

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Ηλεκτρονικής και Υπολογιστών



Διπλωματική Εργασία

Αναγνώριση μη-γραμμικών συστημάτων μέσω ελέγχου προδιαγεγραμμένης απόκρισης

Ζήσης Κωνσταντίνος

Επιβλέπων Καθηγητής
Ροβιθάκης Γεώργιος

Θεσσαλονίκη, Μάιος 2018

To last minute panic, the best concentration pill ever invented.

Σύνοψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα της αναγνώρισης μη-γραμμικών χρονοαμετάβλητων δυναμικών συστημάτων συνεχούς χρόνου, σε ένα υποσύνολο του χώρου λειτουργίας τους. Η δυσκολία του εν λόγω προβλήματος οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στο πρόβλημα της ικανοποίησης της συνθήκης της *επιμένουσας διέγερσης*. Ενώ πολλές δημοσιευμένες εργασίες έχουν ασχοληθεί με το πρόβλημα της αναγνώρισης μη-γραμμικών συστημάτων, ελάχιστες είναι αυτές που ασχολούνται με την ικανοποίηση της συνθήκης της *επιμένουσας διέγερσης* εκ των προτέρων, το οποίο αποτελεί τον στόχο της παρούσας μελέτης.

Βάση αυτής της εργασίας αποτελεί η έρευνα των *Kurdila, Narcowich* και *Ward* [1], η οποία παρουσιάζει κάποιες απαραίτητες προϋποθέσεις για την ικανοποίηση της συνθήκης *επιμένουσας διέγερσης* για την κλάση των μαθηματικών μοντέλων *RBF*.

Απαραίτητα δομικά στοιχεία αυτής της εργασίας είναι αφενός τα *τεχνητά νευρωνικά δίκτυα RBF*, τα οποία λόγω των προσεγγιστικών τους ιδιοτήτων [2] αποτελούν ένα άριστο μαθηματικό μοντέλο για το πρόβλημα της τοπικής αναγνώρισης συναρτήσεων, και αφετέρου ο *έλεγχος προδιαγεγραμμένης απόκρισης* [3] ο οποίος μας επιτρέπει την παρακολούθηση μιας επιθυμητής τροχιάς ακόμα και υπό την πλήρη έλλειψη γνώσεων για το ελεγχόμενο σύστημα.

Συνδυάζοντας τα παραπάνω εργαλεία, παρουσιάζουμε ένα σχήμα αναγνώρισης το οποίο εξασφαλίζει την ικανοποίηση της συνθήκης της *επιμένουσας διέγερσης* και κατά συνέπεια την επιτυχή αναγνώριση της δυναμικής του άγνωστου συστήματος σε μια προκαθορισμένη περιοχή του χώρου λειτουργίας του δοθέντος συστήματος.

Τέλος, τόσο με την χρήση μαθηματικών επιχειρημάτων όπως οι συναρτήσεις *Lyapunov* αλλά όσο και με την χρήση προσομοιώσεων, αποδεικνύεται η ορθότητα της προαναφερθείσας μεθοδολογίας.

Abstract

The objective of this thesis is the problem of nonlinear, time invariant, continuous time system identification in a certain area of interest. The difficulty of the aftermentioned problem lies in the satisfaction of the *Persistency of Excitation* condition. While there are many studies on nonlinear system identification, only a few consider the a priori satisfaction of the *Persistency of Excitation* condition, which is the main goal of this study.

The results of *Kurdila, Narcowich* and *Ward* in [1] provide the necessary conditions for the satisfaction of the *Persistency of Excitation* when using *Radial Basis Function (RBF) Approximants*. This work provides the fundamental theoretical background for the development of the proposed identification scheme.

The basic components of this study consist of the *RBF Neural Networks*, which are an ideal mathematical model for universal nonlinear function approximation due to their approximation capabilities [2], as well as the *Prescribed Performance Control* methodology [3] which enables trajectory tracking even under complete lack of knowledge on the controlled system.

