自动控制原理

章家铭
2025 年 4 月 30 日

1 结构图化简

1. 串联等效：$C(s) = G_1(s)G_2(s)R(s)$
2. 并联等效：$C(s) = [G_1(s) \pm G_2(s)]R(s)$
3. 反馈等效: $C(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)}R(s)$
4. 比较点前移 $C(s) = G(s)R_1(s) \pm R_2(s) = [R_1(s) \pm \frac{R_2(s)}{G(s)}]G(s)$
5. 比较点后移 $C(s) = G(s)[R_1(s) \pm R_2(s)]G(s) = R_1(s)G(s) \pm R_2(s)G(s)$

2 梅森公式

$$p = \frac{1}{\Delta}\sum_{k=1}^{n} p_k \Delta_k = G(s)$$

1. 源节点：只有输出的节点
2. 阱节点：只有输入的节点
3. 混合节点：既有输入也有输出的节点
4. 前向通道：从源节点到阱节点，且每个节点仅通过一次的通道
5. 单回路：回路的起点和终点在同一个节点，且每个节点仅通过一次
6. 不接触回路：两个没有公共点的单回路

1. 找出所有的前向通道，计算出增益 p_k（乘积）
2. 找出所有回路，写出增益 L_n （L_a 为单回路，L_bL_c 为两两不接触回路，以此类推）
3. 计算特征式 $\Delta = 1 - \sum L_a + \sum L_bL_c - \sum L_dL_eL_f \ldots$
4. 计算特征余子式 Δ_k （在 Δ 中，去除与第 k 条前向通道接触后剩余的回路）

3 稳定性判断——劳斯判据

传递函数：在零初始条件下，输出的拉氏变换与输入的拉式变换的比值

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

分母 = 0 所得的方程为闭环特征方程。
分母 + 分子 = 0 所得的方程为开环特征方程。

劳斯表列法：

闭环特征方程为：

$as^5+bs^4+cs^3+ds^2+es+f=0$

则劳斯表如下：

s^5	$s_{11}=a$	$s_{12}=c$	$s_{13}=e$
s^4	$s_{21}=b$	$s_{22}=d$	$s_{23}=f$
s^3	$s_{31}=\frac{s_{12}s_{21}-s_{11}s_{22}}{s_{21}}$	$s_{32}=\frac{s_{13}s_{21}-s_{11}s_{23}}{s_{21}}$	
s^2	$s_{41}=\frac{s_{22}s_{31}-s_{21}s_{32}}{s_{31}}$	$s_{42}=f$	
s^1	$s_{51}=\frac{s_{32}s_{41}-s_{31}s_{42}}{s_{41}}$		
s^0	$s_{61}=s_{42}$		

稳定的充要条件为第一列，即 $s_{11},s_{21}\cdots s_{61}$ 均为正, 同时，第一列符号改变的次数就是有正实部根的个数。

其中，当第一列出现 0 时，则使用无穷小 ε 来代替。

若出现一行全为 0，则对上一行进行求导，构造辅助方程。

4 性能指标

1. 上升时间 t_t：指系统输出响应重稳态 10% 上升到 90% 所用的时间（无震荡）或第一次到稳态的时间（震荡）
2. 峰值时间 t_p：指系统输出响应超过稳态值到达第一个峰值所需的时间
3. 超调量 $\sigma\%$：指系统输出响应超出稳态值的最大偏移量占稳态值的百分比 $\sigma\%=\frac{c(t_p)-c(\infty)}{c(\infty)}\times 100\%$
4. 调节时间 t_s：指系统输出响应进入稳态值的 $\pm 5\% or \pm 2\%$ 的误差带时所需的时间。

一阶系统：

1. 开环传递函数：$G(s)=\frac{1}{Ts}$
2. 闭环传递函数：$\Phi(s)=\frac{1}{Ts+1}$

单位负反馈：

1. 闭环传递函数的分子 = 开环传递函数的分子
2. 闭环传递函数的分母 = 开环传递函数的分子 + 分母

典型无零点二阶系统的开环传递函数 $G(s)=\frac{\omega_n^2}{s(s+2\varepsilon\omega_n)}=\frac{k}{s(Ts+1)}$

$$k=\frac{\omega_n}{2\varepsilon}$$
$$T=\frac{1}{2\varepsilon\omega_n}$$

稳态误差:

$$e_{ss}=\lim_{t\to\infty}e(t)=\lim_{t\to\infty}[c^*(t)-c(t)]$$

5 根轨迹

开环传递函数：分子为 0 的点为零点 z_i(数量为 m)，分母为 0 的点为极点 p_i(数量为 n)。

1. 起点和终点：起于开环极点 $\times$，终于开环零点 $\circ$
2. 分支数，连续性，对称性：分支数为 m,n 中大的，根轨迹具有连续性且关于实轴对称。
3. 分布：若某区域右侧的 n+m 个数为奇数，则该区域是根轨迹
4. 渐近线：夹角 $\phi_a = \frac{(2k+1)\pi}{n-m}, k = 0, 1, 2, \cdots, n-m-1$，交点 $\sigma_a = \frac{\sum p_i \sum z_i}{n-m}$
5. 分离（会合）点 d：$\sum \frac{1}{d-z_i} = \sum \frac{1}{d-p_i}$
6. 与虚轴交点：令 $s = j\omega$，令特征方程实部和虚部分别为 0，求解 ω

6 串联超前校正

1. 根据误差函数，求出误差系数 K
2. 画出伯德图
3. 根据图求出 ω_c，并求出校正前相位裕度
4. 根据 ω_c'，求出 a,T，并以此写出校正装置
5. 写出校正后传递函数 $G = G_0 \cdot G_c$
6. 验证相位裕度是否满足要求