作业本(第 2 册)

学院：信息科学与工程学院 专业：计算机科学与技术 班 级：计203

学号：20002462 姓名：刘子言 任课教师：郭继明

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
·上海·

第三次作业

一、填空题

1. 已知 $P(A)=0.7$, $P(A-B)=0.3$, $P(B)=0.6$, 则 $P(\overline{A}\,\overline{B})=$ 0.1 .

2. 设 A、B 是任意两个事件,则 $P\{(\overline{A}+B)(A+B)(\overline{A}+\overline{B})(A+\overline{B})\}=$ 0 .

3. 设事件 A、B 满足 $AB=\overline{A}\,\overline{B}$, 则 $P(A\cup B)=$ 1 , $P(AB)=$ 0 .

二、选择题

1. 从数列 1、2、⋯, n 中随机地取三个数 $(1<k<n)$, 则一个数小于 k, 一个数等于 k, 而一个数大于 k 的概率为(D).

$\frac{C_{k-1}^{1}\cdot C_{n-k}^{1}}{C_n^3}$

(A) $\frac{k-1}{n}$; (B) $\frac{(k-1)(n-k)}{n^2}$;

(C) $\frac{(k-1)(n-k)}{n(n-1)(n-2)}$; (D) $\frac{6(k-1)(n-k)}{n(n-1)(n-2)}$.

2. 箱子中装有 5 个白球和 6 个黑球,一次取出 3 只球,发现都是同一种颜色的,在此前提下得到的全是黑球的概率为(A).

(A) $\frac{2}{3}$; (B) $\frac{3}{11}$; (C) $\frac{6}{11}$; (D) $\frac{4}{33}$.

3. 设事件 A 与 B 互不相容,则(~~A~~ D).

(A) $P(\overline{A}\,\overline{B})=0$; (B) $P(AB)=P(A)P(B)$;

(C) $P(A)=1-P(B)$; (D) $P(\overline{A}\cup\overline{B})=1$.

三、计算题

1. 设 $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{2}$, 试就下列三种情况下分别求出 $P(\overline{A}B)$ 的值.

(1) A 与 B 互不相容;(2) $A\subset B$;(3) $P(AB)=\frac{1}{8}$.

解: $P(\overline{A}B)=P(\overline{A\cup\overline{B}})=1-P(A\cup\overline{B})$

(1) 已知 $P(AB)=0$

$\therefore P(A\overline{B})=P(A)$

$\therefore P(\overline{A}B)=1-P(A)-P(\overline{B})+P(A\overline{B})$

$=1-P(A)-(1-P(B))+P(A)$

$=P(B)=\frac{1}{2}$

(2) $\because A\subset B$

$\therefore P(A\overline{B})=P(A-B)=P(A)-P(A)=0$

$\therefore P(\overline{A}B)=1-P(A\cup\overline{B})$

$=1-P(A)-P(\overline{B})+P(A\overline{B})$

$=1-P(A)-(1-P(B))=P(B)-P(A)$

$=\frac{1}{6}$

(3) $P(A)=P(A(B\cup\overline{B}))$

$=P(AB\cup A\overline{B})=P(AB)+P(A\overline{B})$

$\therefore P(A\overline{B})=P(A)-P(AB)=\frac{1}{3}-\frac{1}{8}=\frac{5}{24}$

$\therefore P(\overline{A}B)=1-P(A\cup\overline{B})$

$=1-P(A)-(1-P(B))+P(A\overline{B})$

$=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{5}{24}$

$=\frac{3}{8}$

2. 已知10只晶体管中有两只是次品，在其中取两次，每次任取一只，做不放回抽样，求下列事件的概率.

(1) 两只都是正品；(2) 两只都是次品；(3) 一只是正品，一只是次品；(4) 第二次取出的是次品.

解：~~样本空间总数为 C_{10}^2~~，记事件A：第一次取出为正品；事件B：第二次取出为正品.