Based on the after mentioned results, we present an identification scheme capable of *a priori* guaranteeing the satisfaction of the *Persistency of Excitation* condition, thus achieving identification of the underlying nonlinear dynamics of the given system in a predefined area of interest.

Finally, using mathematical arguments such as *Lyapunov* stability theory as well as computer simulations of real world systems, we provide satisfactory results to demonstrate the effectiveness of the proposed scheme.

Ευχαριστίες

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Εισαγωγικές Έννοιες	1
1.1.1	Μαθηματικά Μοντέλα	1
1.1.2	Εκτίμηση Παραμέτρων	3
1.2	Εφαρμογές της Αναγνώρισης Συστημάτων	3
1.3	Ιστορική Αναδρομή	4
1.3.1	Αρχικές Προσπάθειες	5
1.3.2	Επιμένουσα Διέγερση για Μη-Γραμμικά Συστήματα	5
1.3.3	Πρόσφατη Βιβλιογραφία	6
1.4	Δομή της Διπλωματικής Εργασίας	6
2	(τίτλος κεφαλαίου 2)	7
2.1	(τίτλος ενότητας 2.1)	7
2.1.1	(τίτλος υποενότητας 2.1.1)	7
3	Βιβλιογραφία	8

Κατάλογος σχημάτων

Κατάλογος πινάκων

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Από την πρώτη της εμφάνισης του πάνω στη γη, ο άνθρωπος κυριαρχείται από μια εναγώνια προσπάθεια κατάκτησης γνώσεων. Ορίζοντας ως σύστημα κάθε αντικείμενο ή ομάδα αντικειμένων τις ιδιότητες των οποίων θέλουμε να μελετήσουμε, με τον όρο *αναγνώριση συστημάτων* αναφερόμαστε στην διαδικασία εξαγωγής ενός μαθηματικού μοντέλου του πραγματικού συστήματος με βάση πειραματικά δεδομένα.

Το πρόβλημα της αναγνώρισης συστημάτων απασχολεί την επιστημονική κοινότητα για πάνω από μισό αιώνα. Το βασικό κίνητρο είναι πως ένα "καλό" μοντέλο του πραγματικού συστήματος είναι απαραίτητο για μια πληθώρα εφαρμογών. Έτσι λοιπόν ο σχεδιασμός κατάλληλων πειραμάτων, η επιλογή μαθηματικών μοντέλων καθώς και η ανάπτυξη αλγορίθμων εκτίμησης παραμέτρων αποτελούν μέχρι και σήμερα πεδίο διαρκούς έρευνας.

1.1 Εισαγωγικές Έννοιες

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι η παρουσίαση των βασικών εννοιών της θεωρίας *Αναγνώρισης Συστημάτων*. Με αυτό τον τρόπο ελπίζουμε αφενός να γίνει πλήρως κατανοητός ο σκοπός της παρούσης εργασίας και αφετέρου να αποσαφηνισθούν οι διαφορές με άλλες κλασσικές μεθόδους αναγνώρισης συστημάτων.

1.1.1 Μαθηματικά Μοντέλα

Όπως είπαμε, το αποτέλεσμα της αναγνώρισης συστημάτων στα πλαίσια που την μελετάμε ονομάζεται *μοντέλο*. Υπάρχουν πολλές κατηγορίες μοντέλων όπως τα λεκτικά, μαθηματικά, φυσικά και άλλα, ωστόσο στα πλαίσια αυτής της εργασίας θα εργαστούμε με τα μαθηματικά μοντέλα συστημάτων.

Στην περίπτωση μας λοιπόν, ένα μοντέλο είναι μια μαθηματική σχέση μεταξύ μεταβλητών εισόδου και εξόδου που περιέχει ελεύθερες παραμέτρους. Παραδείγματα μαθηματικών μοντέλων αποτελούν οι συναρτήσεις μεταφοράς με μεταβλητά μηδενικά και πόλους, οι εξισώσεις κατάστασης με άγνωστους πίνακες καταστάσεων καθώς και οι παραμετροποιημένες μη-γραμμικές συναρτήσεις.

