

# 子午线轮胎滚动阻力与温度场非线性有限元分析

危银涛 刘宇艳 杜星文 吴宝国

(哈尔滨工业大学复合材料研究室 150001)

**摘要** 提出用非线性有限元法分析子午线轮胎滚动阻力和温度场的方法。总的有限元程序由3个模块组成:变形模块,进行轮胎稳态结构分析以得到轮胎的变形和应力-应变循环;损耗模块,进行轮胎的能量损耗和热生成率分析;热模块,进行轮胎的温度场分析。3个模块联合运用和迭代计算可以进行轮胎热、力耦合分析,预报轮胎的滚动阻力、内部温度场、应力-应变、变形和接地面信息,从而为轮胎设计提供依据。

**关键词** 轮胎,有限元,非线性,变形,应力-应变,滚动阻力,温度场

作为汽车的唯一接地部件,轮胎要承担汽车的质量,提供汽车运动需要的所有力和力矩,并起缓冲隔振等作用。轮胎的力学性能直接影响着汽车的性能,现代汽车工业对轮胎性能提出了越来越苛刻的要求,经验设计和边试验边修正的方法显然已无法胜任。计算机分析在轮胎的设计-研制-开发这一循环过程中起着越来越重要的作用。通过轮胎分析的计算机方法,主要是有限元方法,人们可以在轮胎制造出来之前就知道轮胎的力学和热学特性,从而预测轮胎的各种使用性能,为轮胎设计开发与改进提供理论依据,并缩短开发周期,节省开发费用<sup>[1]</sup>。可以说,今后的轮胎设计体系将由轮胎结构理论和计算机有机结合的模式所取代,这就对轮胎的分析仿真提出了更高的要求。除了轮胎的静态特性外,轮胎工程师还希望能预测滚动中轮胎的力学特性、热学特性以及能量损失特性等,这要求对轮胎进行完全的热学和力学分析。由于轮胎材料、结构和载荷的复杂性,分析起来困难较大<sup>[2]</sup>。吴<sup>[3~5]</sup>、刘<sup>[6]</sup>、Ridha<sup>[7]</sup>和 Rother<sup>[8]</sup>等在轮胎的充气与静态分析方面,Kennedy<sup>[9]</sup>、危<sup>[10]</sup>等在轮胎稳态滚动分析方面,Schuring<sup>[11]</sup>、Clark<sup>[12]</sup>等在轮胎的滚动损失分析方面,以及全<sup>[13]</sup>、Browne<sup>[14]</sup>等在轮

胎的温度场分析方面做了一些工作。关于热-力学耦合分析的报道很少,只有 Segalman 和 Whicker<sup>[15,16]</sup>,Sarkar 和 Kwon<sup>[17]</sup>,以及 Yavari<sup>[18]</sup>等做了一些开创性的工作。

尽管目前的轮胎有限元分析已经可以解决很多问题,但仍有以下缺陷:

- (1)未能进行完全的热-力学耦合分析;
- (2)没有充分考虑轮胎材料的各向异性力学特性、热学特性和能量损失特性;
- (3)对轮胎的滚动接触问题的求解缺少精确简明的方法;
- (4)在滚动损失分析中没有考虑轮胎滚动过程中应力-应变的三维非正弦特性。

基于此,本研究提出轮胎热-力学耦合分析的三维非线性有限元方法,克服了这些困难,为滚动轮胎的应力-应变、变形、滚动阻力、温度场等特性的预报提供了有效的方法,其分析过程框图见图1。其中变形模块主要进行轮胎的结构分析,其主要理论和技术已在文献[3~6,10]中阐述,此不赘述。损耗模块和热分析模块则是在变形模块的基础上发展起来的,用于分析稳态滚动轮胎的滚动阻力和温度场分布。在整个程序的编制过程中,假定如下条件成立:

