作业本(第 1 册)

学院：信息科学与工程 专业：计算机科学与技术 班级：计203

学号：20002462 姓名：刘子言 任课教师：郭继明

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
·上海·

第一次作业

一、填空题

1. 设样本空间 $\Omega=\{x \mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$，事件 $A=\left\{x\left|\frac{1}{2}<x\leqslant 1\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|\frac{1}{4}\leqslant x<\frac{3}{2}\right.\right\}$，具体写出下列各事件：$A\overline{B}=$ $\{x \mid \frac{1}{4}\le x\le \frac{1}{2}$ 或 $1<x<\frac{3}{2}\}$，$A\cup B=$ ~~$\{x \mid x\le \ldots\}$~~ Ω，$\overline{A}B=$ ~~$\{x \mid 0\le x\le 2\}$~~ $\{x \mid \frac{1}{4}\le x<\frac{3}{2}\}$，$AB=$ $\{x \mid \frac{1}{2}<x\le 1\}$

2. 设 A、B、C 表示三个随机事件，试将下列事件用 A、B、C 表示出来．

(1) 事件 ABC 表示 A、B、C 都发生；

(2) 事件 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ 表示 A、B、C 都不发生；

(3) 事件 $\overline{ABC}$ 表示 A、B、C 不都发生；

(4) 事件 $A\cup B\cup C$ 表示 A、B、C 中至少有一件事件发生；

(5) 事件 ~~$\overline{A}\overline{B}\overline{C}+A\overline{B}\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\overline{B}C$~~ 或 $\overline{AB\cup BC\cup AC}$ 表示 A、B、C 中最多有一事件发生．
$\overline{A}\overline{B}\cup\overline{A}\overline{C}\cup\overline{B}\overline{C}$

3. 化简事件算式 $\overline{(A\cup B)}\cap(A-B)=$ $\varnothing$．

二、选择题

1. 设 $\Omega=\{1, 2, 3, \cdots, 10\}$，$A=\{2, 3, 5\}$，$B=\{3, 4, 5, 7\}$，$C=\{1, 3, 4, 7\}$，则事件 $\overline{A}-BC=$（ A ）． 1 4 6 7 8 9 10　~~1 3 4 5 7~~　3, 4, 7

(A) $\{1, 6, 8, 9, 10\}$；

(B) $\{2, 5\}$；

(C) $\{2, 6, 8, 9, 10\}$；

(D) $\{1, 2, 5, 6, 8, 9, 10\}$．

2. 对飞机进行两次射击，每次射一弹，设事件 A＝"恰有一弹击中飞机"，事件 B＝"至少有一弹击中飞机"，事件 C＝"两弹都击中飞机"，事件 D＝"两弹都没击中飞机"，又设随机变量 ξ 为击中飞机的次数，则下列事件中（ ~~D~~ ）不表示 $\{\xi=1\}$． C ~~D~~

(A) 事件 A；

(B) 事件 $B-C$；

(C) 事件 $B-\overline{C}$；

(D) 事件 $\overline{D}-C$．

3. 设 A、B 是两个事件，且 $A\neq\varnothing$，$B\neq\varnothing$，则 $(A+B)(\overline{A}+\overline{B})$ 表示（ ~~C~~ D ）

$A\overline{B}+\overline{A}B$

(A) 必然事件；

(B) 不可能事件；

(C) A 与 B 不能同时发生；

(D) A 与 B 中恰有一个发生．

三、计算题

1. 写出下列随机试验的样本空间，并把指定的事件表示为样本点的集合．

(1) 随机试验：考察某个班级的某次数学考试的平均成绩（以百分制记分，只取整数）．设事件 A 表示：平均得分在 80 分以上．

(2)的总体空间改为：$\Omega=\{3,4,5,\cdots,18\}$

$A=\{7,8,\cdots,17\}$，$B=\{3,4,5,6,7,8\}$

(2) 随机试验：同时掷三颗骰子，记录三颗骰子点数~~3和~~. 设事件 A 表示：第一颗掷得 5 点；设事件 B 表示：三颗骰子点数之和不超过 8 点.

