

习题 5.1

A 组

1. 自由落体运动的位移 d (单位: m) 与时间 t (单位: s) 满足函数关系 $d = \frac{1}{2}gt^2$ (g 为常数).

- (1) 分别求 $[4, 4.1]$ 、 $[4, 4.01]$ 、 $[4, 4.001]$ 这些时间段内自由落体的平均速度;
- (2) 求 $t=4$ 时的瞬时速度;
- (3) 求 $t=a$ ($a>0$) 时的瞬时速度;
- (4) 借助(3)的结果, 求 $t=\frac{5}{2}$ 时的瞬时速度.

2. 竖直向上发射的火箭熄火时上升速度达到 100 m/s, 此后其位移 H (单位: m) 与时间 t (单位: s) 近似满足函数关系 $H = 100t - 5t^2$.

- (1) 分别求火箭在 $[0, 2]$ 、 $[2, 4]$ 这些时间段内的平均速度;
- (2) 求火箭在 $t=2$ 时的瞬时速度;
- (3) 熄火后多长时间火箭上升速度为 0?

3. 某水管的流量 y (单位: m^3) 与时间 t (单位: s) 满足函数关系 $y = f(t)$, 其中 $f(t) = 3t$.

- (1) 求 $f(t)$ 在 $t=a$ 处的导数 $f'(a)$;
- (2) $f'(a)$ 的实际意义是什么?
- (3) 随着 a 的取值变化, $f'(a)$ 是否发生变化? 为什么?

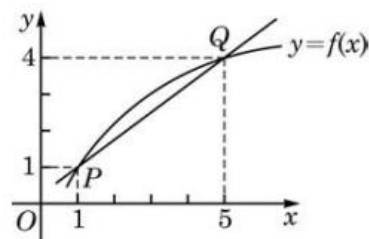
4. 将石子投入水中, 水面产生的圆形波纹不断扩散. 计算:

- (1) 当半径 r 从 a 增加到 $a+h$ ($h>0$) 时, 圆面积相对于半径的平均变化率;
- (2) 当半径 $r=a$ 时, 圆面积相对于半径的瞬时变化率.

5. 函数 $y=f(x)$ 的图像如图所示.

(1) 求割线 PQ 的斜率;

(2) 当点 Q 沿曲线向点 P 运动时, 割线 PQ 的斜率会变大还是变小?



(第5题)

6. 已知 $f(x)=-x^2$, 求曲线 $y=f(x)$ 在下列各点处的切线斜率, 并说明这些斜率的值是如何随着自变量的变化而变化的:

- | | | |
|--------------|--------------|-------------|
| (1) $x=-2$; | (2) $x=-1$; | (3) $x=0$; |
| (4) $x=1$; | (5) $x=2$. | |

7. 借助函数图像, 判断下列导数的正负:

- | | |
|--|---------------------------------|
| (1) $f'\left(-\frac{\pi}{4}\right)$, 其中 $f(x)=\cos x$; | (2) $f'(3)$, 其中 $f(x)=\ln x$. |
|--|---------------------------------|

B 组

1. 已知车辆启动后的一段时间内, 车轮旋转的角度和时间(单位: 秒)的平方成正比, 且车辆启动后车轮转动第一圈需要 1 秒.

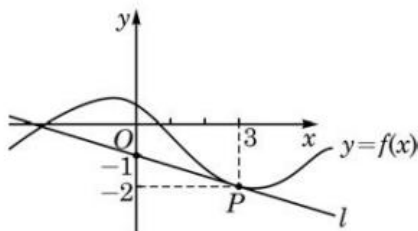
- (1) 求车轮转动前 2 秒的平均角速度;
- (2) 求车轮在转动开始后第 3 秒的瞬时角速度.

2. 根据导数的几何意义, 求函数 $y = \sqrt{4-x^2}$ 在下列各点处的导数:

- (1) $x = -1$;
- (2) $x = 0$;
- (3) $x = 1$.

3. 已知函数 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程为 $y = 4x - 3$, 求 $f(1)$ 和 $f'(1)$.

4. 如图, 已知直线 l 是曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 3$ 处的切线, 求 $f'(3)$.



(第 4 题)