- (1)滚动轮胎达到热、力学稳态,力学稳

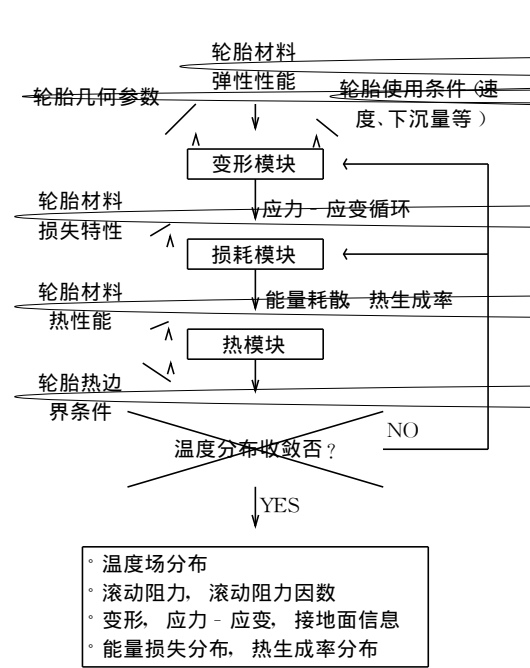


图 1 轮胎热-力学分析流程图

态是指轮胎有一个稳定不变的变形轮廓, 热学稳态是指轮胎有一个稳定的温度场;

- (2) 轮胎在刚性平直路面上滚动;
- (3) 轮胎能量耗散唯一地由橡胶和橡胶复合材料的粘弹性滞后损失引起;
- (4) 一旦轮胎达到热平衡, 轮胎的周向温度差可以忽略不计。

在此条件下, 本研究通过模块化方法和迭代分析完成轮胎的热-力学耦合有限元分析。注意到这里存在两种主要的耦合, 即力学量(应力-应变)影响热学量(温度场)和反过来热学量影响力学量(热变形、热应力)与能量损耗, 本研究考虑了第 1 种耦合和第 2 种耦合中温度对能量损耗性能和热性能的影响, 考虑到计算量太大而忽略了温度对变形和应力的影响, 但在有限元列式中加入这种耦合效应是方便的。

1 轮胎稳态滚动分析

轮胎的力学性能直接和汽车的性能相关, 变形模块的功能就是分析轮胎在滚动条件下的变形、应力-应变和接地面信息。应力

-应变循环将作为损耗模块的输入。变形模块的基本理论和技术已在文献[3~6, 10]中阐述, 其主要特色是:

- (1) 采用大变形的应力-应变理论, 以考虑几何非线性问题;
- (2) 考虑帘线-橡胶复合材料的各项异性本构关系;
- (3) 采用可变约束法求解接触问题;
- (4) 随动载荷法使充气压力始终垂直于作用面, Newton-Raphson 方法和波前法使非线性方程的求解有效、实用;
- (5) 考虑了稳态惯性场的影响;
- (6) 考虑了带束层的角度;
- (7) 发展了三维等参元模拟轮胎结构。

由于采用以上的方法使得轮胎的结构分析更加精确有效, 从而使轮胎能量损耗分析和温度场的分析建立在更加可靠的基础上。作为一个算例, 图 2 给出了某子午线轮胎在 30 mm 下沉量时的总体变形。

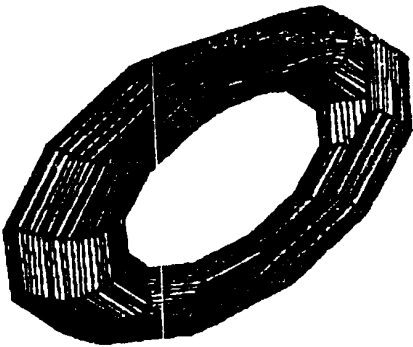


图 2 轮胎总体有限元网格变形图

2 轮胎滚动阻力分析

2.1 滚动阻力的定义及其意义

轮胎的滚动阻力是一种能量损失的量度, Schuring<sup>[11]</sup> 将其定义为“轮胎行驶单位距离所损耗的能量”。因此滚动损失(rolling loss)和滚动阻力(rolling resistance)是同义词, 它的单位应该是能量除以距离( $J \cdot m^{-1}$ ), 在形式上等于力的单位(N)。稳态滚动轮胎的滚动阻力主要来源于轮胎材料内部的粘弹

