Universität Stuttgart
Institute für Navigation

Zustandsschätzung in dynamischen Systemen
Übung 3

Ausarbeitung im Studiengang
Geodäsie und Geoinformatik
an der Universität Stuttgart

Ziqing Yu, 3218051

Stuttgart, December 21, 2020

Betreuer: Prof. Dr. techn. Thomas Hobiger
Universität Stuttgart

MSc. Tomke Jantje Lambertus
Universität Stuttgart

Kapitel 1

Ausarbeitung

1.1 Aufgabe 1

1.1.1 a

n ist die Anzahl der Szstemzustandwerte und m ist die Anzahl der Messwerte.

$\hat{\boldsymbol{x}}_{n-1|n-1}$ $(n \times 1)$: Der Zustand an t_{n-1}, der unter Berücksichtigung auf Beobachtung $\boldsymbol{z}_{n-1}$ und prädizierte Zustand $\hat{\boldsymbol{x}}_{n-1|n-2}$ wird.

$\hat{\boldsymbol{x}}_{n|n-1}$ $(n \times 1)$: Zustand an t_n, die von $\boldsymbol{x}_{n-1|n-1}$ geschätzt wird.

$\hat{\boldsymbol{x}}_{n|n}$ $(n \times 1)$: Der Zustand an t_{n-1}, der unter Berücksichtigung auf Beobachtung $\boldsymbol{z}_n$ und prädizierte Zustand $\hat{\boldsymbol{x}}_{n|n-1}$ wird.

$\boldsymbol{\Phi}_n$ $(n \times n)$: Übergangsmatrix, die den Zustand an t_{n-1} nach t_n schätzt.

Kovarianzmatrix $\boldsymbol{P}_{n-1|n-1}$, $\boldsymbol{P}_{n|n-1}$. $\boldsymbol{P}_{n|n}$ $(n \times n)$: ähnlich wie Zustandvektor $\hat{\boldsymbol{x}}_{n-1|n-1}$, $\hat{\boldsymbol{x}}_{n|n-1}$, $\hat{\boldsymbol{x}}_{n|n}$.

$\boldsymbol{R}_n$ $(m \times m)$: Kovarianzmatrix vom Messrauschen, $\boldsymbol{R}_n = E\left(\boldsymbol{v}_n \boldsymbol{v}_n^T\right)$, $\boldsymbol{v}_n$ ist der Messfehler.

$\boldsymbol{K}_n$ $(n \times m)$: Kalman Gain ist ein Gewichtsfaktor zur Projektion der Residuen auf die Korrektur des Zustands.

$\boldsymbol{H}_n$ $(m \times n)$: Designmatrix beschreibt die Zusammenhang zwischen dem Zustand und Beobachtung.

$\boldsymbol{Q}$ $(n \times n)$: Matrix des Prozessrauschens beschreibt die Unsicherheiten aufgrund von Modellierungsfehlern.

1.1.2 b

Wenn $\boldsymbol{P}$ zu gross oder zu klein: keine Einfluss.

Wenn $\boldsymbol{Q}$ zu gross oder $\boldsymbol{R}$ zu klein: Die Ergebnisse wird stark von Messwerte beeinflusst, die Kurve ist zickzackartiger. Bei nicht lineare Funktion dauert die Ergebnisse kurze wieder zu richtiger Richtung.

Wenn $\boldsymbol{R}$ zu gross oder $\boldsymbol{Q}$ zu klein: Die Kurve ist flache aber es dauert länger wieder zu richtiger Richtung nach Wendung.

Wenn $\boldsymbol{K}$ zu gross: Die Ergebnisse ist abhängiger von die Korrektur, bzw. die Differenz zwischen die Beobachtungen und die geschätzte Zustande.

1.1.3 c

Solange das Gröenverhältnis zwischen R und Q passt, ist es weitestgehend egal, welche Genauigkeitsangaben gewählt wurden.

1.1.4 d

Designmatrix $\boldsymbol{H}$, Übergangsmatrix $\boldsymbol{\Phi}$, Prozessrauschenmatrix $\boldsymbol{Q}$ und Messrauschenmatrix $\boldsymbol{R}$ bleiben konstant. $\boldsymbol{P}$ und $\boldsymbol{K}$ müssen neu berechnet werden.

