Universität Stuttgart

Institute für Photogrammetrie

Ingenieurgeodäsie
Übung12: Regression zur Höhenberechnung

Ausarbeitung im Studiengang

Geodäsie und Geoinformatik

an der Universität Stuttgart

Ziqing Yu, 3218051

Stuttgart, Mai 2020

Betreuer: Dipl.-Ing. Otto Lerke
Universität Stuttgart

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

1.1 Einleitung

Das amtliche Höhensystem in Deutschland basiert auf Normalhöhen H_N. Bezugsfläche dieses Höhensystems ist das Quasigeoid. In dieser Übung sind 30 Festpunkten mit Ellipsoidische Höhen gegeben, 20 davon haben bekannte Normalhöhen. Die übrige Normalhöhen sind angefragt.

1.2 Aufgabe

1.2.1 a

Höhenanomalie

$$\zeta = h - H_N$$

wobei

- h: ellpsoidische Höhe
- H_N: Normalhöhe

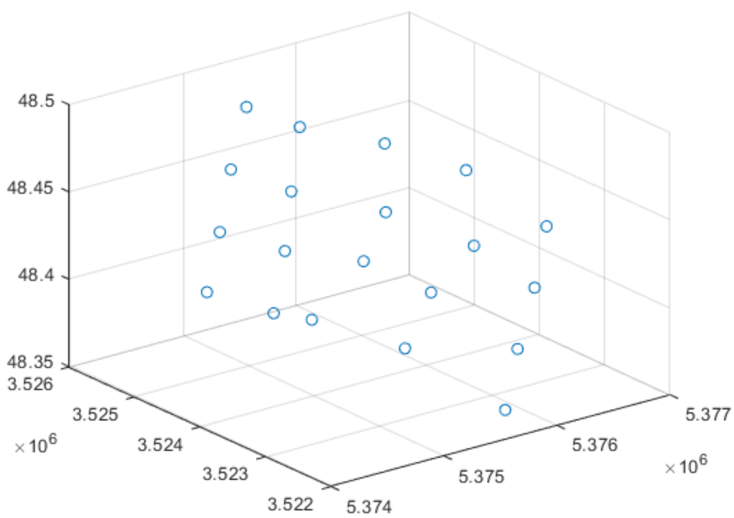
Höhenanomalie von Punkten 1 bis 20:

Pkt.Nr	Höhenanomalie [m]	Pkt.Nr	Höhenanomalie [m]
1	48,3548	11	48,3946
2	48,3928	12	48,4203
3	48,4118	13	48,4420
4	48,4159	14	48,4556
5	48,4290	15	48,4695
6	48,3750	16	48,4148
7	48,4098	17	48,4483
8	48,4360	18	48,4659
9	48,4360	19	48,4762
10	48,4487	20	48,4890

Standardabweichung

$$\sigma_\zeta = \sqrt{(\sigma_h^2 + \sigma_{H_N}^2)} = 0,0051\,\mathrm{m}$$

Graphische Darstellung:



(a) *Punkten*

1.2.2 b

Der funktionale Modell:

$$\zeta_i = a_0 + a_1 \cdot y_i + a_2 \cdot x_i + a_3 \cdot y_i \cdot x_i + a_4 \cdot y_i^2 + a_5 \cdot x_i^2$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \vdots \\ \zeta_{19} \\ \zeta_{20} \end{bmatrix}}_{l} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & y_1 & x_1 & y_1 \cdot x_1 & y_1^2 & x_1^2 \\ 1 & y_2 & x_2 & y_2 \cdot x_2 & y_2^2 & x_2^2 \\ \vdots & & & & & \\ 1 & y_{19} & x_{19} & y_{19} \cdot x_{19} & y_{19}^2 & x_{19}^2 \\ 1 & y_{20} & x_{20} & y_{20} \cdot x_{20} & y_{20}^2 & x_{20}^2 \end{bmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{bmatrix}}_{x}$$

$$\hat{x} = (A'A)^{-1}A'l = \begin{bmatrix} 64990,1304 \\ -0,0500 \\ 0,0086 \\ 1,3003 \cdot 10^{-8} \\ -2,8173 \cdot 10^{-9} \\ -5,0615 \cdot 10^{-9} \end{bmatrix}$$

