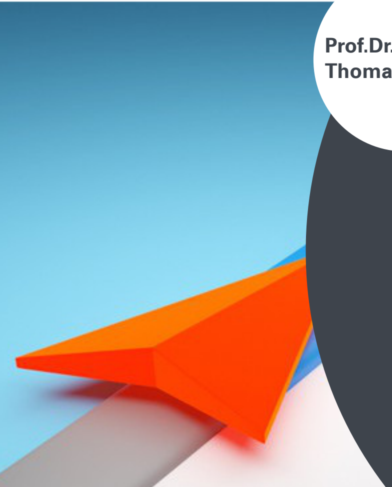
Universität Stuttgart



Prof.Dr.
Thomas Hobiger

Inertialnavigation

Praktische Hinweise zur Navigation im n-System

9

Praktische Hinweise zur Navigation im n-System

In Vorlesungen 7 und 8 hatten wir die Fehlergleichung im n-System hergeleitet. Betrachtet man die DGL für die Orientierung (Gl. (7.21)) und berücksichtig nur die größten Beiträge so findet man

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}^n = \begin{bmatrix} \delta\dot{R} \\ \delta\dot{P} \\ \delta\dot{Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{N+h} & 0 \\ -\frac{1}{M+h} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\tan\phi}{N+h} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta v_N \\ \delta v_E \\ \delta v_D \end{bmatrix} - \boldsymbol{C}_p^n \cdot \boldsymbol{\delta\omega}_{ip}^p \tag{9.1}$$

Untersuchen wir nur den Anteil für den Rollwinkel so finden wir

$$\delta\dot{R} = \frac{1}{N+h}\delta v_E - \delta\omega_N \tag{9.2}$$

wobei $\delta\omega_N$ der Fehler des Drehratensensors um die Rollachse (nach Norden!) ist. Ähnlich kann man die größten Beiträge in der DGL für die Geschwindigkeiten (Gl. (8.4)) abschätzen und erhält

$$\begin{bmatrix} \delta\dot{v}_N \\ \delta\dot{v}_E \\ \delta\dot{v}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -a_D & a_E \\ a_D & 0 & -a_N \\ -a_E & a_N & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta R \\ \delta P \\ \delta Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta a_N \\ \delta a_E \\ \delta a_D \end{bmatrix} \tag{9.3}$$

Praktische Hinweise zur Navigation im n-System

Interessieren wir uns für nur die Ost-Komponente, so erhält man

$$\delta\dot{v}_E = a_D \cdot \delta R - a_N \cdot \delta Y + \delta a_E \tag{9.4}$$

Im n-System dominiert bei terrestrischer Navigation meistens die Schwerkraft, so dass Gl. (9.4) mit $a_D = -g$ umgeschrieben werden kann zu

$$\delta\dot{v}_E = -g \cdot \delta R + \delta a_E \tag{9.5}$$

Bilden wir davon die zeitliche Ableitung so erhalten wir

$$\delta\ddot{v}_E = -g \cdot \delta\dot{R} \tag{9.6}$$

Setzt man nun $\delta\dot{R}$ aus Gl. (9.2) in (9.6) erhält man

$$\delta\ddot{v}_E + \frac{g}{N+h} \cdot \delta v_E = -g \cdot \delta\omega_N \tag{9.7}$$

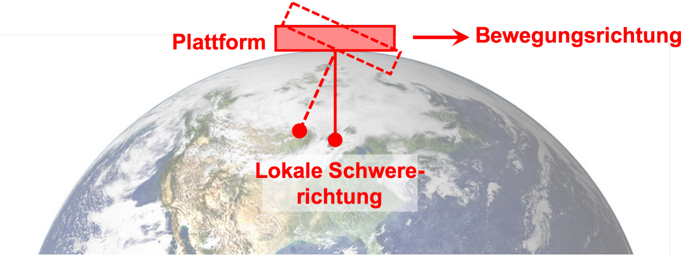
Als Lösung dieser nicht-homogenen DGL zweiter Ordnung findet man oszillierendes Verhalten von δv_E mit einer sehr kleinen Frequenz, der sogenannten Schuler-Frequenz

$$f_s = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{N+h}} \approx \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}} \tag{9.8}$$

Praktische Hinweise zur Navigation im n-System

Die Schuler-Periode $\frac{1}{f_s}$ hat eine Dauer von ca. 84.4 Minuten und wurde auf Grund von theoretischen Überlegungen von *Maximilian Schuler* entdeckt.

Der Schuler-Effekt lässt sich gedanklich als zeitliche Fortsetzung eines Anfangsorientierungsfehlers interpretieren.



