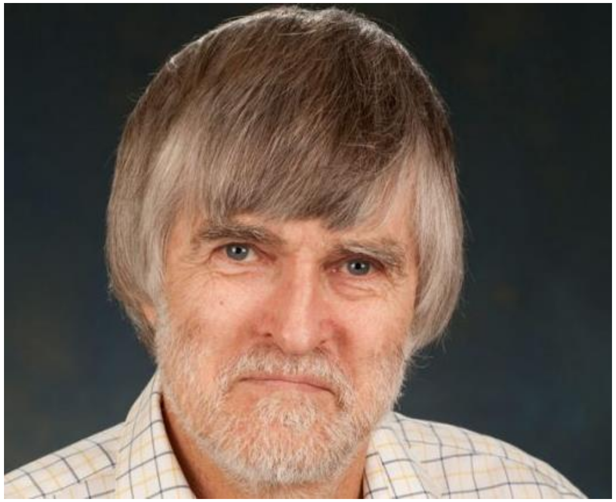
RacLab

Introduction to Drift Diffusion Model

Yang Ziyang

2025.05.28

Introduction



Roger Ratcliff

HDDM

Hierarchical bayesian parameter estimation of the **D**rift **D**iffusion **M**odel

Introduction

兰园

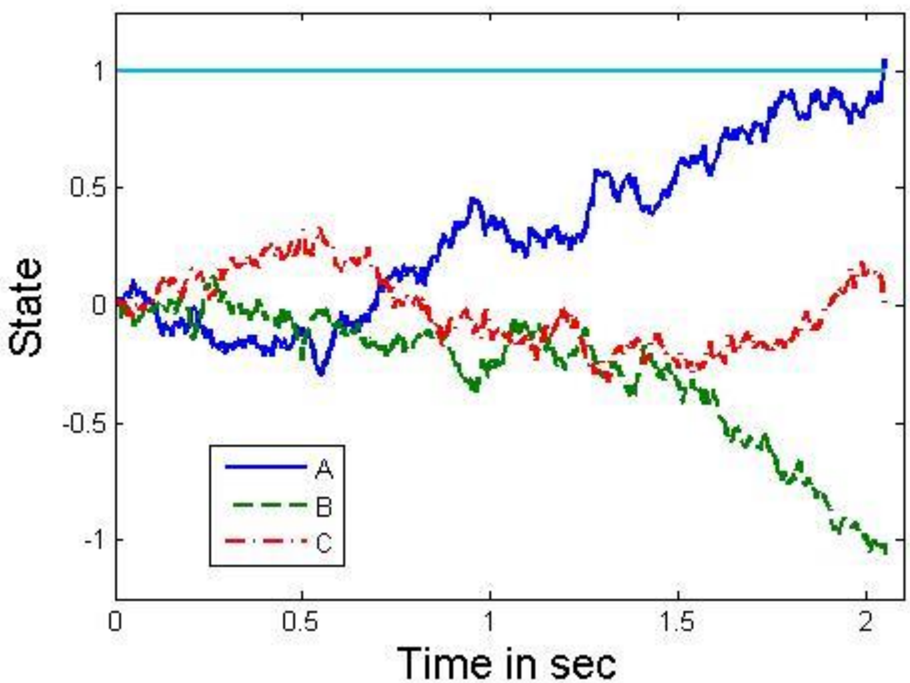
- 清淡
- 能喝汤
- 价格便宜

梅园

- 有辣椒
- 能吃手工面
- 价格略贵

- 已经吃了一个星期兰园了，我想换换口味
- 刚发了生活费，我想去奢侈一把
- 我想吃兰园，但今天大家都想吃梅园

Decision field theory (DFT)



