

Лабораторная 2. Демоническое программирование

A. Кузнечик

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: input.txt
вывод: output.txt

Кузнечик прыгает по столбикам, расположенным на одной линии на равных расстояниях друг от друга. Столбики имеют порядковые номера от 1 до N . В начале Кузнечик сидит на столбике с номером 1. Он может прыгнуть на следующий столбик или сразу на второй столбик, считая от текущего. Требуется найти количество способов, которыми Кузнечик может добраться до столбика с номером N . Учтите, что Кузнечик не может прыгать назад.

Входные данные
Входная строка содержит натуральное число N ($1 \leq N \leq 45$).

Выходные данные
Программа должна вывести одно число: количество способов, которыми Кузнечик может добраться до столбика с номером N .

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Примеры | |
| входные данные | Скопировать |
| 3 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 2 | |
| | |
| входные данные | Скопировать |
| 4 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 3 | |
| | |
| входные данные | Скопировать |
| 45 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 1134983178 | |

B. Кузнечик собирает монеты

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: input.txt
вывод: output.txt

Кузнечик прыгает по столбикам, расположенным на одной линии на равных расстояниях друг от друга. Столбики имеют порядковые номера от 1 до N . В начале Кузнечик сидит на столбике с номером 1 и хочет добраться до столбика с номером N . Он может прыгнуть вперед на расстояние от 1 до K столбиков, считая от текущего.

На каждом столбике Кузнечик может получить или потерять несколько золотых монет (для каждого столбика это число известно). Определите, как нужно прыгать Кузнечiku, чтобы собрать наибольшее количество золотых монет. Учтите, что Кузнечик не может прыгать назад.

Входные данные
В первой строке вводятся два натуральных числа: N и K ($2 \leq N, K \leq 10000$), разделённые пробелом. Во второй строке записаны через пробел $N - 2$ целых числа – количество монет, которое Кузнечик получает на каждом столбике, от 2-го до $N - 1$ -го. Если это число отрицательное, Кузнечик теряет монеты. Гарантируется, что все числа по модулю не превосходят 10 000.

Выходные данные
В первой строке программа должна вывести наибольшее количество монет, которое может собрать Кузнечик. Во второй строке выводится число прыжков Кузнечика, а в третьей строке – номера всех столбиков, которые посетит Кузнечик (через пробел в порядке возрастания).

Если правильных ответов несколько, выведите любой из них.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 5 3 2 -3 5 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 7 3 1 2 4 5 | |

C. Последовательность из 0 и 1

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: input.txt
вывод: output.txt

Требуется подсчитать количество последовательностей длины N , состоящих из 0 и 1, в которых никакие две единицы не стоят рядом.

Входные данные
На вход программы поступает целое число N ($1 \leq N \leq 100$).

Выходные данные
Выведите количество искоемых последовательностей.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Примеры | |
| входные данные | Скопировать |
| 1 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 2 | |
| | |
| входные данные | Скопировать |
| 50 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 32951288899 | |

D. Черепаха и монеты

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: input.txt
вывод: output.txt

Черепаха хочет переползти из левого верхнего угла поля размером N на M клеток ($2 \leq N, M \leq 1000$) в правый нижний. За один шаг она может переместиться на соседнюю клетку направо или на соседнюю клетку вниз. Кроме того, проходя через каждую клетку, Черепаха получает (или теряет) несколько золотых монет (это число известно для каждой клетки).

Определите, какое максимальное количество монет может собрать Черепаха по пути и как ей нужно идти для этого.

Входные данные
В первой строке вводятся два натуральных числа: N и M ($2 \leq N, M \leq 1000$), разделённые пробелом. В каждой из следующих N строк записаны через пробел по M чисел a_{ij} ($|a_{ij}| \leq 10$), которые обозначают количество монет, получаемых Черепахой при проходе через каждую клетку. Если это число отрицательное, Черепашка теряет монеты.

