



## Ingenieurgeodäsie II

### Sommersemester 2020

#### Übung 12 *(Einzelübung)*

#### Regression zur Höhenberechnung

Eingang:

Eingang Wiedervorlage:

Ausgabe	13.05.2020
Abgabe	27.05.2020

Name	Vorname	Matrikelnummer	Unterschrift

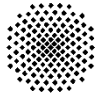
  

Testat	Wiedervorlage	Abgabe bis:	

## 1. Beschreibung

Das amtliche Höhensystem in Deutschland basiert auf Normalhöhen  $H_N$ . Bezugsfläche dieses Höhensystems ist das Quasigeoid. Zur Übertragung von Höhen zwischen bekannten Punkten und Neupunkten wird klassischer Weise das Nivellement benutzt. Die rohen Höhenunterschiede aus dem Nivellement müssen, unter Hinzunahme von Schweremessungen, korrigiert werden, um für die Neupunkte Normalhöhen zu erhalten. Im unwegsamen Gelände oder bei großen Höhenunterschieden wird das Nivellement als Messverfahren sehr zeitaufwendig bis unmöglich. Aus diesem Grund möchte man mehr und mehr das flexiblere Messverfahren PDGPS auch für die Höhenbestimmung einsetzen. Die Bezugsfläche für die mittels GPS bestimmten Höhen ist das WGS84-Ellipsoid, weshalb es sich bei diesen Höhen um ellipsoidische Höhen  $h$  handelt.

Die Differenz zwischen Normalhöhen und ellipsoidischen Höhen wird Höhenanomalie  $\zeta$  genannt. Es gilt:  $\zeta = h - H_N$ . Eine Bestimmung von Normalhöhen aus PDGPS-Messungen setzt folglich eine genaue Kenntnis der Höhenanomalie voraus. Da das WGS84-Ellipsoid eine Rechenfläche ist, ist seine Gestalt glatt und bekannt. Anders sieht es beim



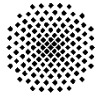
Quasigeoid aus. Die Bezugsfläche für die Normalhöhen ist physikalisch definiert und damit ist ihre Gestalt abhängig vom Schwerefeld der Erde. Somit ist die Höhenanomalie eine Funktion des Ortes. Bei identischen Punkten (Höhe bestimmt mit GPS und Nivellement) lässt sich die Höhenanomalie direkt ableiten. Für Neupunkte muss ausgehend von den identischen Punkten, ein möglichst realistischer Wert für die Höhenanomalie bestimmt werden.

Ziel dieser Übung ist die Berechnung von Normalhöhen  $H_{Ni}$  für die nur mit PDGPS höhenmäßig bestimmten Neupunkte 21 bis 30 (siehe Anlage). Dazu muss zunächst eine geeignete, flächenhafte Beschreibung der Höhenanomalien aus den identischen Punkten 1 bis 20 geschätzt werden.



Folgende Informationen sind gegeben:

Pkt.-Nr.	Lage		Höhe	
	y [m]	x [m]	Normalhöhe $H_N$ [m]	Ellipsoidische Höhe $h$ [m]
1	<sup>35</sup> 22443.99	<sup>53</sup> 75795.80	411.2642	459.619
2	<sup>35</sup> 22912.83	<sup>53</sup> 75179.44	432.5002	480.893
3	<sup>35</sup> 23348.83	<sup>53</sup> 74606.37	482.3692	530.781
4	<sup>35</sup> 23551.33	<sup>53</sup> 74385.63	545.3251	593.741
5	<sup>35</sup> 23892.47	<sup>53</sup> 73991.58	782.6540	831.083
6	<sup>35</sup> 22913.48	<sup>53</sup> 76176.66	401.8640	450.239
7	<sup>35</sup> 23314.17	<sup>53</sup> 75642.56	466.7042	515.114
8	<sup>35</sup> 23651.66	<sup>53</sup> 75239.40	572.3090	620.738
9	<sup>35</sup> 24056.66	<sup>53</sup> 74776.03	774.3110	822.747
10	<sup>35</sup> 24357.66	<sup>53</sup> 74374.68	793.9603	842.409
11	<sup>35</sup> 23385.32	<sup>53</sup> 76598.49	393.6804	442.075
12	<sup>35</sup> 23666.26	<sup>53</sup> 76224.51	423.6507	472.071
13	<sup>35</sup> 24076.72	<sup>53</sup> 75680.87	482.6090	531.051
14	<sup>35</sup> 24551.03	<sup>53</sup> 75119.00	790.3654	838.821
15	<sup>35</sup> 24846.58	<sup>53</sup> 74754.13	773.9805	822.450
16	<sup>35</sup> 23863.27	<sup>53</sup> 76981.59	343.3682	391.783
17	<sup>35</sup> 24271.92	<sup>53</sup> 76505.44	431.2267	479.675
18	<sup>35</sup> 24649.55	<sup>53</sup> 76001.94	500.6641	549.130
19	<sup>35</sup> 25098.32	<sup>53</sup> 75509.38	731.5088	779.985
20	<sup>35</sup> 25353.72	<sup>53</sup> 75184.67	786.8650	835.354
21	<sup>35</sup> 24042.06	<sup>53</sup> 74219.61		848.436
22	<sup>35</sup> 24042.06	<sup>53</sup> 74549.81		839.766
23	<sup>35</sup> 23788.49	<sup>53</sup> 75009.53		663.387
24	<sup>35</sup> 23808.54	<sup>53</sup> 75275.88		619.404
25	<sup>35</sup> 23945.37	<sup>53</sup> 75489.33		553.080
26	<sup>35</sup> 24200.77	<sup>53</sup> 75443.05		543.641
27	<sup>35</sup> 24228.15	<sup>53</sup> 76096.81		515.161
28	<sup>35</sup> 24140.57	<sup>53</sup> 76302.96		489.765
29	<sup>35</sup> 23974.56	<sup>53</sup> 76529.17		460.908
30	<sup>35</sup> 23783.02	<sup>53</sup> 76720.71		425.226



