

Übung vom 16.11.2020
LÖSUNG (Version 0)

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Ergebnisse der sequentiellen Ausgleichung in der Einheit Meter.

Teil 1

Epoche	\overline{AB}	\overline{BC}	\overline{CD}	\overline{DE}	$\sigma_{\overline{AB}}$	$\sigma_{\overline{BC}}$	$\sigma_{\overline{CD}}$	$\sigma_{\overline{DE}}$
1	1.76	0.86	2.11	1.49	0.17	0.18	0.13	0.11
2	1.75	0.97	2.00	1.61	0.12	0.13	0.09	0.08
3	1.61	1.10	1.91	1.56	0.13	0.13	0.10	0.08
4	1.64	1.15	1.84	1.62	0.11	0.12	0.08	0.07
5	1.63	1.16	1.84	1.61	0.09	0.09	0.07	0.06
6	1.61	1.18	1.84	1.61	0.07	0.08	0.05	0.05
7	1.59	1.20	1.83	1.60	0.06	0.07	0.05	0.04
8	1.58	1.21	1.83	1.61	0.05	0.06	0.04	0.04

Die Standardabweichungen werden zunehmend kleiner.

Teil 2

Epoche	\overline{AB}	\overline{BC}	\overline{CD}	\overline{DE}	$\sigma_{\overline{AB}}$	$\sigma_{\overline{BC}}$	$\sigma_{\overline{CD}}$	$\sigma_{\overline{DE}}$
1	1.48	1.34	1.79	1.55	0.02	0.02	0.01	0.01
2	1.49	1.31	1.78	1.58	0.03	0.03	0.02	0.02
3	1.50	1.32	1.75	1.62	0.04	0.04	0.03	0.02
4	1.52	1.29	1.95	1.63	0.19	0.20	0.14	0.12
5	1.51	1.30	2.07	1.61	0.19	0.20	0.14	0.12
6	1.51	1.30	2.14	1.61	0.17	0.18	0.13	0.11
7	1.51	1.30	2.19	1.63	0.15	0.17	0.12	0.10
8	1.52	1.29	2.23	1.63	0.14	0.15	0.11	0.09

Ab Epoche 4 zeigen die Messungen m_2 bis m_4 abweichende Messwerte. Die Standardabweichung der Unbekannten erhöht sich sprunghaft. Anhand der Messungen und ausgeglichenen Abstände kann man davon ausgehen, dass Person C zwischen Epoche 3 und 4 einen größeren Abstand zum Vordermann gebildet hat.

Aufgabe 2 (2 Punkte)

a) Ja, da alle Abstände beobachtet werden und da in jeder Epoche mehr Beobachtungen als Unbekannte vorliegen. Die Redundanz beträgt 1. Die Standardabweichungen pro Epoche würde sich bei einer epochenweisen Ausgleichung verkleinern da die Überbestimmung nur sehr klein ist.

b) Eine Möglichkeit wäre, dass zusätzliche Unbekannte für die Schätzung einer Bewegung eingefügt würden. Diese können anschließend auf Signifikanz geprüft werden. Die Gewichte der Messungen können pro Epoche angepasst werden, wenn eine Bewegung vermutet wird.

Aufgabe 3 (1 Punkt)

- RK 3 $y(t=0.5) = 0.64344858$
- RK 4 $y(t=0.5) = 0.64346993$

Aufgabe 4 (1 Punkt)

Für beliebige Schrittweite m gilt:

$$y_{n+m} = y_n + m \cdot h \cdot c$$

Durch einfache Fehlerfortpflanzung ergibt sich:

$$\sigma_{y_{n+m}}^2 = \sigma_{y_n}^2 + m^2 \cdot h^2 \cdot \sigma_c^2$$

Aufgabe 5 (3 Punkte)

a) und b) RK 4 mit 100-Sek-Schritten vorwärts (a) und rückwärts (b) integriert:

	X [m]	Y [m]	Z [m]
vorwärts:	1.8802895666e+07	1.6615682547e+07	-4.5990556215e+06
rückwärts:	1.8802894735e+07	1.6615682598e+07	-4.5990557620e+06
Differenz:	9.3080168962e-01	-5.1068224013e-02	1.4046823140e-01

c) Wiederholung von a) und b) in 1-Sek-Schritten:

	X [m]	Y [m]	Z [m]
vorwärts:	1.8802895664e+07	1.6615682548e+07	-4.5990556231e+06
rückwärts:	1.8802894737e+07	1.6615682597e+07	-4.5990557603e+06
Differenz:	9.2795297503e-01	-4.9375763163e-02	1.3725463301e-01

d) Wiederholung von a), b) c) mit RK 2 in 100-Sek-Schritten:

	X [m]	Y [m]	Z [m]
vorwärts:	1.8802966654e+07	1.6615596528e+07	-4.5991854288e+06
rückwärts:	1.8802875435e+07	1.6615812631e+07	-4.5989379749e+06
Differenz:	9.1218605511e+01	-2.1610252097e+02	-2.4745395788e+02

RK 2 in 1-Sek-Schritten:

	X [m]	Y [m]	Z [m]
vorwärts:	1.8802895672e+07	1.6615682540e+07	-4.5990556360e+06
rückwärts:	1.8802894735e+07	1.6615682611e+07	-4.5990557486e+06
Differenz:	9.3702453002e-01	-7.1010727435e-02	1.1258944217e-01

e) bei Runge-Kutta 4. Ordnung ist die Integration so präzise, dass die Schrittweite in diesem Beispiel nur eine untergeordnete Rolle spielt. Die Ergebnisse der Vorwärts- und Rückwärtsintegration sind konsistent. Die Abweichungen im cm/dm-Bereich resultieren aus kleinen Ungenauigkeiten der Daten.

Bei Runge-Kutta 2. Ordnung wird ersichtlich, dass die Schrittweite einen entscheidenden Einfluss auf die Genauigkeit der Lösung hat. Bei der Schrittweite von 100 Sekunden kommt es zu Abweichungen zwischen der Vorwärts- und Rückwärtsintegration von mehreren 100 Metern.

Hinweis: Die GLONASS Orbit Integration mittels RK wird in der GNSS-Software RTKLIB verwendet. Sie finden den Code zur Berechnung (in C++, aber gut lesbar, Zeile 251 - 335) unter <https://github.com/tomokitaku/RTKLIB/blob/master/src/ephemeris.c>