Comparison = Accumulation

Satisfied = Threshold

Introduction

drift & diffusion processing

Drift 漂移

漂移指具有方向偏向性的运动过程

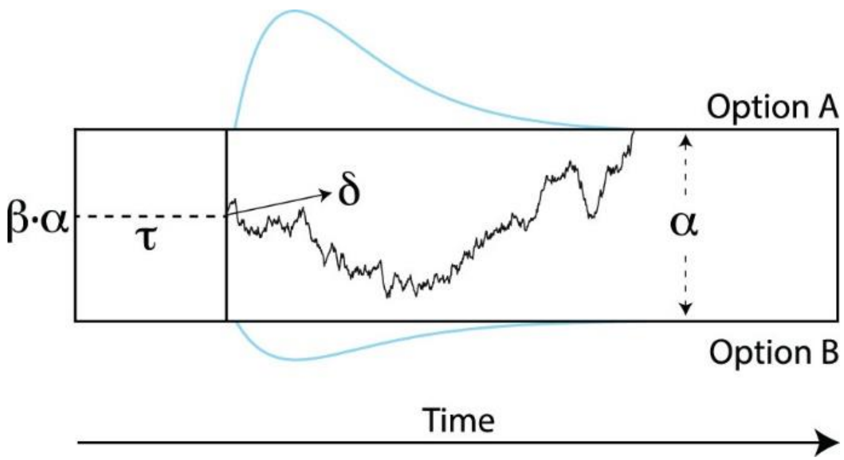
Preference 偏好

Diffusion 扩散

扩散指没有方向的随机扩散运动过程

Uncertainty 不确定性

Introduction

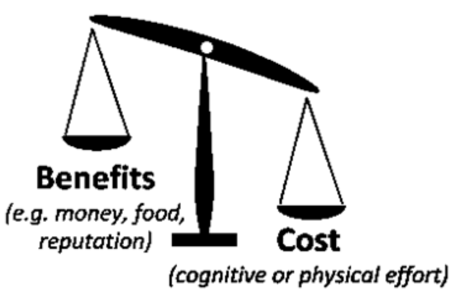


(Johnson et al., 2017)

我喜欢兰园(偏好→**漂移**)

扩散：

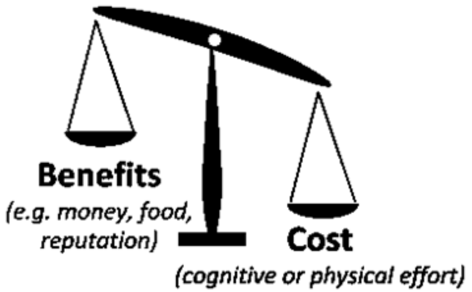
- 已经吃了一个星期兰园了，我想换换口味
- 刚发了生活费，我想去奢侈一把
- 我想吃兰园，但今天大家都想吃梅园

