



東南大學



数字信号处理

Digital Signal Processing

实验三 IIR数字滤波器设计



生物科学与医学工程学院
智能医学工程系

实验目的

- 掌握用脉冲响应不变法设计滤波器的原理和步骤
- 掌握用双线性变换法设计滤波器的原理和步骤
- 掌握用MATLAB设计低通滤波器、绘制幅频特性曲线的方法
- 了解滤波器特性的影响因素

实验原理

IIR数字滤波器设计

➤ **目标：**满足给定频率响应指标、因果稳定的系统函数

➤ **间接法设计过程**

- ① 确定数字滤波器的指标
- ② 转换成原型模拟滤波器的指标
- ③ 设计原型模拟滤波器
- ④ 将原型模拟滤波器转换为数字滤波器

➤ **指标转换**

$$[0, f_T] \Rightarrow [0, 2\pi]$$

$$\omega_p = \Omega_p / f_T = 2\pi f_p / f_T \quad \omega_s = \Omega_s / \Omega_T = 2\pi f_s / f_T$$

脉冲响应不变法

脉冲响应不变法(impulse invariance method)是从滤波器的脉冲响应出发,使数字滤波器的单位脉冲响应序列 $h[n]$ 模仿模拟滤波器的单位冲激响应,使正好等于 $h_a(t)$ 的采样值。

- 脉冲响应不变法特别适用于用部分分式表达系统函数,模拟滤波器的系统函数若只有单阶极点,且分母的阶数高于分子阶数 $N > M$,则可表达为部分分式形式:

$$H_a(s) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{s - s_i}$$

其拉氏反变换为:

$$h_a(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{s_i t} u(t) \quad u(t) \text{ 单位阶跃信号}$$

- 对 $h_a(t)$ 采样得到数字滤波器的单位脉冲响应序列

$$h[n] = h_a(nT) = \sum_{i=1}^N A_i e^{s_i nT} u[n] = \sum_{i=1}^N A_i (e^{s_i T})^n u[n]$$

- 再对 $h[n]$ 取z变换,得到数字滤波器的传递函数: $H(z) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{1 - e^{s_i T} z^{-1}}$

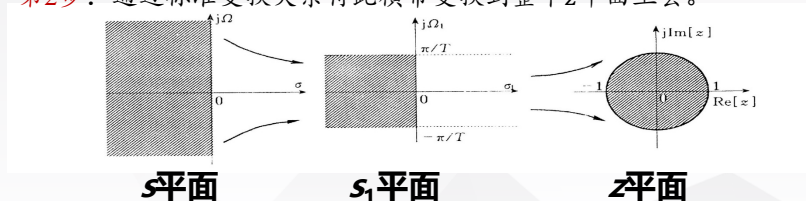
双线性变换法

- ✓ 脉冲响应不变法的主要缺点是频谱交叠产生的混淆,这是从s平面到z平面的标准变换 $z = e^{sT}$ 的多值对应关系导致的。

为了克服这一缺点,设想变换分为两步:

第1步: 将整个s平面压缩到 s_1 平面的一条横带里;

第2步: 通过标准变换关系将此横带变换到整个z平面上去。



由此建立s平面与z平面一一对应的单值关系,消除多值性,也就消除了混淆现象

$$\text{取 } c = 2/T \quad s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad z = \frac{1 + (T/2)s}{1 - (T/2)s}$$

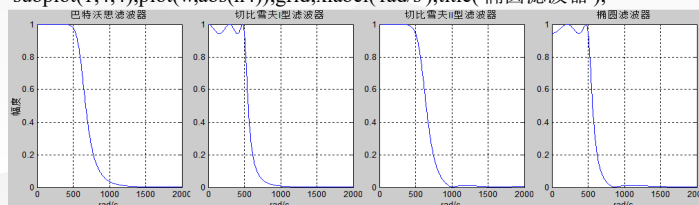
用Matlab函数设计IIR数字滤波器

- 用Buttord、Cheb1ord、Cheb2ord和Ellipord函数可以得到模拟或数字滤波器的最低阶数和归一化截止频率；
- 用Butter、Cheby1、Cheby2和Ellip函数可以得到模拟或数字滤波器的系统函数，
- 用Besself和Besselap可以设计贝塞尔模拟滤波器。
- 用impinvar可以实现脉冲响应不变法实现模数滤波器转换
- 用bilinear可以实现双线性变换法实现模数滤波器转换

例：设计一个模拟低通滤波器，其性能指标为：通带边界频率 $\Omega_p = 1000\text{rad/s}$ ，通带衰减 $\alpha_p = 1\text{dB}$ ，阻带边界频率 $\Omega_s = 2500\text{rad/s}$ ，阻带衰减 $\alpha_s = 30\text{dB}$ 。分别用巴特沃斯，切比雪夫I型，切比雪夫II型和椭圆滤波器四种设计方法设计滤波器，并绘制各滤波器的幅频特性曲线