Για παράδειγμα, η παρακάτω διαφορική εξίσωση αποτελεί ένα απλό μαθηματικό μοντέλο:

$$\dot{x}(t) = -ax(t) + bu(t)$$

όπου οι μεταβλητές a και b είναι οι ελεύθεροι παράμετροι του μοντέλου. Η πολυπλοκότητα του επιλεγμένου μοντέλου θα πρέπει να εξυπηρετεί της απαιτήσεις της εκάστοτε εφαρμογής αναγνώρισης.

Λόγω της πληθώρας και της ιδιαιτερότητας των συστημάτων, έχουν προταθεί διάφορα μαθηματικά μοντέλα με χαρακτηριστικά που εξαρτώνται από τις ιδιότητες του προς μελέτη συστήματος. Παρακάτω αναφέρουμε κάποιες βασικές υποκατηγορίες μαθηματικών μοντέλων.

- **Ντετερμινιστικά - Στοχαστικά.** Ένα μοντέλο ονομάζεται ντετερμινιστικό, αν περιγράφεται από μια πλήρως προσδιορισμένη σχέση μεταξύ των μεταβλητών του. Αντιθέτως θα λέγεται στοχαστικό, αν εκφράζεται μέσω πιθανοθεωρίας.
- **Στατικά - Δυναμικά.** Εάν η σχέση (μοντέλο) που συνδέει τις μεταβλητές ενός συστήματος δεν εξαρτάται από παρελθοντικές τιμές των μεταβλητών θα λέμε ότι το σύστημα, άρα και το μοντέλο, είναι στατικό. Στην αντίθετη περίπτωση θα λέγεται δυναμικό. Ένα παράδειγμα στατικού συστήματος είναι αυτό που περιγράφεται από αλγεβρικές εξισώσεις, ενώ συνήθως τα δυναμικά συστήματα - μοντέλα περιγράφονται από διαφορικές εξισώσεις ή εξισώσεις διαφορών.
- **Συνεχούς - Διακριτού Χρόνου.** Η ιδιότητα αυτή ορίζει τον τρόπο με τον οποίο η μεταβλητή του χρόνου επιδρά στο μοντέλο. Διακριτού χρόνου ονομάζονται τα μοντέλα τα οποία εκφράζουν την σχέση που συνδέει τις μεταβλητές του συστήματος σε διακριτές χρονικές στιγμές. Εν αντιθέσει, τα συστήματα στα οποία ο χρόνος είναι συνεχής μεταβλητή ονομάζονται συστήματα συνεχούς χρόνου. Τα μοντέλα διακριτού χρόνου περιγράφονται συνήθως από εξισώσεις διαφορών ενώ τα συστήματα συνεχούς χρόνου από διαφορικές εξισώσεις.
- **Χρονομεταβλητά - Χρονοαμετάβλητα.** Χρονομεταβλητά ονομάζονται τα συστήματα (και τα μοντέλα συστημάτων) στα οποία οι εξισώσεις που περιγράφουν την λειτουργία του συστήματος έχουν άμεση εξάρτηση από τον χρόνο. Κατά συνέπεια, σε αυτά τα συστήματα είναι πιθανό η ίδια είσοδος σε διαφορετικές χρονικές στιγμές να οδηγήσει σε διαφορετική απόκριση του συστήματος. Έν αντιθέσει, χρονοαμετάβλητα είναι τα συστήματα στα οποία η εξάρτηση με τον χρόνο εκφράζεται μόνο έμμεσα μέσω των εσωτερικών καταστάσεων ή της συνάρτησης εισόδου του συστήματος.