1.2 Aufgabe 2

1.2.1 Beobachtungen

Zuerst erstellt man die Beobachtungen, ein Weihnachtsbaum wird mit 131 Punkten gezeichnet:

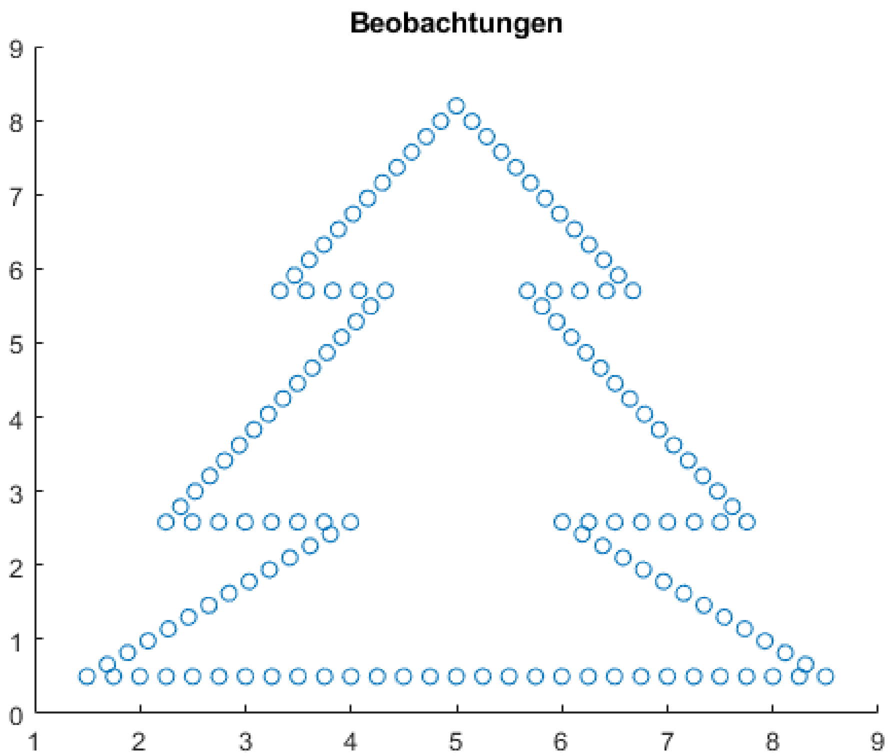

Abbildung 1.1: *Beobachtungen*

1.2.2 KF:Random Walk

Das Modell von Random Walk:

$$\dot{x} = 0 + w(t)$$
$$\dot{y} = 0 + w(t)$$

Prozessrauschen und Messrauschen nimmt man bei dieser Aufgabe $\sigma_p = \sigma_r = 0,1$

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix}$$
$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix}$$

Übergangsmatrix:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Designmatrix:

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wir nehmen $y = 5$ und $x = 0.5$ als die Anfangsposition: $\boldsymbol{x}_{1|1} = [5 \quad 0,5]$, $\boldsymbol{P}_{1|1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}_{n|n-1} &= \Phi \cdot \boldsymbol{x}_{n-1|n-1} \\ \boldsymbol{P}_{n|n-1} &= \Phi \cdot \boldsymbol{P}_{n-1|n-1} \\ \boldsymbol{K} &= \boldsymbol{P}_{n|n-1} \cdot \boldsymbol{H}^T \cdot \left(\boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{P}_{n|n-1} \cdot \boldsymbol{H}^T + \boldsymbol{R}\right) \\ \boldsymbol{x}_{n|n} &= \boldsymbol{x}_{n|n-1} + \boldsymbol{K} \cdot (\boldsymbol{z} - \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{x}_{n|n-1}) \\ \boldsymbol{P}_{n|n} &= (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{H}) \cdot \boldsymbol{P}_{n|n-1} \end{aligned}$$

wobei $\boldsymbol{z}$ die Beobachtung ist.

1.2.3 Integrated Random Walk

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= 0 + w(t) \\ \ddot{y} &= 0 + w(t) \end{aligned}$$

Prozessrauschen und Messrauschen nimmt man bei dieser Aufgabe 0,1.

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} 0,0033 & 0,0050 & 0 & 0 \\ 0,0050 & 0,0100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0033 & 0,0050 \\ 0 & 0 & 0,0050 & 0,0100 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix}$$

Übergangsmatrix:

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Designmatrix:

$$\boldsymbol{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Die Berechnung danach ist ähnlich wie bei Random Walk.

