

# 1 Bahnintegration

Da dünne Luft in LEO Bereich existiert, bremsen die Objekten sich langsam und sie werden am Ende auf die Erde fallen. Allerdings kommt dann die Frage: wie lang dauert dieser Prozess?

Gleichung 1 beschreibt die atmosphärische Widerstand des Objekts im Raum.  $A$  ist die Querschnittfläche entlang Geschwindigkeitsrichtung,  $m$  ist die Masse,  $\rho$  ist die Atmosphärendichte,  $\dot{\mathbf{r}}_a$  und  $\dot{\mathbf{r}}$  sind jeweils die Geschwindigkeit der Atmosphäre und Objekt.  $C_d$  beschreibt die Form des Objekts im Raum, typische Werte sind bspw. 1 für Kugel und ca. 2.5 für ISS(Internationale Raum Station).

$$\frac{\mathbf{f}_{atm}}{m} = -\frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot \frac{A}{m} \cdot (\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_a) \cdot |\dot{\mathbf{r}} - \dot{\mathbf{r}}_a| \quad (1)$$

Das bedeutet, bevor wir die Bahnintegration implementieren, müssen wir zunächst Raumobjekten bzw. Raumatmosphäre untersuchen.

## 1.1 Atmosphärische Eigenschaft im Raum

2 Atmosphäre Modelle sind untersucht nämlich Harris-Priester Modell (Harris & Priester 1963) und MSIS-E-00 (Picone et al. 2002). Bei Harris-Priester Modell ist die Atmosphärische Dichte nur von Höhe abhängen und MSIS-E-00 ist ein viel präziseres Modell, bei dem geographische Ort, Höhe und auch Zeit eine Rolle spielen.

Bei MSIS-E-00 Modell ist die Atmosphärische Dichte von mehr Parametern abhängig, bspw. ellipsoidische Höhe, Länge, Breite und Zeit. In Abbildung 1 sind die atmosphärische Dichte in der Höhe von 400 km um 0:00 und 12:00 UTC. Man sieht eine offensichtliche Tag-Nacht Phänomen zwischen 2 Bildern. Es wird angenommen, dass die Atmosphärische Dichte in eine bestimmte Höhe in Länge Zeit relativ konstant bleiben.

In Abbildung 2 wird die Differenzen zwischen beiden Modellen dargestellt. Die Dichte von Harris-Priester Modell sind größer als die von MSIS-E-00 Modell sowohl über Nordpol als auch über Äquator. Außerdem sinkt die Differenz zwischen beiden Modellen mit steigende Höhe.

In Praxis dauert die Bahnintegration ziemlich lang mit MSIS-E-00 Modell. Damit man die Zeit sparen und mehr Ergebnisse kriegen kann, verwendeten wir Harris-Priester Modell, obwohl MSIS-E-00 präziser ist.

## 1.2 Andere Vereinfachung

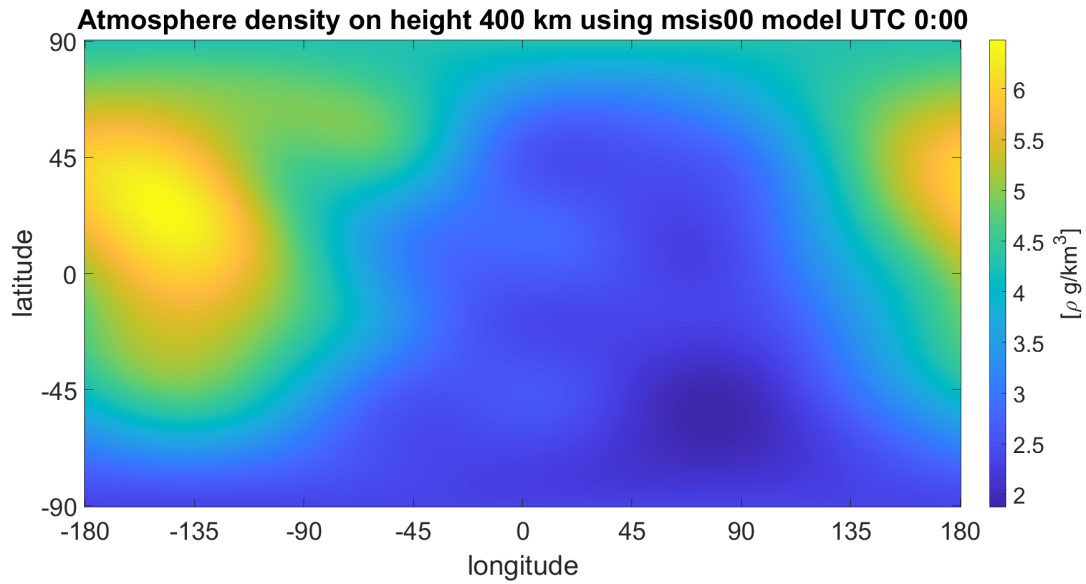
Satellitenbahnen werden mit numerische Integration mit folgende Differenziale Gleichung gelöst:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{r} \\ \dot{\mathbf{r}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ -\frac{GM}{r^3} \cdot \mathbf{r} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{f}}{m} \end{pmatrix} \quad (2)$$

