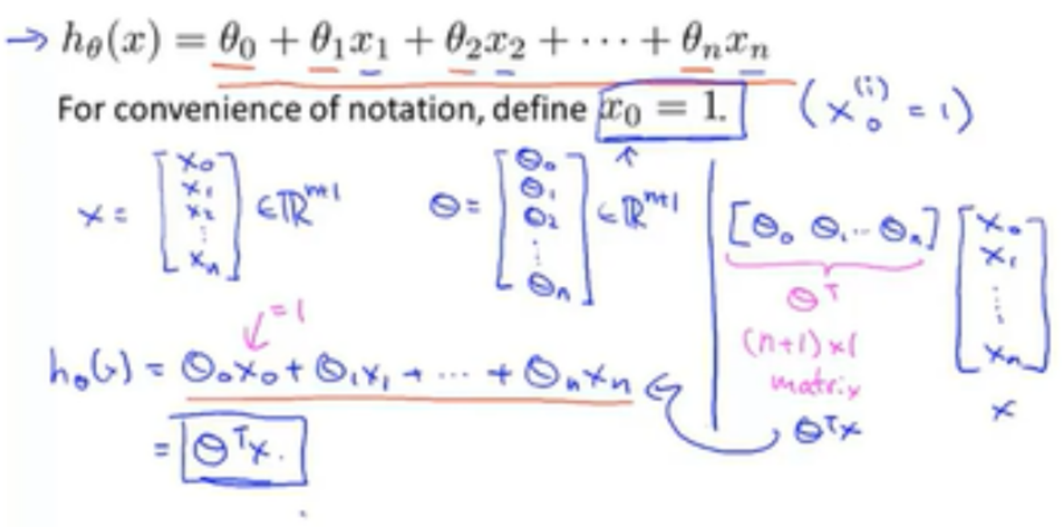
多特征量(多元线性回归)

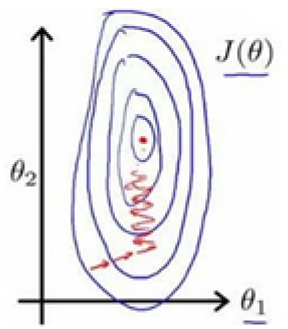
多特征量（多元线性回归）： Θ元素有n+1个，x元素有n个，为了方便使用矩阵表示方程式，增加一个x0=1，这样两个矩阵维数可以相同。将其中一个矩阵转置，就可以做矩阵乘法



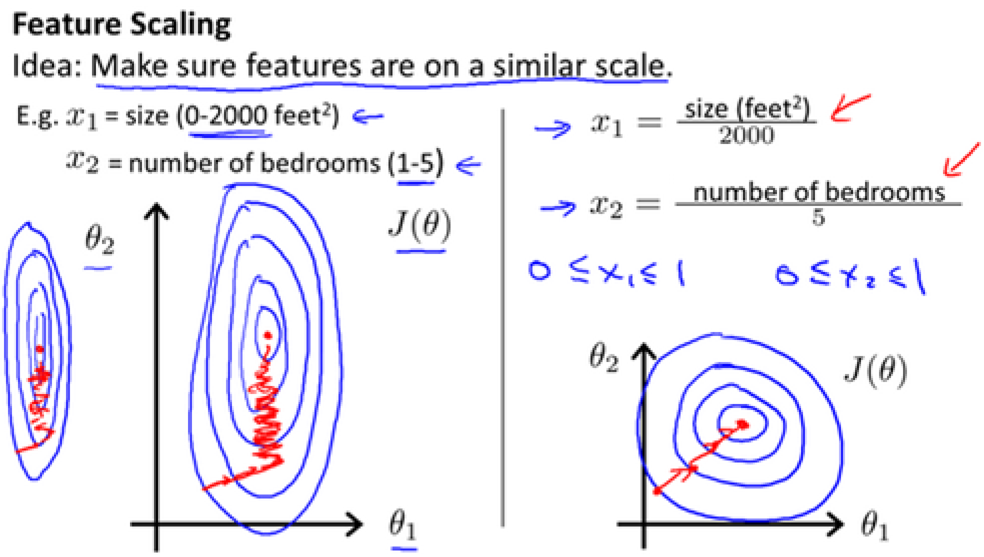
多元梯度下降法

特征缩放

当多个特征之间的取值范围相差较大时，他们的等值线形成的椭圆就会很扁平，梯度下降速度会减慢



当特征之间的取值范围较小时，收敛的更快，所以为了更快的得到梯度下降的收敛结果，将特征的值进行相应的处理，以尽量保证特征值的取值范围在[-1,1]。



均值归一化操作：

用Xi - Ui来替代Xi。下图的1000是平均值，2000是范围，即最大值减去最小值

Replace x_i with $x_i - \mu_i$ to make features have approximately zero mean (Do not apply to $x_0 = 1$).

