n$

a) [2.5 Punkte] Erläutern Sie zu jeder Matrix bzw. Vektor in ca. 3 Sätzen:

- Was für eine Bedeutung hat sie? Welche Aufgabe führt jeweilige Matrix in der Kalmanfilterung aus?
- Wie ist der Aufbau bzw. Zusammensetzung der Matrix?
- Welche Dimension hat jeweilige Matrix?

b) [0.5 Punkte] Wie wirkt es sich auf das Ergebnis der Kalmanfilterung aus, wenn die Matrizen  $\mathbf{P}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{K}$  besonders große oder kleine Werte haben?

c) [0.5 Punkte] Welche der beiden Aussagen ist mit Blick auf den Zustandsvektor (nicht Kovarianzmatrix) für  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{Q}$  richtig? Begründen Sie Ihre Antwort!

i) Zumindest eine der beiden Matrizen muss realitätsnahe Genauigkeitsangaben enthalten, damit die Kalmanfilterung ein gutes Ergebnis liefert.

ii) Solange das Größenverhältnis zwischen  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{Q}$  passt, ist es weitestgehend egal, welche Genauigkeitsangaben gewählt wurden.

d) [0.5 Punkte] Angenommen, es wird eine Kalmanfilterung durchgeführt, bei der die Zeitabstände  $\Delta t$  immer gleich sind. Welche der aufgelisteten Matrizen/Vektoren sind dann während der gesamten Filterung konstant (d.h. sie müssen nur einmal zu Beginn berechnet werden) und welche Matrizen/Vektoren sind variable und müssen jeder Epoche neu berechnet werden?

Hinweis: Eine kurze Literaturrecherche kann sehr hilfreich werden.

## Aufgabe 2 (5 Punkte)

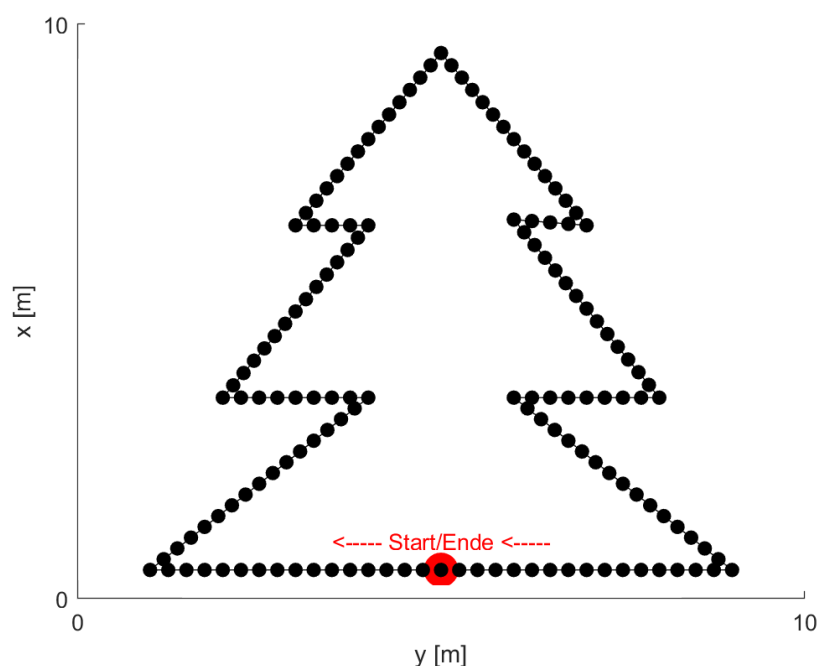
In folgender Aufgabe sollen Sie zweimal eine Kalmanfilterung durchführen, einmal bei dem Sie das dynamische Modell (Zustandsvektor) als Random Walk modellieren und einmal bei dem Sie das dynamische Modell als Integrated Random Walk modellieren. Das besondere hierbei ist, dass Sie keine Beobachtungen vorgegeben bekommen, sondern diese selbst vorab berechnen.

Als Abgabe für diese Aufgabe wird ein Plot, eine Interpretation der Ergebnisse und Ihr Matlabcode verlangt.