滞后损失。因为构成轮胎的各种橡胶及其复合材料均是粘弹性材料,由于循环的应力-应变场,在轮胎转动的过程中它们将损耗一部分能量。这部分能量占滚动损失的90%~95%,所以本研究假设滚动阻力唯一地由橡胶和橡胶复合材料的粘弹性滞后损失引起不会有太大的误差。能量损耗一方面影响汽车的动力性和燃料经济性,另一方面将导致轮胎体内热量聚集,轮胎温度升高,轮胎损坏加快。因此对轮胎的滚动阻力进行精确的分析是至关重要的。本研究的损耗模块用有限元方法对轮胎的滚动阻力进行了预报。损耗模块的输入是:(1)由变形模块得到的轮胎单元的应力-应变循环;(2)轮胎材料的能量损耗性能(由复合材料力学方法和试验确定)。

2.2 橡胶复合材料的能量损耗性能

帘线-橡胶复合材料在谐应变下的能量损耗为

$$\Delta W = \pi \epsilon_p \epsilon_q C_{pq}'' = \sigma_p \epsilon_p \tan \delta \quad (1)$$

式中,  $\sigma$ ,  $\epsilon$  和  $\tan \delta$  分别是应力、应变和损耗因子,  $C''$  是损耗模量矩阵,  $p, q = 1, 2, \dots, 6$ 。上式写成矩阵形式:

$$\begin{aligned} \Delta W &= \pi \epsilon^T C'' \epsilon \\ &= \pi \epsilon^T Q^T \phi \epsilon \\ &= \pi \sigma^T \phi \epsilon \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\phi$  是阻尼矩阵,  $Q$  是刚度矩阵。

2.3 轮胎的稳态滚动阻力

典型的滚动轮胎内的应力-应变循环是非谐变的,用傅立叶分析,非谐变应变循环可以表示为

$$\begin{aligned} \epsilon_a(t) &= \\ \epsilon_0 \sum_{n=0}^{\infty} &\left[ a_n \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) + b_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) \right] \end{aligned} \quad (3)$$

相应的能量耗散为

$$\begin{aligned} \Delta W_a &= \Delta W_h \sum_{n=0}^{\infty} n (a_n^2 + b_n^2) \\ &= \Delta W_h K_a \end{aligned} \quad (4)$$

式中  $\Delta W_h$  由式(1)和(2)确定。从而热生成

率为

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\Delta W}{T} = \frac{1}{2} \sigma_0^T \phi \epsilon_0 \omega \\ &= \frac{1}{2} \sigma_0^T \phi \epsilon_0 \frac{v}{R_e} \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $R_e$  为有效半径,  $v$  为滚动速度。单元的能量耗散由各积分点上的能量耗散总和得到,总的能量耗散  $W_r$  由单元的能量耗散得到:

$$\begin{aligned} W_r(\text{能量单位}) &= \int_V Q dV = \sum_{n=1}^N \int_e Q dV = \\ &= \sum_{n=1}^N \int_e Q d\zeta d\xi d\eta = \\ &= \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 Q J_m w(\zeta^i \xi^j \eta^k) \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $J_m$  和  $w$  分别表示雅可比因数和加权函数。

滚动阻力  $F_r$  和滚动阻力因数  $f_r$  为

$$F_r(\text{力的单位}) = \frac{W_r}{v} \quad (7)$$

$$f_r = \frac{F_r}{L} \quad (8)$$

式中  $L$  为轮胎的载荷。

表1是某子午线轮胎在下沉量为20和30 mm时的滚动阻力和滚动阻力因数及与参考文献数据的比较。

表1 轮胎的滚动阻力和滚动阻力因数

项 目	下沉量/mm	
	20	30
载荷/kN	5.34	8.89
滚动阻力/N	55.93	118.98
滚动阻力因数	0.010 47	0.013 38
文献[19]的滚动阻力因数	0.010~0.015	

