Physikalische Geodäsie
Übung 1: Absolute und relative Gravimetrie

Martin Wilczynski 3322361 | Ziqing Yu 3218051
Jingyi Bao 3255519 | Junyang Gou 3218006
Carsten Helfert 3318553 | Roman Germann 3225206
Tim Kayser 3143427 | Roman Geiger 3247514
Yihan Tao 3255496 | Timo Oberhofer 3359774

22.10.2019

Absolute Gravimetrie

Geg.: L = 14,347m ± 0,001 m; l = L - 0,085m; t = 227,53s; T = $\frac{t}{30}$

$$g = (\frac{2\pi}{T})^2 l = 9,788\ \frac{m}{s^2} \tag{1}$$

i.)

Geg.: dl = 0.001m; dT = 0.01s

$$dg = \frac{\partial g}{\partial T}dT + \frac{\partial g}{\partial l}dl = -2\frac{(2\pi)^2}{T^3}ldT + (\frac{2\pi}{T})^2 dl \tag{2}$$

$$dg = -\frac{8\pi^2}{(\frac{227{,}53\,s}{30})^3} \cdot 14,262\,m \cdot 0,01\,s + \frac{4\pi^2}{(\frac{227{,}53\,s}{30})^2} \cdot 0,001\,m = -0,02519\frac{m}{s^2} = -2519\,mGal \tag{3}$$

ii.)

Geg.: dl = 0

$$dT = -\frac{T^3}{8\pi^2 l}dg \tag{4}$$

$$dT = -\frac{(\frac{227{,}53\,s}{30})^3}{8\pi^2 14,262\,m} \cdot 10^{-5}\,\frac{m}{s^2} = -3,868 \cdot 10^{-6}\,s \tag{5}$$

iii.)

mit T = $2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$ folgt:

$$dg = -\frac{g^{\frac{3}{2}}}{\pi\sqrt{l}}dT + \frac{g}{l}dl \tag{6}$$

Wird l kleiner, dann wird dg kleiner. Da dg negativ ist nimmt dg betragsmäßig zu.

Relative Gravimetrie

i.)

Die gemessene relative Gravimetrie liegt ungefähr bei 3700mGal, also bei 3,7μGal. Dieser Wert liegt unterhalb von 10μGal daher können wir die Genauigkeit einhalten.

ii.)

Mit einem Pendel ist es nicht möglich gleich viele signifikante Nachkommastellen zu erreichen. In unserem Fall lag die Genauigkeit mit dem Pendel bei über 2000 mGal. Das Gravimeter misst sogar genauer als mGal und ist somit deutlich genauer als ein Pendel. Fehlerquellen Der Massepunkt vom Lot ist nicht eindeutig bestimmt. Die Länge des Pendels ist nicht exakt. Reibung vom Faden des Pendels und am AUfhängepunkt. Die gemessene Zeit ist nicht besonders exakt.

iii.)

Berechneter Wert aus dem Pendelversuch:

$$g = 9,788\,\frac{m}{s^2} \tag{7}$$

Vergleichender Wert:

$$g = 9.809\,\frac{m}{s^2} \tag{8}$$

Formel des Pendelversuchs:

$$g = (\frac{2\pi}{T})^2 l = 9,788\;\frac{m}{s^2} \tag{9}$$

Der errechnete Wert ist deutlich geringer. Dies könnte an bereits genannten Fehlerquellen liegen, wie z.B. der Luftreibung. Somit ist die Periodendauer länger und die errechnete Schwerkraft g geringer.

iv.)

$$fa_{13} = \frac{\Delta g_{13}}{\Delta h_{13}} = -0,275\,\frac{mGal}{m} \tag{10}$$

$$fa_{16} = \frac{\Delta g_{16}}{\Delta h_{16}} = -0,281\,\frac{mGal}{m} \tag{11}$$

$$fa_{mean} = \frac{\Delta g_{13}}{\Delta h_{13}} = -0,278\,\frac{mGal}{m} \tag{12}$$

v.)