(3) 随机试验：某篮球运动员投篮练习，直至投中十次，考虑累计投篮的次数. 设事件 A 表示：至多只要投 50 次.

解、(1) 样本空间：$\Omega_1=\{t\in Z \mid 0\le t\le 100\}$ 或写为：$\Omega=\{0,1,2,\cdots,100\}$

事件 $A=\{t\in Z \mid 80\le t\le 100\}$ $A=\{80,82,\cdots,100\}$

(2) 样本空间：$\Omega_2=\{(i,j,k)\mid i,j,k\in\{1,2,3,4,5,6\}\}$

事件 $A=\{(5,j,k)\mid j,k\in\{1,2,3,4,5,6\}\}$

事件 $B=\{(i,j,k)\mid i,j,k\in\{1,2,3,4,5,6\},\ i+j+k\le 8\}$，其中共16个样本点.

或表示为：$B=\{(1,1,1),(1,1,2),(1,1,3),(1,1,4),(1,1,5),(1,1,6),(1,2,2),(1,2,3),(1,2,4),(1,2,5),(1,3,3),(1,3,4),(2,2,2),(2,2,3),(2,2,4),(2,3,3)\}$

(3) 样本空间：$\Omega_3=\{t\in N_+ \mid t\ge 10\}$ 或写为：$\Omega=\{10,11,12,\cdots\}$

事件 $A=\{t\in N_+ \mid 10\le t\le 50\}$ $A=\{10,11,12,\cdots,150\}$

2. 某电视台招聘播音员，现有三位符合条件的女士和两位符合条件的男士前来应聘.

(1) 写出招聘男女播音员各一名的样本空间；

(2) 写出招聘两名播音员的样本空间. 设事件 A 表示“招聘到两名女士”，把该事件表示为样本点的集合. 设用 a_i 表示招聘第 i 位女士，$i=1,2,3$，用 b_j 表示招聘第 j 位男士，$j=1,2$.

解：(1) 样本空间 $\Omega_1=\{a_1b_1, a_1b_2, a_2b_1, a_2b_2, a_3b_1, a_3b_2\}$

(2) 样本空间 $\Omega_2=\{a_1a_2, a_1a_3, a_1b_1, a_1b_2, a_2a_3, a_2b_1, a_2b_2, a_3b_1, a_3b_2, b_1b_2\}$

事件 $A=\{a_1a_2, a_1a_3, a_2a_3\}$

3. 如果事件 A 与事件 B 互为对立事件，证明：事件 $\bar{A}$ 与事件 $\bar{B}$ 也互为对立事件.

解 证：∵ A, B 互为对立事件，$\begin{cases} I_A(w) + I_{\bar{A}}(w) = 1 \\ I_B(w) + I_{\bar{B}}(w) = 1 \end{cases}$

∴ $A = \bar{B}$ 且 $I_A(w) + I_B(w) = 1$ $\quad AB = \emptyset,\ A \cup B = \Omega$

∴ $\bar{A} = \bar{\bar{B}}$ 且 $I_{\bar{A}}(w) + I_{\bar{B}}(w) = 1$ $\quad \overline{A \cup B} = \emptyset,\ \bar{A}\bar{B} = \emptyset$

∴ $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 也互为对立事件.

4. 化简事件算式 $(AB) \cup (A\bar{B}) \cup (\bar{A}B) \cup (\bar{A}\bar{B})$.

解：$(AB) \cup (A\bar{B}) \cup (\bar{A}B) \cup (\bar{A}\bar{B})$

$= \cancel{A \cup B}\,[A(B \cup \bar{B})] \cup [\bar{A}(B \cup \bar{B})]$

$= A \cup \bar{A}$

$= \Omega$

5. 证明等式 $(A - AB) \cup B = \overline{\bar{A}\bar{B}}$.