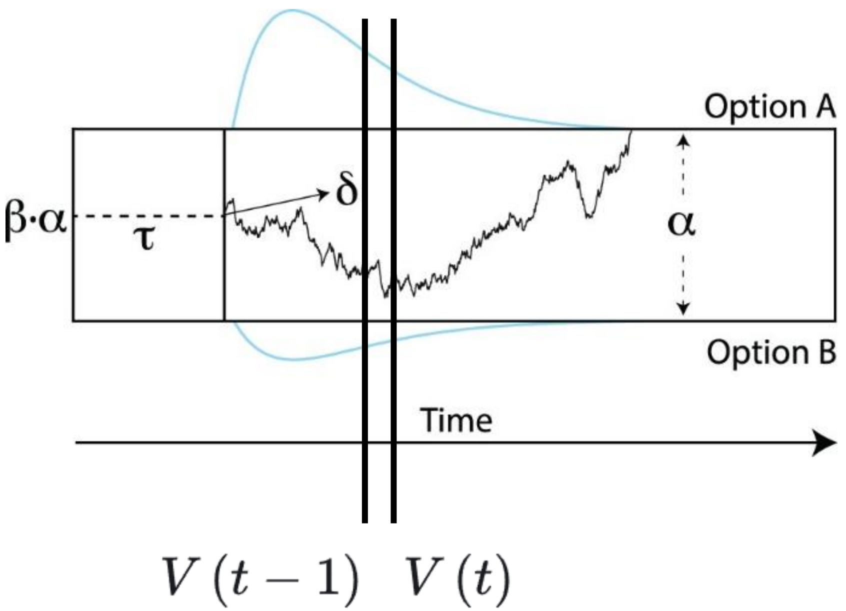


value-based decision

通过数学(建模)形式来表现人们在决策时心理动态变化的过程，即如何在两个选项中"纠结"的做出选择

Introduction





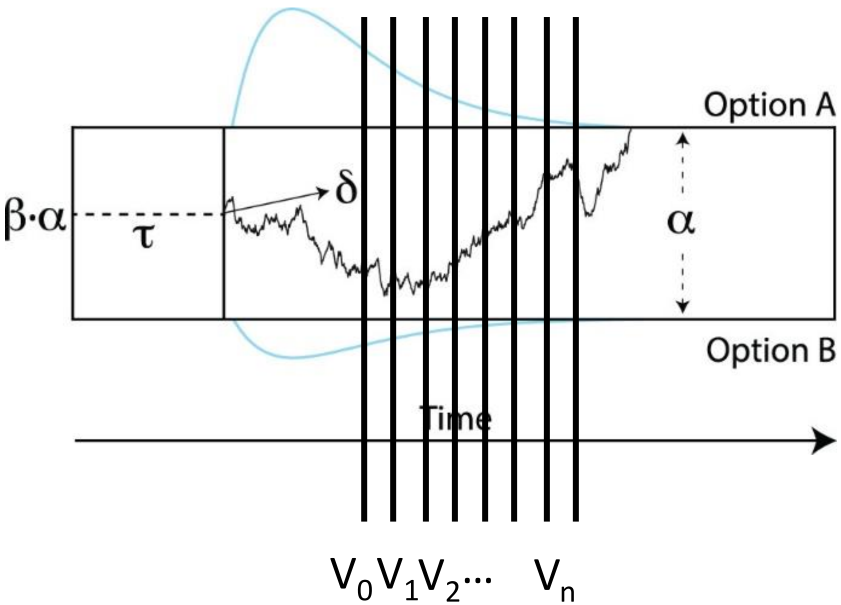
$$V(t) = V(t-1) + \mu + \varepsilon t \cdot$$

Accumulation
主观价值

Drift 漂移率

Diffusion 扩散程度

Introduction



选A的概率 60%

选B的概率 40%

漂移指具有方向偏向性的运动过程

$V_0 = 0$

$V_1 = 1$

$V_1 = -1$

$V_2 = 2$

$V_2 = 0$

$V_2 = 0$

$V_2 = -2$

…

$V_{10} = X$

$X \rightarrow$ Threshold

Introduction

$V_0 = 0$

$V_1 = 1$

$V_1 = -1$

$V_2 = 2$

$V_2 = 0$

$V_2 = 0$

$V_2 = -2$

…

$V_{10} = X$

$X \rightarrow$ Threshold

evidence cumulative processing

$$V_n = V_{n-1} + \boxed{B_x} = V_{n-1} \boxed{+ \mu + \varepsilon}$$

选A的概率 60%

选B的概率 40%

P(A)/P(B)

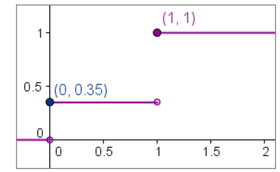
Introduction

$$V_n = V_{n-1} + \boxed{B_x} = V_{n-1} \boxed{+ \mu + \varepsilon}$$

选A的概率 P(A)

选B的概率 P(B)

漂移扩散过程(积累过程)等价于伯努利随机抽样过程



$$V_n = V_{n-1} + log\frac{p_A(x_n)}{p_B(x_n)} = V_{n-1} + \frac{(\mu_A - \mu_B)^2}{\sigma_B^2} + \frac{\mu_A - \mu_B}{\sigma_B^2}\epsilon, \text{ where} \epsilon \sim \mathcal{N}(0,1)$$

$$\frac{P(\{x_i\} \mid A)}{P(\{x_i\} \mid B)} = \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i \mid A)}{P(x_i \mid B)}.$$

