

# 用MIDAS/Civil做悬索桥分析

## 1. 悬索桥初始平衡状态分析理论

悬索桥与一般中小跨径桥梁的区别就是悬索桥的自重和大部分施工荷载主要由主缆来承担。特别是成桥后在恒载作用下主缆和吊杆的张力、桥形应与设计目标一致。悬索桥的主缆是变形性很大的承重构件，施工过程中主缆和加劲梁的几何形状变化非常大，所以进行悬索桥设计时，要做逆施工阶段分析（倒拆分析），为了做考虑几何非线性倒拆分析还需要做自重荷载下的初始平衡状态分析。

悬索桥在加劲梁的自重作用下产生变形后达到平衡状态，在满足设计要求的垂度和跨径条件下，计算主缆的坐标和张力的分析一般称为初始平衡状态分析。这是对运营阶段进行线性、非线性分析的前提条件，所以应尽量使初始平衡状态分析结果与设计条件一致。

悬索桥的初始平衡状态分析阶段是以悬索桥的基本假定为基础，利用节线法来计算空缆线形的过程。节线法是利用加劲梁、吊杆自重作用下产生的内力平衡条件来计算主缆的坐标和张力的方法。此方法是悬索桥（广安大桥、永宗大桥、日本明石海峡大桥）广泛应用的方法。最近除了节线法之外，还有利用弹性悬链线确定空缆线形的方法和考虑加劲梁、主缆、主塔体系来决定整体结构形状的精确分析的方法。MIDAS/Civil软件不仅能做节线法分析，而且还能对整体结构体系做精确的初始平衡状态分析。

### 1.1 节线法

该方法采用了日本Ohtsuki博士使用的计算索平衡状态方程式，是利用桥梁自重和主缆张力的平衡方程计算主缆坐标和主缆张力的方法。其基本假定如下：

- (1) 吊杆仅在横桥向倾斜，垂直于顺桥向。
- (2) 主缆张力沿顺桥向分量在全跨相同。
- (3) 假定主缆与吊杆的连接节点之间的索呈直线形状，而非抛物线形状。
- (4) 主缆两端坐标、跨中垂度、吊杆在加劲梁上的吊点位置、加劲梁的恒荷载等为已知量。

吊杆间主缆的张力分布如图1所示。

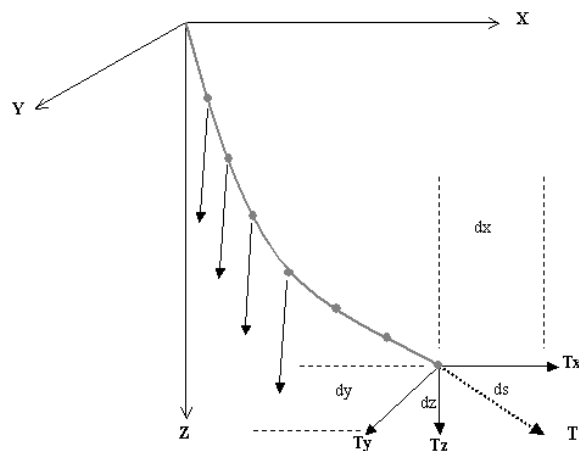


图 1. 主缆张力

一般来说将索分别投影在竖直面和水平面上,利用在各自平面上张力和恒荷载的平衡关系进行分析,下面分别介绍竖向和水平面内的分析过程。

### 1.1.1 竖向平面内的分析

下图为主缆在竖向平面上的投影,假设一个跨度内的吊杆数量为 $N-1$ ,则吊杆将该跨分割成 $N$ 跨。

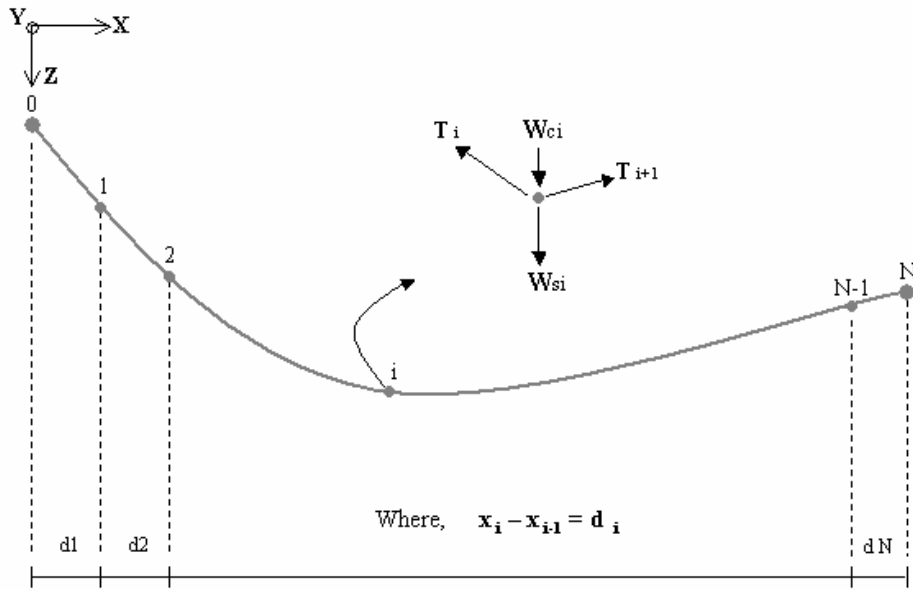


图 2. 投影在X-Z平面上的主缆形状和力的平衡

在此,  $W_{si}$  是将加劲梁和吊杆荷载平均到主缆上的均布荷载,  $W_{ci}$  是主缆的自重。根据力的平衡条件,在第 $i$ 个节点位置的平衡方程式如下。

$$T_1 \frac{d_1}{l_1} = T_2 \frac{d_2}{l_2} = \Lambda = T_N \frac{d_N}{l_N} = T_x$$

$$T_i \frac{d_i}{l_i} = T_{i+1} \frac{d_{i+1}}{l_{i+1}} \quad (i = 1, 2, \dots, N-1) \dots\dots\dots (a)$$

在此  $T_i$  为节点 $i-1$ 和节点 $i$ 之间的主缆单元的张力,  $l_i$  是主缆单元的长度,  $T_x$  是主缆张力的水平分量,主缆张力的水平分量在全跨相同。

在横桥向,即Y-Z平面上的力的平衡如图3所示。

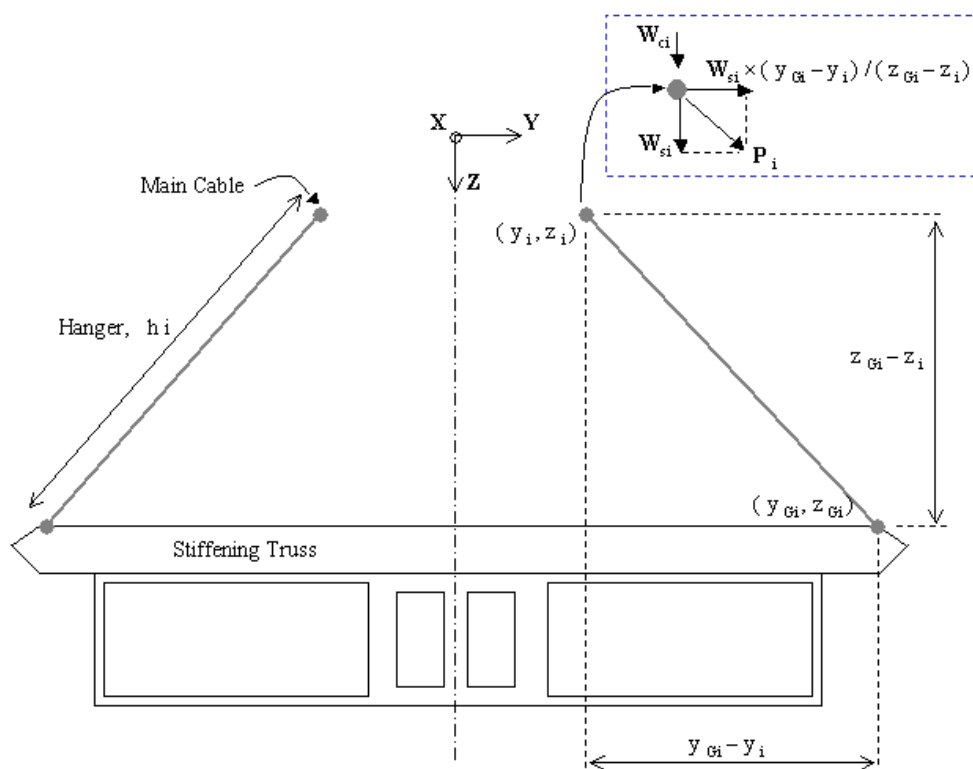


图 3. Y-Z平面上的平衡

在Y-Z平面上的平衡方程如下：

$$T_i \frac{z_i - z_{i-1}}{l_i} - T_{i+1} \frac{z_{i+1} - z_i}{l_{i+1}} = P_i \frac{z_{Gi} - z_i}{h_i} + W_{ci} \quad (i = 1, 2, \dots, N-1)$$

.....(b)

在此  $P_i$  是第  $i$  个吊杆的张力， $h_i$  是吊杆的长度。

由(a)和(b)可以得到  $N-1$  个方程。

$$T_x \left( -\frac{z_{i-1} - z_i}{d_i} + \frac{z_i - z_{i+1}}{d_{i+1}} \right) = P_i \frac{z_{Gi} - z_i}{h_i} + W_{ci} = W_{si} + W_{ci}$$

$$(i = 1, 2, \dots, N-1)$$

在此， $W_{si}$  是均分到主缆上的加劲梁和吊杆的荷载， $W_{ci}$  是主缆自重。上面公式中的未知数为  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N-1$ ) 和  $T_x$ ，共有  $N$  个未知数，所以还需要一个条件才能解开方程组。作为追加条件使用跨中的垂度  $f$  与跨中、两边吊杆的竖向坐标的关系公式。

$$z_{\frac{N}{2}} = \frac{1}{2} (z_N + z_0) + f$$

### 1.1.2 水平面内的分析

与竖向平面的分析一样，也可以得到如下N-1个水平面内的平衡关系公式

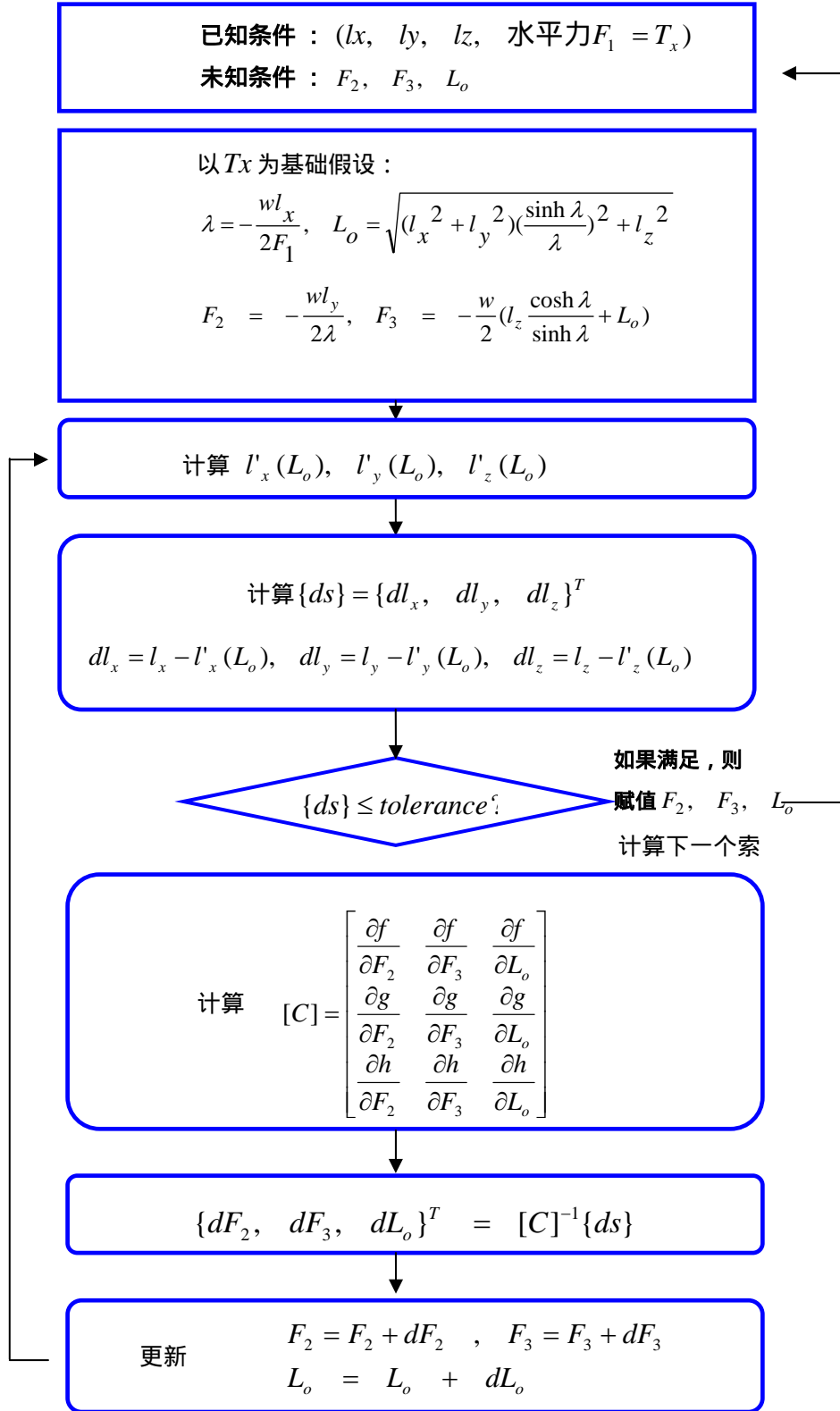
$$T_x \left( -\frac{y_{i-1} - y_i}{d_i} + \frac{y_i - y_{i+1}}{d_{i+1}} \right) = P_i \frac{y_{Gi} - y_i}{h_i} = W_{si} \frac{y_{Gi} - y_i}{z_{Gi} - z_i} \quad (i=1, 2, \dots, N-1)$$

