

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1, \quad \left(\frac{y}{4}\right)^2 = 36 \quad \text{解} \quad a=6, \left(\frac{x}{3}\right)^2 = 6$$

12. 已知双曲线的渐近线方程为 $y = \pm \frac{3}{5}x$, 实轴长为 12, 求它的标准方程.

$$\begin{aligned} \text{解 } y^2 &= \frac{9}{25}x^2 \\ \text{令 } \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{25} &= 1 \\ \therefore \frac{y^2}{81} - \frac{x^2}{225} &= 1 \end{aligned}$$

2) $a=6$ 代入
 $\therefore \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{81} = 1$



13. 求以椭圆 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的焦点为顶点、顶点为焦点的双曲线方程.

$$\begin{aligned} C(-\sqrt{3}, 0) \quad A(\sqrt{3}, 0) \quad \therefore \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{5} &= 1 \\ \therefore a &= \sqrt{3} \\ c &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

14. 已知等轴双曲线的对称轴为坐标轴, 且过点 $(4, -\sqrt{10})$.

(1) 求双曲线的方程;

(2) 若点 $M(3, m)$ 在双曲线上, 求证: $MF_1 \perp MF_2$ (F_1, F_2 为双曲线的焦点);

(3) 求 $\triangle F_1MF_2$ 的面积.

$$\begin{aligned} 1) \text{ 设 } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} &= 1, \quad 3) S = \frac{1}{2} \cdot F_1F_2 \cdot h \\ \therefore a &= 6 \\ \therefore \frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{36} &= 1 \end{aligned}$$

$= \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = 6$

$$\begin{aligned} 2) \text{ 代入 } M(3, m) \\ \therefore m = \pm \sqrt{5} \end{aligned}$$

$$\therefore F_1(\pm 2\sqrt{5}, 0)$$

$$\therefore MF_1^2 + MF_2^2 = F_1F_2^2$$

$$\therefore MF_1 \perp MF_2$$

12.6 双曲线的性质(1)

(二十二) A 卷

一、选择题

1. 下列双曲线中, 以 $y = \pm \frac{1}{2}x$ 为渐近线的是 (A).

(A) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$

(B) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$

(C) $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

(D) $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$

2. 若方程 $4x^2 + ky^2 = 4k$ 表示双曲线, 则它的虚轴长等于 (C).

(A) $2\sqrt{k}$

(B) \sqrt{k}

(C) $2\sqrt{-k}$

(D) $\sqrt{-k}$

3. 双曲线的渐近线为 $y = \pm \frac{1}{2}x$, 焦点在坐标轴上, 且焦距为 10, 则它的方程是 (D).

(A) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$

(B) $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{20} = 1$

(C) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ 或 $\frac{y^2}{20} - \frac{x^2}{5} = 1$

(D) $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ 或 $\frac{y^2}{20} - \frac{x^2}{5} = 1$

4. 双曲线 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的焦点到渐近线的距离是 (B).

(A) 2

(B) 3

(C) $\sqrt{5}$

(D) 6

二、填空题

5. 双曲线 $4x^2 - 2y^2 + 1 = 0$ 的焦点坐标为 $(0, \pm \frac{1}{2}\sqrt{5})$, 渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$.

6. 与双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 有共同渐近线, 且过点 $(2, 2)$ 的双曲线的方程是 $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{12} = 1$.

7. 已知双曲线的两条渐近线的夹角为 60° , 则焦距与实轴长之比为 $2\sqrt{3}$.

8. 渐近线方程为 $2x \pm y = 0$, 且过点 $(-2, 3)$ 的双曲线的方程为 $\frac{4x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1$.

9. 与椭圆 $x^2 + 4y^2 = 64$ 有公共焦点, 一条渐近线为 $x + \sqrt{3}y = 0$ 的双曲线方程为 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{36} = 1$.

10. 双曲线 $5x^2 - y^2 = 20$ 的两条渐近线的夹角大小等于 $2 \arctan \frac{1}{5}$.

三、简答题

11. 求双曲线 $9y^2 - 16x^2 = 144$ 的实半轴和虚半轴长、焦点坐标及渐近线方程.

$$\begin{aligned} \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} &= 1 \\ \therefore a &= 4 \\ b &= 3 \\ c &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 2a &= 6 \\ 2b &= 6 \\ C(5, 0), (-5, 0) \\ \frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} &= 0 \end{aligned}$$