解：在给定滤波器性能指标的条件下，希望用最小阶次的滤波器来实现。

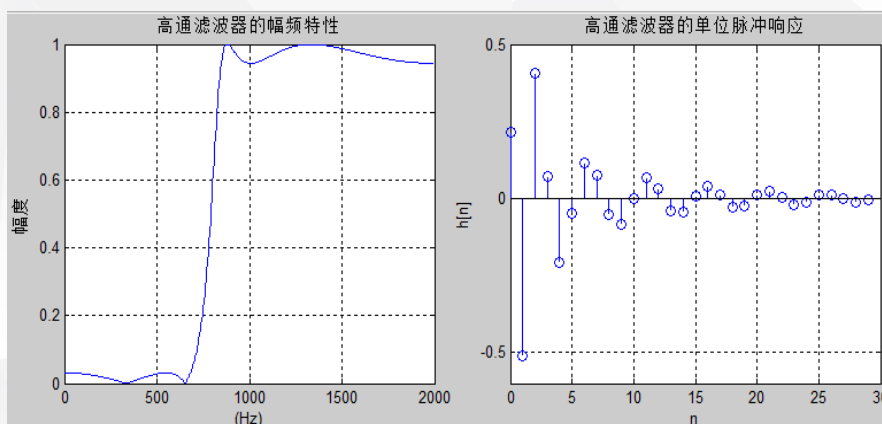
```
Wp=1000;Ws=2500;Rp=1;Rs=30;w=linspace(1,3000,1000);
[N1,Wn1] = buttord(Wp,Ws,Rp,Rs,'s'); N1
[N2,Wn2] = cheb1ord(Wp,Ws,Rp,Rs,'s'); N2
[N3,Wn3] = cheb2ord(Wp,Ws,Rp,Rs,'s'); N3
[N4,Wn4] = Ellipord(Wp,Ws,Rp,Rs,'s'); N4
[b1,a1] = butter(N1,Wn1,'s');h1=freqs(b1,a1,w);
subplot(1,4,1);plot(w,abs(h1));grid;xlabel('rad/s');title('巴特沃斯滤波器');
[b2,a2] = cheby1(N2,Rp,Wn2,'s');h2=freqs(b2,a2,w);
subplot(1,4,2);plot(w,abs(h2));grid;xlabel('rad/s');title('切比雪夫I型滤波器');
[b3,a3] = cheby2(N3,Rs,Wn3,'s');h3=freqs(b3,a3,w);
subplot(1,4,3);plot(w,abs(h3));grid;xlabel('rad/s');title('切比雪夫II型滤波器');
[b4,a4] = Ellip(N4,Rp,Rs,Wn4,'s');h4=freqs(b4,a4,w);
subplot(1,4,4);plot(w,abs(h4));grid;xlabel('rad/s');title('椭圆滤波器');
```



在命令窗口执行后，命令窗口会出现 $N_1=5$ ， $N_2=4$ ， $N_3=4$ ， $N_4=3$ ，说明同样的性能指标，不同滤波器的阶数不同。

例采用双线性变换法设计一个椭圆型数字高通滤波器，其通带边界频率为1000Hz，阻带边界频率为750Hz，采样频率为4000Hz，通带内的最大衰减为0.5dB，阻带内的最小衰减为30dB，计算滤波器的系统函数，在绘图窗口绘出滤波器的幅频特性和单位脉冲响应。

解：思路是先设计原型低通滤波器，然后转换成模拟高通滤波器，最后用双线性变换法转换为数字高通滤波器。



实验内容

- 分别采用巴特沃思和切比雪夫设计满足如下参数的低通滤波器，并比较对应数字滤波器和模拟滤波器的频谱响应曲线差异。
 - $f_p = 5\text{Hz}$, $f_s = 10\text{Hz}$, $\alpha_p = 1\text{dB}$, $\alpha_s = 20\text{dB}$
 - $f_p = 5\text{Hz}$, $f_s = 10\text{Hz}$, $\alpha_p = 1\text{dB}$, $\alpha_s = 40\text{dB}$
- 在一张图中对比上述两滤波器的幅频特性曲线
- 分别用双线性变换法和脉冲响应不变法设计2)的低通滤波器
- 自行设计输入信号，验证所设计低通滤波器的性能。
 - 在2)中要考虑采样时长（采样点数）与采样频率。
 - 采样时长增加一倍采样频率不变，滤波器有无变化？
 - 采样时长不变采样频率增加一倍，滤波器有无变化？
- 实现低通到高通滤波器的转化，并自行设计输入信号，验证所设计高通滤波器的性能。

IIR数字滤波器设计参考

设计数字低通滤波器，指标要求

$$\omega_p = 0.2\pi \text{ rads} \quad \omega_s = 0.35\pi \text{ rads} \quad \alpha_p = 1 \text{ dB} \quad \alpha_s = 10 \text{ dB}$$

解: 根据上述用双线性变换法设计IIR数字滤波器的设计步骤求解。

?

$W_p=?;$

$W_s=?;$

$R_p=1;$

$R_s=30;$

$[N, Wc] = \text{buttord}(?);$

$[B, A] = \text{butter}(?);$

?

?

$\text{subplot}(1,2,1); \text{plot}(w1, \text{abs}(h1)); \text{grid}; \text{xlabel}(?); \text{title}(\text{'巴特沃思滤波器'});$

**Thank
You**

Q&A