在此，水平张力  $T_x$  可由竖向平面内的分析获得，主缆两端的y轴坐标  $y_0$ ， $y_N$  为已知值，所以共有N-1的未知数  $y_i$  ( $i=1, 2, \dots, N-1$ ) 可通过方程组计算。

## 1.2 精确平衡状态分析

### 1.2.1 确定主缆线形

通过节线法确定的主缆初始线形因为基本假定（假定2）的假设，可能与主缆的最终实际线形有所差异。所以需要以节线法确定的初始线形为基础，使用悬链线索单元做更精确的分析。首先把主缆两端的锚固点、主塔底部、吊杆下端均按固结处理，然后建立由弹性悬链线主缆和吊杆形成的空缆模型。通过节线法计算的主缆两端坐标和无应力长作为弹性悬链线的已知参数。无应力长  $L_0$  是以主缆两端坐标为基础计算而得，主缆的水平张力  $T_x$  也是通过节线法来计算，也是已知参数。初始平衡状态的精确分析分析流程图参见图4。

图 4. 通过已知条件  $T_x$  表现弹性悬链线单元的静力平衡状态

### 1.2.2 确定整体结构形状

自锚式悬索桥的主缆和加劲梁是连接在一起的，加劲梁受很大的轴力作用。如图5所示，加劲梁的两端和主塔顶部会产生很大（桥轴方向）的位移。即主缆体系将发生变化，所以从严格意义来说初始平衡状态分析计算的主缆坐标和无应力长与实际并不相符。这样的问题可以通过给杆系单元输入初始内力来解决。

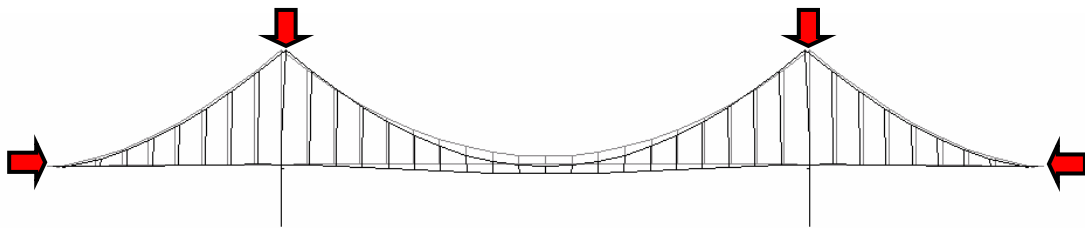


图 5. 自锚式悬索桥加劲梁两端和主塔顶部的变形

图5为自锚式悬索桥的初始平衡状态。把主缆平衡状态分析计算的主缆反力作为外力施加在杆系单元上（输入初始内力）。

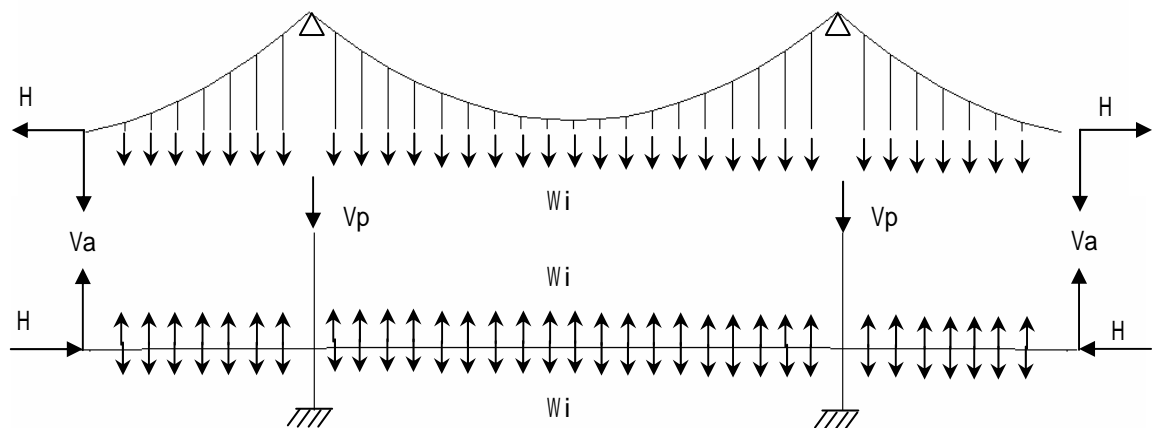


图 6. 初始平衡状态自锚式悬索桥分离图形

2. 地锚式悬索桥初始平衡状态分析例题

2.1 桥梁类型以及基本数据

三跨连续的地锚式悬索桥，全跨116m（183 + 750 + 183），详细数据如图7所示。

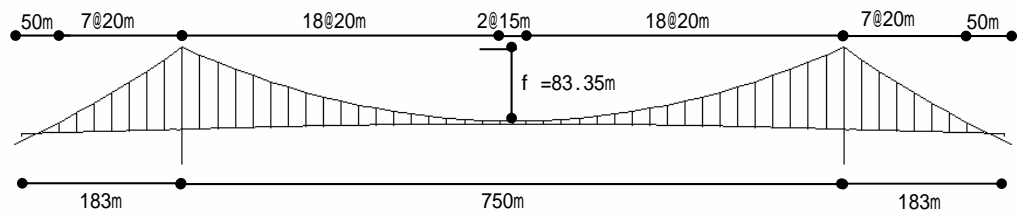


图 7. 三跨连续地锚式悬索桥

分类	主跨	边跨
加劲梁自重	9.680tonf/m	9.680tonf/m
附属构件平均集中荷载	4.5tonf/EA	4.5tonf/EA
主缆单位长度自重	0.8528tonf/m	1.2625tonf/m
吊杆单位长度自重	0.0132tonf/m	0.0132tonf/m

将附属构件的荷载换算成集中荷载，加在吊杆下端节点上。主缆和吊杆的自重需要通过反复迭代计算才能确定（因为只有确定了主缆坐标位置才能确定重量）。

2.2 用节线法计算主缆坐标

2.2.1 主跨主缆坐标的计算

垂点和主塔顶点坐标为已知点，利用节线法计算主跨主缆的坐标。

分类	X(m)	Z(m)
垂点	595.0	48.35
主塔顶点	220.0	131.7

用节线法计算地锚式悬索桥形状时，要把加劲梁的均布荷载换算成集中荷载加载在吊杆的下端。

主跨的一般吊杆： $9.68\text{tonf} / \text{m} \times 20.0\text{m} \times \frac{1}{2} = 96.8\text{tonf}$

$$\text{主跨垂点相邻吊杆} : 9.68\text{tonf} / \text{m} \times 17.5\text{m} \times \frac{1}{2} = 84.7\text{tonf}$$

$$\text{主跨垂点处吊杆} : 9.68\text{tonf} / \text{m} \times 15.0\text{m} \times \frac{1}{2} = 72.6\text{tonf}$$

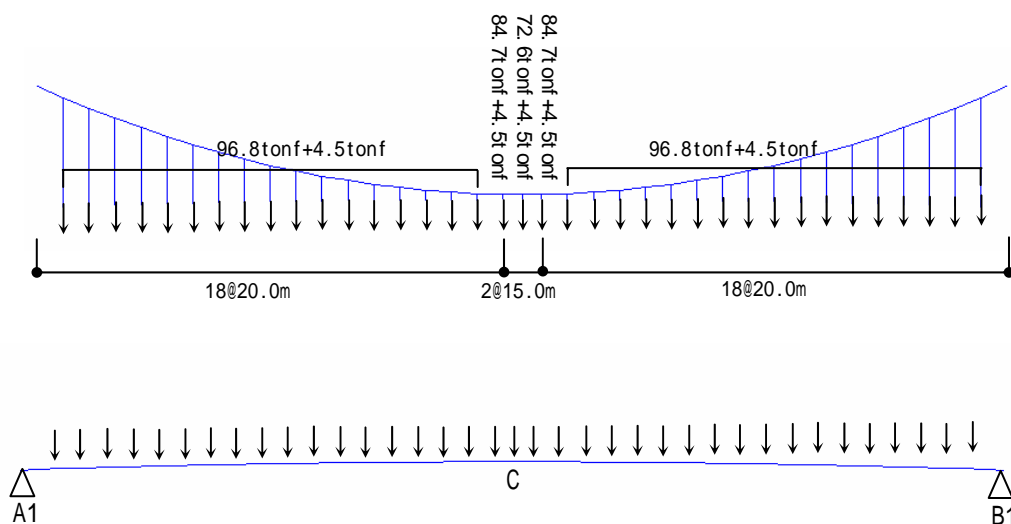


图 8. 主跨加劲梁荷载

计算主缆的水平张力( $T_x$ )。如图8所示，A1点作用的反力计算如下：

$$101.3\text{tonf} \times 17 + 89.2\text{tonf} + 77.1\text{tonf} \times \frac{1}{2} = 1849.85\text{tonf}$$

垂点C处的弯矩 $M_c$ 计算如下：

$$\begin{aligned} M_c &= 1849.85 \times 750 \times \frac{1}{2} - 101.3 \times (355 + 335 + 315 + \dots + 75 + 55 + 35) - 89.2 \times 15 \\ &= 356546.25\text{tonf} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

利用  $M_c = T_x \cdot f$  条件，计算水平张力为：

$$T_x = \frac{M_c}{f} = \frac{356546.25}{83.35} = 4277.699\text{tonf}$$

利用上面求出的水平张力和主塔的反力可以计算出主塔旁边第一根吊杆上端节点的坐标。



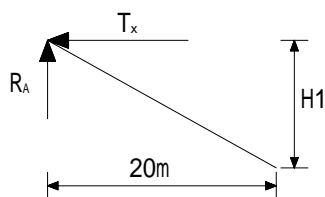


图 9. 主塔反力

如图9所示，通过下面的关系式计算H1。

$$\frac{H1}{20m} = \frac{R_A}{T_x} \rightarrow H1 = \frac{R_A}{T_x} \times 20 = \frac{1849.85}{4277.699} \times 20 = 8.649m$$

主塔旁边第一根吊杆上端节点的Z坐标为：

$$131.7 - 8.654 = 123.046m$$

第二根吊杆上端节点坐标可通过第一根吊杆上端节点的平衡条件来计算。

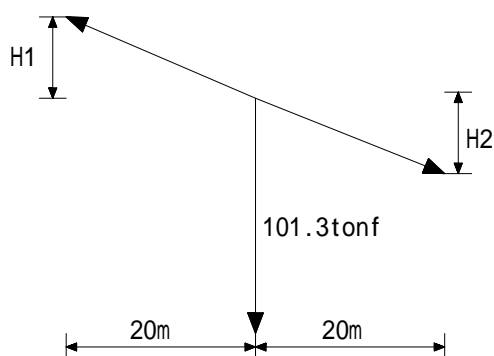


图 10. 吊杆上部节点力的平衡

$$T_x \times \frac{H1}{20} - T_x \times \frac{H2}{20} = 101.3tonf$$

$$\rightarrow H2 = \frac{20}{T_x} \times (T_x \times \frac{H1}{20} + 101.3) = \frac{20}{4277.699} \times (4277.699 \times \frac{8.648}{20} + 101.3) = 8.175m$$