### a) Erstellung von Beobachtungsdaten

Nehmen Sie an, dass Sie vor sich eine 10 x 10 m große Fläche haben. In dieser Fläche sollen Sie einen Weihnachtsbaum (ohne Stamm) einzeichnen, der an jeder Seite 3 Zacken hat (siehe Bild). Die Anfangskoordinate ist mit  $P_{start/ende}(y, x) = (0.5, 5.0)$  m festgelegt (siehe roter Punkt Bild). Der Einfachheit halber können Sie die Koordinaten der Eckpunkte des Weihnachtsbaumes abschätzen und diese mit geraden Linien verbinden. Der Baum darf symmetrisch in der Längsachse sein. Erstellen Sie eine Punktliste (y,x) von dem Umriss des Weihnachtsbaumes (Track) im Uhrzeigersinn. Die Punkte sollen ungefähr einen Abstand von 0.25 m haben, aber brauchen nicht genau gleichabständig sein. Der Umriss sollte ungefähr eine Länge/Umfang von 30-40 m haben.

Diese Punkte dienen Ihnen nun als Beobachtungen, d.h. pro Epoche haben Sie zwei unkorrelierte und gleichgenaue Messungen, und zwar die y- und x-Koordinate



Ihre Koordinatenliste kann beispielsweise so anfangen:

Zeit t	y [m]	x [m]
1	5.00	0.50
2	4.75	0.50
3	4.50	0.50
4	4.25	0.50
...	...	...

**b) KF - Random Walk**

Nehmen Sie Ihre Punktliste als Beobachtungen und führen Sie eine Kalmanfilterung durch, bei der Sie das dynamische Modell als Random Walk annehmen:

$$\dot{x} = 0 + w(t)$$

$$\dot{y} = 0 + w(t)$$

Das  $\Delta t$  zwischen den Punkten beträgt durchgehend 1, selbst wenn die Distanz zwischen den Punkten nicht immer genau gleich ist.

Für das Prozessrauschen nehmen Sie  $\sigma_{Prozess} = 0.1$  an. Das Messrauschen  $\sigma_R$  können Sie selber variieren, es sollte aber im Bereich zwischen 0.1 m und 1.0 m liegen. (Anmerkung: Strenggenommen sind die Beobachtungen (Punkte) natürlich fehlerfrei, da diese berechnet wurden und kein Rauschen enthalten. Daher fungieren diese gleichzeitig Beobachtungen wie auch die Referenz/Sollkoordinaten.)

Fangen Sie am angegebenen Startpunkt an und gehen Sie im Uhrzeigersinn den Track entlang.

**c) KF - Integrated Random Walk**

Wiederholen Sie Aufgabe b), aber wählen Sie diesmal für das dynamische Modell einen Integrated Random Walk:

$$\ddot{x} = 0 + w(t)$$

$$\ddot{y} = 0 + w(t)$$

Verwenden Sie den gleichen Wert für das Messrauschen  $\sigma_R$  wie in Aufgabe b).

**d) Grafische Darstellung**

Stellen Sie Folgendes graphisch da (idealerweise in einem Plot):

- Track/Punktliste Ihrer erstellten Beobachtungen
- Ergebnis des KF mit RW
- Ergebnis des KF mit IRW
- Differenz (z.B. als Linienverbindung oder Vektorpfeil) zwischen Sollkoordinate (Koordinate aus Ihrer Punktliste) und dem Ergebnis aus der Filterung (RW) pro Epoche
- Differenz (z.B. als Linienverbindung oder Vektorpfeil) zwischen Sollkoordinate (Koordinate aus Ihrer Punktliste) und dem Ergebnis aus der Filterung (IRW) pro Epoche

Beschreiben Sie kurz und knapp, welche Unterschiede Sie zwischen dem Ergebnis von RW und IRW erkennen und wie diese zu begründen sind. Geben Sie ebenfalls eine kurze Erklärung an, was passiert wenn Sie für das Messrauschen  $\sigma_R$  einen großen Wert (1.0 m) oder einen kleinen Wert (0.1 m) wählen.

Als Vorlage für Ihre graphische Darstellung können Sie sich an folgendem Plot orientieren:

