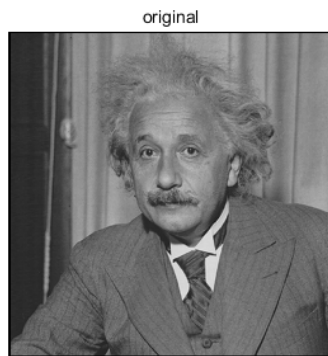


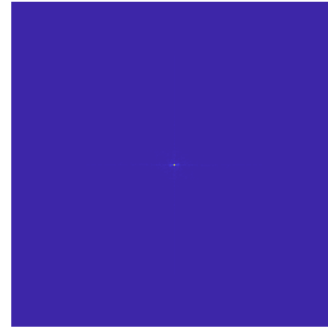
1 Einleitung

In dieser Übung werden Filterungen für einstein.tif jeweils in Ortsraum und Frequenzraum mit Boxfilter, Binomialfilter, Laplace-Filter und Sobelfilter gemacht.



(a) Einstein.tif

Frequenztransformiertes Bild nach Zentrierung



(b) Frequenztransformiertes Bild nach Zentrierung

1.1 Ortsraum

Ein zweidimensionale Faltung erreicht man durch Summation über beide Koordinaten der zweidimensionalen Eingangsfunktion I und des Kerns K . Die Rechnungen lautet:

$$I'(x, y) = K \cdot I = \sum_{m=-\frac{M-1}{2}}^{\frac{M-1}{2}} \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} K(m, n) \cdot I(x - m, y - n)$$

wobei M und N sind die Anzahl des Kerns K bzw. des Filters, sie sind normalerweise ungerade Zahlen. In Matlab darf man diesen Schritt mit Funktion 'imfilter' machen.

1.2 Frequenzraum

Die notwendige Transformation der Funktionen zwischen Orts- und Frequenzraum erfolgt durch die Fouriertransformation. Der Filtermaske und der Graph werden mit Fouriertransformation in Frequenzraum geführt und in Bildgröße erweitert. Statt Faltung ist eine Multiplikation zu machen.

$$f(x, y) \times h(x, y) \hat{=} F(u, v) \cdot H(u, v)$$

Am Ende wird gefiltertes Bild im Frequenzraum mit inverse Fouriertransformation wieder in den Ortsraum transformiert.

2 Boxfilter

Beide Boxfilter und Binomialfilter sind Glättungsfilter, das Rauschen wird geringer aber der Bild wird unschärfer.

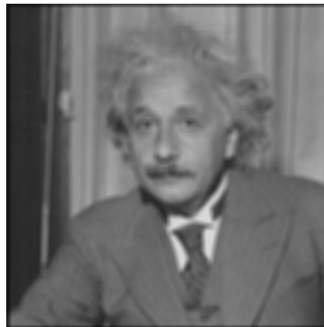
2.1 Ortsraum

Ein 5×5 Boxfilter stellt darunter:

$$\frac{1}{25} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Mit der Methode in 1.1

BoxFilter im Ortsraum

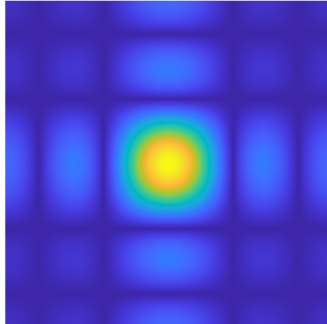


(c) Boxfilter in Ortsraum

2.2 Frequenzraum

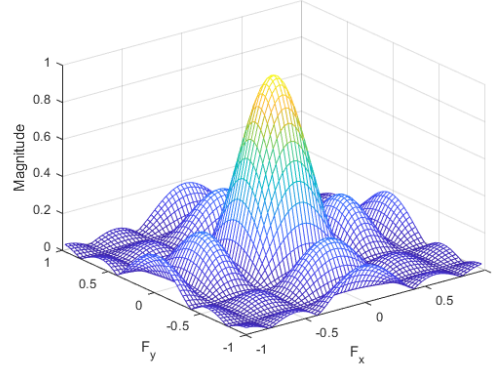
Filter in Frequenzraum in 2D und 3D Darstellung

Frequenztransformierter Boxfilter nach Zentrierung



(d) 2D

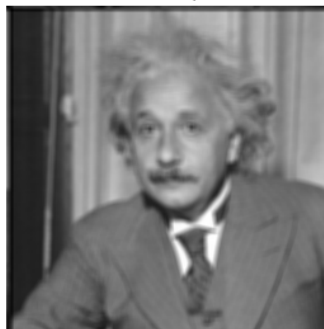
3D Plot Boxfrequenztransformierter Filter



(e) 3D

gefilterter Bild ist heller als in Ortsraum, die Auflösung ist gleich.

