

✦ 多机器人系统与控制：大作业

所有推导采用Word、Latex或Typora书写，最后转换成PDF形式。所有源码及源文件均需提交。另外需准备一个PPT总结大作业完成情况。

以下各题不必寻求通解，可根据情况自行对主要变量设定数值进行分析求解。

1. 设相机的位置坐标为 \mathbf{p}_c ，姿态角为 θ_c, ψ_c （见图1），相机焦距为 d_f ，相机视场为圆形光锥，视场角为 α 。被观测目标可用半径为 l_r 的球近似。可视的定义为：被观测目标完全出现在相机视场中，且被观测目标在相机成像平面上的投影为半径不小于 l_p 的圆形。试推导相机可视区域的数学描述（即当被观测目标的位置坐标 \mathbf{p}_r 处于什么范围时，目标相对于相机可视）。

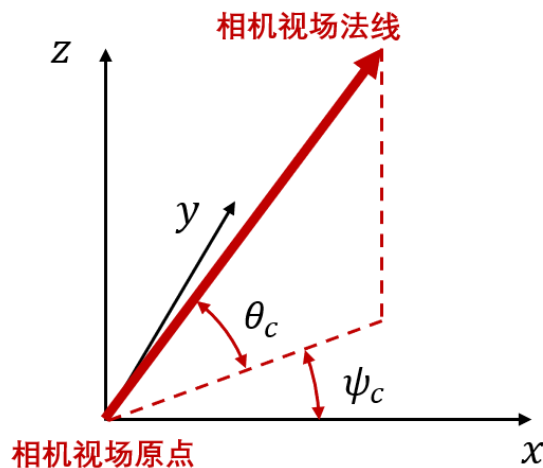


图1. 相机姿态角示意图

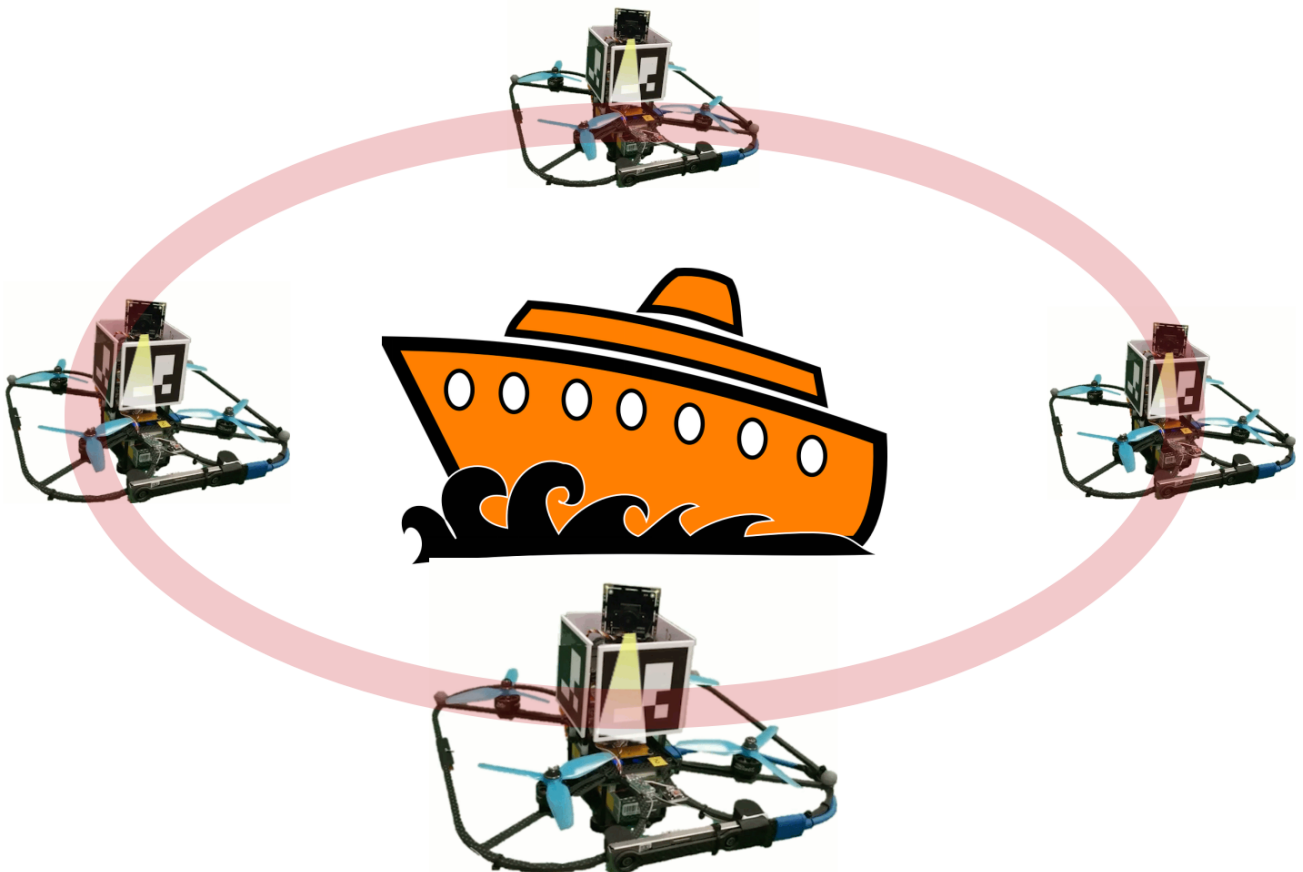


图2. 多机一致圆周飞行示意图

2.阅读多机器人拓扑保持相关文献[1,2],完成以下分析。设有4个机器人在同一高度等间距以半径 r ,角速度 ω_r 作一致性圆周飞行(见图2),机器人上有一单自由度相机,可绕着机器人 z 轴旋转(旋转的角度称为偏航角)。

(1)某一时刻四个机器人的位置如图3所示,实心圆点代表机器人位置,半透明扇形代表相应的相机视场覆盖范围。此时机器人1观测到了机器人2,2与3互相观测,机器人4观测到了3,被观测者的信息通过视觉传递给了观测者。我们认为该系统通过视觉构建了拓扑连通关系($2 \rightarrow 1, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 4$)。请画出该系统的视觉连通拓扑图(有向无权图),列出对应的拉普拉斯矩阵并计算其连通度(拉普拉斯矩阵次小特征值)。