## 2. Aufgabe

- a) Berechnen Sie für die identischen Punkte 1 bis 20 die Höhenanomalien  $\zeta_i$  und deren Standardabweichungen  $\sigma_{\zeta}$ . Die Standardabweichungen der gegebenen Normalhöhen betragen  $\sigma_{HN} = 1\text{mm}$  und die der ellipsoidischen Höhen  $\sigma_h = 5\text{mm}$ . **Stellen Sie die Höhenanomalien  $\zeta_i$  mit Ortsbezug tabellarisch und graphisch dar.**
- b) Die Höhenanomalien  $\zeta_i$  sind, durch ein Flächenpolynom vom Grad 2 zu approximieren. Gehen Sie von folgendem funktionalem Modell aus:  
$$\zeta_i = a_0 + a_1 \cdot y_i + a_2 \cdot x_i + a_3 \cdot y_i \cdot x_i + a_4 \cdot y_i^2 + a_5 \cdot x_i^2$$
Schätzen Sie die unbekannten Koeffizienten ( $a_0$  bis  $a_5$ ) mittels einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen (Gauß-Markov-Modell). Die Koordinaten der identischen Punkte können als fehlerfrei angenommen werden. **In der Ausarbeitung geben Sie bitte die Berechnung von den Schwerpunktkoordinaten, funktionales Modell, stochastisches Modell, A-Matrix und geschätzte Parameter an.**
- c) Prüfen Sie mittels eines geeigneten Tests, ob die Koeffizienten ( $a_0$  bis  $a_5$ ) signifikant von Null verschieden sind. Gehen Sie iterativ vor. Eliminieren Sie zunächst den Koeffizienten mit der kleinsten Testgröße. Schätzen Sie anschließend die verbliebenen Koeffizienten mit geändertem funktionalem Modell neu. Wenn alle Koeffizienten als signifikant angezeigt werden, haben Sie die die Höhenanomalien beschreibende Fläche gefunden. Stellen Sie diese graphisch dar. **In der Ausarbeitung stellen Sie bitte nach jeder Iteration die geschätzten Koeffizienten, deren Testgrößen und das neue funktionale Modell tabellarisch dar.**
- d) Berechnen Sie für die Neupunkte (21 bis 30) Normalhöhen unter Einbeziehung der jeweiligen Höhenanomalie. Diese ist jeweils mit Hilfe des Flächenpolynoms zu berechnen. **Stellen Sie die Ergebnisse tabellarisch dar.**
- e) Geben Sie außerdem für die Normalhöhen der Neupunkte Standardabweichungen an. Benutzen Sie das Fehlerfortpflanzungsgesetz unter Berücksichtigung der Standardabweichung der Koeffizienten (Ergebnis der Ausgleichung) und der Standardabweichung der ellipsoidischen Höhen ( $\sigma_h = 5\text{mm}$ ). **Bitte geben Sie die F-Matrix in der Ausarbeitung an. Stellen Sie die Ergebnisse tabellarisch dar.**
- f) Beurteilen Sie die in e) berechneten Standardabweichungen für  $H_N$  in Relation zu den Standardabweichungen von nivellierten Höhen und GPS-Messungen, die mit Höhenanomalien aus einem globalen Schweremodell kombiniert wurden. Für welche Anwendungen würden Sie das in dieser Übung eingesetzte Höhenbestimmungsverfahren einsetzen?
- g) **Matlab-Code als Anlage**