Die graphische Darstellung sieht man in Abbildung 1.2

Die Differenz zwischen die Sollkoordinaten und die Ergebnisse von Kalman Filterung ist in Abbildung 1.3:

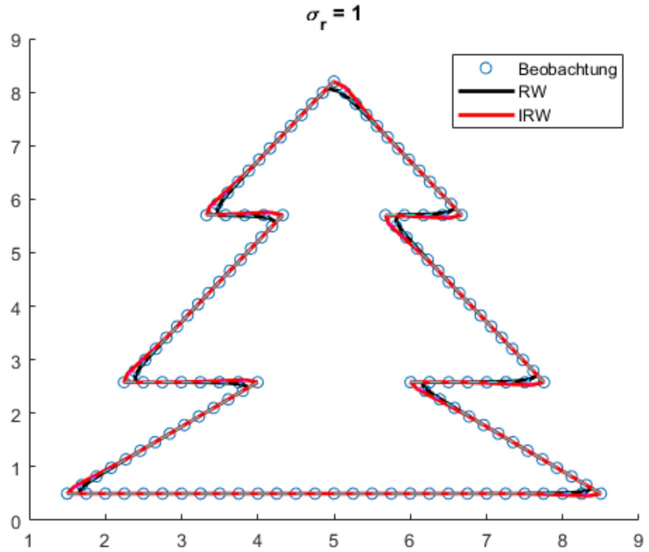

Abbildung 1.2: $\sigma_r = 0,1$

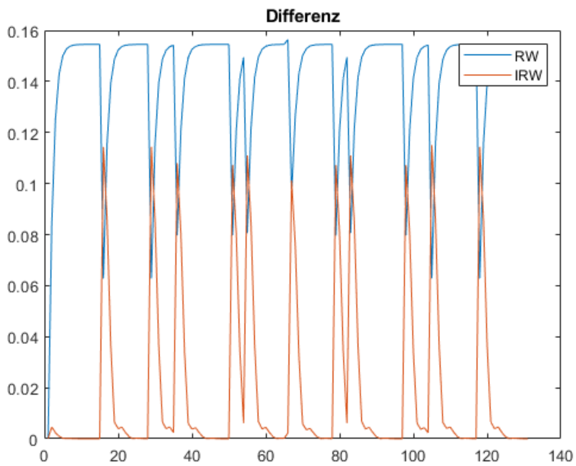

Abbildung 1.3: *Differenzen* $\sigma_r = 0,1$

Wenn man das Messrauschen $\sigma_r = 1,0$ wählen, wiederholt man das Prozess. Die Ergebnisse sind in Abbildung 1.4 und die Differenzen sind in Abbildung 1.5. Es ist deutlich zu sehen: die Ergebnisse von Integrated Random Walk sind besser als die von Random Walk.

Mit größerem Messrauschen weicht das Ergebnis mehr bei den Winkeln ab.

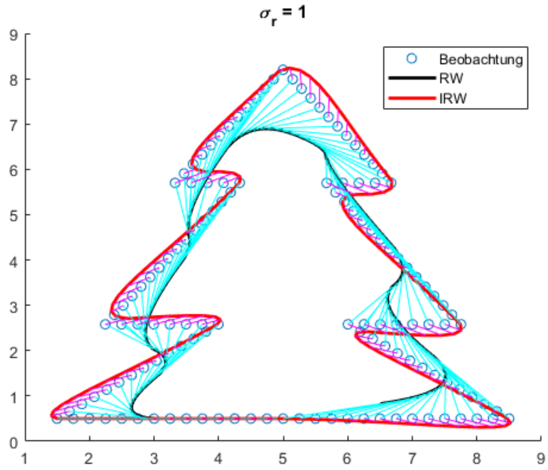

Abbildung 1.4: $\sigma_r = 1$

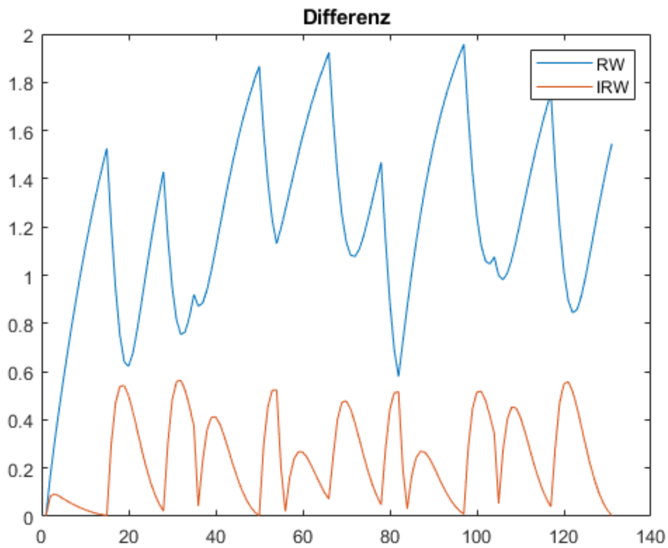

Abbildung 1.5: *Differenzen* $\sigma_r = 1$