Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Ηλεκτρονικής και Υπολογιστών

Διπλωματική Εργασία

# Αναγνώριση μη-γραμμικών συστημάτων μέσω ελέγχου προδιαγεγραμμένης απόκρισης

*Ζήσης Κωνσταντίνος*

Επιβλέπων Καθηγητής
Ρoβιθάκης Γεώργιος

Θεσσαλονίκη, Μάιος 2018

*To last minute panic, the best concentration pill ever invented.*

# Σύνοψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθούμε με το πρόβλημα της αναγνώρισης μη-γραμμικών χρονοαμετάβλητων δυναμικών συστημάτων συνεχούς χρόνου, σε ένα υποσύνολο του χώρου λειτουργίας τους. Η δυσκολία του εν λόγω προβλήματος οφείλεται σε μεγάλο βαθμό στο πρόβλημα της ικανοποίησης της συνθήκης της *επιμένουσας διέγερσης*. Ενώ πολλές δημοσιευμένες εργασίες έχουν ασχοληθεί με το πρόβλημα της αναγνώρισης μη-γραμμικών συστημάτων, ελάχιστες είναι αυτές που ασχολούνται με την ικανοποίηση της συνθήκης της *επιμένουσας διέγερσης* εκ των προτέρων, το οποίο αποτελεί τον στόχο της παρούσας μελέτης.

Βάση αυτής της εργασίας αποτελεί η έρευνα των *Kurdila*, *Narcowich* και *Ward* [1], η οποία παρουσιάζει κάποιες απαραίτητες προϋποθέσεις για την ικανοποίηση της συνθήκης *επιμένουσας διέγερσης* για την κλάση των μαθηματικών μοντέλων *RBF*.

Απαραίτητα δομικά στοιχεία αυτής της εργασίας είναι αφενός τα *τεχνητά νευρωνικά δίκτυα RBF*, τα οποία λόγω των προσεγγιστικών τους ιδιοτήτων [2] αποτελούν ένα άριστο μαθηματικό μοντέλο για το πρόβλημα της τοπικής αναγνώρισης συναρτήσεων, και αφετέρου ο *έλεγχος προδιαγεγραμμένης απόκρισης* [3] ο οποίος μας επιτρέπει την παρακολούθηση μιας επιθυμητής τροχιάς ακόμα και υπό την πλήρη έλλειψη γνώσεων για το ελεγχόμενο σύστημα.

Συνδυάζοντας τα παραπάνω εργαλεία, παρουσιάζουμε ένα σχήμα αναγνώρισης το οποίο εξασφαλίζει την ικανοποίηση της συνθήκης της επιμένουσας διέγερσης και κατά συνέπεια την επιτυχή αναγνώριση της δυναμικής του άγνωστου συστήματος σε μια προκαθορισμένη περιοχή του χώρου λειτουργίας του δοθέντος συστήματος.

Τέλος, τόσο με την χρήση μαθηματικών επιχειρημάτων όπως οι συναρτήσεις *Lyapunov* αλλά όσο και με την χρήση προσομοιώσεων, αποδεικνύεται η ορθότητα της προαναφερθείσας μεθοδολογίας.

# Abstract


The objective of this thesis is the problem of nonlinear, time invariant, continuous time system identification in a certain area of interest. The difficulty of the aftermentioned problem lies in the satisfaction of the *Persistency of Excitation* condition. While there are many studies on nonlinear system identification, only a few consider the a priori satisfaction of the *Persistency of Excitation* condition, which is the main goal of this study.

The results of *Kurdila*, *Narcowich* and *Ward* in [1] provide the necessary conditions for the satisfaction of the *Persistency of Excitation* when using *Radial Basis Function (RBF) Approximants*. This work provides the fundamental theoretical background for the development of the proposed identification scheme.

The basic components of this study consist of the *RBF Neural Networks*, which are an ideal mathematical model for universal nonlinear function approximation due to their approximation capabilities [2], as well as the *Prescribed Performance Control* methodology [3] which enables trajectory tracking even under complete lack of knowledge on the controlled system.