主塔旁边第二根吊杆上端节点的Z坐标为：

$$123.046 - 8.179 = 114.867m$$

以此类推，可以求出其它吊杆上端节点的Z坐标如下表。

号	X(m)	Z(m)(上端)	Z(m)(下端)	吊杆长度
吊杆1	240	123.05119	39.065	83.98619
吊杆2	260	114.876	39.605	75.271
吊杆3	280	107.17443	40.145	67.02943
吊杆4	300	99.946484	40.682	59.26448
吊杆5	320	93.192152	41.196	51.99615
吊杆6	340	86.91144	41.673	45.23844
吊杆7	360	81.104346	42.114	38.99035
吊杆8	380	75.770872	42.519	33.25187
吊杆9	400	70.911017	42.888	28.02302
吊杆10	420	66.524781	43.221	23.30378
吊杆11	440	62.612164	43.518	19.09416
吊杆12	460	59.173166	43.779	15.39417
吊杆13	480	56.207787	44.004	12.20379
吊杆14	500	53.716027	44.193	9.523027
吊杆15	520	51.697886	44.346	7.351886
吊杆16	540	50.153364	44.463	5.690364
吊杆17	560	49.082461	44.544	4.538461
吊杆18	580	48.428605	44.589	3.839605
吊杆19	595	48.35	44.6	3.75

如上表所示，确定主缆的坐标以后吊杆与主缆相交节点的Z坐标与吊杆和加劲梁相交节点的Z坐标之差就是吊杆的长度。且如图11所示，主缆的长度 ( $L_i$ ) 也可通过其坐标来计算。

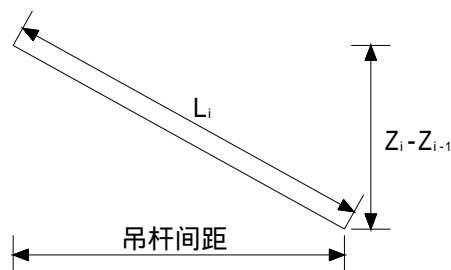


图 11. 主缆长度计算

分类	主缆长度(m)	主缆自重(tonf)	吊杆长度(m)	吊杆自重(tonf)
1	21.78995	18.582468	83.986192	1.107509
2	21.60633	18.425882	75.271004	0.992584
3	21.43162	18.276882	67.029434	0.883904
4	21.26601	18.135655	59.264484	0.781509
5	21.10974	18.002384	51.996152	0.685663
6	20.963	17.877246	45.23844	0.59655
7	20.826	17.760414	38.990346	0.514158
8	20.69894	17.652053	33.251872	0.438486
9	20.58199	17.552319	28.023017	0.369534
10	20.47533	17.46136	23.303781	0.307302
11	20.37912	17.379314	19.094164	0.251791
12	20.29351	17.306309	15.394166	0.203
13	20.21864	17.242458	12.203787	0.160929
14	20.15462	17.187863	9.5230268	0.125578
15	20.10156	17.142614	7.351886	0.096948
16	20.05955	17.106784	5.6903642	0.075038
17	20.02865	17.080433	4.5384615	0.059848
18	20.01069	17.065112	3.8396053	0.050632
19	15.00161	12.793376	3.75	0.049451

确定主缆和吊杆的长度以后，可计算出主缆和吊杆的自重（如上表）。

前面计算的主缆坐标只考虑了加劲梁自重和附属构件荷载。为了计算考虑主缆、吊杆自重的主缆坐标，根据通过坐标计算的而得主缆、吊杆自重重新进行反复迭代计算，最终求出收敛的主缆坐标。利用节线法反复计算的最终主缆坐标如下表。此时最终主缆水平张力为5033.274tonf。

项目	X(m)	Z(m)	节点荷载(tonf)
吊杆1	240	123.02629	121.0996579
吊杆2	260	114.83269	120.8233816
吊杆3	280	107.11814	120.5616376
吊杆4	300	99.881664	120.3145789
吊杆5	320	93.122347	120.0825831
吊杆6	340	86.839324	119.8659451
吊杆7	360	81.031795	119.6647566
吊杆8	380	75.699023	119.4791191
吊杆9	400	70.840333	119.3091295
吊杆10	420	66.455112	119.1548797
吊杆11	440	62.542809	119.0164558
吊杆12	460	59.102938	118.8939376
吊杆13	480	56.135075	118.7873978
吊杆14	500	53.638861	118.6969018
吊杆15	520	51.614001	118.6225066
吊杆16	540	50.060262	118.564261
吊杆17	560	48.977478	118.5222049
吊杆18	580	48.317469	106.3970373
吊杆19	595	48.35	90.00150677

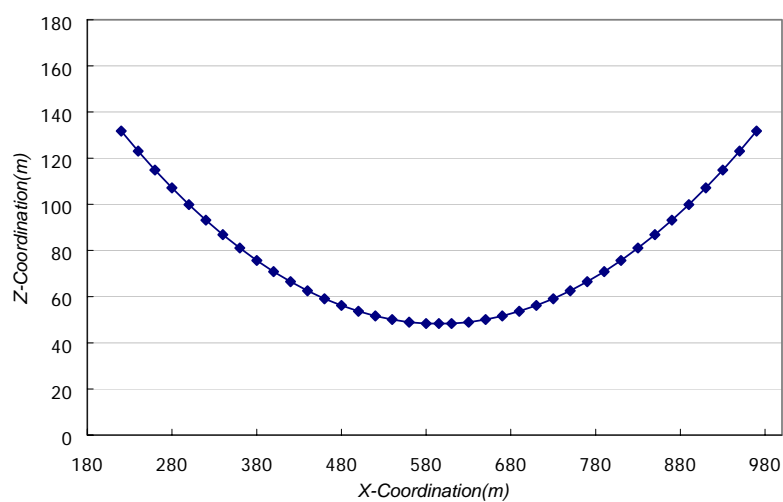


图 12. 主跨主缆最终坐标

### 2.2.2 边跨主缆坐标计算

边跨主缆的水平张力与主跨主缆水平张力相同。计算边跨主缆坐标时，使用水平张力值5033.274tonf。采用计算主跨主缆坐标相同的方法计算边跨主缆坐标。

$$\text{边跨一般吊杆} : 9.68\text{tonf} / \text{m} \times 20.0\text{m} \times \frac{1}{2} = 96.8\text{tonf}$$

$$\text{边跨支点处吊杆} : 9.68\text{tonf} / \text{m} \times 50.0\text{m} \times \frac{1}{2} = 242.0\text{tonf}$$

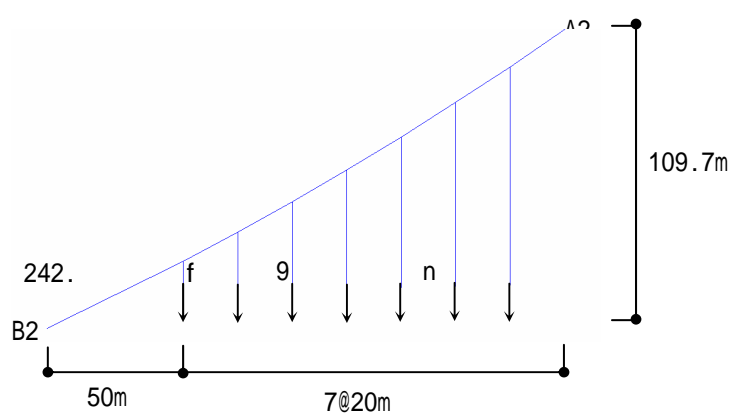


图 13. 边跨加劲梁集中荷载

位置	X(m)	Z(m)
A2	220.0	131.7
B2	30.0	22.0

利用B2点的弯矩为0的条件计算作用主塔上的竖向荷载。

$$246.5 \times 50 + 101.3 \times (50 + 70 + 90 + 110 + 130 + 150 + 170) + 4277.699 \times 109.7 - R_{A2} \times 190 = 0$$

$$R_{A2} = \frac{246.5 \times 50 + 101.3 \times (50 + 70 + 90 + 110 + 130 + 150 + 170) + 4277.699 \times 109.7}{190} = 2918.551\text{tonf}$$

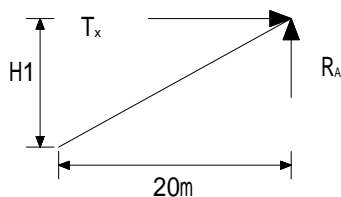


图 14. 主塔顶点反力

如图14所示，通过下面的关系计算H1。

$$\frac{H1}{20m} = \frac{R_A}{T_x} \rightarrow H1 = \frac{R_A}{T_x} \times 20 = \frac{2918.551}{4277.699} \times 20 = 13.645m$$

主塔边第一根吊杆上端节点的Z坐标为  $131.7 - 13.645 = 118.055m$ 。

第二根吊杆上端节点的坐标可利用第一根吊杆上端节点的力的平衡条件来计算。

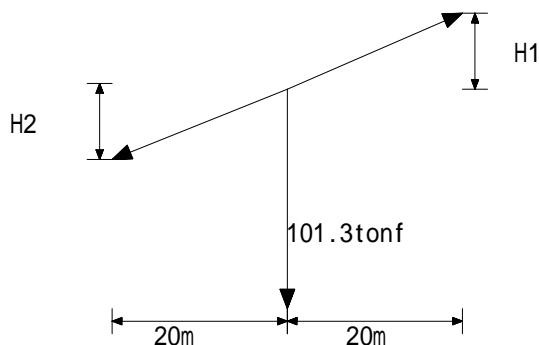


图 15. 吊杆上端节点的力的平衡条件

$$T_x \times \frac{H1}{20} - T_x \times \frac{H2}{20} = 101.3tonf$$

$$\rightarrow H2 = \frac{20}{T_x} \times (T_x \times \frac{H1}{20} + 101.3) = \frac{20}{4277.699} \times (4277.699 \times \frac{13.645}{20} + 101.3) = 12.493m$$

主塔边第二根吊杆上端节点的Z坐标为  $118.055 - 12.493 = 105.562m$ 。

以此类推，其它吊杆上端节点的Z坐标计算结果如下表。

号	X(m)	Z(m, 上端)	Z(m, 下端)	吊杆长度
吊杆1	200	118.05458	36.625	81.42958
吊杆2	180	105.56164	37.165	68.39664
吊杆3	160	93.542331	37.705	55.83733
吊杆4	140	81.996636	36.365	45.63164
吊杆5	120	70.92456	36.905	34.01956
吊杆6	100	60.326103	37.445	22.8811
吊杆7	80	50.201265	37.985	12.21626

如上表所示，确定主缆的坐标以后吊杆与主缆相交节点的Z坐标与吊杆和加劲梁相交节点的Z坐标之差就是吊杆的长度。主缆的长度（ $L_i$ ）也可通过其坐标来计算。

号	主缆长度	主缆自重	吊杆长度	吊杆自重
1	24.21151664	30.56704	81.42958	1.07487
2	23.58120822	29.771275	68.39664	0.902836
3	23.33375052	29.45886	55.83733	0.737053
4	23.09335566	29.155362	45.63164	0.602338
5	22.86024646	28.861061	34.01956	0.449058
6	22.63464801	28.576243	22.8811	0.302031
7	22.41678708	28.301194	12.21626	0.161255

确定主缆、吊杆的长度以后，根据单位长度重量计算主缆和吊杆的自重。采用计算主跨主缆时的相同方法反复计算最终得出收敛后的主缆坐标（考虑主缆和吊杆自重）。

号	X(m)	Z(m)	节点荷载(tonf)
吊杆1	200	117.89417	278.25439
吊杆2	180	105.19399	132.10869
吊杆3	160	93.01876	131.59088
吊杆4	140	81.366411	131.11693
吊杆5	120	70.235062	130.63734
吊杆6	100	59.622809	130.17715
吊杆7	80	49.527822	129.73656

