

# 网络赛选讲

# HDU 5447 Good Numbers(暴力)

- 题意：给定两个数  $(p, q)$ ，确定每个数的Good Number的个数。
- 限制条件： $p, q \leq 10^{24}$ ， $p$ 和 $q$ 的最大的素因子相同，如果 $p$ 和 $q$ 有第二大的素因子，则相互不包含
- 解法：
- 考虑每一个数的唯一分解形式： $a = p_1^{a_1} * p_2^{a_2} * \dots * p_k^{a_k}$
- 则Good Number的个数为 $a_1 * a_2 * \dots * a_k$
- 需要对每个数进行分解
- 对于 $10^{24}$ 级别的数，分解的方法一般为Miller\_robin与Pollard\_rho

# HDU 5447 Good Numbers(暴力)

- 但是时间复杂度比较高，直接处理难以通过
- 考虑将p和q的小于等于 $10^6$ 的素数筛去，那么，剩下的数最多是三个数的乘积，再利用对p和q的限制条件，分类讨论可以得出答案

# HDU 5448 Marisa's Cake(dp)

- 题意：给定一个凸包，任意在凸包上选点，问所有选取情况下总面积乘以2的答案，对 $1e9+7$ 取模
- 数据范围：  $n \leq 100000$ ，均为整点
- 解法：考虑每个三角形的贡献，为了不重不漏地计数，我们需要对每个凸多边形定义一个唯一的剖分方式，每个三角形对答案的贡献为 $2 * S * 2^{(n-k+j-i-1)}$ ，面积可以转化为叉积的形式，也即 $2*S=(i \rightarrow j)*(i \rightarrow k)$ ，再展开后就可以愉快地计算，然后再经过一番计算就可以优化到 $O(n)$ 了

# HDU 5449 Robot Dog(dp)

- 题意：给定树上一个序列，问从起点走到终点的期望步数
- 解法：根据期望的线性相加性质，答案等于相邻两点间的期望步数相加之和，再根据期望的线性相加的性质，我们需要求出相邻的两点的期望步数。
- $up[u] = 1 / (deg\_u) + \sigma(1 / deg\_u * (1 + up[v] + up[u]))$
- $up[u] = deg\_u + \sigma(up[v])$
- 经过归纳推理对叶子节点  $up[u] = 1$ ，对于非叶子节点  $up[u] = 2 * size[u] - 1$

# HDU 5449 Robot Dog(dp)

- 同理可以推出`down[u]`
- 那么对于任意一条路径，我们只要求出LCA后路径求和就可以了

# HDU 5451 Best Solver(数学)

- 题意：求 $(5+2\sqrt{6})^{(1+2^x)} \bmod P$ 的值
- 范围： $x < 2^{32}$ ， $P$ 为素数
- 解法：显然不能用浮点数直接算
- 令 $A=(5+2\sqrt{6})^n$ 考虑共轭值 $B=(5-2\sqrt{6})^n$ ，注意到 $A+B$ 一定是一个整数，而且 $B < 1$ ，所以即求 $A+B$ 序列的第 $n$ 项模 $1e9+7$ 的值，实际上具有周期性，不是 $(p-1)$ 就是 $(p+1)$ ，可以从二次剩余上加以证明

# HDU 5453 Dividing This Product(dp)

- 题意：求小于N的除了M之外的所有素数的乘积模上M
- 数据范围：  $N \leq 5 \cdot 10^8$ ，  $M \leq 2000$
- 解法：不能直接打素数表
- 考虑朴素的素数筛法，令  $S(v, p)$  表示  $[2, v]$  内的数在筛掉  $p$  后还剩余的个数那么  $S(v, \text{sqrt}(v))$  则表示  $[2, v]$  内所有素数的个数
- 有dp方程 ( $p \cdot p \leq v$ )
- 若  $p < 2$ ，  $S(v, p) = v - 1$
- 若  $p \geq 2$ ，且  $p$  不是素数  $S(v, p) = S(v, p-1)$
- 若  $p \geq 2$ ，且  $p$  是素数  $S(v, p) = S(v, p-1) - (S(v/p, p-1) - S(p-1, p-1))$