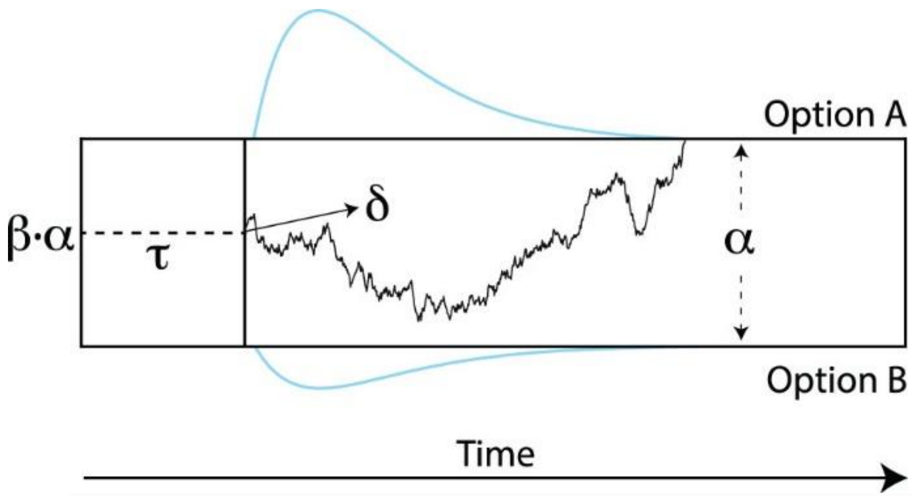
X_n为反应时，表达了在某一次决策时当反应时为X_n的情况下选择A的概率比选择B的概率大多少

$$\log \prod_{i=1}^{n} \frac{P(x_i \mid A)}{P(x_i \mid B)} = \sum_{i=1}^{n} \log \frac{P(x_i \mid A)}{P(x_i \mid B)}.$$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Introduction



$$\alpha = \frac{1}{1+\exp\left(|V_t|\right)}$$

Threshold = ± α

$$f(t|v,a,z) = \frac{\pi}{a^2}\exp\left(-vaz - \frac{v^2 t}{2}\right) \times \sum_{k=1}^{\infty} k\exp\left(-\frac{k^2\pi^2 t}{2a^2}\right)\sin\left(k\pi z\right)$$

估计模型参数的问题实际就是**最优化**问题

最大似然估计(maximum likelihood estimation, MLE)

