

1

Kepler Elements to perifocal Frame:

$$\mathbf{r}_f = \begin{pmatrix} a \cdot (\cos E - e) \\ a \cdot \sqrt{1 - e^2} \cdot \sin E \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\dot{\mathbf{r}}_f = \frac{n_a}{1 - a \cdot \cos E} \begin{pmatrix} -\sin E \\ \sqrt{1 - e^2} \cos E \\ 0 \end{pmatrix}$$

To ecef

$$\mathbf{r}_e = R_3(-\Omega)R_1(-I)R_3(-\omega)\mathbf{r}_f$$

$$\dot{\mathbf{r}}_e = R_3(-\Omega)R_1(-I)R_3(-\omega)\dot{\mathbf{r}}_f$$

Frage: ist folgende Gleichung gültig in ecef?

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ -\frac{GM}{r^3} \cdot \mathbf{r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{f}}{m} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Da \mathbf{r}_e vorhanden ist, kann man Länge, Breite und Höhe berechnen, mit den kriegt man die Atmosphäre Dichte ρ . Dann kann man aus ρ und $\dot{\mathbf{r}}_e$ die Atmosphärische Widerstand \mathbf{f}_e berechnen mit Gleichung 2 Formen(Angenommen, die Geschwindigkeit von Atmosphäre ist 0):

$$\frac{\mathbf{f}_{atm}}{m} = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \frac{A}{m} \cdot (\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_a) \cdot |\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_a| \quad (2)$$

Wenn Gleichung 1 gültig ist, kann man die Koordinaten in ecef mit Runge-Kutta (ode45 Funktion in matlab) integrieren. Am Ende transformiert man die Koordinaten zurück in Kepler Element.