证：右边 $= \overline{\bar{A}\bar{B}} = \bar{\bar{A}} \cup \bar{\bar{B}} = A \cup B$

左边 $= (A - AB) \cup B = \cancel{AA}(A\overline{AB}) \cup B = [A(\bar{A} \cup \bar{B})] \cup B$

$= A\bar{A} \cup A\bar{B} \cup B = A\bar{B} \cup B = A \cup B$.

∴ 右边 = 左边，等式成立.

6. 设 A、B 为两个事件，若 $AB = \bar{A} \cap \bar{B}$，问 A 和 B 有什么关系？

解：∵ $AB = \bar{A} \cap \bar{B}$

∴ $\cancel{AB = A}$ $\bar{A} \cap \bar{B} - AB = \emptyset$

$\bar{A}\bar{B} \cap \overline{AB} = \emptyset$

$\bar{A}\bar{B}(\bar{A} + \bar{B}) = \emptyset$

$\bar{A}\bar{B} + \bar{A}\bar{B} = \emptyset$

$\bar{A}\bar{B} = \emptyset$ $\quad$ ∴ $\bar{A}$ 与 $\bar{B}$ 互为对立事件

$\cancel{\overline{A \cup B} = \emptyset}$ $\quad$ A 与 B 也互为对立事件

第二次作业

$\frac{C_3^2 C_7^2}{C_{10}^4}$

一、填空题

1. 10个螺丝钉有3个是坏的，随机抽取4个，则恰好有两个是坏的的概率是 ~~[illegible]~~ $\frac{3}{10}$，4个全是好的的概率是 ~~[illegible]~~ $\frac{1}{6}$. $\frac{C_7^4}{C_{10}^4}$ $\frac{9}{C_{10}^4}$

2. 把12本书任意地放在书架上，则其中指定的4本书放在一起的概率是 $\frac{1}{55}$.

3. 袋中装有编号为1，2，…，n 的 n 个球，每次从中任意摸一球，若按照有放回方式摸球，则第 k 次摸球时，首次摸到1号球的概率为 $\frac{(n-1)^{k-1}}{n^k}$；若按照无放回方式摸球，则第 k 次摸球时，首次摸到1号球的概率为 $\frac{(n-1)!}{n!}=\frac{1}{n}$

$\frac{A_{n-1}^{k-1}}{A_n^k}$

二、选择题

1. 为了减少比赛场次，把20个球队任意分成两组(每组10队)进行比赛，则最强的两个队被分在不同组内的概率为(~~C~~) B $2\times\frac{C_{18}^9}{C_{20}^{10}}$

(A) $\frac{1}{2}$；(B) $\frac{10}{19}$；(C) $\frac{5}{19}$；(D) $\frac{1}{10}$.

2. 从一副扑克牌(52张)中任取4张，4张牌的花色各不相同的概率为(C).

$\frac{C_{13}^1\times C_{13}^1\times C_{13}^1 C_{13}^1}{C_{52}^4}$

(A) $\frac{1}{13}$；(B) $\frac{13}{C_{52}^4}$；

(C) $\frac{13^4}{C_{52}^4}$；(D) $\frac{13^4}{52\times51\times50\times49}$.

3. 进行一系列独立的实验，每次试验成功的概率为 p，则在第二次成功之前已经失败了3次的概率为(A).

(A) $4p^2(1-p)^3$；(B) $4p(1-p)^3$；(C) $10p^2(1-p)^3$；(D) $p^2(1-p)^3$.

$C_4^1\cdot p^2(1-p)^3$

三、计算题

1. 将长为 a 的细棒折成三段，求这三段能构成三角形的概率.

解：设三段中有两段长为 x,y，第三段长为 $a-x-y$.