Τα συστήματα που θα μελετήσουμε σε αυτή την εργασία περιγράφονται από μη-γραμμικές διαφορικές εξισώσεις όπου οι μη-γραμμικές συναρτήσεις που διέπουν την λειτουργία τους εξαρτώνται μόνο από τις καταστάσεις και την είσοδο ελέγχου. Με βάση την παραπάνω κατηγοριοποίηση λοιπόν, τα συστήματα (και τα αντίστοιχα μοντέλα) που μελετάμε είναι μη-γραμμικά, χρονοαμετάβλητα δυναμικά συστήματα συνεχούς χρόνου.

1.1.2 Εκτίμηση Παραμέτρων

Στην αναγνώριση συστημάτων, αφού επιλέξουμε ένα μαθηματικό μοντέλο με την ικανότητα να περιγράψει επαρκώς την λειτουργία του συστήματος, το επόμενο στάδιο είναι ο προσδιορισμός των ελεύθερων του παραμέτρων. Η διαδικασία αυτή στην βιβλιογραφία ονομάζεται *εκτίμηση παραμέτρων* (parameter estimation).

Σε αυτό το στάδιο, είναι απαραίτητος ο σχεδιασμός ενός πειράματος με σκοπό την συλλογή δεδομένων για το σύστημα που μελετάται. Στην συνέχεια, τα δεδομένα χρησιμοποιούνται από κάποιον αλγόριθμο με σκοπό τον προσδιορισμό των ελεύθερων παραμέτρων του μοντέλου που έχει επιλεχθεί. Η αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου εκτίμησης παραμέτρων είναι άμεση συνάρτηση των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν, συνεπώς απαιτείται προσοχή κατά τον σχεδιασμό του πειράματος συλλογής δεδομένων.

Διακρίνονται δύο μεγάλες οικογένειες αλγορίθμων εκτίμησης παραμέτρων:

- **Offline:** Οι *offline* αλγόριθμοι απαιτούν την εκ των προτέρων συλλογή δεδομένων για το διαθέσιμο σύστημα. Στην συνέχεια τα δεδομένα αυτά επεξεργάζονται από κάποιον αλγόριθμο εκτίμησης παραμέτρων με σκοπό την προσαρμογή ενός υποψηφίου μοντέλου του συστήματος. Το μεγάλο πλεονέκτημα των *offline* αλγορίθμων είναι το γεγονός ότι δεν υπάρχει φραγμός ως προς την υπολογιστική τους πολυπλοκότητα, συνεπώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν σύνθετοι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που καθιστούν εφικτή την προσαρμογή ακόμα και πολύ σύνθετων μοντέλων όπως τα *πολυεπίπεδα νευρωνικά δίκτυα* (Deep Neural Networks). Ένα κλασσικό παράδειγμα τέτοιου αλγορίθμου είναι η *Μέθοδος των Ελαχίστων Τετραγώνων*.
- **Online:** Αντίθετα με τους *offline* αλγορίθμους οι *online* αλγόριθμοι πραγματοποιούν εκτίμηση παραμέτρων σε πραγματικό χρόνο χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που συλλέγονται κατά την διάρκεια λειτουργίας του πραγματικού συστήματος. Το γεγονός αυτό επιβάλλει σε αυτούς τους αλγορίθμους να είναι υπολογιστικά απλοί, καθώς οι υπολογισμοί δεν μπορούν να διαρκούν περισσότερο από τον κύκλο λειτουργίας του συστήματος.

Ωστόσο, το πλεονέκτημα που προσφέρουν είναι ότι το μοντέλο είναι διαθέσιμο κατά την διάρκεια λειτουργίας του συστήματος, ιδιότητα που τους καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμους σε εφαρμογές όπως ο *προσαρμοστικός έλεγχος* (adaptive control) και η *διάγνωση βλαβών* (fault detection). Ένας κλασσικός *online* αλγόριθμος εκτίμησης παραμέτρων είναι η *Αναδρομική Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων*.