BoxFilter im Frequenzraum



(f) Boxfilter in Frequenzraum

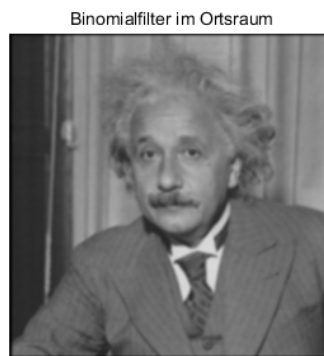
3 Binomialfilter

3.1 Ortsraum

5×5 Maske für Binomialfilterung:

$$\frac{1}{256} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

analog:

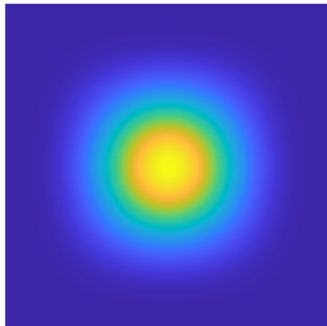


(g) Binomialfilter in Ortsraum

3.2 Frequenzraum

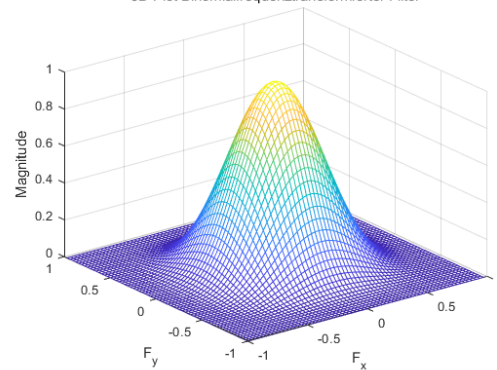
Filter in Frequenzraum in 2D und 3D Darstellung

Frequenztransformierter Binomialfilter nach Zentrierung



(h) 2D

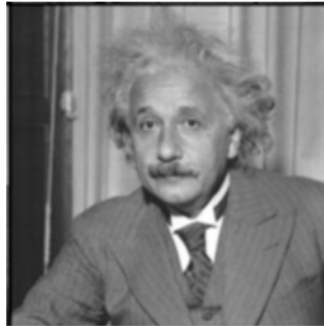
3D Plot Binomialfrequenztransformierter Filter



(i) 3D

gefilteter Bild ist heller als in Ortsraum, die Auflösung ist gleich.

BinoFilter im Frequenzraum



(j) Binomialfilter in Frequenzraum

4 Laplace-Filter

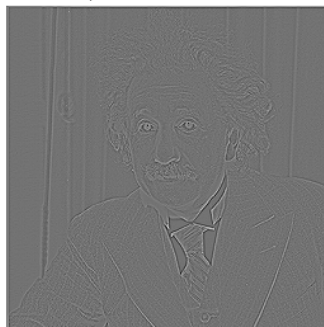
Laplace-Filter und Sobel-Filter werden genutzt durch Kanteverstärkung für Bildverbesserung.

4.1 Ortsraum

Maske:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Laplacefilter im Ortsraum

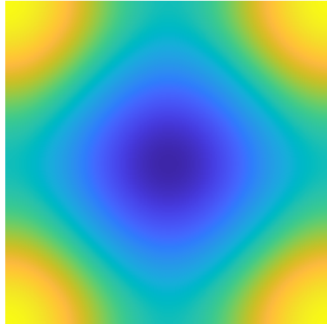


(k) Laplace-Filter in Ortsraum

4.2 Frequenzraum

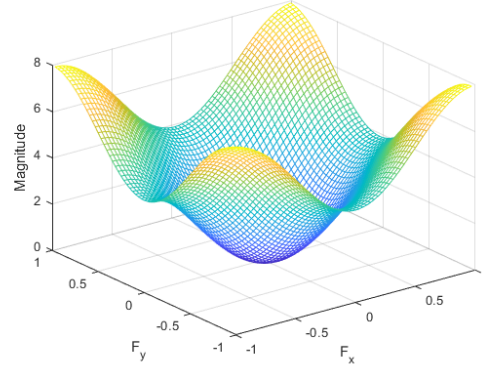
Filter in Frequenzraum in 2D und 3D Darstellung