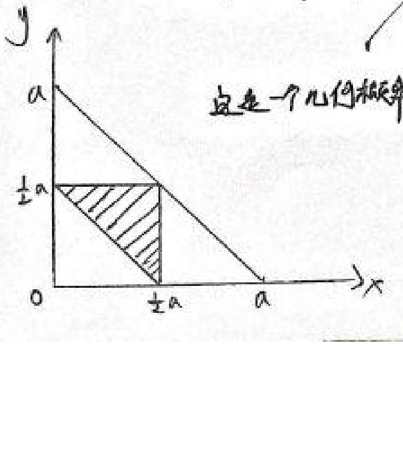
• 样本空间 $\Omega=\{(x,y)\mid 0<x<a,\ 0<y<a,\ x+y<a\}$

在 x-y 平面上是一个三角形，$S_\Omega=\frac{1}{2}a^2$

~~记事件 $A=\{(x,y)\mid 0<x<a, 0<y<a, x+y<a,$~~

• 记事件 A 为这三段能构成三角形，则充要条件为 $\begin{cases}x+y>a-x-y\\ x+a-x-y>y\\ y+a-x-y>x\end{cases}$ 三者同时成立.

如下图阴影部分所示：$\begin{cases}x<\frac{1}{2}a\\ y<\frac{1}{2}a\\ x+y>\frac{1}{2}a\end{cases}$



这是一个几何概率问题，由图可知，$P(A)=\frac{S_A}{S_\Omega}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}a\times\frac{1}{2}a}{\frac{1}{2}a^2}=\frac{1}{4}$

2. 同时掷五颗骰子，求下列事件的概率.

(1) A=“点数各不相同”；

(2) B=“至少出现两个 6 点 ”；

(3) C=“恰有两个点数相同”；

(4) D=“某两个点数相同，另三个同是另一个点数”.

解：(1). $P(A)=\dfrac{6!}{6^5}=\dfrac{5}{54}$

(2) $P(B)=1-P(\overbrace{\text{“只出现1个6点”}}^{\text{或不出现6点}})=1-\dfrac{C_5^1 5^4}{6^5}-\dfrac{5^5}{6^5}=\dfrac{763}{3888}$

(3). $P(C)=\dfrac{C_5^2C_6^1\cdot C_5^1\cdot C_4^1\cdot C_3^1}{6^5}=\dfrac{25}{54}$

(4). $P(D)=\dfrac{C_5^2C_6^1\cdot C_5^1}{6^5}=\dfrac{25}{648}$

3. 将 10 根绳的 20 个头任意两两相接，求事件 A={恰结成 10 个圈}的概率.

解：由题意，A的有利事件数仅为1，

~~相应的样本空间有 10! 个样本点、~~

$\cancel{\therefore P(A)=\dfrac{1}{10!}}$

相应的样本空间有 $19\times17\times15\times13\times11\times9\times7\times5\times3\times1=19!!$

$\therefore P(A)=\dfrac{1}{19!!}$

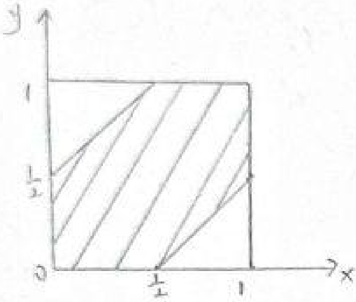
4. 在区间(0, 1)中随机地取两个数，求两数之差的绝对值小于$\frac{1}{2}$的概率.

解：设两个数为 x, y，样本空间 $\Omega=\{(x,y)\mid 0<x<1,\ 0<y<1\}$.

在 x-y 平面上是一个正方形，$S_\Omega=1$

记事件A为两数之差的绝对值小于$\frac{1}{2}$.

∴事件A发生的充要条件为：$|x-y|<\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-y<\frac{1}{2} \\ y-x<\frac{1}{2} \end{cases}$，如下图阴影部分所示.