Για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας η μέθοδος εκτίμησης που θα αναπτυχθεί πρόκειται για μια *online* μέθοδο.

1.2 Εφαρμογές της Αναγνώρισης Συστημάτων

Σε αυτό το κεφάλαιο αναφέρουμε ενδεικτικά κάποιες από τις τυπικές εφαρμογές της Αναγνώρισης Συστημάτων.

- **Πρόβλεψη.** Η ιδέα είναι ότι αν καταλήξουμε σε μια πολύ καλή μαθηματική περιγραφή του συστήματος, τότε μπορούμε να το επιλύσουμε για μελλοντικές χρονικές στιγμές, προβλέποντας με τον τρόπο αυτό την απόκριση του πραγματικού

συστήματος σε κάποιο βάθος χρόνου που ονομάζεται χρονικός ορίζοντας (time horizon). Εδώ αξίζει να σημειωθεί πως η συγκεκριμένη εφαρμογή απαιτεί μοντέλα πολύ υψηλής ακρίβειας όσο ο χρονικός ορίζοντας μεγαλώνει.

- **Έλεγχος Συστημάτων.** Παρόλο που στην βιβλιογραφία υπάρχουν ελεγκτές που μπορούν να ελέγχουν συστήματα ακόμα και υπό την έλλειψη γνώσης του μοντέλου τους, η γνώση μιας μαθηματικής περιγραφής του συστήματος επιτρέπει την σχεδίαση πολύ πιο αποτελεσματικών ελεγκτών. Τα μοντέλα που απαιτούνται για τέτοιες εφαρμογές συνήθως είναι πιο απλά έτσι ώστε να είναι εύκολη η χρήση τους στον βρόγχο ελέγχου.
- **Εκτίμηση Καταστάσεων.** Υπάρχουν περιπτώσεις στην πράξη όπου δεν είναι διαθέσιμες προς μέτρηση όλες οι καταστάσεις ενός συστήματος, είτε λόγω κόστους, είτε λόγω έλλειψης αξιόπιστης μεθόδου μέτρησης τους. Σε αυτές τις περιπτώσεις, η ύπαρξη ενός μοντέλου του συστήματος μπορεί να οδηγήσει στην έμμεση μέτρηση ή διαφορετικά στην εκτίμηση των καταστάσεων. Η ποιότητα της εκτίμησης είναι άμεση συνάρτηση της ποιότητας του μοντέλου.
- **Προσομοίωση.** Είναι η αριθμητική επίλυση του μοντέλου. Χρησιμοποιείται σε κάθε πρόβλημα σχεδίασης ως μέσο εκτίμησης της απόδοσης του αναπτυσσόμενου συστήματος, στην εκπαίδευση των χειριστών του συστήματος, αλλά και στην υποβοήθηση του ελέγχου καλής λειτουργίας και στην λήψη αποφάσεων.
- **Βελτιστοποίηση.** Όλα τα μαθηματικά εργαλεία που εγγυώνται την βέλτιστη λειτουργία ενός συστήματος στηρίζονται στην ύπαρξη ενός μοντέλου. Επειδή η λύση που προσδιορίζεται είναι κάθε φορά βέλτιστη για το μαθηματικό μοντέλο του συστήματος, και όχι το ίδιο το σύστημα, είναι προφανές πως και η εγκυρότητα της λύσης για το πραγματικό σύστημα είναι ανάλογη της ποιότητας του μοντέλου του.
- **Διάγνωση Βλαβών.** Η κεντρική ιδέα της χρήσης αναλυτικών μοντέλων στην διάγνωση βλαβών είναι η εξής: Κατασκευάζουμε ένα μοντέλο ώστε να περιγράφει το σύστημα στην κατάσταση φυσιολογικής λειτουργίας του. Ομοίως κατασκευάζουμε μοντέλα για κάθε πιθανή βλάβη που μπορεί να υποστεί το σύστημα. Συγκρίνοντας τις εξόδους των μοντέλων με αυτή του πραγματικού συστήματος κατά την διάρκεια λειτουργίας του, μπορούμε να αποφανθούμε εάν πάσχει από κάποια από τις μοντελοποιημένες βλάβες.