Based on the after mentioned results, we present an identification scheme capable of *a priori* guaranteeing the satisfaction of the *Persistency of Excitation* condition, thus achieving identification of the underlying nonlinear dynamics of the given system in a predefined area of interest.

Finally, using mathematical arguments such as *Lyapunov* stability theory as well as computer simulations of real world systems, we provide satisfactory results to demonstrate the effectiveness of the proposed scheme.

# Ευχαριστίες

# Περιεχόμενα

# Κατάλογος σχημάτων

# Κατάλογος πινάκων

# Κεφάλαιο 1

# Εισαγωγή

Από την πρώτη της εμφάνισης του πάνω στη γη, ο άνθρωπος κυριαρχείται από μια εναγώνια προσπάθεια κατάκτησης γνώσεων. Ορίζοντας ώς σύστημα κάθε αντικείμενο ή ομάδα αντικειμένων τις ιδιότητες τον οποίων θέλουμε να μελετήσουμε, με τον όρο *αναγνώριση συστημάτων* αναφερόμαστε στην διαδικασία εξαγωγής ενός μαθηματικού μοντέλου του πραγματικού συστήματος με βάση πειραματικά δεδομένα.

Το πρόβλημα της αναγνώρισης συστημάτων απασχολεί την επιστημονική κοινότητα για πάνω από μισό αιώνα. Το βασικό κίνητρο είναι πως ένα "καλό" μοντέλο του πραγματικού συστήματος είναι απαραίτητο για μια πληθώρα εφαρμογών. Έτσι λοιπόν ο σχεδιασμός κατάλληλων πειραμάτων, η επιλογή μαθηματικών μοντέλων καθώς και η ανάπτυξη αλγορίθμων εκτίμησης παραμέτρων αποτελούν μέχρι και σήμερα πεδίο διαρκούς έρευνας.

## 1.1 Εισαγωγικές Έννοιες

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι η παρουσίαση των βασικών εννοιών της θεωρίας *Αναγνώρισης Συστημάτων*. Με αυτό τον τρόπο ελπίζουμε αφενός να γίνει πλήρως κατανοητός ο σκοπός της παρούσης εργασίας και αφετέρου να αποσαφηνισθούν οι διαφορές με άλλες κλασσικές μεθόδους αναγνώρισης συστημάτων.

### 1.1.1 Μαθηματικά Μοντέλα

Όπως είπαμε, το αποτέλεσμα της αναγνώρισης συστημάτων στα πλαίσια που την μελετάμε ονομάζεται *μοντέλο*. Υπάρχουν πολλές κατηγορίες μοντέλων όπως τα λεκτικά, μαθηματικά, φυσικά και άλλα, ωστόσο στα πλαίσια αυτής της εργασίας θα εργαστούμε με τα μαθηματικά μοντέλα συστημάτων.

Στην περίπτωση μας λοιπόν, ένα μοντέλο είναι μια μαθηματική σχέση μεταξύ μεταβλητών εισόδου και εξόδου που περιέχει ελεύθερες παραμέτρους. Παραδείγματα μαθηματικών μοντέλων αποτελούν οι συναρτήσεις μεταφοράς με μεταβλητά μηδενικά και πόλους, οι εξισώσεις κατάστασης με άγνωστους πίνακες καταστάσεων καθώς και οι παραμετροποιημένες μη-γραμμικές συναρτήσεις.

Για παράδειγμα, η παρακάτω διαφορική εξίσωση αποτελεί ένα απλό μαθηματικό μοντέλο:

$$\dot{x}(t) = -ax(t) + bu(t)$$

όπου οι μεταβλητές $a$ και $b$ είναι οι ελευθέροι παράμετροι του μοντέλου. Η πολυπλοκότητα του επιλεγμένου μοντέλου θα πρέπει να εξυπηρετεί της απαιτήσεις της εκάστοτε εφαρμογής αναγνώρισης.

Λόγω της πληθώρας και της ιδιαιτερότητας των συστημάτων, έχουν προταθεί διάφορα μαθηματικά μοντέλα με χαρακτηριστικά που εξαρτώνται από τις ιδιότητες του προς μελέτη συστήματος. Παρακάτω αναφέρουμε κάποιες βασικές υποκατηγορίες μαθηματικών μοντέλων.