寻找参数(v,a,z)产生观测数据的概率最大

1.受极值与缺失值的影响极大

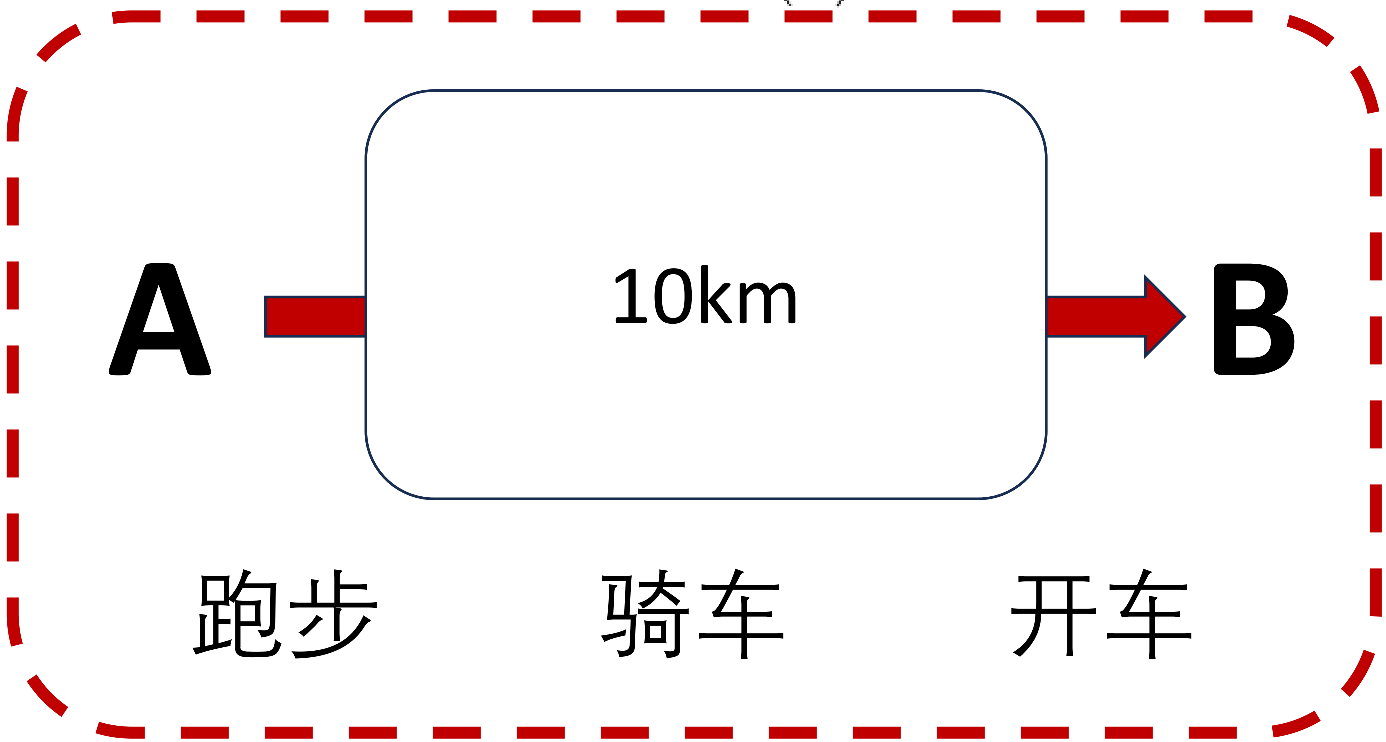
2.心理学实验中的数据量可能较少导致模型拟合较差

Introduction

Hierarchical **b**ayesian parameter estimation of the **D**rift **D**iffusion **M**odel

