每周一练(2)

一、填空题

1. 化循环小数为分数：$0.4\dot{3}\dot{1}$= $\frac{427}{990}$.

2. 计算：$\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}\right)$= 2 .

3. 若等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$S_3=7a_1$，则数列$\{a_n\}$的公比q的值为 2或-3 .

4. 若等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=4$，则首项$a_1$的取值范围是 $(0,4)$.

5. 若数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\begin{cases}n, & 1\leqslant n\leqslant 3,\\ \left(-\frac{1}{2}\right)^n, & n>3,\end{cases}$则数列$\{a_n\}$的前$n$项和$S_n$为 ______.

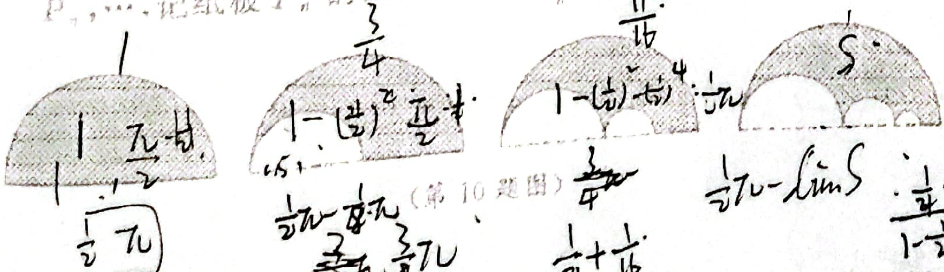
6. 若数列$a_n=2\cdot 5^{n-1}$，数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$的前$n$项和为$S_n$，则$\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$= $\frac{1}{8}$.

7. 在数列$\{a_n\}$中，若对一切$n\in\mathbf{N}$，$n\geqslant 1$都有$a_n=-3a_{n+1}$，且$\lim\limits_{n\to+\infty}(a_2+a_4+\cdots+a_{2n})=\frac{9}{2}$，则$a_1$的值为 -12 .

8. 正方形的边长等于1，连接这个正方形各边的中点得到一个小正方形，又连接这个小正方形各边的中点得到一个更小的正方形，如此无限继续下去，则所有这些正方形的周长之和为 $8+4\sqrt{2}$.

9. 若数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$2na_{n+1}=(n+1)a_n$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为 ______.

10. 如图，P_1是一块半径为1的半圆形纸板，在P_1的左下端剪去一个半径为$\frac{1}{2}$的半圆得到图形P_2，然后依次剪去一个更小的半圆（其直径是前一个被剪掉半圆的半径），可得图形P_3，P_4，…，P_n，…，记纸板P_n的面积为S_n，则$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$= $\frac{1}{3}\pi$.



（第10题图）

二、选择题

11. 一张报纸，其厚度为a，面积为b，现将报纸对折5次，这时报纸的厚度和面积分别是 （ A ）

A. $32a$，$\frac{b}{32}$；

B. $64a$，$\frac{b}{64}$；

C. $128a$，$\frac{b}{128}$；

D. $256a$，$\frac{b}{256}$.

100 10 1.

12. 等比数列$\{a_n\}$中，S_n表示其前n项和，若$S_{10}=100$，$S_{20}=110$，则S_{30}等于 (D)

A. 210；　B. 120；　C. 121；　D. 111.

13. 某工厂去年12月的月产量为a，若该厂产量月平均增长率为p，则今年12月的月产量比去年同期增加的比率为 (A)

A. $(1+p)^{12}$；　B. $(1+p)^{12}-1$；　C. $(1+p)^{11}$；　D. $12p$.

14. 数列$\{a_n\}$中，$a_n=\begin{cases}\frac{1}{2^n}, & n=2k-1, k\in N,\\ \frac{1}{3\cdot 2^n}, & n=2k, k\in N,\end{cases}$ S_n表示其前n项和，则$\lim\limits_{n\to\infty} S_n$等于 (A)

A. $\frac{8}{9}$；　B. $\frac{5}{9}$；　C. $\frac{4}{3}$；　D. $\frac{7}{3}$.

三、解答题

15. 在 $1, x, 9, y$ 四个数中，前三个数成等比数列，后三个数成等差数列，求x, y的值.