(1). $P(AB) = \cancel{\frac{C_8^2}{C_{10}^2}} = P(B|A) \times P(A) = \frac{7}{9} \times \frac{8}{10} = \frac{28}{45}$

(2). $P(\bar{A}\bar{B}) = \cancel{\frac{C_2^2}{C_{10}^2}} = P(\bar{B}|\bar{A}) \times P(\bar{A}) = \frac{1}{9} \times \frac{2}{10} = \frac{1}{45}$

(3) $P(A\bar{B} \cup \bar{A}B) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = P(\bar{B}|A) \cdot P(A) + P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = \frac{2}{9} \times \frac{8}{10} + \frac{8}{9} \times \frac{2}{10} = \frac{16}{45}$

(4). $P(\bar{B}) = P((A \cup \bar{A})\bar{B}) = P(A\bar{B} \cup \bar{A}\bar{B}) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{2}{9} \times \frac{8}{10} + \frac{1}{9} \times \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

3. 某旅行社100人中有43人会讲英语，35人会讲日语，32人会讲日语和英语，9人会讲法语、英语和日语，且每人至少会讲英语、日语、法语3种语言中的一种. 试求：(1) 此人会讲英语和日语，但不会讲法语的概率；(2) 此人只会讲法语的概率.

解：记事件A为此人会讲英语，B为此人会讲日语，C为此人会讲法语.

由题意：$P(A) = \frac{43}{100}$ $P(B) = \frac{35}{100}$ $P(AB) = \frac{32}{100}$ $P(ABC) = \frac{9}{100}$

$\cancel{P(A \cup B \cup C) = 1 - P}$ $P(C|\bar{A}\bar{B}) = P(A|\bar{B}\bar{C}) = P(B|\bar{A}\bar{C}) = 1$

(1). $P(AB\bar{C}) = P(AB - C) = P(AB) - P(ABC) = \frac{32}{100} - \frac{9}{100} = \frac{23}{100} = 0.23$

(2). $\cancel{P(C) = P(\bar{A}\bar{B}C) = P(\overline{A \cup B \cup C}) =}$

$P(\bar{A}\bar{B}C) = P(C|\bar{A}\bar{B}) \times P(\bar{A}\bar{B}) = 1 \times P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - (P(A) + P(B) - P(AB))$

$= 1 - (\frac{43}{100} + \frac{35}{100} - \frac{32}{100})$

$= \frac{27}{50} = 0.54$

4. 在空战中，甲机先向乙机开火，击落乙机的概率是 0.2；若乙机未被击落，就进行还击，击落甲机的概率是 0.3；若甲机未被击落，则再攻击乙机，击落乙机的概率是 0.4. 试求在这几个回合中，(1) 甲机被击落的概率；(2) 乙机被击落的概率.

解：~~设事件A：乙机第一次未被击落，事件B：乙机第一次未被击落，甲机被击落；~~

~~事件C：甲机也未被击落，第一次攻击乙机，乙机被击落 ∴P(A)=0.2~~

设事件A：乙机被第一次攻击击落；事件B：甲机被第一次攻击击落；事件C：乙机被第二次攻击击落.

∴ $P(A)=0.2$ $P(B|\bar{A})=0.3$ ~~$P(C)=0.4$~~ $P(C|\bar{A}\bar{B})=0.4$

(1). $P(\text{甲机被击落})=P(\bar{A}B)=P(B|\bar{A})\times P(\bar{A})=0.3\times(1-0.2)=0.24$

(2). $P(\text{乙机被击落})=P(A)+P(\bar{A}\bar{B}C)=P(A)+P(C|\bar{A}\bar{B})\times P(\bar{A}\bar{B})=P(A)+P(C|\bar{A}\bar{B})\times(P(\bar{A})-P(\bar{A}B))$

$=0.2+0.4\times(0.8-0.24)$

$=0.424$

5. 设 A、B 是两个随机事件，已知 $P(B)=\frac{1}{3}$，$P(A\mid B)=\frac{1}{4}$，$P(A\mid\bar{B})=\frac{1}{5}$，试求 $P(A)$.