Introduction

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)}$$

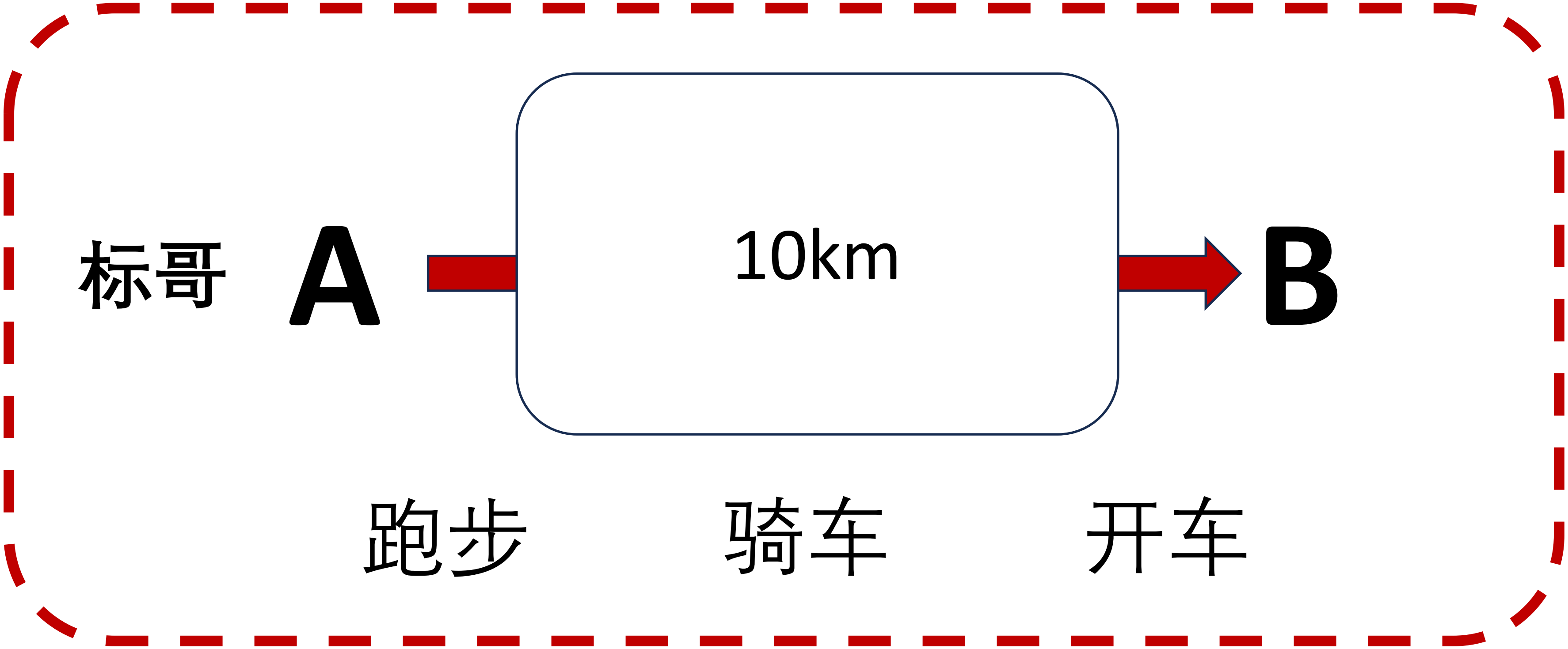


根据结果估计（推测）交通方式的原因概率分布，即计算**后验概率**

P(交通方式|时间) \ P(A|B)

Introduction

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)}$$

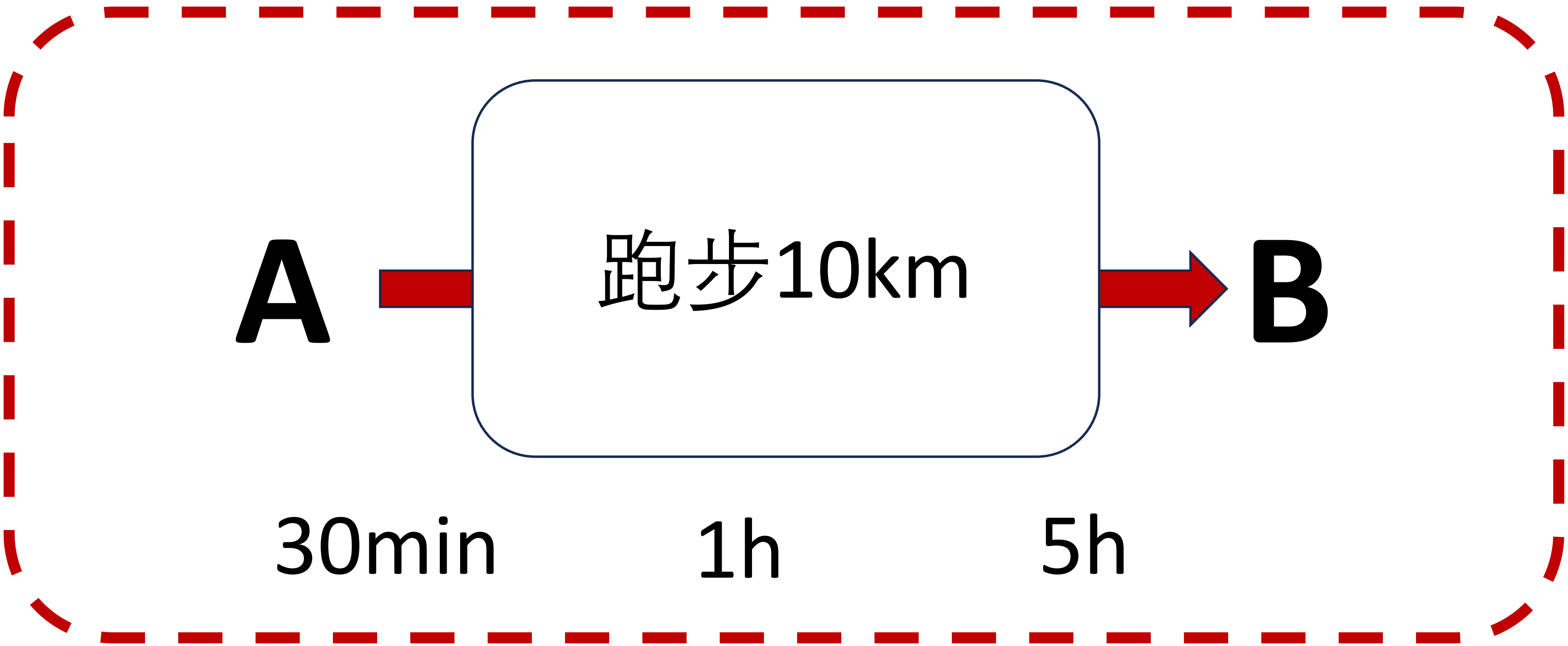


根据历史规律确定原因，**先验概率**

P(交通方式)\ P(A)