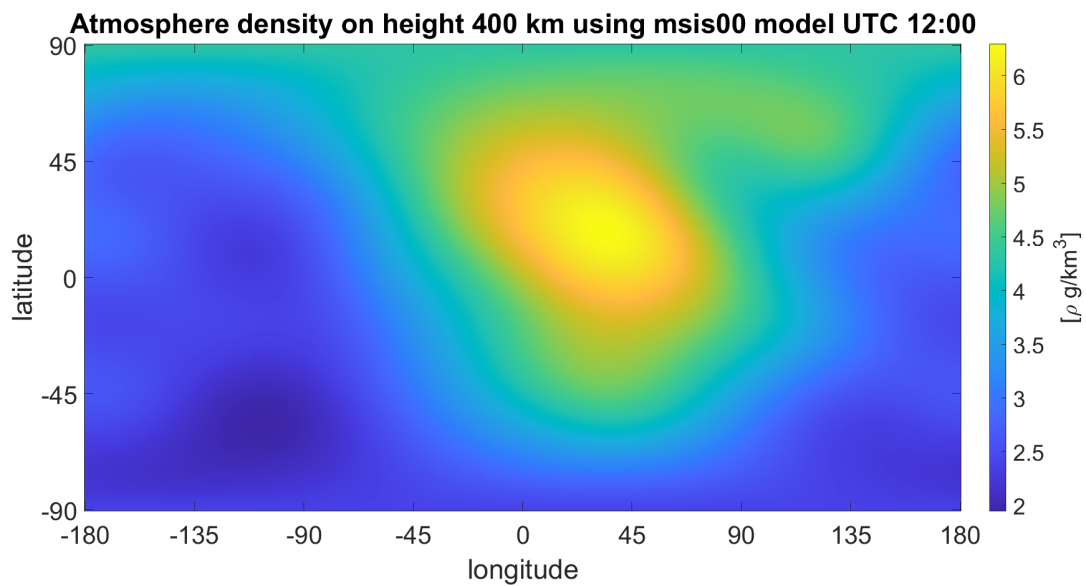
Die Störkraft  $\mathbf{f}$  enthält Luftwiderstand, Solardruck usw. Da wir uns in LEO Objekten interessieren, sorgen wir nur für die atmosphärische Widerstand. Die Erde getet als eine Kugel, daher ignoriert man die Einfluss von Erdeabplattung. Während ein Objekt um die Erde fliegt, variiert sich die Querabschnittsfläche entlang Flugrichtung wegen Kraftmoment, wir nehmen diesen Wert als einen Konstant. Die Atmosphäresgeschwindigkeit setzen wir 0, das bedeutet, es gibt keine relative Geschwindigkeit zwischen Atmosphäre in LEO Bereich und Erde. Da wir Harris-Priester Modell verwenden, hängt die Atmosphäresdichte nur von der ellipsoidische Höhe ab, und weil wir die Erde als eine Kugel betrachtet, berechnen wir die Höhe mit folgendem Formel statt die Transformation von Kepler Elements nach Länge, Breite und Höhe zu berechnen.

$$h = \|\mathbf{r}\| - R \quad (3)$$

$R$  ist die Erdradius. Unterschiedliche Objekten haben verschiedene  $C_d$  Werte, in der Simulation nehmen wir 2.5. Danach führen wir die numerische Integration mit Hilfe von ode113 Funktion in Matlab.