E.g. $x_1 = \frac{size - 1000}{2000}$

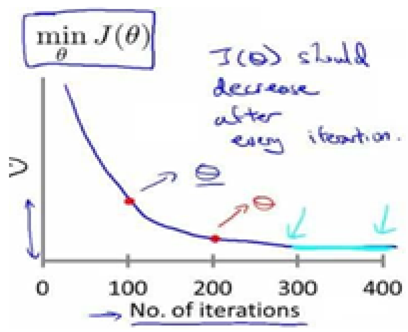
$$x_2 = \frac{\#bedrooms - 2}{5}$$

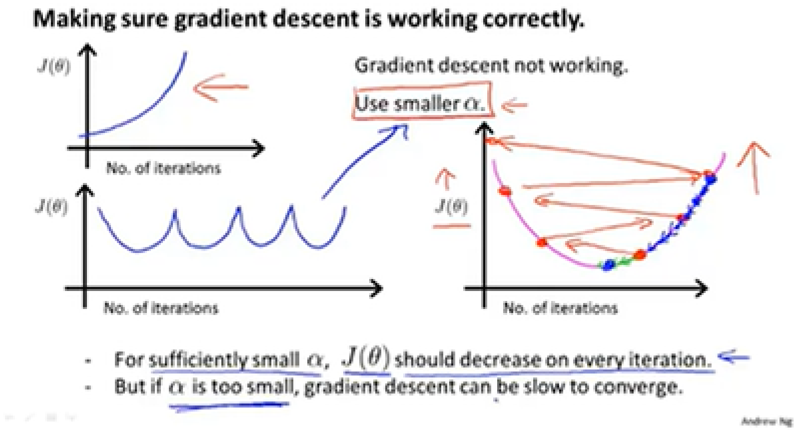
$$-0.5 \le x_1 \le 0.5, -0.5 \le x_2 \le 0.5$$

特征缩放不要求特别精确，只要尽量使各个特征的取值范围相近就可以了，只是为了使梯度下降的更快

学习率

下图：迭代次数和J(Θ)最小值的关系。一般来说，随着迭代次数的不断增加,J(Θ)是在不断变小的，然后就收敛，趋于稳定。这个图可以看出这个算法是否正常（是否随着迭代次数增加，J(Θ)在减小），以及大概迭代多少次时，J(Θ)会收敛





如果是上图这两种情况，不断上升或者先下降在上升不断重复，一般是学习率α的值较大，往小更改一下。但是不要让α太小，如果太小的话，梯度下降的就会很慢

通常建议考虑的学习率：0.01,0.03,0.1,0.3,1,3,10.... 有一个十倍的关系和一个**三倍**的关系

特征和多项式回归

如房价预测问题，

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 \times frontage + \theta_2 \times depth$$

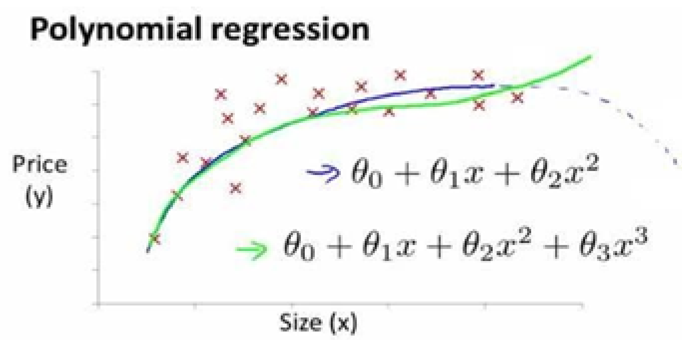
$x_1 = frontage$（临街宽度），$x_2 = depth$（纵向深度），$x = frontage * depth = area$（面积），则：$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x$。

线性回归并不适用于所有数据，有时我们需要曲线来适应我们的数据，比如一个二次方模型：

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2^2$$

或者三次方模型：

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1 + \theta_2 x_2^2 + \theta_3 x_3^3$$



通常我们需要先观察数据然后再决定准备尝试怎样的模型。 另外，我们可以令：

$x_2 = x_2^2, x_3 = x_3^3$从而将模型转化为线性回归模型。

根据函数图形特性，我们还可以使:

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1(size) + \theta_1 〖(size)〗^2$$

或者:

$$h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1(size) + \theta_1\sqrt{size}$$

注：如果我们采用多项式回归模型，在运行梯度下降算法前，特征缩放非常有必要。