解：$P(\bar{A}|\bar{B})=\frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})}=\frac{P(\bar{A}-B)}{P(\bar{B})}=\frac{P(\bar{A})-P(\bar{A}B)}{P(\bar{B})}=\frac{1}{4}$ ①

$P(\bar{A}|B)=\frac{P(\bar{A}B)}{P(B)}=\frac{1}{5}$ ②

$P(B)=\frac{1}{3}$ ③，$P(\bar{B})=\frac{2}{3}$ ④

由②③得 $P(\bar{A}B)=\frac{1}{15}$ ⑤，由①④⑤得 $P(\bar{A})=\frac{7}{30}$

∴ $P(A)=1-P(\bar{A})=\frac{23}{30}$

6. 从数字 1，2，3，…，9 中(可重复地)任取 n 次，求 n 次所取的数字的乘积能被 10 整除的概率.

解：由题意，记事件A：n次所取数中不含5，事件B：n次所取中没有2，4，6，8 中任何一个.

事件C：n次所取中的数字乘积能被10整除.

∴ $P(C)=P(\bar{A}\bar{B})=P(\overline{A\cup B})=1-P(A\cup B)=1-(P(A)+P(B)-P(AB))$

$=1-\left(\frac{8^n}{9^n}+\frac{5^n}{9^n}-\frac{4^n}{9^n}\right)=1-\frac{8^n+5^n-4^n}{9^n}$

$=\frac{9^n-8^n-5^n+4^n}{9^n}$

7. 某班 n 个战士各有一支归个人保管使用的枪，外形完全一样，在一次夜间紧急集合中，每人随机地取了一支枪，求至少有一人拿到自己枪的概率.

解：记事件 A_i：班上第 i 个战士拿到了自己的枪，事件 B：至少有一人拿到自己的枪

$P(A_i)=\frac{1}{n}$，$\sum_{i=1}^{n}P(A_i)=1$；

$P(A_iA_j)=\frac{1}{n(n-1)}$，$\sum_{1\le i<j\le n}P(A_iA_j)=C_n^2\cdot\frac{1}{n(n-1)}=\frac{1}{2!}$

…… 同理可得 $P(A_iA_jA_k)=\frac{(n-3)!}{n!}$，$\sum_{1\le i<j<k\le n}P(A_iA_jA_k)=C_n^3\cdot\frac{(n-3)!}{n!}=\frac{1}{3!}$

直到 $P(A_1A_2\cdots A_n)=\frac{1}{n!}$

$\therefore P(B)=P(\bigcup_{i=1}^{n}A_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)-\sum_{1\le i<j\le n}P(A_iA_j)+\cdots+(-1)^{n-1}P(\bigcap_{i=1}^{n}A_i)$

$=1-\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}-\cdots+(-1)^{n-1}\frac{1}{n!}$

$=1-e^{-1}$

第四次作业

一、填空题

1. 设事件 A, B 相互独立，且 $P(A)=0.2$, $P(B)=0.5$，则 $P(B\mid A\cup B)=$ $\frac{4}{9}$.

2. 设 A, B, C 两两独立，且 $ABC=\Phi$, $P(A)=P(B)=P(C)<\frac{1}{2}$, $P(A\cup B\cup C)=\frac{9}{16}$，则 $P(C)=$ $\frac{1}{4}=0.25$

3. 已知事件 A, B 的概率 $P(A)=0.4$, $P(B)=0.6$，且 $P(A\cup B)=0.8$，则 $P(A\mid B)=$ $\frac{1}{3}$，$P(B\mid A)=$ $\frac{1}{2}$. $P(AB)=0.2$

二、选择题

1. 设袋中有 a 只黑球，b 只白球，每次从中取出一球，取后不放回，从中取两次，则第二次取出黑球的概率为（ A ）；若已知第一次取到的球为黑球，那么第二次取到的球仍为黑球的概率为（ B ）.

(A) $\frac{a}{(a+b)}$；　　(B) $\frac{a-1}{a+b-1}$；

(C) $\frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)}$；　　(D) $\frac{a^2}{(a+b)^2}$.