从表1中可见,本文的计算结果均在合理的范围内。

3 稳态温度场分析

如上所述,滚动轮胎内部将产生大量的热并导致轮胎温度升高。轮胎的温度场与轮胎滚动阻力、疲劳特性等性能相关,轮胎的大

部分破坏是热疲劳破坏。热被认为是轮胎最大的敌人, 轮胎的温度场分析对于提高轮胎的寿命是至关重要的。本研究的热模块即用来进行轮胎的稳态温度场分析。热模块的输入包括: (1) 每个单元的热生成率(由损耗模块得到); (2) 热边界条件; (3) 材料的热力学性能。热模块的输出即温度场。

### 3.1 稳态热传导问题的有限元列式的变分原理推导

对一般的稳态热传导问题, 其变分原理有如下的形式:

$$\delta \Psi = \delta \left[ \int_V \frac{1}{2} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^T K(T) \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) dV + \int_{S_h} q_h T dS + \int_{S_q} q_s T dS + \int_{S_r} q_r T dS + \int_{S_\theta} q_T T dS \right], \quad (9)$$

式中,  $S_h, S_q, S_r, S_\theta$  分别表示给定热交换系数、热流、热辐射系数及温度的边界, 而  $q_h, q_s, q_r$  和  $q_T$  则是相应的边界热流。

边界条件为

$$T_s = T(x), \text{ 在 } S_T \text{ 上} \quad (10)$$

$$q_i \eta_i = q_s, \text{ 在 } S_q \text{ 上} \quad (11)$$

$$q_i \eta_i = q_h = h(T - T_\infty), \text{ 在 } S_h \text{ 上} \quad (12)$$

$$q_i \eta_i = q_r = \sigma \epsilon (T^4 - T_\infty^4), \text{ 在 } S_r \text{ 上} \quad (13)$$

这里,  $T_s$  为给定表面温度,  $T$  为未知表面温度,  $q$  和  $\eta$  为热流及表面的方向余弦,  $h$  为表面换热系数,  $\sigma$  为 Stefan-Boltzmann 常数,  $\epsilon$  为辐射系数。采用与一般的有限元方法类似的推导<sup>[20]</sup>, 单元刚度矩阵即可表示为

$$(K_C + K_h + K_r) T^e = R_Q + R_h + R_q + R_r \quad (14)$$

其中,  $K_C, K_h, K_r$  分别是与热传导、对流换热、热辐射相关的刚度矩阵,  $R_Q, R_h, R_q, R_r$  分别是由于给定的节点温度、内部热生成、表面换热、热辐射产生的热载荷。矩阵  $K_C,$

$K_h, K_r, R_Q, R_h, R_q, R_r$  的具体表达式见文献[20], 此不赘述。将单元刚度矩阵组装成总体刚度矩阵与一般的有限元方法相同。本文中热辐射和给定热流边界暂不考虑, 则得到如下的总体有限元表达式:

$$[K_C(T) + K_h] T^e = R_Q(T) + R_h \quad (15)$$

边界条件为

$$T_s = T(x), \text{ 在 } \Gamma_{\text{im}} \text{ 上} \quad (16)$$

$$q_i \eta_i = q_h = h(T - T_\infty),$$

$$\text{在 } \Gamma_{\text{cav}} \text{ 和 } \Gamma_{\text{air}} \text{ 上} \quad (17)$$

由于与温度相关的热传导系数和热生成率, 式(15)是非线性的, 采用 Newton-Raphson 方法求解, 迭代格式为

$$\delta T = -J^n (F^n) = J^n [R(T) - K(T) T] \quad (18)$$

$$T^{n+1} = T^n + \delta T^n$$

$$J = \frac{\partial F}{\partial T} = K + \Delta K + \Delta R \quad (19)$$

其中

$$\Delta K_{ij} = \frac{\partial K_{ij}}{\partial T_j} T_i, \Delta R_{ij} = \frac{\partial R_i}{\partial T_j} \quad (20)$$