Выходные данные
В первой строке программа должна вывести наибольшее количество монет, которое может собрать Черепаха. Во второй строке без пробелов выводятся команды, которые нужно выполнить Черепахе: буква 'R' (от слова *right*) обозначает шаг направо, а буква 'D' (от слова *down*) – шаг вниз.

| | |
|---------------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 3 3 0 2 -3 2 5 7 1 2 0 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 6 RRDD | |

E. Числа фиксированной суммы

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Сколько существует K -значных чисел с суммой цифр равной M ? Числа берутся в десятичной системе счисления. Ведущие нули допустимы.

Входные данные
 K ($1 \leq K \leq 1000$) и S ($0 \leq S \leq 9 \cdot K$).

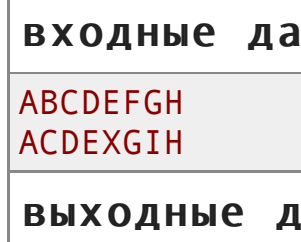
Выходные данные
Количество таких чисел, посчитанное по модулю $10^9 + 7$.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Примеры | |
| входные данные | Скопировать |
| 3 10 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 63 | |

F. Лошадью ходи!

ограничение по времени на тест: 0.5 секунд
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: knight.in
вывод: knight.out

В левом верхнем углу прямоугольной доски $N \times M$ находится шахматный конь. Перемещаться по доске он может только двумя способами: на две клетки направо и на одну вниз, либо на две клетки вниз и на одну направо.



Ваша задача состоит в том, чтобы посчитать количество способов, которыми конь может попасть в правую нижнюю клетку.

Входные данные
В единственной строчке находятся два числа N и M ($1 \leq N, M \leq 50$) – размеры доски.

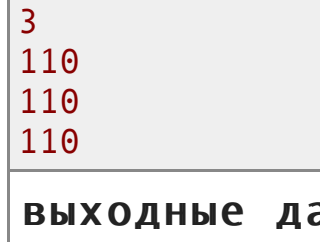
Выходные данные
Нужно вывести одно число – количество различных способов переместиться коно из левой верхней в правую нижнюю клетку.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 4 4 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 2 | |

G. Лошадью ходи - 2!

ограничение по времени на тест: 1 секунда
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: knight.in
вывод: knight.out

Шахматный конь должен пройти по клетчатой доске размером N на M клеток из левого верхнего угла в правый нижний. Из каждой клетки есть четыре возможных хода:



Определите, сколькими способами конь может пройти этот маршрут. Поскольку это число может быть очень велико, вычислите его по модулю $10^9 + 7$, то есть найдите остаток от деления этого числа на $10^9 + 7$.

Входные данные
Входная строка содержит два натуральных числа: размеры доски N и M ($1 \leq N, M \leq 500$).

Выходные данные
Программа должна вывести число возможных маршрутов шахматного коня из левого верхнего угла поля в правый нижний, вычисленное по модулю $10^9 + 7$.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 5 5 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 4 | |

H. Расстояние по Левенштейну

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Дана текстовая строка. С ней можно выполнять следующие операции:

- Заменить один символ строки на другой символ.
- Удалить один произвольный символ.
- Вставить произвольный символ в произвольное место строки.

Например, при помощи первой операции из строки «СОК» можно получить строку «СУК», при помощи второй операции – строку «ОК», при помощи третьей операции – строку «СТОК».

Минимальное количество таких операций, при помощи которых можно из одной строки получить другую, называется стоимостью редактирования или расстоянием Левенштейна.

Определите расстояние Левенштейна для двух данных строк.

Входные данные
Программа получает на вход две строки, длина каждой из которых не превосходит 1000 символов, строки состоят только из заглавных латинских букв.

Выходные данные
Требуется вывести одно число – расстояние Левенштейна для данных строк.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| ABCDEFGH ACDEKGIN | |
| выходные данные | Скопировать |
| 3 | |

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 3 110 110 110 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 228 1 1 1 2 | |

I. Кафе

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 64 мегабайта
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Около Петного университета недавно открылось новое кафе, в котором действует следующая система скидок: при каждой покупке более чем на 100 рублей покупатель получает купон, дающий право на один бесплатный обед (при покупке на сумму 100 рублей и меньше такой купон покупатель не получает).