1.3 Ιστορική Αναδρομή

Το πρόβλημα της *online* αναγνώρισης συστημάτων είναι ένα θέμα το οποίο έχει μελετηθεί εκτεταμένα στην βιβλιογραφία του Αυτομάτου Ελέγχου. Οι αρχικές προσπάθειες έγιναν πάνω στα γραμμικά συστήματα, και η συνήθης προσέγγιση ήταν διέγερση του εκάστοτε συστήματος από μια σειρά δοκιμαστικών εισόδων, καταγραφή της απόκρισης του συστήματος και στην συνέχεια προσαρμογή μοντέλων με χρήση διάφορων αλγορίθμων που είχαν αναπτυχθεί. Παρόλο που αρκετές τέτοιες προσπάθειες πέτυχαν κάποια αποτελέσματα, το πρόβλημα αυτής της μεθοδολογίας είναι ότι δεν διεγείρει το σύστημα με κάποιον συστηματικό τρόπο, με αποτέλεσμα σε πολλές περιπτώσεις να μην αναδεικνύεται ολόκληρη η δυναμική του συστήματος.

Περαιτέρω έρευνες μελέτησαν το πρόβλημα της επαρκούς διέγερσης συστημάτων και απέδειξαν πως οι ιδιότητες σύγκλισης και ευρωστίας των αλγορίθμων αναγνώρισης συστημάτων και ελέγχου συνδέονται με την ικανοποίηση μιας συνθήκης που στην βιβλιογραφία ονομάζεται *Συνθήκη Επιμένουσας Διέγερσης* [4]. Ενώ για την περίπτωση των γραμμικών συστημάτων βρέθηκε πως η συνθήκη της Επιμένουσας Διέγερσης σχετίζεται άμεσα με το συχνοτικό περιεχόμενο των σημάτων διέγερσης, στην περίπτωση της αναγνώρισης μη-γραμμικών συστημάτων δεν έχει σημειωθεί μεγάλη πρόοδος.

Παρακάτω ακολουθεί μια σύντομη ιστορική αναφορά στην πρόοδο που έχει σημειωθεί στον τομέα της αναγνώρισης των μη-γραμμικών συστημάτων, ενώ πιο λεπτομερείς περιγραφές για πολλά από τα αποτελέσματα και τις έννοιες που παρουσιάζονται θα δοθούν στα επόμενα κεφάλαια.

1.3.1 Αρχικές Προσπάθειες

Οι περισσότερες εργασίες που ασχολούνται με το πρόβλημα, μέχρι και σήμερα χρησιμοποιούν ως μοντέλα τα Νευρωνικά Δίκτυα που λόγω των προσεγγιστικών τους ιδιοτήτων είναι ιδανικά για προσέγγιση μη γραμμικών συναρτήσεων. Στην εργασία [5] οι συγγραφείς χρησιμοποιούν τα νευρωνικά δίκτυα για αναγνώριση και παρακολούθηση τροχιάς ενός ρομποτικού βραχίονα, μια εφαρμογή αναγνώρισης για αυτόματο έλεγχο. Το πρόβλημα εδώ είναι η άγνωστη αντίστροφη δυναμική του βραχίονα που είναι απαραίτητη για την αποσύμπλεξη των εισόδων ελέγχου. Η ιδέα αυτής της εργασίας είναι η χρήση ενός νευρωνικού δικτύου για την προσέγγιση της δυναμικής αυτής και η εκπαίδευση του μέσω της ελαχιστοποίησης των ροπών που παράγονται από έναν PID ελεγκτή κατά τον έλεγχο του συστήματος. Παρόλο που η εφαρμογή δεν απαιτεί την ακριβή εκμάθηση της άγνωστης δυναμικής, η απόδοση του σχήματος ελέγχου βελτιώθηκε σημαντικά μετά από τα πρώτα 30 λεπτά της εκμάθησης.

