Inhaltverzeichnis

1 Flächen- und Volumenbestimmung

1.1 Flächenberechnung

Anwendung:

- Grundlage für Volumenberechnung
- Katasteranwendungen

Dreieck:

$$2F_b = g \cdot h$$

g: Grundseite, h: Höhe
Trapez

$$2 \cdot F_T = (g_1 + g_2) \cdot h$$

g_1, g_2: Grundseite
Verschränkte Trapez:

$$2 \cdot F_v = a \cdot (h_1 - h_2)$$

a: Grundseite, h_1: Höhe innerhalb der Figur, h_2: Höhe außerhalb der Figur
Gesamtfläche:

$$F_{ges} = \sum F_D + \sum F_T + \sum F_V$$

Genauigkeitabschätzung Dreieck:
Beispiel 1: (Δx, Δy aus orthogonale Aufnahme)

$$\Delta x_1 \approx \Delta y_1 \approx 30m$$
$$n = 6\ Dreiecke$$
$$\sigma_s = 0,03m\ Messband$$
$$\sigma_{rw} = 0,05gon\ Winkelprisma$$
$$\sigma_g = sigama_s$$
$$\sigma_h = \sqrt{\sigma_s^2 + (\sigma_{rw}\frac{\pi}{200}h)^2}$$
$$\Longrightarrow \sigma_g = 0,03m \quad \sigma_h 0,04m$$
$$\Longrightarrow \sigma_F = 1,84m^2$$

Beispeil 2:

- Maße aus Karte abgefriffen, Maßstab 1:100, Genauigkeit $\sigma_k = 0,2mm$
- Längenmessungsgenauigkeit $\sigma_L = \sqrt{2}\sigma_k = 0,28mm$
- Genauigkeit g_i, h_i, a_i, $\sigma_g = \sigma_h = \sigma_L \cdot h = 0,28m$

$$\Longrightarrow \sigma_F = 14,5m^2$$

Flächenberechnung aus Polarelementen:
Zerlegung in Dreiecke

$$2 \cdot F_D = s_i \cdot s_{i+1} \cdot \sin(r_{i+1} - r_i)$$

s_i, s_{i+1}: Strecken zur den Flächeneckpunkten, r_i, r_{i+1}: Richtungen zu den Flächeneckpunkten
Gesamtfläche

$$2 \cdot F_{ges} = \sum_{i=1}^{n} s_i \cdot s_{i+1} \sin(r_{r+1} - r_i)$$

- Definition im Uhrzeigersinn
- Sinusfunktion definiert das Vorzeichen
- mit n-Achse der Eckpunkt (bei $i = n \Rightarrow i + 1 = 1$)
- im Beispiel: $F_{ges} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_5 - F_6$

Beispiel zur Genauigkeitabschätzung
Gauß'sche Dreiecksformel

$$\Delta x_i \approx \Delta y_i \approx 30m$$

$n = 6$ Dreiecke, $\sigma_x = \sigma_y = 0,01$m (aus Katasteraufnahme) $\Rightarrow \sigma_F = 0,52m^2$
Systematische Einflüsse:
Korrektur aufgrund Projektion(z.B UTM/Gauß-Krüger)

$$r_{UTM} = \frac{F \cdot y_m^2}{R^2}$$

R: Erdradius, y_m: Abstand vom Schnittmeridian.
Beispiel:

$$F = 450m^2$$
$$y_m = 98000m$$
$$R = 6380km$$
$$\Rightarrow r_{UTM} = 0,106m$$

Papierverzug bei Erfassung aus Karte
Flächenmaßstab $k_{p,x}$ und $k_{p,y}$; hier wird angenommen $k_p = k_{p,x} = k_{p.y}$
Beispiel:

$$2F = h \cdot g + h \cdot g(2k_p + k_p^2)$$
$$2F = h \cdot g + h \cdot g \cdot 2 \cdot k_p = \gamma_p$$
$$k_p = \frac{3}{1000} \quad (typisch)$$
$$F = 450m^2$$
$$h \approx g \approx 30m$$
$$\Longrightarrow 2 \cdot \gamma_p = 1,35m^2$$

1.2 Volumenberechnung

Datenerfassungsverfahren bei der Volumenbestimmung

- Tachymetrie, GNSS, Flächennivellement $\Longrightarrow$ Messung von Rastern und Charakteristischen Punkten (z.B Böschungslinien)
- Terrestischer Laserscanning, Photogrammetrie, UAV $\Longrightarrow$ Messung von Punktvolken, Ablestung von Höhenlinien und PGM

zu Simpsonsche Regel:
Wenn F, m nicht gemessen $\Longrightarrow$ vereinfachung: $V = \frac{l}{2}(F_1 + F_2)$.

Beispiel für Simpsonsche Regel (Genauigkeit)

$$l = 20m$$
$$F_{1,2,m} = 15m^2$$
$$\sigma_F = 0,52m^2$$
$$\sigma_l = 0,5cm$$
$$\Rightarrow sigma_V = 7,4m^3$$

Beispiel für dreiseitiges Prisma

$$F_3 = 200m^3$$
$$h_1 = 10m$$
$$h_2 = 13m$$
$$h_3 = 11m$$
$$\sigma_F = 0,52m^2$$
$$\sigma_h = 0,01m$$
$$\Rightarrow \sigma_V = 6m^3$$