Однажды Пете на глаза попался прежкурант на ближайшие l дней. Внимательно его изучив, он решил, что будет обедать в этом кафе все l дней, причем каждый день он будет покупать в кафе ровно один обед. Однако стипендия у Пети небольшая, и поэтому он хочет по максимуму использовать предоставляемую систему скидок так, чтобы его суммарные затраты были минимальны. Требуется найти минимально возможную суммарную стоимость обедов и номера дней, в которые Пете следует воспользоваться купонами.

Входные данные
В первой строке входного файла записано целое число l ($0 \leq l \leq 100$). В каждой из последующих l строк записано одно целое число, обозначающее стоимость обеда в рубльях на соответствующий день. Стоимость – неотрицательное целое число, не превосходящее 300.

Выходные данные
В первой строке выведите минимальную возможную суммарную стоимость обедов. Во второй строке выведите два числа k_1 и k_2 – количество купонов, которые останутся неиспользованными у Пети после l дней и количество использованных им купонов соответственно.

В последующих k_2 строках выведите в возрастающем порядке номера дней, когда Пете следует воспользоваться купонами. Если существует несколько решений с минимальной суммарной стоимостью, то выведите то из них, в котором значение k_1 максимально (на случай, если Петья когда-нибудь ещё решит заглянуть в это кафе). Если таких решений несколько, выведите любое из них.

| | |
|------------------------------------|-----------------------------|
| Примеры | |
| входные данные | Скопировать |
| 5 110 40 120 110 60 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 260 0 2 3 3 5 | |

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 3 110 110 110 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 228 1 1 1 2 | |

J. Строй штурмовиков.

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

На планете Татуйн снова происходит сражение между армией штурмовиков и повстанцев. Армия штурмовиков представляет из себя укомплектованный строй из $N \times M$ солдат. После продолжительной битвы многие солдаты пали и войска штурмовиков поредело. Максимальнй Вирс всегда отличался умением вести битвы, и на этот раз у него есть разрушительная стратегия, но для ее исполнения ему необходимо узнать обстановку в его войске.

Он отправляет одного из командеров штурмовиков сестра на гравитицкл и пролететь надо войском для его оценки. Если точнее, ему необходимо знать, какой максимальный квадрат его армии остался целым. Командер видит строй и может сказать о том, в какой точке присутствует штурмовик, а в какой – уже пал. Помогите командиру найти длину такого максимального квадрата, где войско осталось целым по данным, которые он вам предоставит.

Входные данные
В первой строке даны два натуральных числа N и M ($1 \leq N, M \leq 1000$). Далее в N строках расположено по M чисел, разделенных пробелами (число равно 0, если в позиции отсутствует штурмовик, или 1, если уцелел).

Выходные данные
Выведите одно число – сторону максимального квадрата, полностью состоящего из уцелевших штурмовиков.

| | |
|---|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 4 5 0 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1 0 1 0 0 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 2 | |

K. Наибольшая возрастающая подпоследовательность

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Пусть a_1, a_2, \dots, a_n – числовая последовательность. Длина последовательности – это количество элементов этой последовательности. Последовательность $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ называется подпоследовательностью последовательности a , если $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$. Последовательность a называется возрастающей, если $a_1 < a_2 < \dots < a_n$.

Вам дана последовательность, содержащая n целых чисел. Найдите ее самую длинную возрастающую подпоследовательность.

Входные данные
В первой строке задано одно число n ($1 \leq n \leq 2000$) – длина подпоследовательности. В следующей строке задано n целых чисел a_i ($-10^9 \leq a_i \leq 10^9$) – элементы последовательности.

