

第 2 课时 利用递推公式表示数列

修正处

一、填空题

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_n = n^2 + 2n$, 则 $a_n =$ _____.
2. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 3$, 若 $a_n = 2a_{n-1} + 1, (n \geq 2, n \in \mathbf{N})$, 则 $a_4 =$ _____.
3. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 < 0, \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = 2 (n \in \mathbf{N})$, 则数列 $\{a_n\}$ 是 _____ 数列(填“严格增”或“严格减”).
4. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + 2n + 2$, 则 $a_n =$ _____.
5. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$, 则 a_{10} 的值为 _____.

二、选择题

6. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_1 = 3, a_2 = 6, a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$, 则 a_{2021} 等于()
A. 6; B. -6; C. 3; D. -3.
7. 在 $1, 2, 3, \dots, 2021$ 这 2021 个自然数中, 将能被 2 除余 1, 且被 3 除余 1 的数按从小到大的次序排成一行, 构成数列 $\{a_n\}$, 则 a_{50} 等于 ()
A. 289; B. 295; C. 301; D. 307.

8. 数列 $\{a_n\}$ 定义如下: $a_1 = 1$, 当 $n \geq 2$ 时, $a_n = \begin{cases} 1 + a_{\frac{n}{2}}, & n = 2k + 2, k \in \mathbf{N}, \\ \frac{1}{a_{n-1}}, & n = 2k + 1, k \in \mathbf{N}, \end{cases}$ 若

$a_n = \frac{1}{4}$, 则 n 的值等于 ()

- A. 7; B. 8; C. 9; D. 10.

三、解答题

9. 根据数列 $\{a_n\}$ 的递推公式, 写出它的前 4 项.

(1) $\begin{cases} a_n = -2a_{n-1} + 1 (n \geq 2, n \in \mathbf{N}), \\ a_1 = 1; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} a_{n+2} = 2a_n + a_{n+1} (n \geq 1, n \in \mathbf{N}), \\ a_1 = 1, a_2 = 1. \end{cases}$

10. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_n = -\frac{1}{a_{n-1}}, (n \geq 2, n \in \mathbf{N})$.

(1) 求证: $a_{n+2} = a_n$;

(2) 若 $a_4 = 4$, 求 a_{20} 的值;

(3) 若 $a_1 = 1$, 求 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7$ 的值.

11. 已知在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{3a_n}{a_n + 3} (n \in \mathbf{N}, n \geq 1)$, 求通项 a_n .

四、能力拓展题

12. 若数列 $\{a_n\}$ 及 $\{b_n\}$ 满足 $\begin{cases} a_{n+1} = a_n + \frac{1}{3}b_n (n \in \mathbf{N}, n \geq 1), \\ b_{n+1} = 3a_n + b_n + 3 (n \in \mathbf{N}, n \geq 1), \end{cases}$ 且

$$a_1 = 1, b_1 = 6.$$

(1) 证明: $b_n = 3a_n + 3 (n \in \mathbf{N}, n \geq 1)$;

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.