2. 已知 $P(A)=0.7$, $P(B)=0.6$, $P(B\mid A)=0.6$，则下列结论正确的为（ B ）.

(A) A 与 B 互不相容；　　(B) A 与 B 独立；　$P(AB)=P(A)P(B)$.

(C) $A\supset B$；　　(D) $P(\bar{B}\mid A)=0.4$.

3. 对于任意两事件 A 和 B，则下列结论正确的是（ C ）.

(A) 若 $AB=\varnothing$，则 A, B 一定不独立；　　(B) 若 $AB\neq\varnothing$，则 A, B 一定独立；

(C) 若 $AB\neq\varnothing$，则 A, B 有可能独立；　　(D) 若 $AB=\varnothing$，则 A, B 一定独立.

三、计算题

1. 设有2台机床加工同样的零件，第一台机床出废品的概率为0.03，第二台机床出废品的概率为0.06，加工出来的零件混放在一起，并且已知第一台机床加工的零件比第二台机床多一倍.

(1) 求任取一个零件是废品的概率；

(2) 若任取的一个零件经检查后发现是废品，则它是第二台机床加工的概率是多少？

解：设事件A={任取一个零件，恰好是废品}，事件B_i={任取一个零件，是由第i台机床加工的}，i=1,2.

则已知：$P(A|B_1)=0.03$，$P(A|B_2)=0.06$，$P(B_1)=\frac{2}{3}$ $P(B_2)=\frac{1}{3}$

(1) 由全概率公式

$$P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)=\frac{2}{3}\times0.03+\frac{1}{3}\times0.06=0.04$$

(2) 由贝叶斯公式

$$P(B_2|A)=\frac{P(B_2)P(A|B_2)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{3}\times0.06}{0.04}=\frac{1}{2}$$

2. 三个元件串联的电路中，每个元件发生断电的概率依次为0.1、0.2、0.5，且各元件是否断电相互独立，求电路断电的概率是多少？

解：记事件A_i={元件i断电} i=1,2,3

事件B={电路断电}

$$P(B)=1-P(\bar{B})=1-P(\bar{A_1}\bar{A_2}\bar{A_3})$$

∵ 三个元件是否断电相互独立

$$\therefore P(\bar{A_1}\bar{A_2}\bar{A_3})=P(\bar{A_1})P(\bar{A_2})P(\bar{A_3})$$

$$\therefore P(B)=1-P(\bar{A_1})P(\bar{A_2})P(\bar{A_3})=1-(1-0.1)\times(1-0.2)\times(1-0.5)=0.64$$

3. 有甲、乙、丙三个盒子,其中分别有一个白球和两个黑球、一个黑球和两个白球、三个白球和三个黑球.掷一枚骰子,若出现1、2、3点则选甲盒,若出现4点则选乙盒,否则选丙盒,然后从所选的盒子中任取一球.求:

(1) 取出的球是白球的概率;

(2) 当取出的球为白球时,此球来自甲盒的概率.

解:设事件A={任取一个球,是白球},事件B_1={任取一个球,来自甲盒},B_2={任取一球,来自乙盒},

B_3={任取一球,来自丙盒},则已知:$P(B_1)=\frac{1}{2}$ $P(B_2)=\frac{1}{6}$ $P(B_3)=\frac{1}{3}$

$P(A|B_1)=\frac{1}{3}$, $P(A|B_2)=\frac{2}{3}$, $P(A|B_3)=\frac{1}{2}$

(1) 由全概率公式:

$$P(A)=P(B_1)P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+P(B_3)P(A|B_3)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{9}$$

(2) 由贝叶斯公式:

$$P(B_1|A)=\frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}}{\frac{4}{9}}=\frac{3}{8}$$

4. 某人忘记了电话号码的最后一个数字,因而随机地拨号,求他拨号不超过三次而接通所需电话的概率是多少.如果已知最后一个数字是奇数,那么此概率是多少?