Выходные данные
В первой строке выведите число k – длину наибольшей возрастающей подпоследовательности. В следующей строке выведите k чисел – саму подпоследовательность.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Примеры | |
| входные данные | Скопировать |
| 5 1 3 5 4 2 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 3 1 3 5 | |
| | |
| входные данные | Скопировать |
| 3 1 2 3 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 3 1 2 3 | |

L. Большая наибольшая возрастающая подпоследовательность

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 256 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Числовая последовательность задана рекуррентной формулой: $a_{i+1} = (ka_i + b) \bmod m$. Найдите её наибольшую возрастающую подпоследовательность.

Входные данные
Программа получает на вход пять целых чисел: длину последовательности n ($1 \leq n \leq 10^5$), начальный элемент последовательности a_1 , параметры k, b, m для вычисления последующих членов последовательности ($1 \leq m \leq 10^9, 0 \leq k < m, 0 \leq b < m, 0 \leq a_1 < m$).

Выходные данные
Требуется вывести длину наибольшей возрастающей подпоследовательности.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 5 41 2 1 109 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 3 | |

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 4 8 2 3 4 7 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 7 2 4 3 | |

O. Задача о рюкзаке

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 512 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Дано n предметов массой w_1, \dots, w_n .

Или наполняют рюкзак, который выдерживает вес не более s . Как набрать вес в точности s , используя как можно меньше предметов?

Входные данные
В первой строке вводятся натуральное число n , не превышающее 100 и натуральное число s , не превышающее 10000.

Во второй строке вводятся n натуральных чисел w_i , не превышающих 100.

Выходные данные
Выведите наименьшее необходимое число предметов или 0, если набрать данный вес невозможно.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 5 47 42 52 38 67 18 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 42 1 42 | |
| | |
| входные данные | Скопировать |
| 4 8 2 3 4 7 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 7 2 4 3 | |

P. Задача о рюкзаке

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 512 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Дано n предметов массой w_1, \dots, w_n .

Или наполняют рюкзак, который выдерживает вес не более s . Как набрать вес в точности s , используя как можно меньше предметов?

Входные данные
В первой строке вводятся натуральное число n , не превышающее 100 и натуральное число s , не превышающее 10000.

Во второй строке вводятся n натуральных чисел w_i , не превышающих 100.

Выходные данные
Выведите наименьшее необходимое число предметов или 0, если набрать данный вес невозможно.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Пример | |
| входные данные | Скопировать |
| 4 6 4 2 3 1 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 2 | |

Q. Задача о рюкзаке

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 512 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Дано n золотых слитков массой w_1, \dots, w_n . Ими наполняют рюкзак, который выдерживает вес не более s . Какую наибольшую массу золота можно унести в таком рюкзаке?

Входные данные
В первой строке вводятся натуральное число n , не превышающее 100 и натуральное число s , не превышающее 10000.

Во второй строке вводятся n натуральных чисел w_i , не превышающих 100.

Выходные данные
Выведите наибольшее возможное количество золота, которое можно унести в данный рюкзак. Во второй строке выведите число слитков, которое нужно взять, а в третьей строке – веса слитков, которые нужно взять. Если ответов несколько, выведите любой.

| | |
|------------------------|-----------------------------|
| Примеры | |
| входные данные | Скопировать |
| 5 47 42 52 38 67 18 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 42 1 42 | |
| | |
| входные данные | Скопировать |
| 4 8 2 3 4 7 | |
| выходные данные | Скопировать |
| 7 2 4 3 | |

R. Задача о рюкзаке

ограничение по времени на тест: 2 секунды
ограничение по памяти на тест: 512 мегабайт
ввод: стандартный ввод
вывод: стандартный вывод

Дано n предметов массой w_1, \dots, w_n .

Или наполняют рюкзак, который выдерживает вес не более s . Как набрать вес в точности s , используя как можно меньше предметов?

Входные данные
В первой строке вводятся натуральное число n , не превышающее 100 и натуральное число s , не превышающее 10000.

Во второй строке вводятся n натуральных чисел w_i , не превышающих 100.</