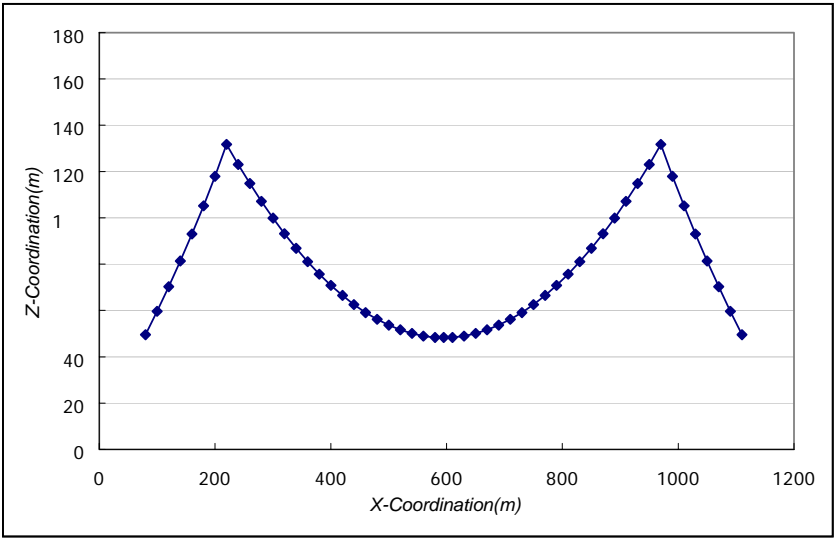


图 16. 主缆最终坐标

2.3 主缆的精确初始平衡状态分析

利用MIDAS/Civil的悬索桥分析控制功能进行精确的初始平衡状态分析。

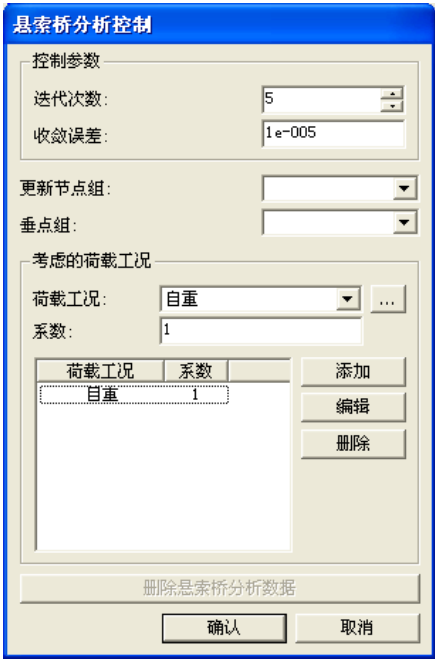


图 17. 悬索桥分析控制数据对话框



如图17所示,指定最终的更新节点和主跨的垂点结构组,还要选择初始平衡状态分析时要考虑的荷载组。如图18所示,将更新节点和垂点定义为结构组。通过位移形状可以判断结构是否处于初始平衡状态。

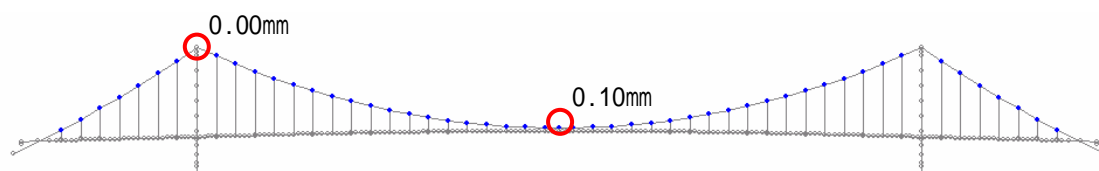


图 18. 初始平衡状态

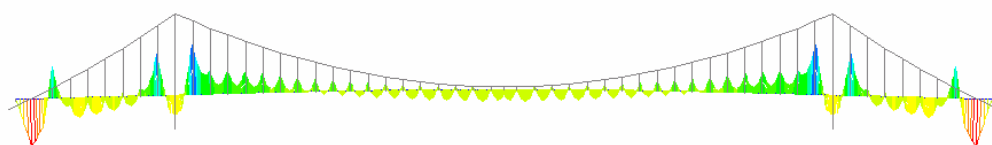


图 19. 加劲梁弯矩图(1)

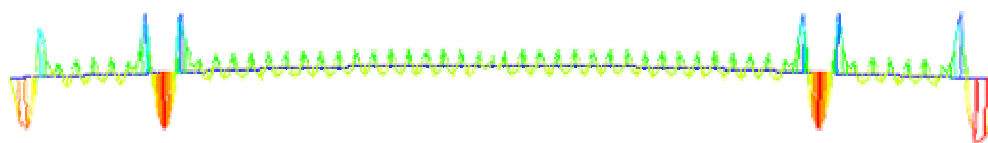


图 20. 加劲梁弯矩图(2)

如图19、20为悬索桥初始平衡状态的加劲梁弯矩图。主缆的坐标和加劲梁的弯矩都是吊杆张力的函数,所以调整吊杆的张力对主缆坐标和加劲梁的弯矩都有很大的影响。通过调整吊杆张力的和设置施工预拱度可以使加劲梁的弯矩分布更为均匀。

3. 自锚式悬索桥分析例题

自锚式悬索桥初始平衡状态分析通过两个步骤来完成。第一步骤，首先只对主缆做初始平衡状态分析。第二步骤，在第一步骤中计算的主缆支点反力作为外力加载在杆系结构上，计算加劲梁以及主塔的初始内力。

3.1 桥梁类型及基本数据

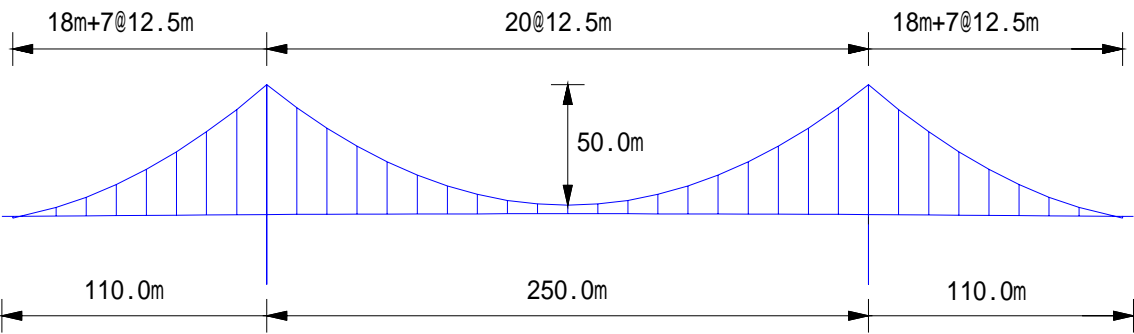


图 21. 三跨连续自锚式悬索桥

项目	X(m)	Z(m)
垂点	235.0	31.895
主塔顶点	110.0	81.895

项目	主跨	边跨
恒荷载	14.000tonf/m	13.000tonf/m

恒荷载包括加劲梁自重、吊杆自重、主缆自重、附属物自重等。

3.2 利用节线法计算主缆坐标

3.2.1 主跨主缆坐标计算

为了利用节线法计算主缆线形，把恒荷载换算为集中荷载加载在吊杆的下端节点上。

主跨吊杆： $13.0\text{tonf} / \text{m} \times 12.5\text{m} = 162.5\text{tonf}$

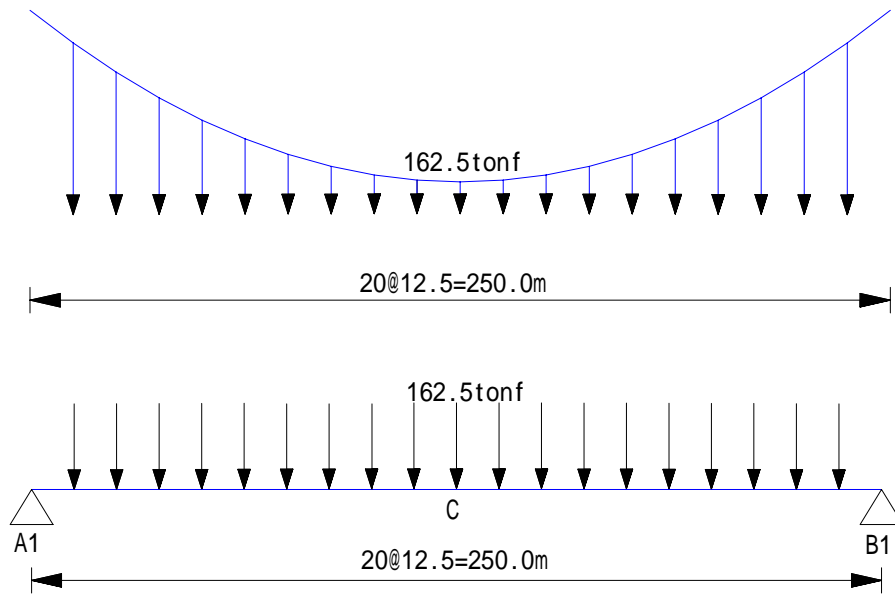


图 22. 主跨部分集中荷载

计算主缆的水平张力 ( $T_x$ )。

如图22所示，首先计算作用在A1点的反力 $R_{A0}$ 。

$$162.5\text{tonf} \times 19 \times \frac{1}{2} = 1543.75\text{tonf}$$

则垂点C的弯矩 $M_c$ 为：

$$\begin{aligned} M_c &= 1543.75 \times 250 \times \frac{1}{2} - 162.5 \times (12.5 \times 9 + 12.5 \times 8 + \cdots + 12.5 \times 2 + 12.5 \times 1) \\ &= 101562.5\text{tonf} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

利用  $M_c = T_x \cdot f$  条件计算水平张力 $T_x$ ：

$$T_x = \frac{M_c}{f} = \frac{101562.5}{50} = 2031.25\text{tonf}$$

利用水平张力计算主缆坐标的方法与地锚式悬索桥的计算方法相同。省略具体计算过程，计算结果如下表。

号	X(m)	Z(m)
吊杆1	122.5	72.395
吊杆2	135	63.895
吊杆3	147.5	56.395
吊杆4	160	49.895
吊杆5	172.5	44.395
吊杆6	185	39.895
吊杆7	197.5	36.395
吊杆8	210	33.895
吊杆9	222.5	32.395
吊杆10	235	31.895

### 3.2.2 边跨主缆坐标计算

计算边跨主缆坐标时的水平张力与主跨相等,计算坐标方法也相同。首先把加劲梁与吊杆的均布荷载换算成集中荷载加载在吊杆下端节点上。

$$\text{边跨一般吊杆: } 14.0\text{tonf} / \text{m} \times 12.5\text{m} \times \frac{1}{2} = 175.0\text{tonf}$$

$$\text{边跨端部吊杆: } 14.0\text{tonf} / \text{m} \times (18.0\text{m} + 12.5\text{m} \times \frac{1}{2}) = 213.5\text{tonf}$$

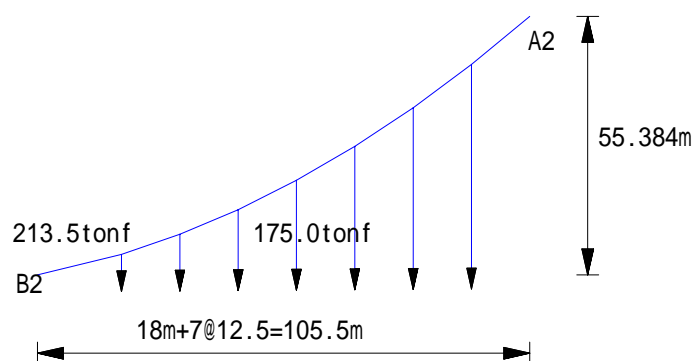


图 23. 边跨集中荷载

点	X(m)	Z(m)
A2	110.0	81.895
B2	4.5	26.511

利用B2点的弯矩为0的条件，计算主塔顶点作用的竖直荷载。

$$213.5 \times 18 + 175 \times \{(18 + 12.5 \times 1) + (18 + 12.5 \times 2) + \cdots + (18 + 12.5 \times 5) + (18 + 12.5 \times 6)\} + 2103.25 \times 55.384$$

$$-R_{A2} \times 105.5 = 0$$

$$\therefore R_{A2} = 1717.339 \text{ tonf}$$

主塔顶点作用的总荷载为： $1717.339 \text{ tonf} + 1543.75 \text{ tonf} = 3261.089 \text{ tonf}$

利用水平张力和竖直荷载计算主缆坐标方法与地锚式悬索桥相同。主缆坐标最终计算结果如下表。

号	X(m)	Z(m)
吊杆1	97.5	71.32676
吊杆2	85	62.07237
吊杆3	72.5	53.8949
吊杆4	60	46.79435
吊杆5	47.5	40.77073
吊杆6	35	35.82403
吊杆7	22.5	31.95425