1.2.3 c

n ist die Anzahl der übrigen Koeffizienten, $r = 20 - n$
Kovarianzmatrix von alle Koeffizienten

$$\Sigma_a = \sigma_\zeta^2 \cdot (A'A)^{-1}$$

Standardabweichung von Koeffizienten:

$$\sigma_a = \sqrt{diag(\Sigma_a)}$$

Testgröße für eine Koeffizient

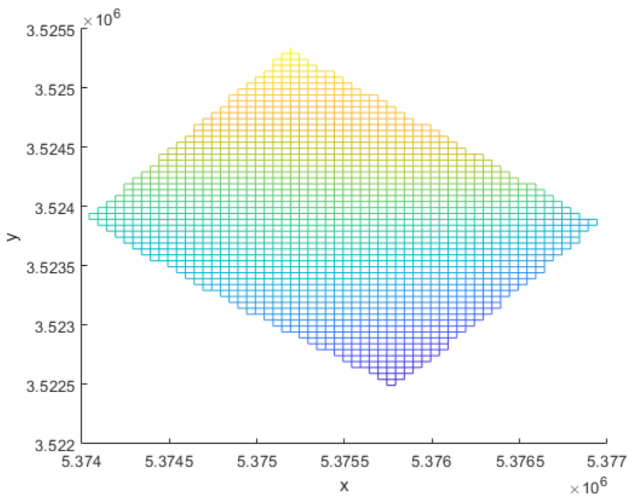
$$\frac{|a_i - 0|}{\sigma_{a_i}}$$

Quantil ist $t^t_{97,5,r}$ in t-Verteilung.
Testgröße in jeder Schleife:

	Quantil	T_{a_0}	T_{a_1}	T_{a_2}	T_{a_3}	T_{a_4}	T_{a_5}
1	2,1448	2,3366	3,5273	0,7449	5,6811	1,1111	4,7651
2	2,1314	1,4883	1,4890		3,7828	2,4401	3,7832
3	2,1199		4,0808		4,1384	4,1328	4,1390

Koeffizienten in jeder Schleife:

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	$1,2128 \cdot 10^{-5}$	-0,0814	0,0082	$1,7880 \cdot 10^{-8}$	$-2,0830 \cdot 10^{-9}$	$-6,6258 \cdot 10^{-9}$
2	4,9219e4	-0,0279		$1,0868 \cdot 10^{-8}$	$-4,3181 \cdot 10^{-9}$	$-3,5627 \cdot 10^{-9}$
3		$-1,1886 \cdot 10^{-5}$		$7,3875 \cdot 10^{-9}$	$-5,6267 \cdot 10^{-9}$	$-2,4217 \cdot 10^{-9}$



(a) *Höhenanomalie*

1.2.4 d

Wir haben jetzt das neue Flächenpolynom:

$$\zeta_i = a_1 \cdot y_i + a_3 \cdot y_i \cdot x_i + a_4 \cdot y_i^2 + a_5 \cdot x_i^2$$

Die Koordinaten der Neupunkten sind bekannt, damit darf man die Höhenanomalie berechnen.

Pkt.Nr	Höhenanomalie [m]
21	48,4386
22	48,4397
23	48,4301
24	48,4303
25	48,4357
26	48,4465
27	48,4463
28	48,4413
29	48,4317
30	48,4199

Die ellipsoidesche Höhen sind bekannt, dann:

Pkt.Nr	Normalhöhe [m]
21	799,9974
22	791,3263
23	614,9569
24	570,9737
25	504,6443
26	495,1945
27	466,7147
28	441,3237
29	412,4763
30	376,8061

1.2.5 e

Standardabweichung der Neupunktennormalhöhen sind durch Fehlerfortpflanzung bestimmbar.

$$\Sigma_{neu} = F \cdot \Sigma_{ll} \cdot F'$$

wobei:

$$F = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & y_{21} & y_{21} \cdot x_{21} & y_{21}^2 & x_{21}^2 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & y_{22} & y_{22} \cdot x_{22} & y_{22}^2 & x_{22}^2 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & y_{23} & y_{23} \cdot x_{23} & y_{23}^2 & x_{23}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & y_{29} & y_{29} \cdot x_{29} & y_{29}^2 & x_{29}^2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & y_{30} & y_{30} \cdot x_{30} & y_{30}^2 & x_{30}^2 \end{bmatrix}}_{10 \times 14}$$