Standartgenauigkeit von CG-3 (wir benutzten CG-5)
σ = 0,005 mGal σ_h = 0,03 m
Abschätzung des Schweregradienten:

$$VGG = \frac{(VGG1 + VGG2)}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta g_{13}}{\Delta H_{13}} + \frac{\Delta g_{16}}{\Delta H_{16}}\right) \tag{13}$$

Varianz des Schweregradienten:

$$\begin{aligned}
\sigma^2_{VGG} &= \left(\frac{\partial VGG}{\partial VGG1}\cdot\sigma_{VGG1}\right)^2 + \left(\frac{\partial VGG}{\partial VGG2}\cdot\sigma_{VGG2}\right)^2 \\
&= \left(\frac{1}{2}\sigma_{VGG1}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\cdot\sigma_{VGG2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\sigma^2_{VGG1}+\sigma^2_{VGG2}\right) \\
&= \frac{1}{4}\left(\left(\frac{\partial VGG1}{\partial \Delta g_{13}}\cdot\sigma_{\Delta g_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\partial VGG1}{\partial \Delta h_{13}}\cdot\sigma_{\Delta h_{13}}\right)^2 + \left(\frac{\partial VGG2}{\partial \Delta g_{16}}\cdot\sigma_{\Delta g_{16}}\right)^2 + \left(\frac{\partial VGG2}{\partial \Delta h_{16}}\cdot\sigma_{\Delta h_{16}}\right)^2\right) \\
&= \frac{1}{4}\left(\left(\frac{1}{\Delta h_{13}}\cdot\sigma_{\Delta g_{13}}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta g_{13}}{{\Delta h_{13}}^2}\cdot\sigma_{\Delta h_{13}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta h_{16}}\cdot\sigma_{\Delta g_{16}}\right)^2 + \left(-\frac{\Delta g_{16}}{{\Delta h_{16}}^2}\cdot\sigma_{\Delta h_{16}}\right)^2\right)
\end{aligned} \tag{14}$$

Standardabweichung des Schweregradienten:

$$\sigma_{VGG} = \sqrt{\sigma^2_{VGG}} = \pm 0,00075\ \frac{\mathrm{mGal}}{\mathrm{m}} \tag{15}$$

vi.)

Gravitation in sphärischem Modell:

$$g = \frac{GM}{R^2} \tag{16}$$

Gravitation im 1. Stock (Höhe des Gebäudes h $\approx$ 254m über NN.):

$$g = \frac{GM}{(R+h)^2} = 9.79751\ \frac{m}{s^2} \tag{17}$$

Gravitation im 3. Stock (Höhendifferenz zwischen den Stockwerken $h_13 = $ 6,897m):

$$g = \frac{GM}{(R+h+h_13)^2} = 9.79749\ \frac{m}{s^2} \tag{18}$$

Gravitation im 6. Stock (Höhendifferenz zwischen den Stockwerken $h_16 = $ 17,260m):

$$g = \frac{GM}{(R+h+h_16)^2} = 9.79746\ \frac{m}{s^2} \tag{19}$$

Daraus ergeben sich folgende Gravitationsgradienten des sphärischen Modells:

$$\Delta g_1 3 = -2,119\, mGal \tag{20}$$

$$\Delta g_1 6 = -5,302\, mGal \tag{21}$$

Gemessene Gravitationsgradienten mit dem Gravimeter:

$$\Delta g_1 3 = -1,894\, mGal \tag{22}$$

$$\Delta g_1 6 = -4,857\, mGal \tag{23}$$

Die Gravitationsgradienten des sphärischen Modells sind etwas größer. Aufgrund von inhomogenen Masseverteilungen der Erde weicht die Gravitation des sphärischen Modells von der tatsächlichen ab. Weitere Grüne für die Differenzen sind: Erdgezeiten, Meeresgezeiten, Berge und Ozeane,...