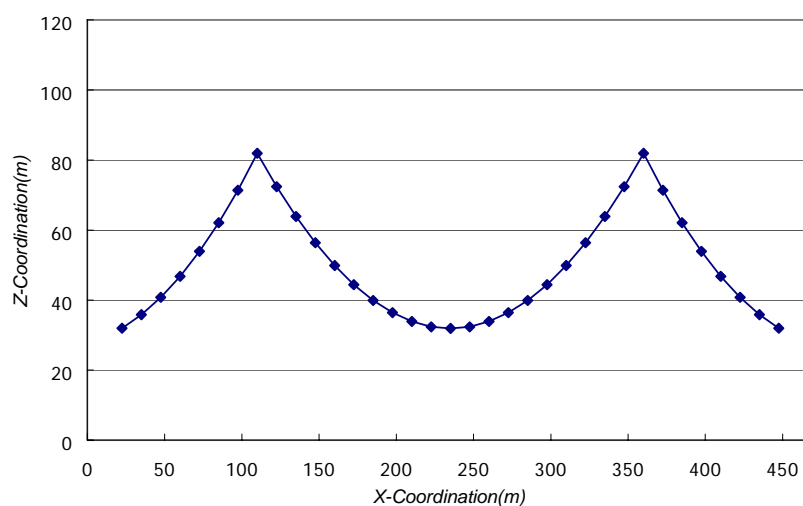


图 24. 主缆最终坐标

### 3.2.3 计算杆系结构的初始内力

将通过主缆平衡状态分析计算的主缆反力作为外力作用在杆系结构上，计算其初始内力。主塔顶点处，施加前面计算的总竖向荷载  $3261.089\text{tonf}$ 。加劲梁两端，利用加劲梁与主缆相交节点坐标和端部第一根吊杆上端节点坐标、主缆的水平张力来计算其反力。

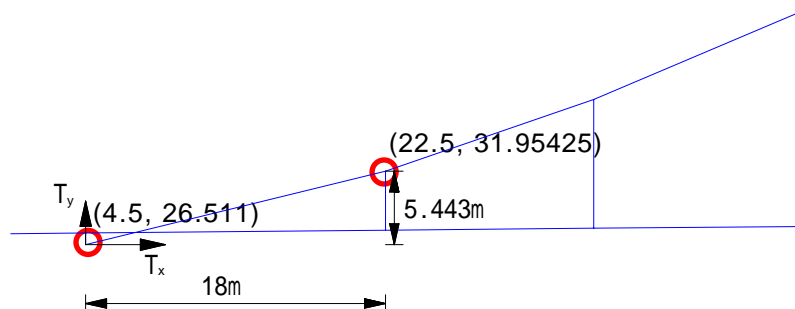


图 25. 计算加劲梁与主缆相交节点反力

加劲梁与主缆相交节点有如下关系：

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{5.443\text{m}}{18\text{m}}$$

$$T_y = T_x \times \frac{5.443}{18} = 2031.25 \times \frac{5.443}{18} = 614.227\text{tonf}$$

参照图26，主缆的反力加载在杆系结构上。

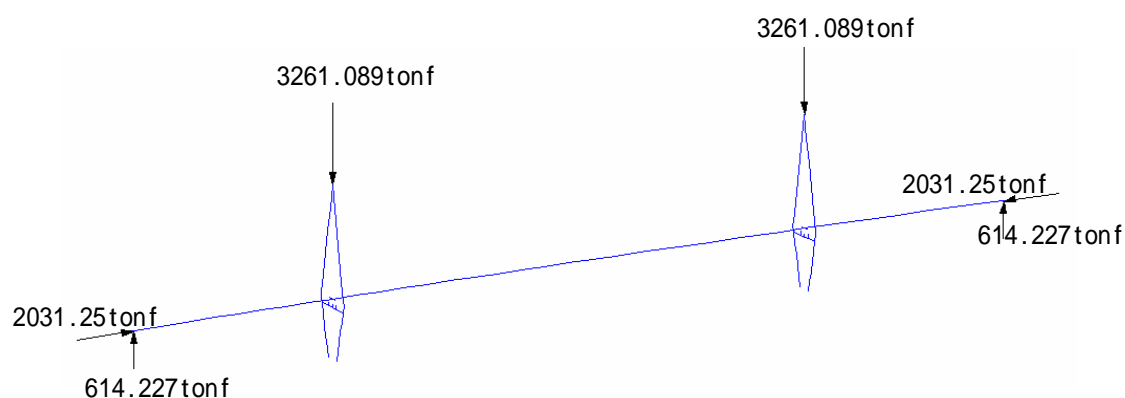


图 26. 给杆系结构加载主缆反力

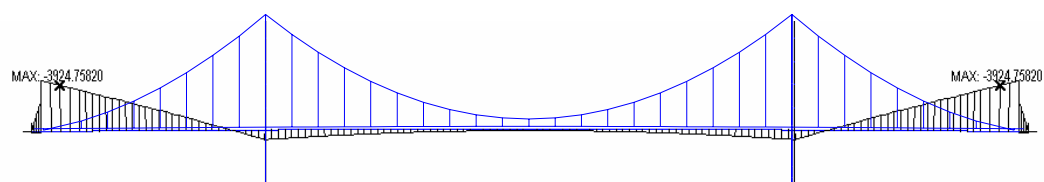


图 27. 加劲梁弯矩图

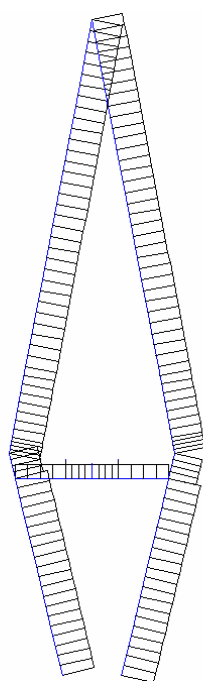


图 28. 主塔轴力图

## 4. 悬索桥成桥阶段分析 - 线性有限位移法

悬索桥初始平衡状态分析是成桥阶段和施工阶段分析的基础。施工阶段分析是在确定恒载下的结构形状(垂点、主缆线形)后,以平衡状态的内力为基础按逆施工阶段的顺序做倒拆分析的方法。因施工阶段中会出现较大的几何变形,必须要考虑结构的大位移(几何非线性)特性。

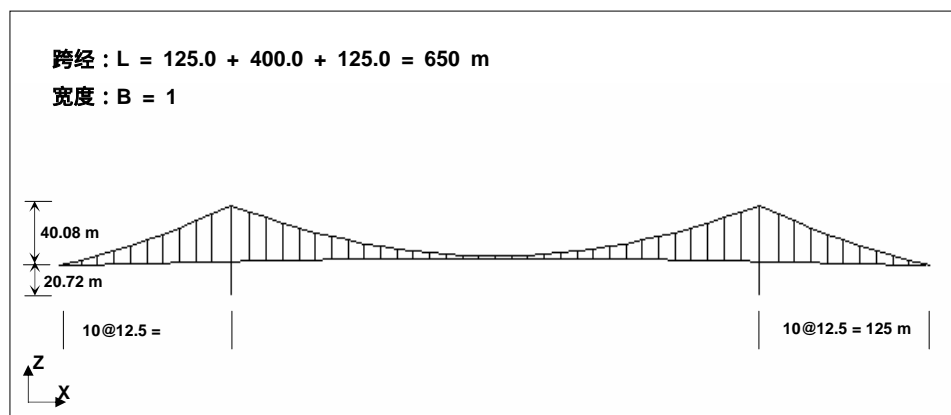
在进行成桥阶段分析时,因为移动荷载分析、动力分析、以及其它荷载不能使用叠加法来计算,所以对成桥阶段进行大位移分析也是很困难的。对张力的研究结果认为主缆承受的80%以上的轴力都是由恒载产生,恒载以外其它荷载的影响很小。所以做悬索桥的成桥阶段分析时,一般会将初始平衡状态下的主缆和吊杆的张力转换为几何刚度后做线性分析(线性有限位移法)。通过实际工程分析验证,已经证明利用线性有限位移法计算的结果与有限位移法计算结果误差在1%之内。

### 4.1 线性有限位移法的理论验证

为了验证MIDAS/Civil的线性有限位移法的正确性,以南海大桥模型为例进行验证。用其分析结果与“南海大桥安全诊断报告书”的实测值以及其它软件的分析结果进行比较。

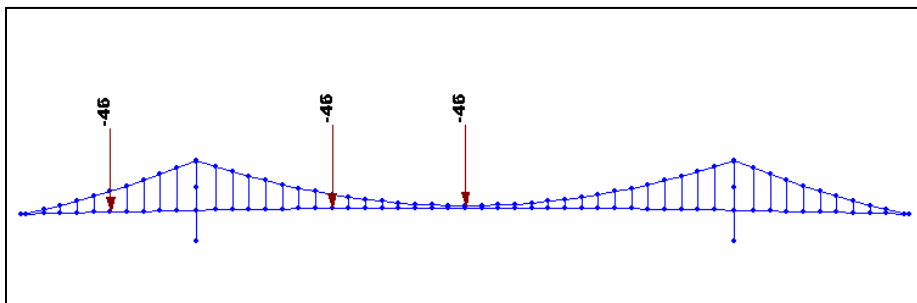
#### 4.1.1 桥梁基本数据及荷载工况

南海大桥为总跨径650m的悬索桥,详细数据如下图。





用静力荷载形式施加移动荷载（46tonf），如下图。



#### 4.1.2 分析结果以及结果比较

对“安全诊断书”、某有限元软件（S）、MIDAS/Civil691、YS-SUS、KICT（韩国建筑技术研究院）、KHC（韩国公路公司）的分析结果进行比较。

##### 1) 荷载工况 1(主跨跨中位置施加移动荷载46tonf)

位置	安全诊断书	MIDAS V691	某有限元软件（S）	YS-SUS	KICT	KHC
边跨跨中	0.064	0.062	0.064	0.06	0.06	0.062
主跨1/4跨	-0.032	-0.032	-0.036	-0.033	-0.031	-0.035
主跨跨中	-0.312	-0.316	-0.324	-0.323	-0.306	-0.325

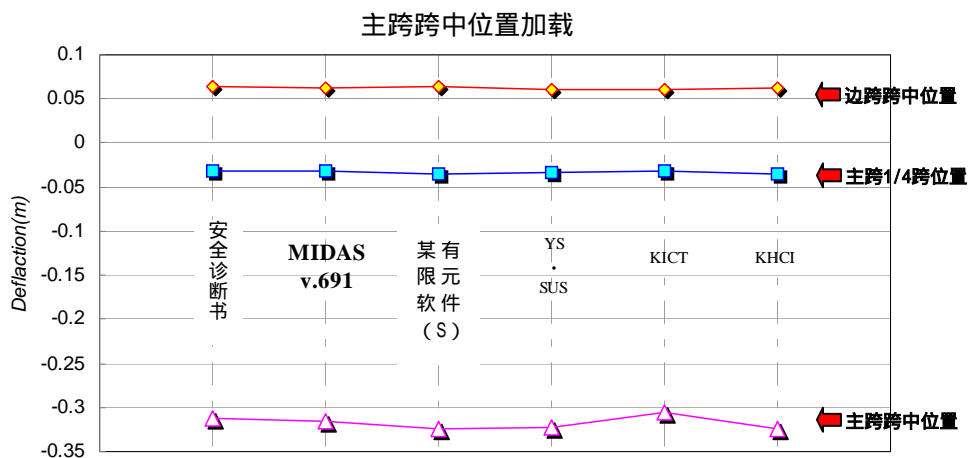


图 29. 主跨跨中位置加载时的挠度

2) 荷载工况 2(主跨1/4跨位置施加移动荷载46tonf)

位置	安全诊断书	MIDAS V691	某有限元软件 ( S )	YS-SUS	KICT	KHC
边跨跨中	0.06	0.045	0.047	0.045	0.054	0.049
主跨1/4跨	-0.373	-0.372	-0.379	-0.365	-0.324	-0.37
主跨跨中	-0.063	-0.032	-0.036	-0.033	-0.028	-0.035

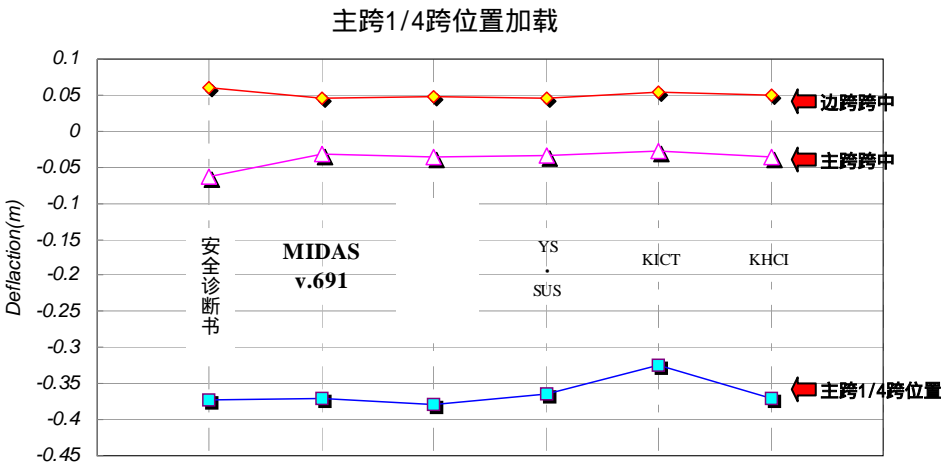


图 30. 主跨1/4跨位置加载时的挠度

3) 荷载工况 3(边跨跨中施加移动荷载46tonf)