Bildet man die zeitliche Ableitung von Gl. (9.2) und setzt (9.5) ein erhält man die zu (9.7) komplementäre DGL

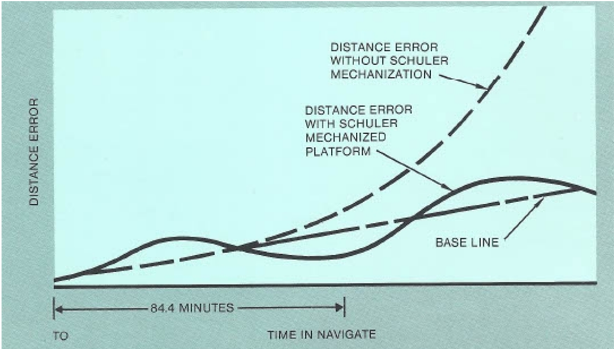
$$\delta\ddot{R} + \frac{g}{N+h} \cdot \delta R = \frac{1}{N+h}\delta a_E \tag{9.9}$$

welche die Schuler-Schwingung im Rollwinkel vermittelt. In ähnlicher Weise hätten wir den Effekt auch zwischen Pitch-fehler δP und Geschwindigkeitsfehler nach Norden δv_N gefunden.

Praktische Hinweise zur Navigation im n-System

Schuler Tuning

- Man stelle sich vor man möchte die Lotrichtung mit einem Pendel bestimmen
- Wird dieses Pendel horizontal beschleunigt, wird das Pendel ausgelenkt und die angezeigte Richtung entspricht nicht der Lotrichtung
- Dies würde interessanter- oder besser gesagt seltsamerweise nicht passieren wenn das Pendel mit einer Periode von ca. 84 Minuten schwingen würde (bzw. wir eine Pendellänge gleich dem Erdradius) hätten
- Mechanische System berücksichtigen dies durch aktives Schwingen, während der Effekt auch in der Strap-Down Rechnung berücksicht werden kann. Beides wird als Schuler Tuning bezeichnet.



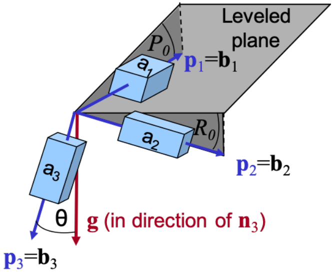
Praktische Hinweise zur Navigation im n-System

Initalisierung - Beschleunigungssensor anordnen (Wiederholung aus VO ISens)

- Richtet die 3 Achsen des Beschleunigungssensors zu den 3 Achsen des lokalen Horizontsystems aus
- Demzufolge werden die „horizontalen“ Achsen des Beschleunigungssensors auf Null gebracht
- Diskutiere Fehler der Vororientierung auf Grund des Schuler Effekts

$$\sin P_0 = -\frac{a_1^p}{g}$$

$$\sin R_0 = \frac{a_2^p}{g \cos P_0}$$



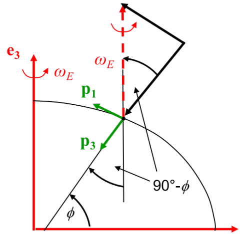
- Annahmen: Fehlerfreier Beschleunigungssensor, Kenntnis von g
  $\Rightarrow$ nur grobe Ausrichtung

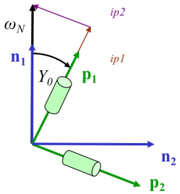
Praktische Hinweise zur Navigation im n-System

Initalisierung - Kreiselmessung (Wiederholung aus VO ISens)

- Ein stationärer Kreisel nimmt nur eine Komponente der Erdrotation wahr
- Wenn der Kreisel sich innerhalb einer horizontierten Ebene befindet, hat diese Komponente das Maximum dort, wo der Kreisel nach Norden zeigt (und Null wenn nach Osten)
- Annahme: Horizontierung des Beschleunigungssensors wurde durchgeführt

Blick von Seite $\quad \omega_N = \omega_E \cos\phi \quad$ Blick von oben





$$
\begin{aligned}
\omega^p_{ip2} &= -\omega_N \cdot \sin Y_0 \\
&= -\omega_E \cdot \cos\phi \cdot \sin Y_0 \\
\omega^p_{ip1} &= \omega_N \cdot \cos Y_0 \\
&= \omega_E \cdot \cos\phi \cdot \cos Y_0 \\
\tan Y_0 &= -\frac{\omega^p_{ip2}}{\omega^p_{ip1}}
\end{aligned}
$$

Praktische Hinweise zur Navigation im n-System

Die heute durchgenommenen Beispiele finden Sie als Jupyter Notebook unter

`https://github.com/spacegeodesy/INav/blob/main/V09.ipynb`