Άλλες σημαντικές εργασίες είναι αυτές των *Sanner* και *Slotine* [6] όπου παρουσιάστηκε ένας αναδρομικός αλγόριθμος για την αναγνώριση μη γραμμικών συστημάτων τόσο στην συνεχή όσο και στην διακριτή περίπτωση, καθώς και των *Lu* και *Basar* [7] όπου συγκρίνονται οι αρχιτεκτονικές δικτύων RBF (radial basis functions) και MFN (multilayer feedforward networks) καθώς και διάφοροι αλγόριθμοι εκμάθησης όπως η βαθμωτή κατάβαση (gradient descent), οι γενετικοί αλγόριθμοι καθώς και ο κλασσικός αλγόριθμος back-propagation. Και στις δυο αυτές εργασίες μελετώνται οι επιπτώσεις της συνθήκης της επιμένουσας διέγερσης. Στην εργασία [6] δίνεται μια συνθήκη ικανοποίησης της επιμένουσας διέγερσης εμπνευσμένη από την περίπτωση των διακριτών συστημάτων, ενώ στην εργασία [7] δείχνεται πως ανάλογα με τον αλγόριθμο και την αρχιτεκτονική αναγνώρισης που χρησιμοποιείται μπορεί η συνθήκη να έχει διαφορετικές προϋποθέσεις που πρέπει να πληρούνται.

1.3.2 Επιμένουσα Διέγερση για Μη-Γραμμικά Συστήματα

Το πρόβλημα της Επιμένουσας Διέγερσης για τις αρχιτεκτονικές δικτύων RBF μελετήθηκε συστηματικά στην εργασία [1]. Συγκεκριμένα, στην εργασία τους οι *Kurdila* *Narcowich* και *Fransis* απέδειξαν πως όταν το διάνυσμα οπισθοδρομιτών (regressor vector) αποτελείται από ακτινικές συναρτήσεις βάσης (Radial Basis Functions), τότε αρκεί η τροχιά του συστήματος να πληρεί μια συνθήκη εργοδικότητας. Με πιο απλά

λόγια, αυτό θα πεί πως όταν χρησιμοποιείται ένα νευρωνικό δίκτυο RBF ως το μαθηματικό μοντέλο περιγραφής του συστήματος, για να πληρείται η συνθήκη Επιμέρους Διέγερσης αρκεί η τροχιά να διέρχεται απ' όλα τα κέντρα των συναρτήσεων βάσης του δικτύου με έναν περιοδικό τρόπο.

Η ακριβής επίπτωση των επιπέδων διέγερσης στην σύγκλιση ενός αλγορίθμου μελετήθηκε για πρώτη φορά το 2011 στην εργασία [8], ενώ στην εργασία [9] δόθηκαν οι μαθηματικές σχέσεις που συνδέουν ποσοτικά τα επίπεδα διέγερσης a_1 και a_2 με την αρχιτεκτονική του εκάστοτε δικτύου RBF καθώς και τις ιδιότητες της περιοδικής τροχιάς του συστήματος κλειστού βρόγχου.