位置	安全诊断书	MIDAS V691	某有限元软件 ( S )	YS-SUS	KICT	KHC
边跨跨中	-0.236	-0.243	-0.248	-0.235	-0.242	-0.246
主跨1/4跨	0.052	0.046	0.047	0.045	0.06	0.049
主跨跨中	0.061	0.063	0.064	0.06	0.066	0.062

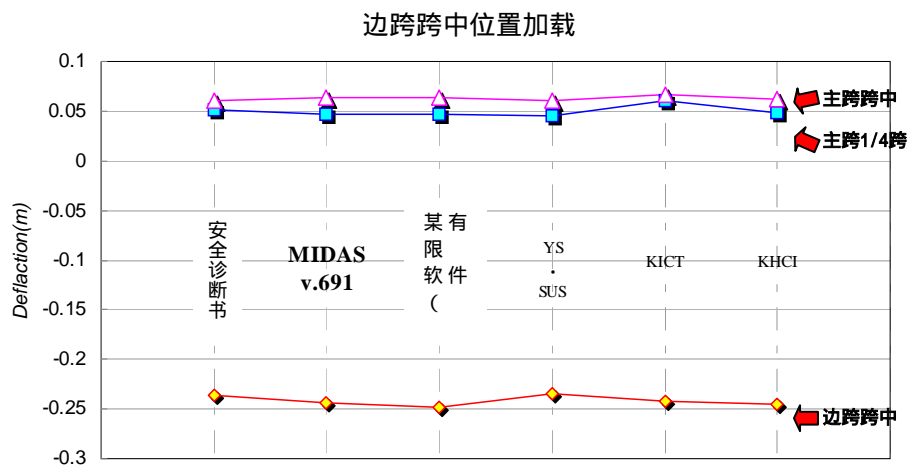


图 31. 在边跨跨中位置加载时的挠度

#### 4.1.3 验算结果

利用MIDAS/Civil软件的线性有限位移法计算的分析结果与南海大桥加载试验实测值比较接近。与利用弹性悬链线单元和大位移分析的结果相比,在悬索桥成桥阶段分析时利用线性有限位移法也能够求出精度比较满意的结果,当然也可以利用MIDAS/Civil提供的弹性悬链线单元做大位移分析。

#### 4.2 对地锚式悬索桥利用线性有限位移法理论

对前面“2. 地锚式悬索桥初始平衡状态分析例题”的地锚式悬索桥考虑几何刚度后使用线性有限位移法理论进行移动荷载的分析。然后与没有考虑几何初始刚度的线性分析结果进行比较。为了考虑几何刚度的初始内力,通过“2.3精确初始平衡状态分析”的方法利用MIDAS/Civil软件进行线性有限位移法分析。线性分析时,把弹性悬链线单元改为桁架单元进行分析。

本例题悬索桥模型用静力荷载形式考虑移动荷载,利用影响线分析方法进行了移动荷载分析。

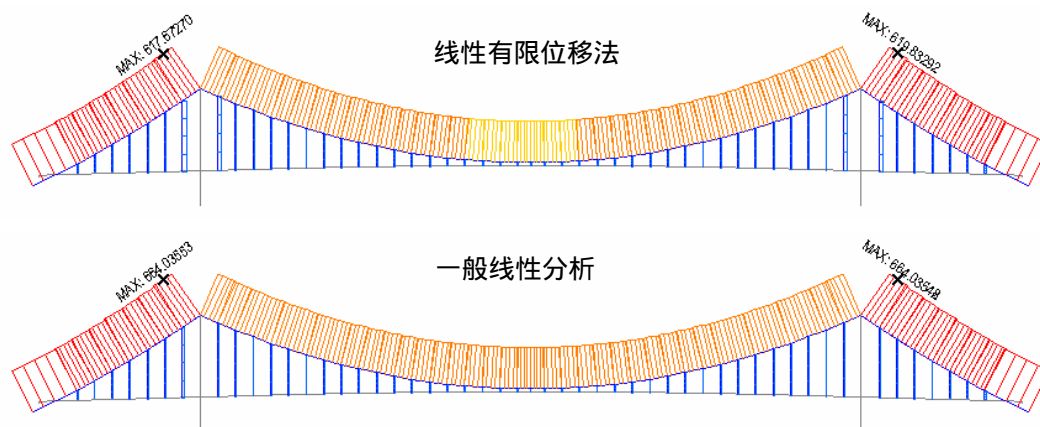


图 32. 主缆轴力比较

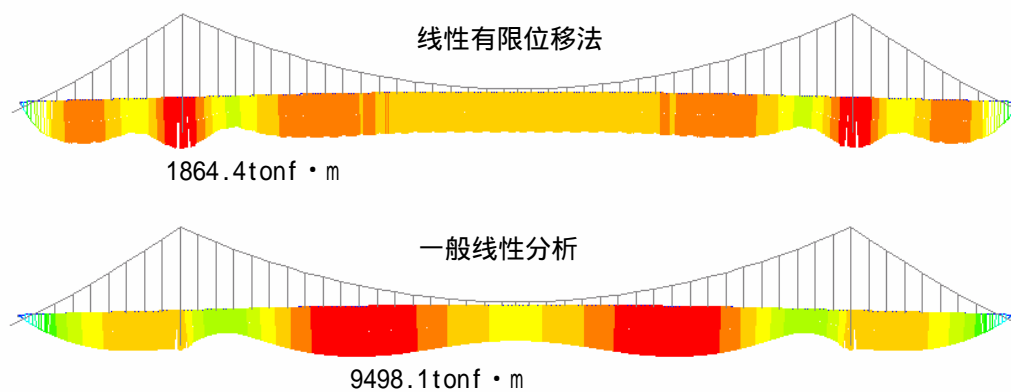


图 33. 加劲梁弯矩比较

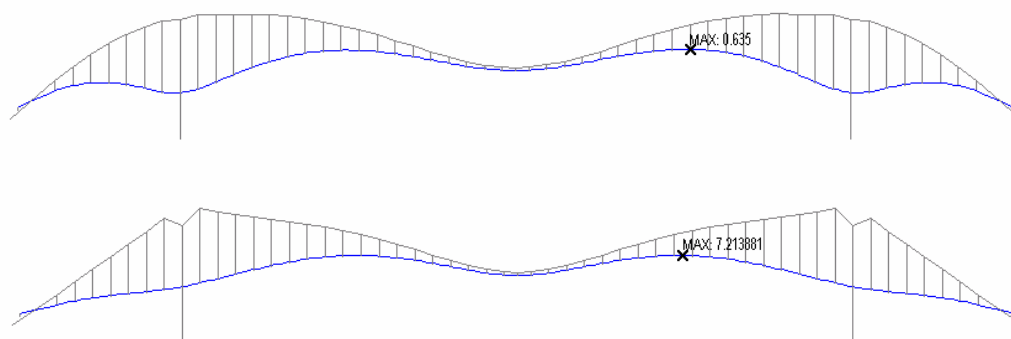


图 34. 加劲梁挠度比较

综上所述,没有考虑几何刚度的线性分析与考虑几何刚度的线性有限位移法分析相比,主缆和加劲梁产生了更大的内力,且加劲梁的挠度也是大了10倍之多。所以对于主要由主缆承担荷载的悬索桥结构来说,使用小位移理论会产生较大的位移,所以使用线性有限位移法理论更为恰当。

### 4.3 对自锚式悬索桥利用线性有限位移法

对前面的自锚式悬索桥考虑几何刚度利用线性有限位移法进行了移动荷载的分析。主缆水平张力和坐标是通过节线法来求得的,再利用这些计算结果求出主缆的张力。吊杆的张力取加劲梁换算为集中荷载的内力值。把求得的主缆反力,作为外力加载在杆系结构上,其产生的内力作为初始内力。

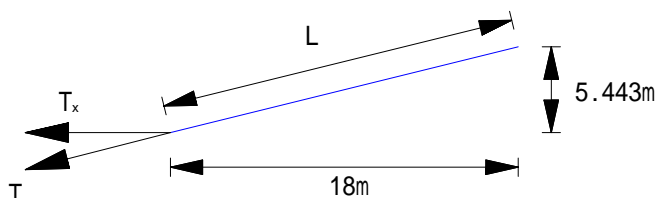


图 35. 计算主缆张力

如图35所示,计算边跨最外侧主缆的张力可按式计算。

$$T = T_x \times \frac{L}{18m} = 2031.25\text{tonf} \times \frac{\sqrt{18^2 + 5.443^2}}{18} = 2122.095\text{tonf}$$

用相同的方法计算其它主缆的张力,把计算的主缆张力作为初始内力输入给主缆单元(考虑几何刚度)。

吊杆的张力直接取加劲梁换算为集中荷载的内力值即可。主跨的各吊杆的集中荷载为162.5tonf,边跨端部吊杆集中荷载为213.5tonf,一般吊杆的集中荷载为175tonf。同样作为初始内力输入给相应吊杆单元(考虑几何刚度)。主缆张力计算结果如下表。

x	z	Tx	T
4.5	26.511	-	-
22.5	31.95425	2031.25	2122.095
35	35.82403	2031.25	2126.362
47.5	40.77073	2031.25	2184.521
60	46.79435	2031.25	2254.795
72.5	53.8949	2031.25	2336.091
85	62.07237	2031.25	2427.301
97.5	71.32676	2031.25	2527.352
110	81.895	2031.25	2659.93
122.5	72.395	2031.25	2551.302
135	63.895	2031.25	2456.385
147.5	56.395	2031.25	2368.824
160	49.895	2031.25	2289.463
172.5	44.395	2031.25	2219.181
185	39.895	2031.25	2158.866
197.5	36.395	2031.25	2109.373
210	33.895	2031.25	2071.477
222.5	32.395	2031.25	2045.823
235	31.895	2031.25	2032.874

如上所述,求出主缆、吊杆、杆系结构的内力以后,给自锚式悬索桥的整体结构输入初始内力。把这些初始内力直接输入到MIDAS/Civil软件的**初始单元内力表格**中,就可以自动考虑其几何刚度。

Type	ID	Axial-1 (tonf)	Shear(y)-1 (tonf)	Shear(z)-1 (tonf)	Torsion-1 (tonf m)	Moment(y)-1 (tonf m)	Moment(z)-1 (tonf m)	Axial-1 (tonf)	Sh
Beam	37	5.1200e+01	0.0000e+00	5.5450e+02	0.0000e+00	0.0000e+00	0.0000e+00	5.1200e+01	0
Beam	38	-1.9850e+03	0.0000e+00	-4.0670e+01	0.0000e+00	-3.9240e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	39	-1.9850e+03	0.0000e+00	-4.1960e+01	0.0000e+00	-3.1520e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	40	-1.9850e+03	0.0000e+00	-4.3000e+01	0.0000e+00	-2.6691e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	41	-1.9850e+03	0.0000e+00	-4.4070e+01	0.0000e+00	-2.1306e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	42	-1.9850e+03	0.0000e+00	-4.5170e+01	0.0000e+00	-1.5797e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	43	-1.9850e+03	0.0000e+00	-4.6100e+01	0.0000e+00	-1.0157e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	44	-1.9850e+03	0.0000e+00	-4.7250e+01	0.0000e+00	-4.3639e+02	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	45	-1.9850e+03	0.0000e+00	-4.8280e+01	0.0000e+00	1.5220e+02	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	46	-1.9831e+03	0.0000e+00	9.9100e+02	0.0000e+00	7.9570e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	47	-1.9831e+03	0.0000e+00	9.8700e+02	0.0000e+00	6.3102e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	48	-1.9831e+03	0.0000e+00	7.8400e+02	0.0000e+00	5.2091e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	49	-1.9831e+03	0.0000e+00	6.7800e+02	0.0000e+00	4.2295e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	50	-1.9831e+03	0.0000e+00	5.7600e+02	0.0000e+00	3.3614e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	51	-1.9831e+03	0.0000e+00	4.7000e+02	0.0000e+00	2.6629e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	52	-1.9831e+03	0.0000e+00	3.6600e+02	0.0000e+00	2.0790e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	53	-1.9831e+03	0.0000e+00	2.6100e+02	0.0000e+00	1.6185e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	54	-1.9831e+03	0.0000e+00	1.5700e+02	0.0000e+00	1.2827e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	55	-1.9831e+03	0.0000e+00	5.2000e+01	0.0000e+00	1.0964e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	56	-1.9831e+03	0.0000e+00	-5.2000e+01	0.0000e+00	1.0916e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	57	-1.9831e+03	0.0000e+00	-1.5700e+02	0.0000e+00	1.0964e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	58	-1.9831e+03	0.0000e+00	-2.6100e+02	0.0000e+00	1.2827e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	59	-1.9831e+03	0.0000e+00	-3.6600e+02	0.0000e+00	1.6185e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	60	-1.9831e+03	0.0000e+00	-4.7000e+02	0.0000e+00	2.0790e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	61	-1.9831e+03	0.0000e+00	-5.7600e+02	0.0000e+00	2.6629e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	62	-1.9831e+03	0.0000e+00	-6.7800e+02	0.0000e+00	3.3614e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	63	-1.9831e+03	0.0000e+00	-7.8400e+02	0.0000e+00	4.2295e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	64	-1.9831e+03	0.0000e+00	-8.6700e+02	0.0000e+00	5.2091e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	65	-1.9831e+03	0.0000e+00	-9.9100e+02	0.0000e+00	6.3102e+02	0.0000e+00	-1.9831e+03	0
Beam	66	-1.9850e+03	0.0000e+00	4.8280e+01	0.0000e+00	7.9570e+02	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	67	-1.9850e+03	0.0000e+00	4.7250e+01	0.0000e+00	1.5220e+02	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	68	-1.9850e+03	0.0000e+00	4.6100e+01	0.0000e+00	-4.3639e+02	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	69	-1.9850e+03	0.0000e+00	4.5170e+01	0.0000e+00	-1.0157e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	70	-1.9850e+03	0.0000e+00	4.4070e+01	0.0000e+00	-1.5797e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	71	-1.9850e+03	0.0000e+00	4.3000e+01	0.0000e+00	-2.1306e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	72	-1.9850e+03	0.0000e+00	4.1960e+01	0.0000e+00	-2.6691e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	73	-1.9850e+03	0.0000e+00	4.0670e+01	0.0000e+00	-3.1520e+03	0.0000e+00	-1.9850e+03	0
Beam	74	5.1200e+01	0.0000e+00	-5.5450e+02	0.0000e+00	-2.4840e+03	0.0000e+00	5.1200e+01	0