这是一个几何概率问题，由图可知：

$$P(A)=\frac{S_A}{S_\Omega}=\frac{1-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2}{1}=\frac{3}{4}$$

5. 在正方形 $D=\{(x, y)\mid -1\leqslant x\leqslant 1,\ -1\leqslant y\leqslant 1\}$ 中任取一点，求使得关于 u 的方程 $u^2+xu+y=0$ 有(1) 两个实根的概率；(2) 两个正根的概率.

解：(1). $u^2+xu+y=0$ 有2个实根

∴ $\Delta=x^2-4y>0$

记事件A为方程有2个实根，以上为A发生的充要条件，由下图可得：

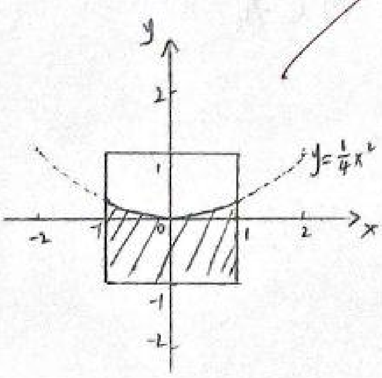
$$P(A)=\frac{S_A}{S_\Omega}=\frac{\int_{-1}^{1}(\frac{1}{4}x^2+1)dx}{2\times 2}=\frac{13}{24}$$

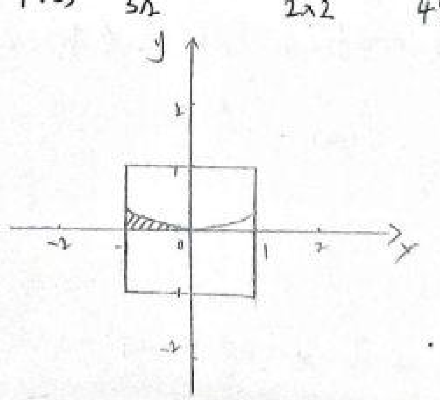
(2). $u^2+xu+y=0$ 有2个正根

∴ $\begin{cases} \Delta=x^2-4y>0 \\ -\frac{x}{2}>0 \\ y>0 \end{cases}$

记事件B为方程有2个正根，以上为B发生的充要条件，由下图可得：

$$P(B)=\frac{S_B}{S_\Omega}=\frac{\int_{-1}^{0}\frac{1}{4}x^2dx}{2\times 2}=\frac{1}{48}$$





6. n 个人随机地围绕圆桌就座，试问其中 A、B 两人的座位相邻的概率是多少？

解：样本空间有 $n-1$ 个样本点，当 $n=2$ 时，相邻概率为 1

记事件 D 为 A,B 两人的座位相邻，则有利事件数为 2 $(n\geq 3)$

$$\therefore \cancel{P(D) = \frac{2A_n^1}{A_n^n} = \frac{2}{(n-1)!}} \quad P(D) = \frac{2}{n-1} \quad (n\geq 3)$$

$$\therefore \text{最终 } P(D) = \begin{cases} \frac{2}{n-1} & n\geq 3 \\ 1 & n=2 \end{cases}$$

7. 一部五卷的选集，按任意顺序放在书架上，求：

(1) 各卷自左至右或者自右至左的卷号顺序恰为 1，2，3，4，5 的概率；

(2) 第一卷及第五卷分别在两端的概率；

(3) 第一卷及第五卷都不在两端的概率.

解：(1). 记此事件为 A，样本总数为 A_5^5，有利事件数为 2

$$\therefore P(A) = \frac{2}{A_5^5} = \frac{2}{5!} = \frac{1}{60}$$

(2). 记此事件为 B，样本总数为 A_5^5，有利事件数为 $A_3^3\times 2$

$$\therefore P(B) = \frac{A_3^3\times 2}{A_5^5} = \frac{1}{10}$$

(3). 记此事件为 C，样本总数为 A_5^5，C 的有利事件数为 $A_3^2\cdot A_3^3$

$$\therefore P(C) = \frac{A_3^2\cdot A_3^3}{A_5^5} = \frac{3}{10}$$

 本册已用红色订正完毕