4.2 等比数列

第1课时 等比数列及其通项公式(1)

一、填空题

修正处

1. 数列$\{a_n\}$中，若$a_1=\frac{1}{2}$，$a_{n+1}=3a_n$，$(n\in N, n\geq 1)$，则$a_n=$ $\frac{1}{2}\cdot 3^{n-1}$

2. 等比数列$\{a_n\}$中，若$a_2=3$，$a_7=243$，则公比$q=$ 3.

$a_1q=3$ $a_1 q^5=243$

3. $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$与$\frac{1}{\sqrt{3}-1}$的等比中项是 $\pm\frac{1}{2}\sqrt{2}$.

4. 在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_1=1$，$a_n=256$，$q=2$，则项数n为 9.

$2^{n-1}=256$

5. 若三角形的三边之长成等比数列，则公比q的取值范围是 $(0,1)$.

$b^2=ac$

二、选择题

6. "$b^2=ac$"是"a、b、c成等比数列"的 (C)

A. 充分非必要条件； B. 必要非充分条件；

C. 充要条件； D. 既非充分又非必要条件.

~~B~~ $b^2=ac$ $6\cdot 24$

7. 在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_4=6$，$a_{16}=24$，则a_{10}的值为 (C)

$n=4$

A. 12； B. -12； C. ± 12； D. 144.

8. 已知数列$\{a_n\}$是各项均大于0的等比数列，若$b_n=\log_2 a_n$，则下列说法中正确的是 (C)

$a_1\cdot q^{n-1}$

$=(n-1)\log_2 a_1\cdot q$

A. $\{b_n\}$一定是递增的等差数列；

B. $\{b_n\}$不可能是等比数列；

C. $\{2b_{2n-1}+1\}$是等差数列；

D. $\{3^{b_n}\}$不是等比数列.

三、解答题

9. (1) 已知$a_n=2^{3n-1}$，证明：数列$\{a_n\}$为等比数列；

$3n+6$

(2) 已知a、b、c、d成等比数列，公比$q\neq -1$，求证：$a+b$、$b+c$、$c+d$成等比数列；

(3) 请把(2)推广到一般情形.

1) ~~$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{2^{3n+5}}{2^{3n-1}}=2^{3n+6}$~~

~~$\therefore$为等比数列~~

~~a_{n+1}~~ $\frac{a_n}{a_{n-1}}=\frac{2^{3n-1}}{2^{3(n-1)-1}}=\frac{2^{3n-1}}{2^{3n-4}}=2^3$

$\therefore$为~~等比~~等比数列

2) $(a+b)\cdot(c+d)=(b+c)^2$

$\therefore$为等比数列

3) 等比数列两两相加也为等比数列.

$\frac{1+q}{q^2+q^3}=\frac{30}{120}$

b_1

修正处

10. 等比数列$\{b_n\}$中，

(1)已知$b_1+b_2=30$，$b_3+b_4=120$，求b_5+b_6；

(2)已知$b_3b_8=10$，求b_1b_{10}，b_5b_6的值，你能发现怎样的规律？

1) $\begin{cases} b_1+b_1q=30 \\ b_1\cdot q^2+b_1\cdot q^3=120 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} b_1=10 \\ q=2 \end{cases}$ or $\begin{cases} b_1=-10 \\ q=-2 \end{cases}$

$\therefore b_5+b_6=\cancel{960}\ 480$

2) $b_3b_8=b_1^2\cdot q^2\cdot q^8=b_1^2\cdot q^{10}=b_4b_8=10$

$=b_5b_7$

$\therefore$ 若 $a+b=c+d$

则 $b_a\cdot b_b=b_c\cdot b_d$

11. 某区为推动教育现代化，计划从2022—2026年为中小学每年新购置的电脑台数均按25%的比率增长. 其中2024、2025年两年新购置的电脑数之和为1800，问该区2026年为中小学新购置的电脑台数为多少？

设2022为 ~~1.25~~ a ~~-1.25~~

$\therefore a\cdot1.25^2+a\cdot1.25^3=1800$

$a=\cancel{409.6}\ 512$

$\therefore a\times1.25^{4}\approx \cancel{1022.2}$

1250台.

四、能力拓展题

12. 我们知道，在等差数列$\{a_n\}$中，当公差$d>0$时，$\{a_n\}$单调递增；当公差$d<0$时，$\{a_n\}$单调递减. 请你探究等比数列$\{b_n\}$单调递增的充要条件.

~~$q=$~~ $a_1\cdot q=a_2$

$\because a_2>a_1$

$\therefore \frac{a_2}{a_1}=q>1$.

$\therefore q>1$.