Introduction

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B)}$$



根据原因来估计结果的概率分布即**似然估计**

P(时间|交通方式) \ P(B|A)

Introduction

$$P(A\mid B)=\frac{P(B\mid A)P(A)}{P(B)}$$

$$\text{后验概率}=\frac{\text{似然估计}*\text{先验概率}}{evidence}$$

$$\text{P(交通方式|时间)}=\frac{\text{P(时间|交通方式)}\cdot\text{P(交通方式)}}{\text{P(时间)}}$$

在观测到反应时 t 之后，参数的条件概率密度——这就是我们真正想要估计的目标

已知参数 (v,a,z)，观察到某个特定 t的概率密度

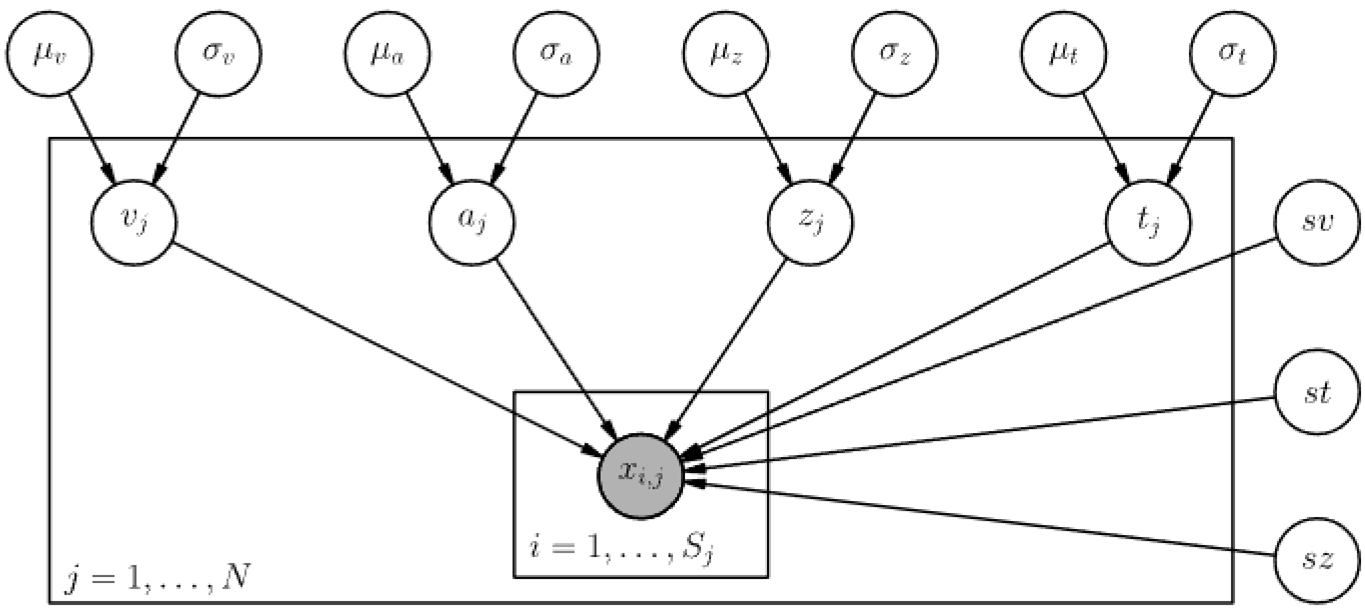
Selfish behavior requires top-down control of prosocial motivation

$$f(v,a,z\mid t)=\frac{f(t\mid v,a,z)\cdot\text{先验}f(v,a,z)}{f(t)}$$

Introduction

- 要么假设受试者彼此完全独立，为每个人分别拟合模型
- 要么假设所有受试者都是相同的，为整个群体拟合模型

分层贝叶斯方法通过允许在不同的层次上同时估计组和个体参数



trial-by-trial variability

RacLab

Introduction to Drift Diffusion Model

Yang Ziyang

2025.05.28