4.4 数学归纳法 +A4

第1课时 数学归纳法

修正处

一、填空题

1. 用数学归纳法证明:"$2+3+4+\cdots+n=\frac{(n-1)(n+2)}{2}(n\in\mathbf{N},n\geqslant 2)$"时,第一步取 $n=$ 1 验证.

2. 用数学归纳法证明等式"$1+2+3+\cdots+(2n+1)=(n+1)(2n+1)(n\in\mathbf{N},n\geqslant 1)$"时,从 $n=k$ 到 $n=k+1$ 时,等式左边需要增加的是 2n+2+2n+3

3. 若 $f(n)=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots+\frac{1}{3n}(n\in\mathbf{N},n\geqslant 1)$,则 $f(k+1)-f(k)=$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{3n+1}+\frac{1}{3n+2}+\frac{1}{3n+3}$. $+\cdots\frac{1}{3(n+1)}$ $+\frac{1}{3n}$. 去.

4. 用数学归纳法证明 $f(n)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2^n}(n\in\mathbf{N},n\geqslant 1)$ 的过程中,从 $n=k$ 到 $n=k+1$ 时,$f(k+1)$ 比 $f(k)$ 共增加了 2^k 项.

5. 在用数学归纳法证明等式"$1+2+4+\cdots+2^{n-1}=2^n-1(n\in\mathbf{N},n\geqslant 1)$"时,某学生证明如下:(Ⅰ)当 $n=1$ 时,左边 $=1$,右边 $=2^1-1=1$,∴原等式成立;(Ⅱ)假设 $n=k$ 时等式成立,即 $1+2+4+\cdots+2^{k-1}=2^k-1$,那么当 $n=k+1$ 时,$1+2+4+\cdots+2^{(k+1)-1}=\frac{1\cdot(1-2^{k+1})}{1-2}=2^{k+1}-1$,即当 $n=k+1$ 时,等式也成立.根据(Ⅰ)(Ⅱ)可以断定,等式对任意 $n\in\mathbf{N},n\geqslant 1$ 都成立.评价该学生的证明情况: 错误 (选填"正确"或"错误").

二、选择题

k^2.

6. 用数学归纳法证明 $1+a+a^2+\cdots+a^{n+1}=\frac{1-a^{n+2}}{1-a}(n\in\mathbf{N},n\geqslant 1,a\neq 1)$ 的过程中,在验证 $n=1$ 成立时,左边的式子为 (C)

A. 1;
B. $1+a$;
C. $1+a+a^2$;
D. $1+a+a^2+a^3$.

7. 用数学归纳法证明等式 $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}(n\in\mathbf{N},n\geqslant 1)$ 的过程中,从 $n=k$ 到 $n=k+1$ 时,等式左边所需添加的项是 (D) $-\frac{1}{2n+2}$.

A. $\frac{1}{2k+1}$;
B. $\frac{1}{2k+2}-\frac{1}{2k+1}$;
C. $-\frac{1}{2k+1}$;
D. $\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+2}$.

8. 证明命题"凸 n 边形内角和等于$(n-2)\cdot180°$"时，n 可取的第一个值是 (C)

A. 1； B. 2； C. 3； D. 4.

三、解答题

9. 用数学归纳法证明：$1+2+3+\cdots+2n=n(2n+1)(n\in\mathbf{N}, n\geq1)$.

10. 用数学归纳法证明：$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$ $(n\geq2, n\in\mathbf{N})$.

1° 若$n=2$, 左$=(1-\frac{1}{4})=\frac{3}{4}=$右.

2° 若~~n~~假设$n=k$,

则$=(1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{9})\cdots(1-\frac{1}{k^2})=\frac{k+1}{2k}$成立.

则左$=(1-\frac{1}{4})\cdots(1-\frac{1}{(k+1)^2})$

$=\frac{k+1}{2k}\cdot(1-\frac{1}{(k+1)^2})$

$=\frac{k+2}{2(k+1)}=$右

故成立.

11. 用数学归纳法证明：$\frac{1}{1\times3}+\frac{1}{3\times5}+\frac{1}{5\times7}+\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}(n\in\mathbf{N}, n\geq1)$.

书4.4.(4)

1° 若$n=1$

则 $S_1=1=\frac{2-1}{1}$

左=右.

2° 若~~n=k时~~ $n=k$.

假设

$S_k=\frac{2^k-1}{2^{k-1}}$

$S_{k+1}=\frac{S_k+2a_1}{2}$

$=\frac{2^{k+1}-1}{2^k}$

=右.

∴综上，故成立.

四、能力拓展题

12. 对于下列数的排列：

2,3,4

3,4,5,6,7

4,5,6,7,8,9,10

…

写出并证明第 n 行所有数的和 a_n 与 n 的关系式.