Καθώς η ικανοποίηση της ΣΕΔ είναι ένα πολύ σημαντικό κομμάτι για στην αναγνώριση συστημάτων, ένα μεγάλο κομμάτι των εργασιών που ασχολούνται με το πρόβλημα βασίστηκε στα αποτελέσματα της εργασίας [1]. Στις εργασίες [1 - 2] οι συγγραφείς προτείνουν αλγορίθμους αναγνώρισης διαφόρων ειδών συστημάτων όπως τα strict-feedback και pure-feedback, συστήματα σε κανονική μορφή, καθώς και περιπτώσεις συστημάτων με γνωστό κέρδος εισόδου. Όλες οι παραπάνω εργασίες είναι βασισμένες σε ένα κοινό αποτέλεσμα που είναι εμπνευσμένο από την εργασία [1], το οποίο ονομάζεται στην ξένη βιβλιογραφία Partial Peristancy of Excitation. Η ιδέα είναι πως στην περίπτωση που έχω μια τροχιά με περιοδικό χαρακτήρα, μπορώ να χρησιμοποιήσω ένα νευρωνικό δίκτυο RBF με ομοιόμορφα κατανομημένα κέντρα σε ένα σύνολο που να περιλαμβάνει την τροχιά αυτή. Παρόλο που δεν μπορώ να εξασφαλίσω την ΣΕΔ για την δυναμική του συστήματος σε ολόκληρο το σύνολο Ω , μπορώ να εγγυηθώ μερική σύγκλιση του δικτύου για τα κέντρα που βρίσκονται κοντά στην περιοδική τροχιά, επιτυγχάνοντας έτσι τοπική αναγνώριση του άγνωστου συστήματος.

Ενώ η παραπάνω μεθοδολογία είναι βάσιμη και έχει πετύχει κάποια πολύ σημαντικά αποτελέσματα στην βιβλιογραφία, διακρίνονται τα εξής μειονεκτήματα. Αρχικά η αναγνώριση δεν λαμβάνει χώρο σε ολόκληρο το σύνολο ενδιαφέροντος, παρά μόνο γύρω από μια κλειστή τροχιά. Κατά δεύτερον, ακόμα και σε αυτή την περίπτωση, επιτυγχάνεται αναγνώριση της δυναμικής του συστήματος κλειστού βρόγχου, και κατά συνέπεια τα αποτελέσματα είναι χρήσιμα κυρίως για εφαρμογές ελέγχου και είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθούν για εφαρμογές πρόβλεψης ή προσομοίωσης.

1.3.3 Πρόσφατη Βιβλιογραφία

1.4 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

Κεφάλαιο 2

(τίτλος κεφαλαίου 2)

2.1 (τίτλος ενότητας 2.1)

2.1.1 (τίτλος υποενότητας 2.1.1)

□

Κεφάλαιο 3

Βιβλιογραφία

- [1] AJ Kurdila, Francis J Narcowich, and Joseph D Ward. Persistency of excitation in identification using radial basis function approximants. *SIAM journal on control and optimization*, 33(2):625--642, 1995.
- [2] Jooyoung Park and Irwin W Sandberg. Universal approximation using radial-basis-function networks. *Neural computation*, 3(2):246--257, 1991.
- [3] Charalampos P Bechlioulis and George A Rovithakis. Robust adaptive control of feedback linearizable mimo nonlinear systems with prescribed performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(9):2090--2099, 2008.
- [4] Michael Green and John B Moore. Persistence of excitation in linear systems. In *American Control Conference, 1985*, pages 412--417. IEEE, 1985.
- [5] Hiroyuki Miyamoto, Mitsuo Kawato, Tohru Setoyama, and Ryoji Suzuki. Feedback-error-learning neural network for trajectory control of a robotic manipulator. *Neural networks*, 1(3):251--265, 1988.
- [6] Robert M Sanner and Jean-Jacques E Slotine. Stable recursive identification using radial basis function networks. In *American Control Conference, 1992*, pages 1829--1833. IEEE, 1992.
- [7] Songwu Lu and Tamer Basar. Robust nonlinear system identification using neural-network models. *IEEE Transactions on Neural networks*, 9(3):407--429, 1998.
- [8] Chengzhi Yuan and Cong Wang. Persistency of excitation and performance of deterministic learning. *Systems & Control Letters*, 60(12):952--959, 2011.
- [9] Tongjia Zheng and Cong Wang. Relationship between persistent excitation levels and rbf network structures, with application to performance analysis of deterministic learning. *IEEE transactions on cybernetics*, 47(10):3380--3392, 2017.