$x=3$, $y=15$

16. 计算：$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2+3}{7}+\frac{2^2+3^2}{7^2}+\cdots+\frac{2^n+3^n}{7^n}\right)$.

$=\lim\limits_{n\to\infty} S_{n1}+\lim\limits_{n\to\infty} S_{n2}$

$=\frac{\frac{2}{7}}{1-\frac{2}{7}}+\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}=\frac{23}{20}$.

17. 记数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$\lim\limits_{n\to\infty} S_n=S$，已知首项为4，公比为负数，求$S$的取值范围.

$S=\frac{a_1}{1-q}=\frac{4}{1-q}$.

$\because q<0$

$\therefore S\in(0, 4)$.

修正处

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3\cdot 2}; \frac{1}{2^3}; \frac{1}{3\cdot 2^2}$

$\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{2}{3}$.　$\frac{\frac{1}{6}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{2}{9}$

$(\frac{2}{7})^n+(\frac{3}{7})^n$

$\frac{\frac{2}{7}}{1-\frac{2}{7}}+\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}$

$-\frac{3}{4}$ · p · $-\frac{1}{4}$ $\frac{3}{4}a_n=-\frac{1}{4}a_{n-1}$ P 135 · 1

18. 数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_n=\frac{1}{4}a_n+1(n\in\mathbf{N},n\geq1)$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设数列$\{b_n\}$，且$b_n=a_{2n}$ $(n\geq1,n\in\mathbf{N})$，求证：$\{b_n\}$是等比数列；

(3)求$\lim\limits_{n\to\infty}(b_1+b_2+\cdots+b_n)$的值.

1) $a_1=S_1=\frac{1}{4}a_1+1$

$a_1=\frac{4}{3}$.

$S_n-S_{n-1}=a_n=\frac{1}{4}a_n-\frac{1}{4}a_{n-1}$

$\frac{3}{4}a_n=-\frac{1}{4}a_{n-1}$

$\frac{a_n}{a_{n-1}}=q=-\frac{1}{3}$.

$\therefore a_n=\frac{4}{3}(-\frac{1}{3})^{n-1}$

2) $\frac{b_n}{b_{n-1}}=\frac{1}{9}$

$\therefore \{b_n\}$ GP

3) $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

$=\frac{\frac{4}{3}}{1-\frac{1}{3}}$

$=\frac{3}{2}$.

$S_1=2$ $S_2=1$. 2 -1 -4

19. 设$\{a_n\}$的相邻两项a_n、a_{n+1}是方程$x^2-c_nx+\left(\frac{1}{3}\right)^n=0$的两根，且$a_1=2$，数列$\{c_n\}$的前$n$项和为$S_n$，求$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$.

四、能力拓展题

20. 动点P从原点出发沿x轴正向移动距离a到达点P_1，再沿y轴正向移动距离$\frac{a}{2}$到达点P_2，再沿x轴正向移动距离$\frac{a}{2^2}$到达点P_3…依此规律，无限进行，每次移动，距离缩小一半，求：

(1)动点P行进路线的长度；

(2)动点P与坐标平面内哪一点无限接近？

修正处

4. 2B.

2. 1) $\sum\limits_{i=1}^{10}a_{2i-1}$

$=a_1+a_3+\cdots+a_{19}$

$=\cancel{[illegible]}\ 180$

2) $\sum\limits_{i=1}^{10}a_{2i}=\cancel{[illegible]}$ 210.

3. $\cancel{a_1=5}$

$11a_5=5a_8$

$\cancel{11(-5\cdot3+10p)=5(8\cdot3+21p)}$

$\cancel{p=\frac{3}{2}}$.

$\therefore p\ \cancel{S_n}$.

$11(a_1+4d)=5(a_1+7d)$

$d=2$

$\therefore S_{\min}=S_2=-5$.

4. $S_{p+q}=\cancel{(p+q)}$

$-p-q$.