

Ausgewählte Kapitel der Parameterschätzung — Übung 1

Ausgabedatum: 27. April 2021

Abgabetermin: 11. Mai 2021, 18 Uhr

Bestimmung der Gravitationskonstante mit dem physikalischen Pendel

Um die Gravitationskonstante g mit Hilfe eines Pendels zu bestimmen, sollen 25 Schüler die Zeit von 10 Schwingungen (die Periode einer Schwingung wird mit T notiert) sowie die Länge l des Stabes messen. Die Daten werden jeweils in den Matlab-Dateien `T_meas` und `l_meas` gespeichert. Dann ist es möglich, die Gravitationskonstante mit der Formel

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

zu schätzen.

Das Ziel dieser Übung ist es, die Konstante g aus den gesammelten Daten zu bestimmen.

0.1 Gauß-Helmert model

Wir nehmen zunächst an, dass die Messungen Fehler enthalten, die noch nicht quantifiziert sind. Schätzen Sie die Gravitationskonstante g mit Hilfe des Gauß-Helmert-Modells wie folgt:

- berechnen Sie eine erste Näherung g_0 mit dem Mittelwert von l und T
- schreiben Sie die Bedingungsgleichungen auf
- linearisieren Sie sie
- stellen Sie das Matrix-Gleichungssystem auf, das Sie iterativ lösen müssen
- schreiben Sie einen MATLAB-Code zum Berechnen der Lösung
- berechnen Sie die geschätzten Residuen und die Standardabweichung des geschätzten Parameters \hat{g} .

Nun nehmen wir an, dass die Messungen durch unkorrelierte Fehler mit Standardabweichung $\sigma_l = 2.510^{-3}\text{m}$ und $\sigma_T = 0.2\text{s}$ verfälscht sind. Wie würden Sie diese Information in den vorherigen Gleichungen berücksichtigen? Schätzen Sie die neue Lösung.