Frequenztransformierter Laplacefilter nach Zentrierung



(l) 2D

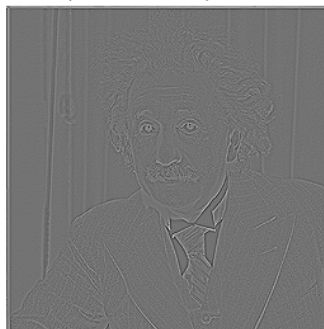
3D Plot Laplacefrequenztransformierter Filter



(m) 3D

gefilteter Bild

Laplacefilter im Frequenzraum



(n) Laplace-Filter in Frequenzraum

Das Ergebnis sieht gleich wie in Ortsraum

5 Sobel-Filter

5.1 Ortsraum

Maske in x- und y- Richtungen:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$



(o) Sobel x Filter in Ortsraum



(p) Sobel y Filter in Ortsraum

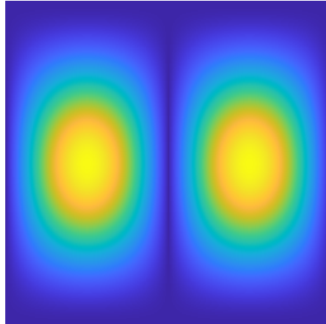


(q) Gradient in Ortsraum

5.2 Frequenzraum

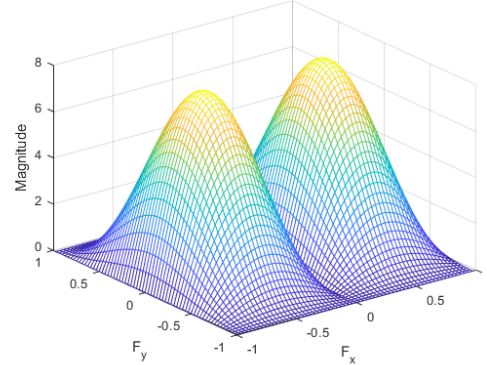
Filter in Frequenzraum in 2D und 3D Darstellung

Frequenztransformierter Soberfilter in x Richtung nach Zentrierung



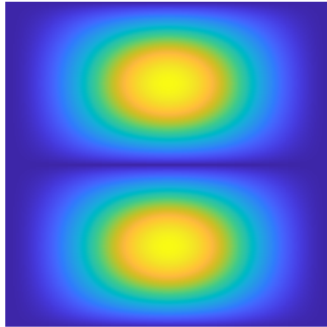
(r) x 2D

3D Plot Soberfrequenztransformierter Filter x Richtung



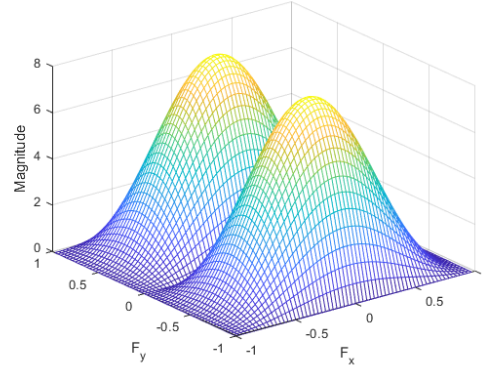
(s) x 3D

Frequenztransformierter Soberfilter in y Richtung nach Zentrierung



(t) y 2D

3D Plot Soberfrequenztransformierter Filter y Richtung



(u) y 3D

gefilteten Bildern

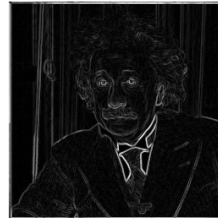
Soberfilter x Richtung im Frequenzraum



Soberfilter y Richtung im Frequenzraum



Gradientenbetrag im Frequenzraum



(v) Sobel x Filter in Frequenzraum (w) Sobel y Filter in Frequenzraum (x) Gradient in Frequenzraum

Die Ergebnisse sehen gleich wie in Ortsraum