(2)在问题(1)的基础上,考虑机器人之间可以传递观测结果,即视觉信息可在观测者与被观测者之间共享,(1)中的连通拓扑图变为无向无权图。请列出对应的拉普拉斯矩阵并计算其连通度(拉普拉斯矩阵次小特征值)。

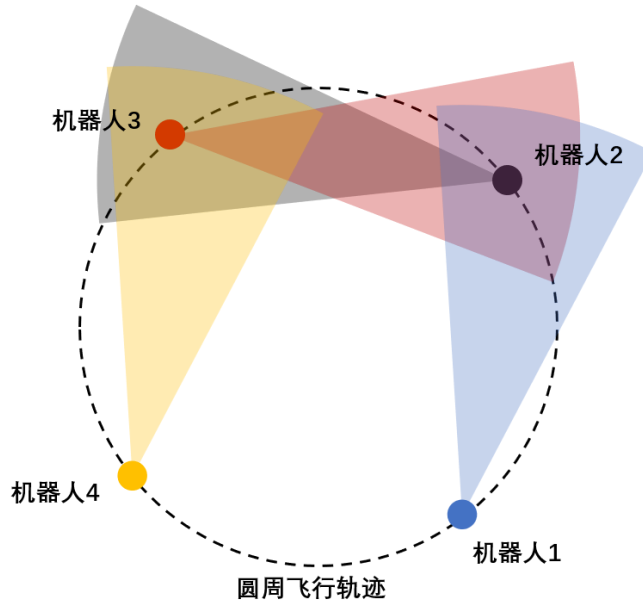


图3.某一时刻机器人的位置及视场图

(3)相机偏航角可行范围为 $\psi_c \in [-\psi_c^m, \psi_c^m](-\pi/2, \pi/2)$,相机视场角为 $\pi/2$,相机可视范围为 $[r/4, 2r]$ 。在该可行范围内,相机偏航角最大转速为 $\omega_{\psi_c}^m(\omega_{\psi_c}^m = 10\omega_r)$ 。当视野内存在多个目标时,机器人只可选择一目标进行观测。在(2)的基础上(无向有权图),请推导在一个运动周期($T = 2\pi/\omega_r$)内多机器人系统的最佳拓扑连通关系以及拉普拉斯矩阵及其连通度。(即求,在一个运动周期内,随着四个机器人的运动,该如何调度相机偏航角,使其构成的视觉连通拓扑的连通度最优)

注:可以考虑一个周期内的平均连通性,使其最优;也可考虑在某个单一时刻特定位置上的最优连通性,推导过程可适当忽略、改变一些条件(如忽略相机偏航角转速的限制)。言之有理即可。

3.编写可视化仿真环境,模拟上图所示主动视觉连接下的多机器人系统。同时假定系统还配置有10Hz通讯系统,可供机器人间进行状态交换。以下所有仿真均在此仿真环境中依照上述假定进行验证。

注:可挑选任意编程语言与仿真环境,需要体现上述多机器人随时间的位置变化、视场角变化、拓扑关系变化。可适当忽略、改变一些条件(如,可认为通讯无延迟)。言之有理即可。

