

八皇后問題

如何在8x8的西洋棋棋盤上放置八個皇后，使任何一個皇后都無法直接吃掉其他皇后？
為了達到此目的，任兩個皇后都不能處於同一條橫行、縱行或斜線上。

$q = [1, 3, 2, 0]$

queen.py

資料結構

四皇后解答 $q = [1, 3, 0, 2]$ 代表

$x = [1, 3, 0, 2]$

$y = [0, 1, 2, 3]$ y 固定

def queen(n): # n 皇后主函數

$q = []$ # q 代表已經排下去的皇后，一開始還沒排，所以是空的

return queenNext(n, q) # 呼叫 queenNext 遞迴下去排出所有可能

思考：排到一半 $q = [1, 3]$ 繼續排下去

對 $[1, 3, 0, \dots]$, $[1, 3, 1, \dots]$, $[1, 3, 2, \dots]$, $[1, 3, 3, \dots]$ 全部試一遍

def queenNext(n, q): # 已經排好 $q[0..y2-1]$ ，繼續排下去 $[y2..n-1]$

$y2 = qlen = len(q)$

if $qlen == n$: # 全部排好了

print(q) # 印出盤面

return

還沒排滿，繼續排下去

for $x2$ in range(n): # 對本列的每一個 $x2$ 去嘗試

isConflict = False

for y in range(qlen): # 前面已經排下去的舊皇后，座標為 (x,y)

$x = q[y]$

if conflict(x,y,x2,y2): # 檢查新排的皇后(x2,y2)，和前面的有沒有衝突

isConflict = True

if not isConflict: # 如果沒有衝突，就繼續排下去

$q.append(x2)$ # 把 (x2,y2) 放進盤面

queenNext(n, q) # 繼續遞迴尋找下一個皇后位置

$q.pop()$ # 把 (x2,y2) 移出盤面

def conflict(x1,y1,x2,y2): # 判斷 (x1,y1), (x2,y2) 兩個位置有沒有衝突

if $x1 == x2$: return True

if $y1 == y2$: return True

if $x1 + y1 == x2 + y2$: return True

if $x1 - y1 == x2 - y2$: return True

return False

queen(4) # 列出四皇后的解答

queen(8) # 列出八皇后的解答

前置問題 - 排列

permutation.py

0, 0, 0
0, 0, 1
0, 0, 2
0, 1, 0
0, 1, 1

| | 0 | 1 | 2 | 3 | q | x |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | | Q | | | | |
| 1 | | | | Q | | |
| 2 | Q | | | | | |
| 3 | | | Q | | | |

```
def perm(n): # 主函數  $n=3$ , 有 0, 1, 2 可以排列  $0, 1, 2$   

    p = [] # p 代表已經排下去的, 一開始還沒排, 所以是空的  

    return permNext(n, p) # 呼叫 permNext 遞迴下去排出所有可能
```

思考: 排到一半 $p=[1,3]$ 繼續排下去

```
def permNext(n, p): # 已經排好  $p[0..i-1]$ , 繼續排下去  $[i..n-1]$   

    i = len(p)  

    if i == n: # 全部排好了  

        print(p) # 印出排列  

        return  

    # 還沒排滿, 繼續排下去  

    for x in range(n): # 對本列的每一個 x 去嘗試  

        p.append(x) # 把 x 放進盤面  

        permNext(n, p) # 繼續遞迴尋找下一個排列  

        p.pop() # 把 x 移出盤面
```

perm(2) # 列出 2 個的排列

perm(3) # 列出 3 個的排列

真值表

truthtable.py

• truth Table

```
def truthTable(n): # 列出 n 變數的所有可能 0,1 排列  

    p = [] # p 代表已經排下去的, 一開始還沒排, 所以是空的  

    return tableNext(n, p) # 呼叫 tableNext 遞迴下去排出所有可能
```

```
def tableNext(n, p):  

    i = len(p) # i 是下一個排列的位置  

    if i == n: # 全部排好了  

        print(p) # 印出排列  

        return # 返回上層  

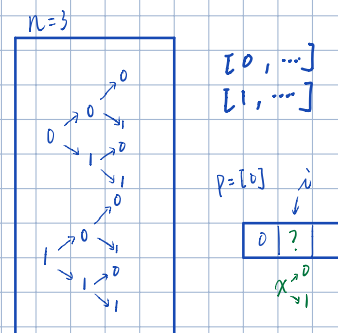
    for x in [0,1]: # x 是 0 或 1  

        p.append(x) # 把 x 放進表  

        tableNext(n, p) # 繼續遞迴尋找下一個排列  

        p.pop() # 把 x 移出表
```

$n=3$ $p=[]$ $x=0 \text{ or } 1$
 $tableNext(n, p)$



truthTable(2) # 印出 2 變數的真值表

truthTable(3) # 印出 3 變數的真值表

truthtable2.py 計算函數 f 的真值

```
def truthTable(n, f): # 列出 n 變數的所有可能 0,1 排列
```

```
p = [] # p 代表已經排下去的，一開始還沒排，所以是空的
return tableNext(n, p, f) # 呼叫 tableNext 遞迴下去排出所有可能
```

```
def tableNext(n, p, f):
    i = len(p) # i 是下一個排列的位置
    if i == n: # 全部排好了
        print(p, f(p)) # 印出排列
        return # 返回上層
    for x in [0,1]: # x 是 0 或 1
        p.append(x) # 把 x 放進表
        tableNext(n, p, f) # 繼續遞迴尋找下一個排列
        p.pop() # 把 x 移出表
```

```
def f(p): 函數 f()
    x,y,z = p
    return x or (y and z)
```

```
print('[x, y, z] f')
truthTable(3, f) # 印出 3 變數的真值表
```