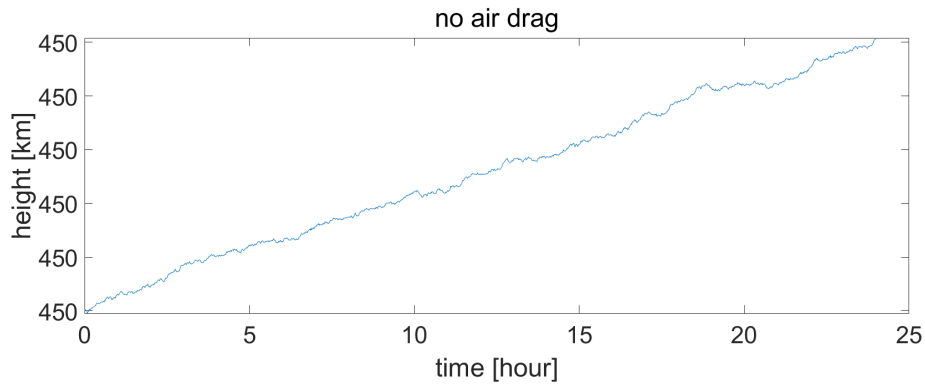


Abbildung 1

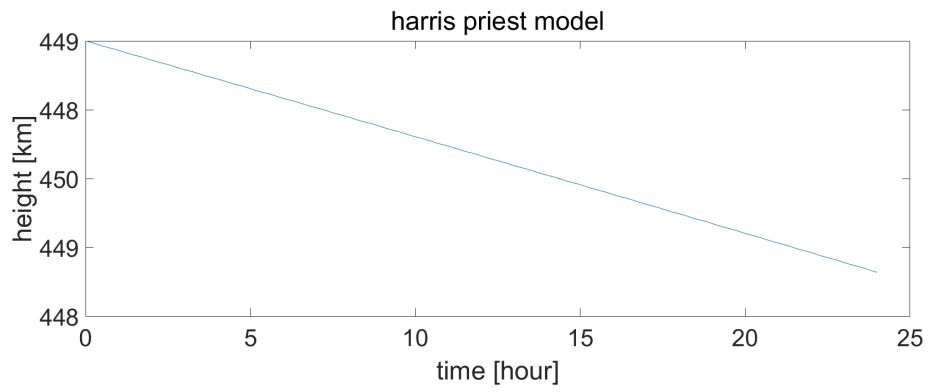


Abbildung 2

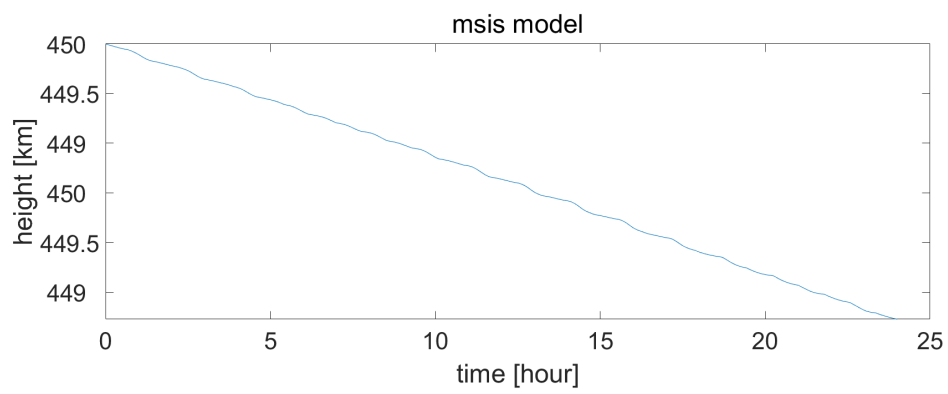


Abbildung 3

$$\begin{aligned}
\dot{a} &= \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}} \left(e \sin \nu f_3 + \frac{p}{r} f_1 \right) \\
\dot{e} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{na} (\sin \nu f_3 + (\cos E + \cos \nu) f_1) \\
\dot{I} &= \frac{r}{nab} \cos(\omega + \nu) f_2 \\
\dot{\Omega} &= \frac{r}{nab \sin I} \sin(\omega + \nu) f_2 \\
\dot{\omega} &= \frac{\sqrt{1-e^2}}{nae} \left(-\cos \nu f_3 + \left(\frac{r}{p} + 1 \right) \sin \nu f_1 \right) - \cos I \dot{\Omega} \\
\dot{M} &= n - \frac{1}{na} \left(\frac{2r}{a} - \frac{1-e^2}{e} \cos \nu \right) f_3 - \frac{1-e^2}{nae} \left(1 + \frac{r}{p} \right) \sin \nu f_1
\end{aligned}$$

Abbildung 4

Vereinfachung ($e = 0$):

$$\begin{aligned}
\dot{a} &= \frac{2}{n} f_1 \\
\dot{e} &= \frac{1}{na} (\sin \nu f_3 + 2 \cos \nu f_1) \\
\dot{I} &= \frac{1}{na} \cos u f_2 \\
\dot{\Omega} &= \frac{1}{na \sin I} \sin u f_2 \\
\dot{\omega} + \dot{M} &= n - \frac{e}{na} f_3 - \cos I \dot{\Omega}
\end{aligned}$$

NB: drag // $\nu \neq$ along-track

$$\begin{aligned}
f_t &= R_2(\kappa) f_H \\
R_2(\kappa) &= \frac{1}{\sqrt{1+e^2+2e\cos\nu}} \begin{pmatrix} 1+e\cos\nu & 0 & -e\sin\nu \\ 0 & \sqrt{1+e^2+2e\cos\nu} & 0 \\ e\sin\nu & 0 & 1+e\cos\nu \end{pmatrix} \\
\text{with } \tan \kappa &= \frac{e\sin\nu}{1+e\cos\nu}
\end{aligned}$$

Abbildung 5

Das heißt, man kann direkt auf Kepler Element integrieren, aber f muss man zuerst in t-frame transformieren.