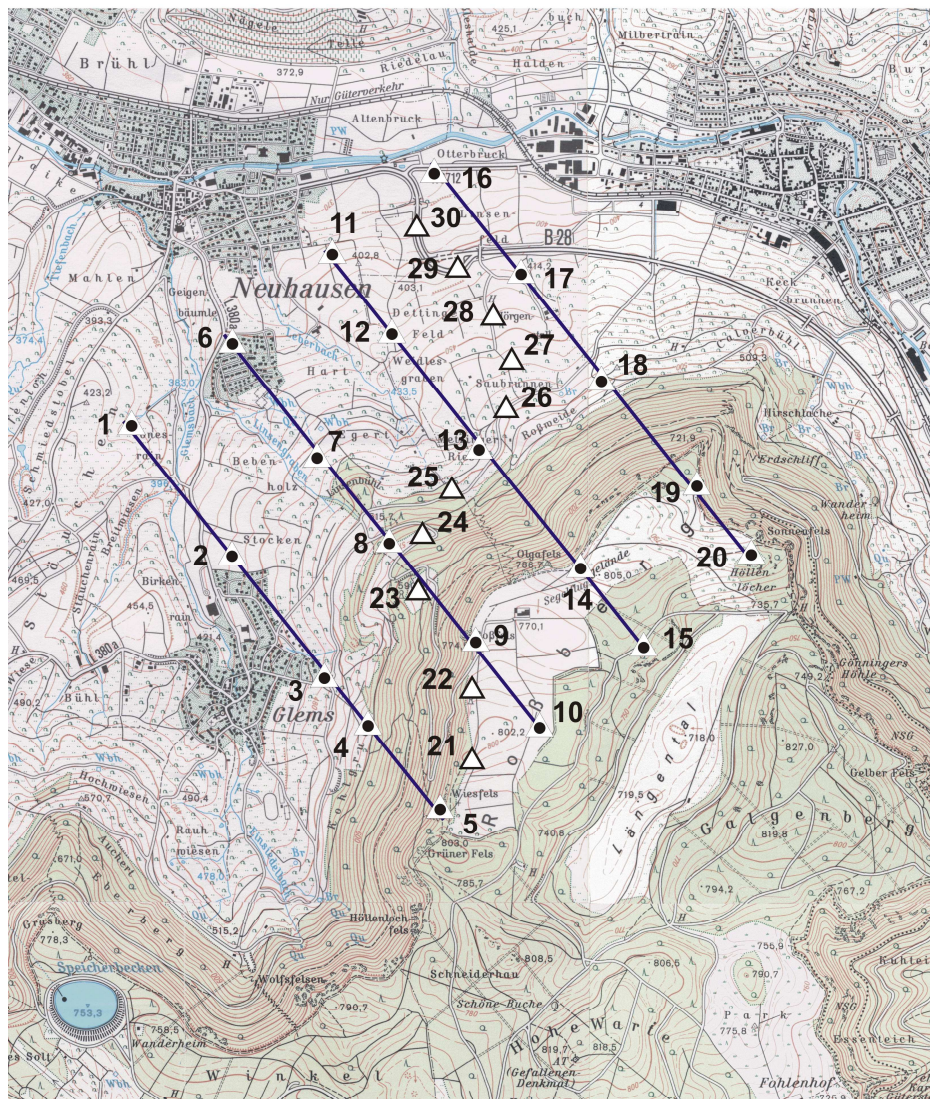


### 3. Literatur

- Bauer, M.: Vermessung und Ortung mit Satelliten. 5. neu bearbeitete Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg, 2003.
- Ilk, K.-H.: Höhensysteme, Höhenmessung, Höhentransformation. In: GPS 2000: Antennen, Höhenbestimmungen und RTK-Anwendungen, Schriftenreihe des DVW Band 44, Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 2002
- Niemeier, W.: Ausgleichsrechnung, 2. Auflage, Verlag Walter de Gruyter, Berlin, New York 2008.
- Seeber, G.: Satellite Geodesy. Verlag Walter de Gruyter, Berlin, New York 2003.
- Torge, W.: Geodäsie. Verlag Walter de Gruyter, Berlin, 2003.
- Zhang, S.: Interpolation of Geoidal/Quasigeoidal Surfaces for Height Determination with GPS. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, Nr. 236, Hannover, 2000.

### Anlage zur Übung:

Berechnung von Normalhöhen aus GPS-Messungen



- Identische Höhen (GPS und Nivellement)
- △ Neupunkte (nur GPS-Höhen bekannt)

1000 m