- **Ντετερμινιστικά - Στοχαστικά.** Ένα μοντέλο ονομάζεται ντετερμινιστικό, αν περιγράφεται από μια πλήρως προσδιορισμένη σχέση μεταξύ των μεταβλητών του. Αντιθέτως θα λέγεται στοχαστικό, αν εκφράζεται μέσω πιθανοθεωρίας.
- **Στατικά - Δυναμικά.** Εάν η σχέση (μοντέλο) που συνδέει τις μεταβλητές ενός συστήματος δεν εξαρτάται από παρελθοντικές τιμές των μεταβλητών θα λέμε ότι το σύστημα, άρα και το μοντέλο, είναι στατικό. Στην αντίθετη περίπτωση θα λέγεται δυναμικό. Ένα παράδειγμα στατικού συστήματος είναι αυτό που περιγράφεται από αλγεβρικές εξισώσεις, ενώ συνήθως τα δυναμικά συστήματα - μοντέλα περιγράφονται από διαφορικές εξισώσεις ή εξισώσεις διαφορών.
- **Συνεχούς - Διακριτού Χρόνου.** Η ιδιότητα αυτή ορίζει τον τρόπο με τον οποίο η μεταβλητή του χρόνου επιδρά στο μοντέλο. Διακριτού χρόνου ονομάζονται τα μοντέλα τα οποία εκφράζουν την σχέση που συνδέει τις μεταβλητές του συστήματος σε διακριτές χρονικές στιγμές. Εν αντιθέσει, τα συστήματα στα οποία ο χρόνος είναι συνεχής μεταβλητή ονομάζονται συστήματα συνεχούς χρόνου. Τα μοντέλα διακριτού χρόνου περιγράφονται συνήθως από εξισώσεις διαφορών ενώ τα συστήματα συνεχούς χρόνου από διαφορικές εξισώσεις.
- **Χρονομεταβλητά - Χρονοαμετάβλητα.** Χρονομεταβλητά ονομάζονται τα συστήματα (και τα μοντέλα συστημάτων) στα οποία οι εξισώσεις που περιγράφουν την λειτουργιά του συστήματος έχουν άμεση εξάρτηση από τον χρόνο. Κατά συνέπεια, σε αυτά τα συστήματα είναι πιθανό η ίδια είσοδος σε διαφορετικές χρονικές στιγμές να οδηγήσει σε διαφορετική απόκριση του συστήματος. Έν αντιθέσει, χρονοαμετάβλητα είναι τα συστήματα στα οποία η εξάρτηση με τον χρόνο εκφράζεται μόνο έμμεσα μέσω των εσωτερικών καταστάσεων ή της συνάρτησης εισόδου του συστήματος.

Τα συστήματα που θα μελετήσουμε σε αυτή την εργασία περιγράφονται από μη-γραμμικές διαφορικές εξισώσεις όπου οι μη-γραμμικές συναρτήσεις που διέπουν την λειτουργία τους εξαρτώνται μόνο από τις καταστάσεις και την είσοδο ελέγχου. Με βάση την παραπάνω κατηγοριοποίηση λοιπόν, τα συστήματα (και τα αντίστοιχα μοντέλα) που μελετάμε είναι μη-γραμμικά, χρονοαμετάβλητα δυναμικά συστήματα συνεχούς χρόνου.

### 1.1.2 Εκτίμηση Παραμέτρων

Στην αναγνώριση συστημάτων, αφού επιλέξουμε ένα μαθηματικό μοντέλο με την ικανότητα να περιγράψει επαρκώς την λειτουργία του συστήματος, το επόμενο στάδιο είναι ο προσδιορισμός των ελεύθερων του παραμέτρων. Η διαδικασία αυτή στην βιβλιογραφία ονομάζεται *εκτίμηση παραμέτρων* (parameter estimation).