上式是由与温度相关的热传导系数和热生成率对切线刚度的贡献而来的, 假设: (1) 在每个单元中热传导系数和热生成率是常数; (2) 单元热传导和热生成率仅与单元平均温度  $T_a$  有关; (3) 单元热传导刚度矩阵和热生成率相关载荷可以表示为

$$K_C = K_C T P, R_Q = -R_Q T R \quad (21)$$

本文中热传导系数和热生成率按下式变化:

$$K = K_0 (1 + \alpha T + \beta T^2) \quad (22)$$

$$Q = Q_0 e^{-\theta(T - T_0)} \quad (23)$$

式中  $K_0$  和  $Q_0$  为参考温度下的热传导系数和热生成率,  $\alpha, \beta$  和  $\theta$  是材料常数。由此我们得到

$$J_{ij} = T P K_{ij} + \frac{1}{m} (\alpha + 2\beta T_a) K_{ij} T_l + \frac{1}{m} \lambda e^{-\lambda(T - T_0)} R_Q \quad (24)$$

和

$$F_i = (K_{Cil}TP + K_{hil})T_l - R_{Ql}TR + R_{hl} \quad (25)$$

至此,就建立起了式(18)和(19)所示的非线性有限元方程的迭代求解格式。为加快求解过程,将先进行线性分析得到的温度场作为非线性分析的初始温度场。用最大节点增量作为收敛判据。

### 3.2 有限元程序与数值例子

本研究所发展的轮胎热-力学非线性有限元分析程序具有多种功能,可进行轮胎的稳态滚动结构分析以及滚动阻力、温度场、接地面分析等。在分析结果和试验数据的对比方面,尚未进行充分的工作。文献[3~5]对静态竖直加载变形轮廓的分析结果和试验进行了对比,吻合良好。稳态、滚动阻力、温度场分析结果的试验校核是我们下一步的工作,但是分析的结果和已有文献的对比以及静态试验校核已经表明本研究的方法是有效、可靠的。

本例是我们对某轮胎厂生产的一种轿车子午线轮胎进行的三维非线性有限元热-力学分析。单元划分如图2所示,轮胎周向划分为20个断面,每个断面140个单元,167个节点,总共2800个单元,3340个节点。注意到滚动阻力(热生成率)是与温度相关的,由热模块得到的温度场将返回到损耗模块进行迭代计算,直到收敛。

图3为计算获得的稳态温度场色谱图。由图可见,轮胎的胎肩和胎圈部位有两个明显的高温区,这是导致胎肩和胎圈破坏的主要原因。胎肩和胎圈的热点同这两个部位的应力分析结果是一致的<sup>[3,10]</sup>。

### 4 结语

本研究运用三维有限元法和模块化的技术,对轮胎进行了热-力学耦合分析,从而预测轮胎在滚动情况下的应力-应变场、位移场、接地面形状、压力分布、温度场及滚动损

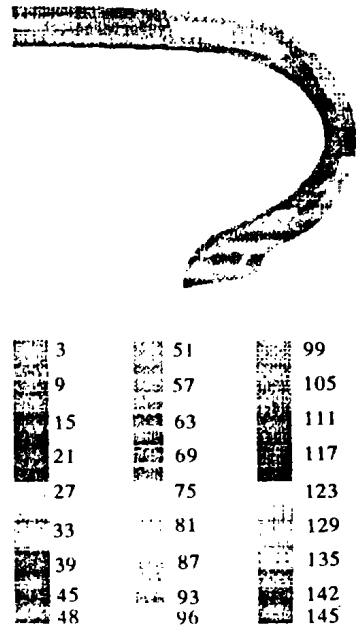


图3 某子午线轮胎稳态温度场色谱图  
失等力学信息和热学信息。

轮胎的有限元分析技术已广泛应用于轮胎的设计与开发,应用该技术可以代替大量试验,缩短开发周期,降低成本,提高轮胎设计水平和产品质量,使轮胎设计摆脱经验和半经验设计的束缚。当前应该注意的问题是:(1)热、力学边界条件的精确确定,这是使预测的结果精确的前提;(2)橡胶复合材料热力学性能的深入研究,特别是其耗散性能的研究;(3)滚动轮胎粘弹性应力场的精确计算;(4)研究如何提取预测的结果,有效地和轮胎设计、试验相结合;(5)完善轮胎有限元分析软件前后处理,使其易于为工程人员所接受。