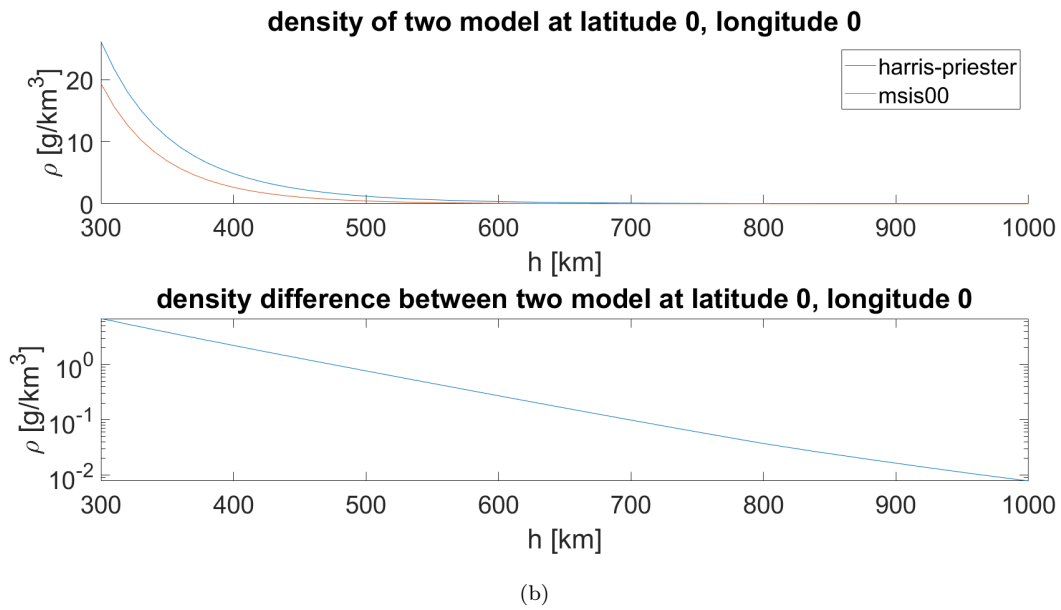
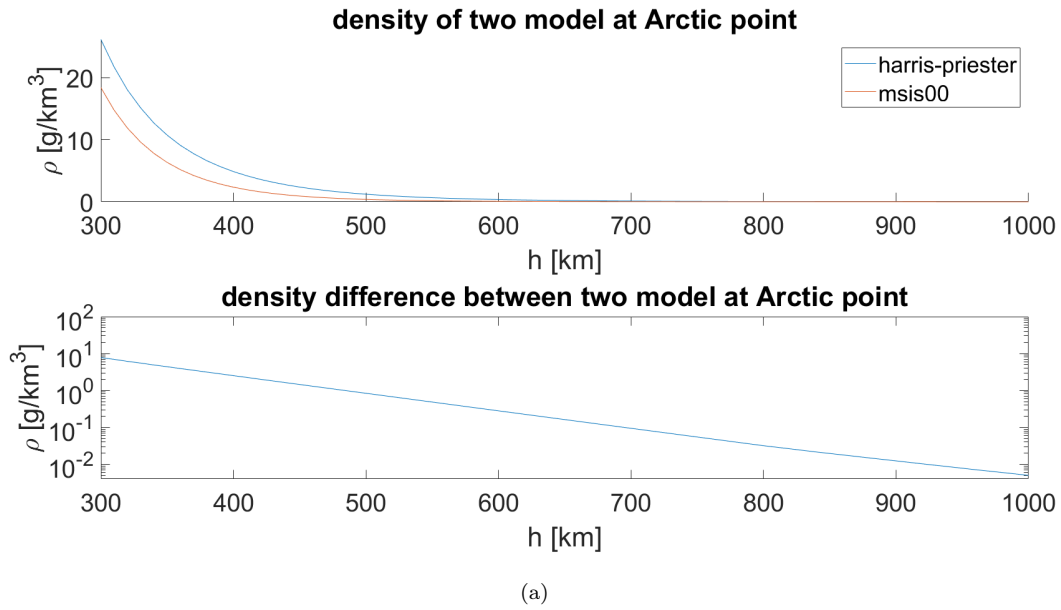


(a)



(b)

**Abbildung 1:** Atmosphärische Dichte 400 km über die Erde um 0:00 und 12:00 UTC



**Abbildung 2:** Differenzen zwischen 2 Atmosphärischen Modellen über Äquator und Nordpol

## **1.3 Integrationsergebnisse**

Unterschiedliche Anfangssituationen werden untersucht.

### **1.3.1 Kreisbahn**

## Literatur

- Harris, I. & Priester, W. (1963), Relation between theoretical and observational models of the upper atmosphere, Technical report.
- Picone, J., Hedin, A., Drob, D. P. & Aikin, A. (2002), ‘Nrlmsise-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues’, *Journal of Geophysical Research: Space Physics* **107**(A12), SIA–15.