图 36. 初始单元内力表格

本例题自锚式悬索桥的模型用静力荷载形式考虑移动荷载,通过影响线分析方法进行移动荷载分析。

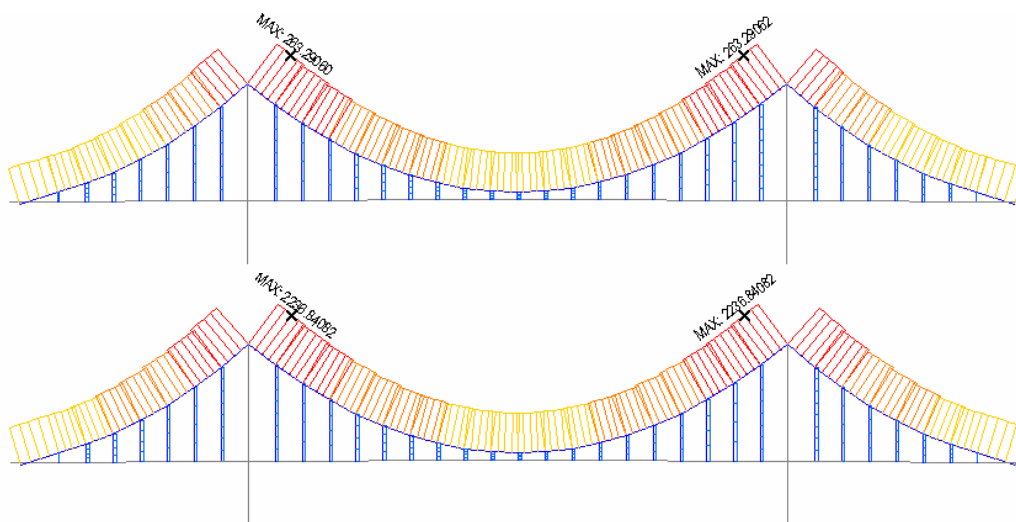


图 37. 主缆张力比较

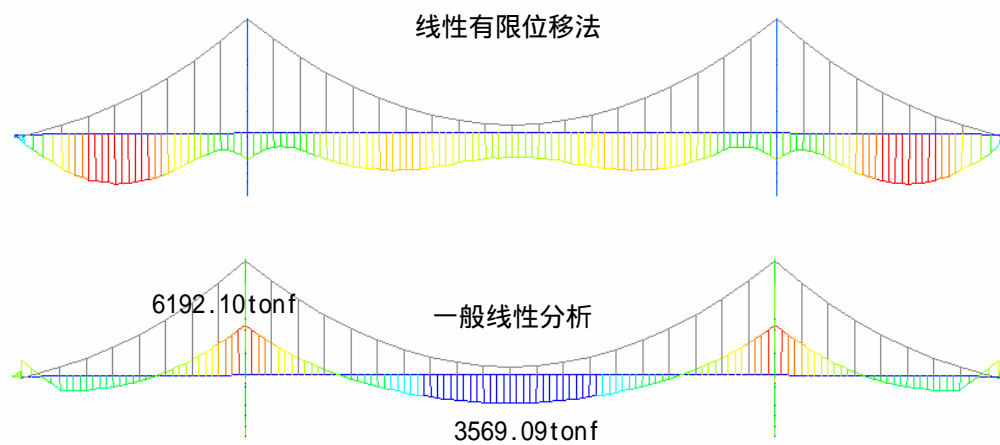


图 38. 加劲梁弯矩比较

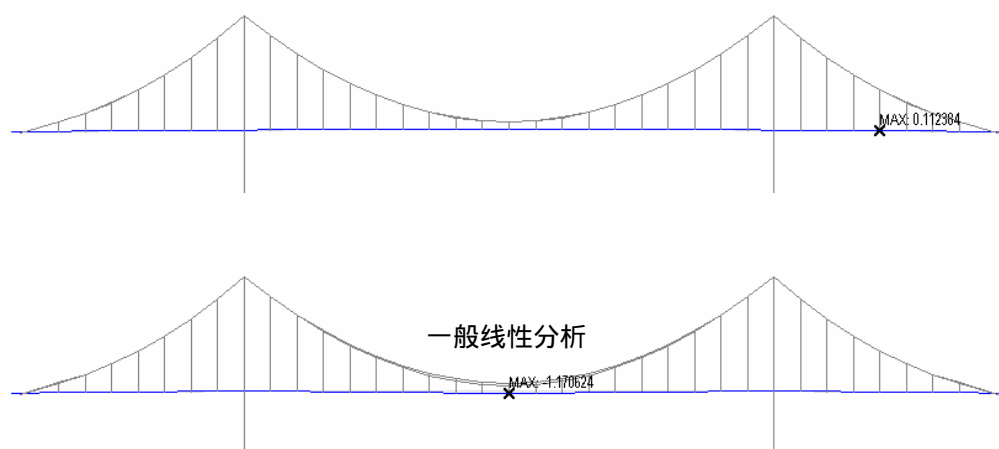


图 39. 加劲梁挠度比较

综上所述，没有考虑几何刚度的线性分析与考虑几何刚度的线性有限位移法比较，主缆和加劲梁产生了更大的内力，且弯矩图形状差异也很大。没有考虑几何刚度时的主塔部分还出现较大的负弯矩。主缆的张力以及挠度的差异超过了10倍以上。再与地锚式悬索桥相比，几何刚度对自锚式悬索桥的影响更大一些。



## 5. 悬索桥的施工阶段分析

悬索桥在施工时的结构体系比成桥时的结构体系的稳定性差，在各施工阶段发生的位移也很大。使用线性有限位移法或有限位移法(P-Delta)做悬索桥的施工阶段分析，其结果将产生很大的误差。为了能够获得精确的结果，需使用几何非线性分析(大位移分析)理论来计算，而且在做当前施工阶段分析时必须能考虑前一阶段产生的内力和变形。

本节将利用前面建立的成桥阶段模型做悬索桥的逆施工阶段分析。本例题逆施工阶段顺序(倒拆)参见图40。

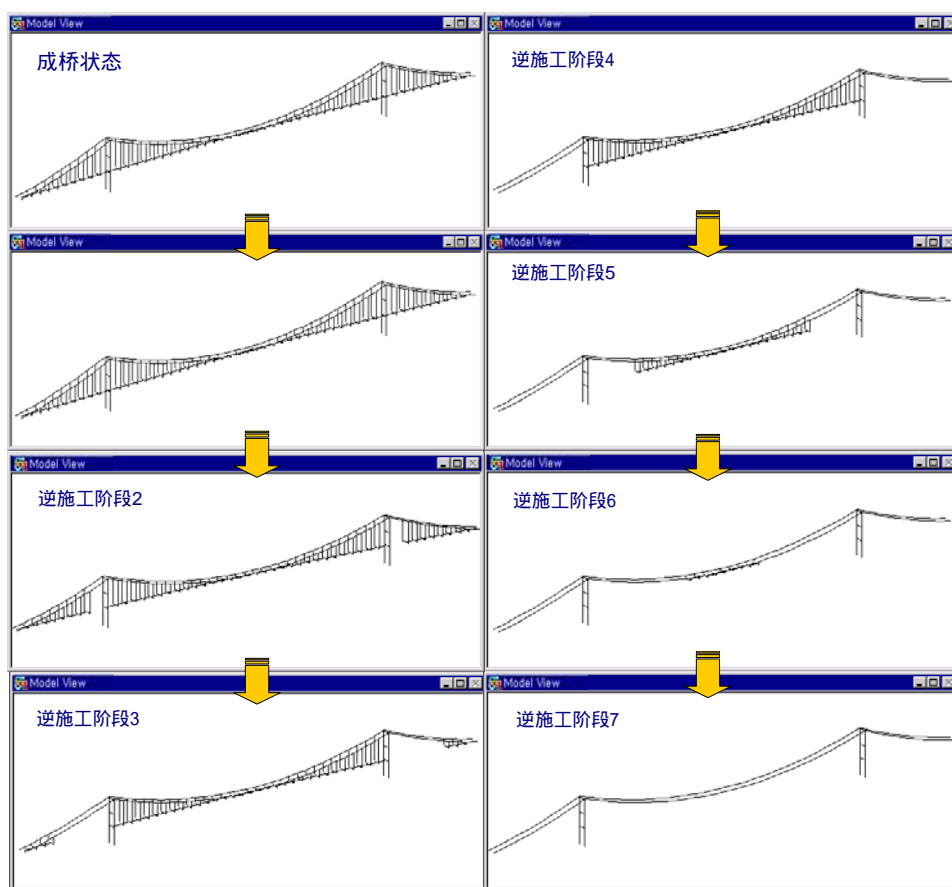


图 40. 逆施工阶段顺序

5.1 悬索桥施工阶段分析步骤

悬索桥的逆施工阶段的分析步骤如下。



上表为各施工阶段添加或删除的结构、边界以及荷载组的名称。

CS0 : 成桥阶段

CS1 : 加劲梁铰接阶段

CS2 ~ CS7 : 施工加劲梁和吊杆的阶段

悬索桥在各施工阶段的位移较大，所以施工阶段分析应做大位移分析(large displacement analysis)，使用成桥阶段分析得到的**平衡单元节点内力**进行非线性施工阶段分析。利用**悬索桥分析控制**功能可得到大位移分析和施工阶段大位移分析所需的初始荷载（大位移），初始荷载（大位移）里包括**几何刚度初始荷载**和**平衡单元节点内力**。平衡单元节点内力是施工阶段倒拆分析专用的节点内力，如果没有与此节点内力平衡的荷载，则结构会产生变形。即，平衡单元节点内力将作为构件内力作用在结构上，施工阶段分析中拆除加劲梁和吊杆单元时，拆除单元原来承担的内力将100%重新分配给相邻单元。