Die Standardabweichungen sind:

Pkt.Nr	Standardabweichung [mm]
21	5,4100
22	5,2923
23	5,2878
24	5,2675
25	5,2893
26	5,2625
27	5,4290
28	5,4597
29	5,4504
30	5,4347

1.2.6 f

Diese Standardabweichungen sind geringer als die Standardabweichung der Nivellement. aber die berechneten Standardabweichungen beziehen sich auf die GPS Messung, d.h. sie sind in sinnvoll, wo Nivellement eingeschränkt sind.

1.3 MatLab Code

Code und Data Auch als Anhang in E-mail.

```
%% Import Data
load data.mat

%% Aufgabe a
zeta_1 = data(1:20,4) - data(1:20,3); % öHhenanomalie 1 - 20
sigma_HN = 0.001; % Standardabweichung öNormalhhen
sigma_e = 0.005;  % Standardabweichung Ellipslid öHhe
sigma_zeta = sqrt(sigma_HN^2 + sigma_e^2);  %
    Fehlerfortpflanzung
figure
scatter3(data(1:20,2),data(1:20,1),zeta_1)

%% Aufgabe b
A_1 = [ones(20,1), data(1:20,1), data(1:20,2), data(1:20,1).*
     data(1:20,2), data(1:20,1).^2, data(1:20,2).^2];  %
    Matrix bauen
a_bar = (A_1' * A_1) \ A_1' * zeta_1;  % Ausgleichen

%% Aufgabe c
r = 20 - length(a_bar);
Sigma_a = sigma_zeta^2 * inv(A_1' * A_1);
sigma_a = sqrt(diag(Sigma_a));
T = abs(a_bar - 0) ./ sigma_a;
Q = abs(tinv(1 - 0.975, r));   % Quantil
idx = find(T < Q);
a_list = cell(6,1);
T_list = cell(6,1);
%%
i = 1;
id = zeros(6,1) * NaN;
check = zeros(6,1) * NaN;
check_list = 1:6;
while ~isempty(idx)
a_list{i} = a_bar;
T_list{i} = T;
id(i) = find(T == min(T));
check(i) = check_list(id(i));
check_list(id(i)) = [];
A_1(:,id(i)) = [];
a_bar = (A_1' * A_1) \ A_1' * zeta_1;

r = 20 - length(a_bar);
Sigma_a = sigma_zeta^2 * inv(A_1' * A_1);
sigma_a = sqrt(diag(Sigma_a));
```

```
T = abs(a_bar - 0) ./ sigma_a;
Q = abs(tinv(1 - 0.975, r));
idx = find(T < Q);
i = i + 1;
end
xq = min(data(1:20,2)):50:max(data(1:20,2));
yq = min(data(1:20,1)):50:max(data(1:20,1));
[xq,yq] = meshgrid(xq,yq);
vq = griddata(data(1:20,2),data(1:20,1),zeta_1,xq,yq);
figure,hold on
mesh(xq,yq,vq)
xlabel("x")
ylabel("y")
zlabel("öHhenanomalie")

%% Aufgabe d
A_2 = [ones(10,1), data(21:30,1), data(21:30,2), data
    (21:30,1).* data(21:30,2), data(21:30,1).^2, data(21:30,2)
    .^2];
for i=1:6
if isnan(id(i))
break
else
A_2(:,id(i)) = [];
end
end
zeta_2 = A_2 * a_bar;     % öHhenanomalie 21 - 30
NH_under =  data(21:30,4) - zeta_2; % öNormalhhen 21 - 30
data(21:30,3) = NH_under;

%% Aufgabe e
F = [eye(10),A_2];
[~,l] = size(F);
Sigma_big = zeros(l,l);
Sigma_big(1:10,1:10) = 0.005^2 * eye(10);
Sigma_big(11:l,11:l) = Sigma_a;
Sigma_nh = F * Sigma_big * F';
sigma_nh = sqrt(diag(Sigma_nh));
```