4.在圆周飞行当中,若去除等间距飞行的要求,限定机器人飞行速度区间为 $[0, 2\omega_r r]$,加速度区间为 $[-g, g]$,且4个机器人的平均飞行速度应尽可能接近 $\omega_r r$,相机偏航角最大转速为 $\omega_{\psi_c}^m(\omega_{\psi_c}^m = 10\omega_r)$ 。

(1)在2、3的基础上,将观测质量纳入考虑,例如观测者与被观测者之间的距离会影响观测质量的好坏,在系统的连通拓扑中表现为两个节点之间的边从无权边变为受观测质量影响的有权边。试推导能够保证该无向有权图最佳拓扑连接的运动形式。

注:观测质量的影响因素及反映到权重上的影响效果均自行定义,言之有理即可。

(2)阅读多机器人拓扑保持相关文献[1,2]。在(1)的基础上,假定每一单体机器人可由一个单积分系统描述,编写可保障视觉拓扑连通的分布式控制算法。

(3)在(2)的基础上,若机器人变为双积分系统,编写可保障视觉拓扑连通的分布式控制算法,并将结果与(2)进行对比。

(4)在(3)的基础上,若圆周飞行变为椭圆飞行,试分析视觉系统最佳连通变化情况。

注:椭圆轨迹(长短轴比)可自行定义,分析结果请结合3中的可视化仿真环境展现,言之有理即可。

附加题：在上述任务完成基础上，每组可任选下列任务之一：

A1. 阅读文献[3]，在保持视觉连通的条件下，试设计仿射变换通过障碍环境，并证明系统连通保持特性或队形的控制稳定性等性质。

A2. 阅读文献[4]，试在仿真环境中复现论文的估计以及控制方法。对本系统而言，该方法有何问题，如何改进。如有改进，请尝试证明该方法的有效性。

A3. 阅读文献[5]，试在仿真环境中复现论文对时延以及有界控制的处理。对本系统而言，该方法有何问题，如何改进。如有改进，请尝试证明该方法的有效性。

A4. 阅读文献[6]，试在仿真环境中复现论文方法。对本系统而言，该方法有何问题，如何改进。如有改进，请尝试证明该方法的有效性。

A5. 阅读文献[7]，试在仿真环境中复现论文方法。对本系统而言，该方法有何问题，如何改进。如有改进，请尝试证明该方法的有效性。

A6. 阅读文献[8]，试在仿真环境中用文献[1,2]的方法实现障碍环境中的连通保持。请尝试在理论上证明该方法的有效性。

Reference

[1]: Sabattini, Lorenzo, Nikhil Chopra, and Cristian Secchi. “On Decentralized Connectivity Maintenance for Mobile Robotic Systems.” In *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, 988–993, 2011.

[2] Yang, P., R.A. Freeman, G.J. Gordon, K.M. Lynch, S.S. Srinivasa, and R. Sukthankar. “Decentralized Estimation and Control of Graph Connectivity for Mobile Sensor Networks.” *Automatica* 46, no. 2 (February 2010): 390–96.

[3] Zhao, Shiyu. “Affine Formation Maneuver Control of Multiagent Systems.” *IEEE Transactions on Automatic Control* 63, no. 12 (December 2018): 4140–55. <https://doi.org/10.1109/TAC.2018.2798805>.

[4] Gasparri, Andrea, Lorenzo Sabattini, and Giovanni Ulivi. “Bounded Control Law for Global Connectivity Maintenance in Cooperative Multirobot Systems.” *IEEE Transactions on Robotics* 33, no. 3 (June 2017): 700–717. <https://doi.org/10.1109/TRO.2017.2664883>.

[5] Yang, Yuan, Yang Shi, and Daniela Constantinescu. “Connectivity-Preserving Synchronization of Time-Delay Euler–Lagrange Networks With Bounded Actuation.” *IEEE Transactions on Cybernetics* 51, no. 7 (July 2021): 3469–82. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2019.2914403>.

[6] Zavlanos, Michael M., Magnus B. Egerstedt, and George J. Pappas. “Graph-Theoretic Connectivity Control of Mobile Robot Networks.” *Proceedings of the IEEE* 99, no. 9 (September 2011): 1525–40. <https://doi.org/10.1109/JPROC.2011.2157884>.

[7] Poonawala, Hasan A., and Mark W. Spong. “On Maintaining Visibility in Multi-Robot-Networks with Limited Field-of-View Sensors.” In *2017 American Control Conference (ACC)*, 4983–88, 2017. <https://doi.org/10.23919/ACC.2017.7963727>.

[8] Panagou, Dimitra, and Vijay Kumar. “Cooperative Visibility Maintenance for Leader–Follower Formations in Obstacle Environments.” *IEEE Transactions on Robotics* 30, no. 4 (August 2014): 831–44. <https://doi.org/10.1109/TRO.2014.2304774>.