解:记事件A_i={拨号第i次接通所需电话} i=1,2,3,…,10.

事件B={拨号不超过3次而接通所需电话}

$$P(B)=P(A_1)+P(\bar{A}_1A_2)+P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)$$
$$=\frac{1}{10}+\frac{9}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}=\frac{3}{10}$$

若已知最后一个数字是奇数,则i=1,2,3,4,5.

$$P(B)=P(A_1)+P(\bar{A}_1A_2)+P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)$$
$$=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{5}$$

5. 设三个工厂生产的一种产品，次品率分别为 0.1、0.15 和 0.2，这三个工厂的这种产品在市场的占有率分别为 0.5、0.4 和 0.1，现在从市场中任意抽取一件这种产品，经检验后发现它是次品，求这件产品分别是这三家工厂生产的概率，并判断它最有可能是由哪家工厂生产的.

解：记事件 A={任取一件这种产品，是次品}，B_i={任取一件产品，是由工厂 i 生产的}，$i=1,2,3$.

则已知 $P(B_1)=0.5$，$P(B_2)=0.4$，$P(B_3)=0.1$，$P(A|B_1)=0.1$，$P(A|B_2)=0.15$，$P(A|B_3)=0.2$

则 $P(A)=P(B_1)\cdot P(A|B_1)+P(B_2)P(A|B_2)+P(B_3)P(A|B_3)=0.5\times0.1+0.4\times0.15+0.1\times0.2=0.13$

由第1个工厂生产的概率：$P(B_1|A)=\dfrac{P(B_1)\cdot P(A|B_1)}{P(A)}=\dfrac{0.5\times0.1}{0.13}=\dfrac{5}{13}$

由第2个工厂生产的概率：$P(B_2|A)=\dfrac{P(B_2)\cdot P(A|B_2)}{P(A)}=\dfrac{0.4\times0.15}{0.13}=\dfrac{6}{13}$

由第3个工厂生产的概率：$P(B_3|A)=\dfrac{P(B_3)\cdot P(A|B_3)}{P(A)}=\dfrac{0.1\times0.2}{0.13}=\dfrac{2}{13}$

∴由此可见，它最有可能是由第2家工厂生产的

6. 三个人同时射击树上的一只鸟，设他们各自射中的概率分别为 0.5、0.6、0.7. 若无人射中的鸟不会坠地，只有一人射中的鸟坠地的概率为 0.2，两人射中的鸟坠地的概率为 0.6，三人射中的鸟一定坠地. 三人同时向鸟射击一次，求鸟坠地的概率.

解：记事件 A_i={第 i 个人射中了鸟}，$i=1,2,3$，且 A_1,A_2,A_3 三个事件相互独立

事件 B_i={有 i 个人射中了鸟}，$i=0,1,2,3$

事件 C={鸟坠地}

$$\begin{aligned}
\therefore P(C) &= 0.2P(B_1)+0.6P(B_2)+P(B_3)\\
&= 0.2P(A_1\bar{A}_2\bar{A}_3+\bar{A}_1A_2\bar{A}_3+\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)+0.6P(A_1A_2\bar{A}_3+A_1\bar{A}_2A_3+\bar{A}_1A_2A_3)+P(A_1A_2A_3)\\
&= 0.2\left(P(A_1\bar{A}_2\bar{A}_3)+P(\bar{A}_1A_2\bar{A}_3)+P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)\right)+0.6\left(P(A_1A_2\bar{A}_3)+P(A_1\bar{A}_2A_3)+P(\bar{A}_1A_2A_3)\right)\\
&\quad +P(A_1A_2A_3)\\
&= 0.2\times(0.5\times0.4\times0.3+0.5\times0.6\times0.3+0.5\times0.4\times0.7)+0.6\times(0.5\times0.6\times0.3+0.5\times0.4\times0.7+0.5\times0.6\times0.7)\\
&\quad +0.5\times0.6\times0.7\\
&= 0.058+0.264+0.21=0.532
\end{aligned}$$