

数值实验 1：菲涅耳积分

在直边附近的衍射光的强度由菲涅耳积分的值决定：

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt$$

和

$$S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi t^2}{2}\right) dt$$

本实验研究以下问题。建议在报告中展示想法和数字结果，并将代码放在附录中。

1. 使用复化中点、梯形、Simpson 求积公式和 Romberg 积分在不同步长 h 下计算 $C(5)$ 和 $S(5)$ 的近似值。尝试将误差描述为步长的函数，并比较不同方法的精度。可以将已有函数库的结果作为真实值，或者 h 很小时候的结果做为精确解。
2. 推导中点和梯形法的详细误差估计。并将误差估计的理论结果与计算结果进行比较。讨论，是否出现当步长达到一个值后，即使步长再缩小，精度也不会提高了？如果是，试分析理由。
3. 选择两种不同的数值积分方法来尝试绘制 $C(x)$ 和 $S(x)$ 的图像。并讨论相关的结果。结合物理背景讨论相关的结果。

截至时间：12 月 4 日