# HDU 5453 Dividing This Product(dp)

- 定义 $F(v,p)$ 为类似的答案，也可以推出dp方程
- 可以利用记忆化搜索，并缩减状态，最终AC

# HDU 5456 Matches Puzzle Game(dp)

- 题意：给定N个火柴，问组成合法减法表达式的个数，不能包含前导0。
- 限制：  $N \leq 500$
- 解法：暴力dp，模拟加法， $A=B+C$
- 令 $f[i][j][k]$ 表示剩余i个火柴，B和C是否已经到达最高位

# HDU 5460 Poker(dp)

- 题意：给个N个[1,13]间的数，问利用加减乘除表达式最终得到Q的总得分
- 限制：  $N \leq 8$
- 解法：子集dp
- `for (int i = 0; ; i=(i-x)&(x)) {`
- `if (i == x) break;}`

# HDU 5462 Manors(计算几何)

- 题意：给定平面上 $N$ 个点，求到各自最近的点组成的面积
- 限制：  $N \leq 100$
- 解法：半平面交  $N^2 \log n$
- 具体看我画的图

# HDU 5468 Puzzled Elena(容斥,dfs)

- 题意：给定一棵有根树，每个节点有权值，问对一个节点，其子树中与其互质的数的个数
- 限制：节点总数 $\leq 10^5$ ，权值范围 $\leq 10^5$
- 解法：怎么求和一个数互质的个数？容斥
- 子树不连续，怎么变成连续？Dfs序
- TLE？更优雅地维护

# HDU 5469 Antonidas(树分治)

- 题意：给定一棵树，每个点有一个字母，问目标字符串可否有一条树上的路径组成
- 限制：  $N \leq 10^4$
- 解法：点分治，hash
- 看我画图辣～

# HDU 5471 Count the Grid(dp)

- 题意：给定 $h*w$ 的区域，每个格子可以填1到 $m$ 的数，有 $n$ 个限制条件，每个条件为 $(x1,y1,x2,y2)$ 的区域中最大值为 $k$ ，问满足条件的方案数
- 限制条件：  $h,w,m \leq 10^4$ ，  $n \leq 10$
- 解法：首先离散化，离散化后变成 $2*n*2*n$ 的区域，考虑在每个格子上放数，每个格子上放数的范围是1到某个数，这个可以预处理出来，每个格子也有影响的限制条件，影响的限制条件相同的格子可以看作相同的，每个格子可取的状态就是取最大值活着不取，就变成简单的状态压缩dp辣！

# HDU 5484 Monitor the Alpacas(计算几何)

- 题意：有一些羊驼，泥需要选取一些点来监视它萌！其实就是要用最少的B类点包围住所有的A类点辣
- 限制：A类点小于等于100000个，B类点小于等于500个
- 解法：我们枚举B类点的点对，若我们可以选取线段(i,j)，则A类点构成的凸包在该线段的一侧，之后利用floyd求最小圈即可，我们现在有了一个 $n*m+m^3+n^{\log n}$ 的算法了。
- 我们来将第一个n优化为 $\log n$ ，利用凸包斜率的单调性！
- 看我画图辣～



# HDU 5485 The Relationship in Club(dp,组合计数)

- 题意：给定 $n$ 个点，有标号，求构成二分图的数量
- 限制：  $n \leq 1000$
- 解法： 算两次！
- 令 $g(n)$ 表示 $n$ 个点的二分图所有黑白染色的方案数，那么有
- $g(n) = \sum_{i=0}^n (C(n,i) * 2^{i*(n-i)})$  左边是枚举染成黑色的点
- 令 $f(n)$ 表示 $n$ 个点联通的二分图的数量，那么有
- $g(n) = \sum_{i=1}^n 2 * C(n-1, i-1) * f(i) * g(n-i)$  枚举1号点所在联通分量的大小，并且注意到对于任意一个联通的二分图，只有两种染色方案

# HDU 5485 The Relationship in Club(dp,组合计数)

- 那么我们可以用 $O(n^2)$ 的时间求出所有的 $f(i)$
- 令 $F(n)$ 为 $n$ 个节点的答案，则 $F(n)=\sum f(i)*F(n-i)$

- End