Σε αυτό το στάδιο, είναι απαραίτητος ο σχεδιασμός ενός πειράματος με σκοπό την συλλογή δεδομένων για το σύστημα που μελετάται. Στην συνέχεια, τα δεδομένα χρησιμοποιούνται από κάποιον αλγόριθμο με σκοπό τον προσδιορισμό των ελεύθερων παραμέτρων του μοντέλου που έχει επιλεχθεί. Η αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου εκτίμησης παραμέτρων είναι άμεση συνάρτηση των δεδομένων που θα χρησιμοποιηθούν, συνεπώς απαιτείται προσοχή κατά τον σχεδιασμό του πειράματος συλλογής δεδομένων.

Διακρίνονται δύο μεγάλες οικογένειες αλγορίθμων εκτίμησης παραμέτρων:

- **Offline:** Οι *offline* αλγόριθμοι απαιτούν την εκ των προτέρων συλλογή δεδομένων για διαθέσιμο σύστημα. Στην συνέχεια τα δεδομένα αυτά επεξεργάζονται από κάποιον αλγόριθμο εκτίμησης παραμέτρων με σκοπό την προσαρμογή ενός υποψηφίου μοντέλου του συστήματος. Το μεγάλο πλεονέκτημα των *pffline* αλγορίθμων είναι το γεγονός ότι δεν υπάρχει φραγμός ως προς την υπολογιστική τους πολυπλοκότητα, συνεπώς μπορούν να χρησιμοποιηθούν σύνθετοι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης που καθιστούν εφικτή την προσαρμογή ακόμα και πολύ σύνθετων μοντέλων όπως τα *πολυεπίπεδα νευρωνικά δίκτυα* (Deep Neural Networks). Ένα κλασσικό παράδειγμα τέτοιου αλγορίθμου είναι η *Μέθοδος των Ελαχίστων Τετραγώνων*.

- **Online:** Αντίθετα με τους *offline* αλγορίθμους οι *online* αλγόριθμοι πραγματοποιούν εκτίμηση παραμέτρων σε πραγματικό χρόνο χρησιμοποιώντας τα δεδομένα που συλλέγονται κατά την διάρκεια λειτουργίας του πραγματικού συστήματος. Το γεγονός αυτό επιβάλει σε αυτούς τους αλγορίθμους να είναι υπολογιστικά απλοί, καθώς οι υπολογισμοί δεν μπορούν να διαρκούν περισσότερο από τον κύκλο λειτουργίας του συστήματος.

  Ωστόσο, το πλεονέκτημα που προσφέρουν είναι ότι το μοντέλο είναι διαθέσιμο κατά την διάρκεια λειτουργίας του συστήματος, ιδιότητα που τους καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμους σε εφαρμογές όπως ο *προσαρμοστικός έλεγχος* (adaptive control) και η *διάγνωση βλαβών* (fault detection). Ένας κλασσικός *online* αλγόριθμος εκτίμησης παραμέτρων είναι η *Αναδρομική Μέθοδος Ελαχίστων Τετραγώνων*.

Για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας η μέθοδος εκτίμησης που θα αναπτυχθεί πρόκειται για μια *online* μέθοδο.

## 1.2 Εφαρμογές της Αναγνώρισης Συστημάτων

## 1.3 Διαδικασία Αναγνώρισης Συστημάτων

## 1.4 Σημαντική Βιβλιογραφία

## 1.5 Δομή της Διπλωματικής Εργασίας

### 1.5.1 (τίτλος υποενότητας 1.1.1)

# Κεφάλαιο 2

# (τίτλος κεφαλαίου 2)

## 2.1 (τίτλος ενότητας 2.1)

### 2.1.1 (τίτλος υποενότητας 2.1.1)

[]

# Κεφάλαιο 3

# Βιβλιογραφία


[1] AJ Kurdila, Francis J Narcowich, and Joseph D Ward. Persistency of excitation in identification using radial basis function approximants. *SIAM journal on control and optimization*, 33(2):625--642, 1995.

[2] Jooyoung Park and Irwin W Sandberg. Universal approximation using radial-basis-function networks. *Neural computation*, 3(2):246--257, 1991.

[3] Charalampos P Bechlioulis and George A Rovithakis. Robust adaptive control of feedback linearizable mimo nonlinear systems with prescribed performance. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(9):2090--2099, 2008.