### 参考文献

- Clark S K (Ed.). Mechanics of Pneumatic Tires. Washington D C; U. S. Department of Transportation, 1981. DOT HS 805 952
- Gall R, Tabaddor F, Roblins D. Some notes on the finite element analysis of tires. Tire Science and Technology, 1995, 23(3): 175~188
- 吴宝国. 子午胎三维非线性有限元分析. [博士学位论

- 文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1993
- 4 吴宝国, 高雁, 杜星文. 子午胎三维非线性有限元分析. 固体力学学报, 1993, 14(3): 228~235
  - 5 Wu Baoguo, Du Xingwen. Finite element formulation of radial tires with variable constraint conditions. Computers & Structures, 1995, 55(5): 871~875
  - 6 刘文宁. 考虑几何非线性与物理非线性的子午胎位移场与温度场分析:[博士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1990
  - 7 Ridha R A. Computation of stresses, strains and deformation of tires. Rubber Chemistry and Technology, 1980, 53(4): 849~902
  - 8 Rothert H, Idelberger, Jacobi W. On the finite element solution of the three dimensional tire contact problem. Nucl. Engng. Des., 1984, 78: 363~375
  - 9 Kennedy R, Padovan J. Finite element analysis of steady and transiently moving/rolling nonlinear viscoelastic structure——II. Computers & Structures, 1987, 27(2): 259~273
  - 10 危银涛, 谭惠丰, 杜星文. 柔性复合材料结构大变形滚动/移动接触问题三维非线性有限元分析. 计算力学学报, 1997, 14(增刊): 63~66
  - 11 Schuring D J. The rolling loss of pneumatic tires. Rubber Chemistry and Technology, 1980, 53(3): 600~727
  - 12 Clark J D, Schuring D J. Load speed and inflation pressure effects on rolling loss distribution in automobile tires. Tire Science and Technology, 1988, 16(2): 78~95
  - 13 全淑霞. 滚动轮胎的稳态热分析. 汽车工程, 1991, 13(1): 43~47
  - 14 Browne A L, Arambages A. Modeling the thermal state of tires for power loss calculations. SAE 810163
  - 15 Segalman D J. Modeling tire energy dissipations for power loss calculations. SAE 810162
  - 16 Whicker D, Rohde S M. Modeling tire deformation for power loss calculations. SAE 810161
  - 17 Sarkar K, Kwon Y D, Prevorsek D C. A new approach for the thermomechanical analysis of tires by the finite element method. Tire Science and Technology, 1987, 15(4): 262~275
  - 18 Yavari B, Tworzydło W W, Bass J M. A thermomechanical model to predict the temperature distribution of steady state rolling tires. Tire Science and Technology, 1993, 21(3): 163
  - 19 庄继德. 汽车轮胎学. 北京: 北京理工大学出版社, 1995, 178~187
  - 20 Huebner K H, Thornton E A. The finite element for engineers. Sec. ed.[s. l.]: John Wiley & Sons Inc., 1982

收稿日期 1997-12-02

## Non-linear FEA of Rolling Resistance and Temperature Profile for Radial Tire

*Wei Yintao, Liu Yuyan, Du Xingwen and Wu Baoguo*

(Harbin Industrial University 150001)

**Abstract** A non-linear FEA method of the rolling resistance and the temperature profile for radial tire has been proposed. The FEA program consists of three modules, i. e. the deformation module for analysing the steady structure of tire to obtain the deformation and the cyclic stress-strain in tire; the loss module for analysing the energy loss and the heat build-up in tire; the thermal module for analysing the temperature profile in tire. The thermal and mechanical coupling analysis of tire can be made by using these three modules simultaneously and substitutional calculation to predict the information about rolling resistance, temperature profile, stress-strain, deformation and ground contact of tire and provide the criterion for improving tire design.

**Keywords** tire, FEA, deformation, stress-strain, rolling resistance, temperature profile