图 41. 施工阶段分析控制对话框

5.2 悬索桥施工阶段分析结果

5.2.1 查看主跨跨中的垂度

用图表的格式查看主跨的垂度随施工阶段的变化。

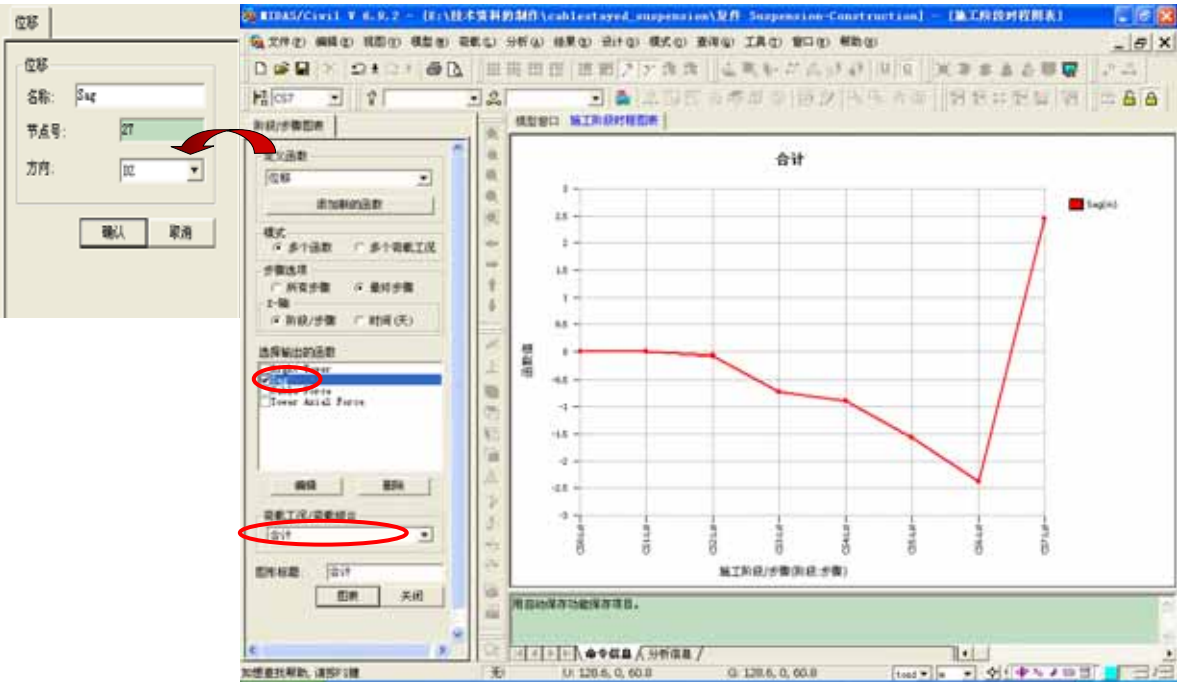


图 42. 各施工阶段的主跨垂度

5.2.2 主塔后仰量 (Set Back)

查看没有施工加劲梁和吊杆时的主塔后仰量。在悬索桥的成桥阶段设计中，一般将悬索桥主塔顶端的水平力设计为平衡状态，使成桥阶段主塔不产生弯矩。施工时如果将主缆直接架设在与成桥阶段相同跨长的主塔上，则施工结束后主塔顶端在水平方向的力处于不平衡状态，主缆将向中间跨滑动或主塔顶端向中间跨方向发生水平位移。因此为了在成桥阶段使主塔左右侧主缆的水平方向力处于平衡状态，一般使用缆绳将主塔顶端的位置向边跨预先移动一些(也可称为预偏量)，该操作称为后仰(set back)，移动量称为后仰量。

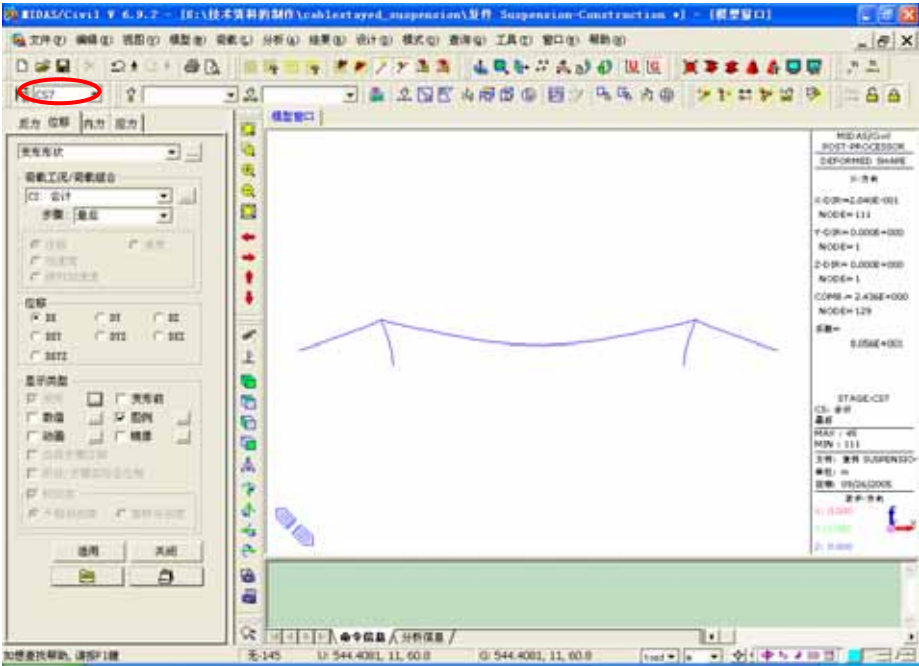


图 43. 查看各施工阶段变形形状

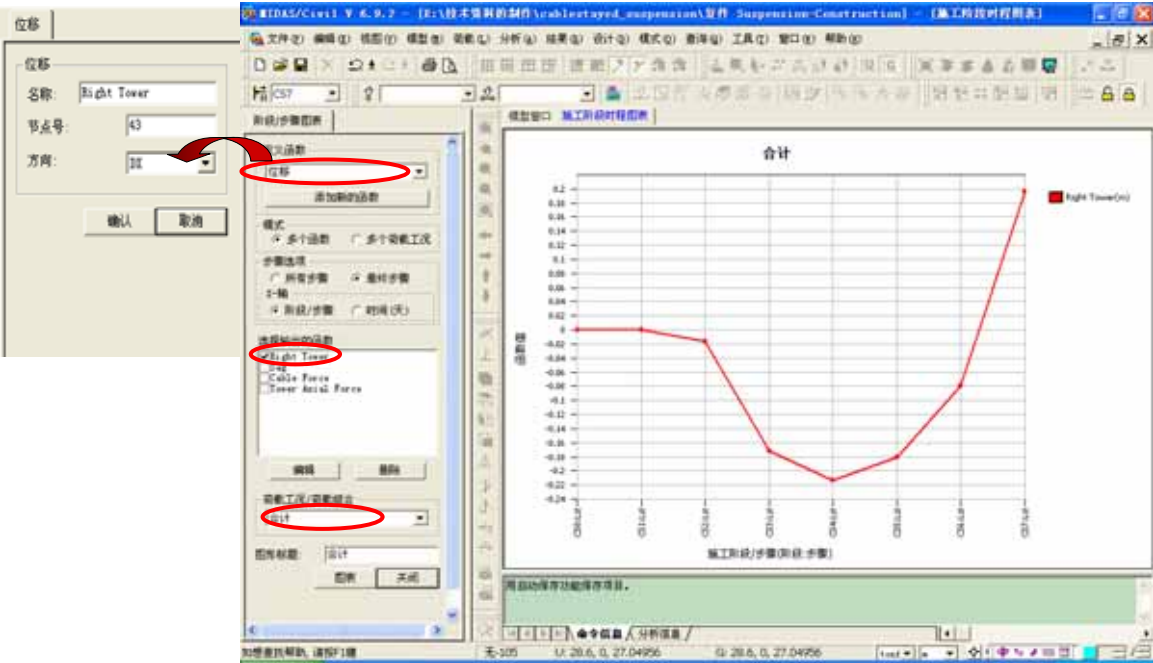


图 44. 查看各施工阶段主塔水平位移

### 5.2.3 查看加劲梁和主塔的弯矩

从地锚式悬索桥的施工特点（先铰后固结）来讲，施工阶段和初始平衡状态下结构在自重作用下加劲梁不产生弯矩。主塔在初始平衡状态下因为在顶端左右跨主缆的水平力处于平衡状态，所以不产生弯矩，但在施工阶段产生弯矩（如图45），这是因为在施工阶段边跨主缆和主跨主缆没有处于平衡，为了保持平衡主塔部需要一个水平力，此水平力引起主塔产生弯矩。

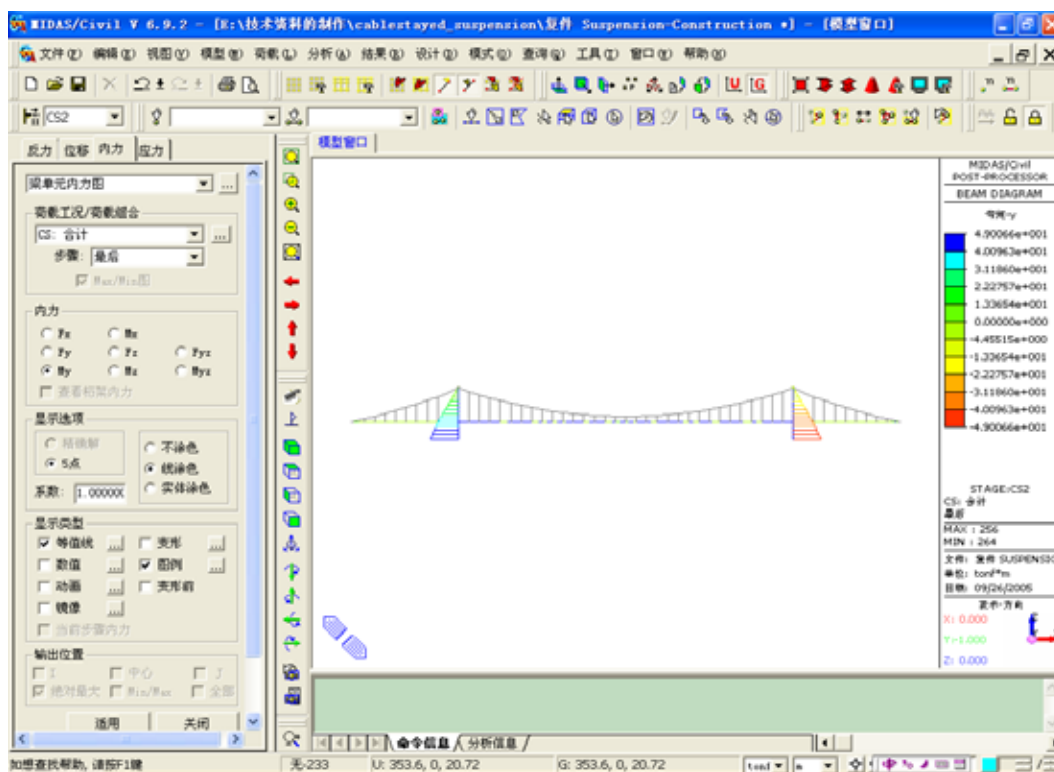


图 45. 各施工阶段弯矩

5.2.4 查看各施工阶段主缆张力

查看与右侧主塔相交主缆各施工阶段的张力。

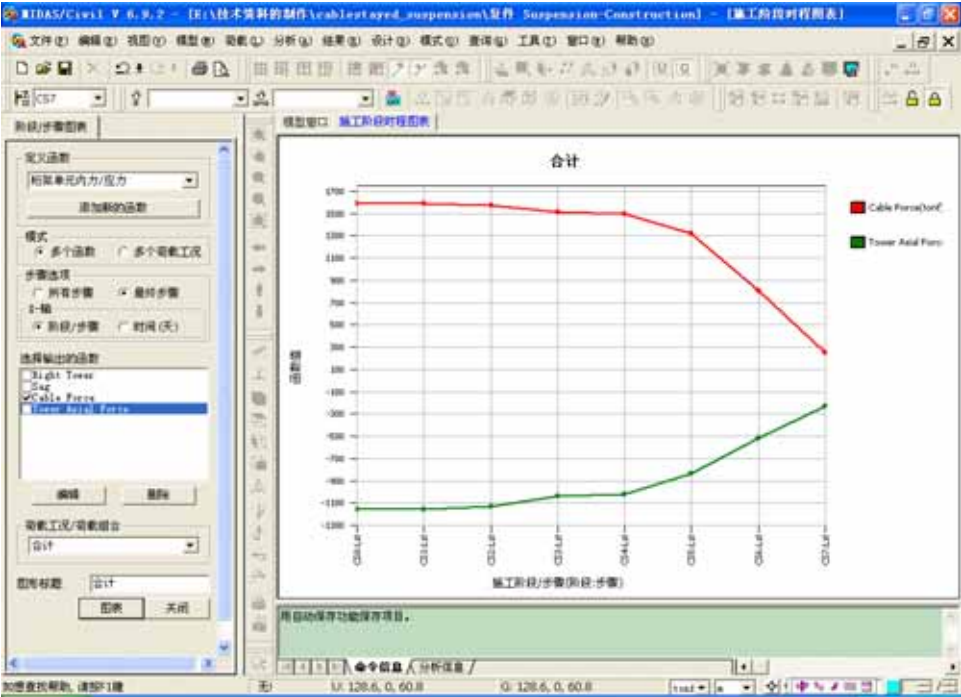


图 46. 各施工阶段主缆张力