284.4
@EJL

第3课时　抛物线的性质(2)

修正处

一、填空题

1. 过曲线 $y=-2x^2$ 的焦点且垂直于对称轴的弦长为 2.

2. 若直线 $x-y-2=0$ 与抛物线 $y^2=4x$ 交于 A、B 两点，则线段 AB 的中点坐标为 $(4,2)$.

3. 抛物线 $y=\frac{1}{m}x^2(m\neq0)$ 的焦点坐标是 $(\pm 0,\frac{1}{4}m)$.

$y^2=4x$

4. 若抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上一点 $(5,t)$ 到焦点的距离为 6，P、Q 分别为抛物线与圆 $(x-6)^2+y^2=1$ 上的动点，则 $|PQ|$ 的最小值为 $2\sqrt{5}-1$.

$\begin{cases} x_A+x_B+p \\ x_C+x_D+p \end{cases}$

5. 过抛物线 $C:x^2=4y$ 焦点 F 作斜率分别为 k_1、k_2 的两条直线 l_1、l_2，其中 l_1 交抛物线 C 于 A、B 两点，l_2 交抛物线 C 于 D、E 两点，若 $k_1k_2=-2$，则 $|AB|+|DE|$ 的最小值为 24.

二、选择题

6. 若动点 $M(x,y)$ 满足 $5\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}=|3x-4y+12|$，则点 M 的轨迹是 (D)

A. 圆；　B. 椭圆；　C. 双曲线；　D. 抛物线.

7. 过点 $M(2,4)$ 作直线 l 与抛物线 $y^2=8x$ 只有一个公共点，这样的直线有 (B)

A. 1 条；　B. 2 条；　C. 3 条；　D. 无数条.

$x=-2$

8. 已知 O 为坐标原点，$M(1,2)$，P 是抛物线 $C:y^2=2px$ 上的一点，F 为其焦点，若 F 与双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的右焦点重合，则下列说法不正确的是 (B)

$(2,0)$　$y^2=8x$

A. 若 $|PF|=6$，则点 P 的横坐标为 4；

B. 该抛物线的准线被双曲线所截得的线段长度为 $\sqrt{3}$；$\frac{2}{3}\sqrt{3}$

C. 若 $\triangle POF$ 外接圆与抛物线 C 的准线相切，则该圆面积为 9π；

D. $\triangle PMF$ 周长的最小值为 $3+\sqrt{5}$.

三、解答题

y_1+y_2
$=-\frac{b}{a}=+1$.
x_1+t+x_2+t
x_1+x_2+2t

9. 在抛物线 $y^2=x$ 上存在关于直线 $x+y-1=0$ 对称的两个不同点，求过这两点直线的方程.

设 $y=x+t$
$\begin{cases} y=x+t \\ y^2=x \end{cases}$
$\Rightarrow y^2-y+t=0$

$\therefore \frac{x_1+x_2}{2}+\frac{y_1+y_2}{2}-1=0$

$\therefore \Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{2}-t-1=0$

$t=0$

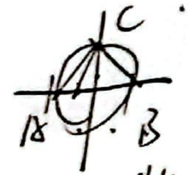
$\therefore y=x$.

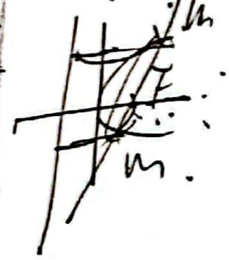
修正处

10. 已知平面内点 $A(-4,0)$、$B(x,0)$，以 AB 为直径的圆过点 $C(0,y)$，

(1)求点 $P(x,y)$ 的轨迹 E 的方程；

(2)过点 $F(1,0)$ 且倾斜角为锐角的直线 l 交曲线 E 于 M、N 两点，且 $|MF|=2|NF|$，求直线 l 的方程.





1) $\overrightarrow{AC}=(4,y)$

$\overrightarrow{BC}=(-x,y)$

$\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

$\therefore -4x+y^2=0$

$\therefore y^2=4x$.

2) $|MF|=2|NF|$

$\therefore$ ~~$|MF|=|NF|$~~

$\therefore$ ~~$l=x-1$~~

$\therefore$ ~~$x_1+\frac{p}{2}=2(x_2+\frac{p}{2})$~~

~~$\therefore x_1$~~

设 $y=k(x-1)$

$\therefore x_1+\frac{p}{2}=2(x_2+\frac{p}{2})$.

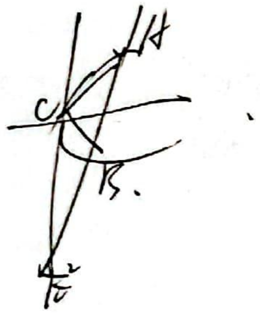
$\therefore x=k=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\therefore y=\frac{\sqrt{2}}{4}(x-1)$

11. 已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点 $F(1,0)$，O 为坐标原点，A、B 是抛物线 C 上异于 O 的两点.

(1)求抛物线 C 的方程；

(2)若直线 OA、OB 的斜率之积为 $-\frac{1}{2}$，求证：直线 AB 过定点，并求出定点坐标.



1) $\frac{1}{2}p=1$

$\therefore y^2=4x$

2) 设 $A(x_1,y_1)B(x_2,y_2)$，$l_{AB}:y=kx+t$

$\therefore \frac{y_1}{x_1}\cdot\frac{y_2}{x_2}=-\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{y_1y_2}{x_1x_2}=-\frac{1}{2}$.

$\begin{cases}y^2=4x\\ y=kx+t\end{cases}$

$\Rightarrow \frac{1}{k}\cdot\frac{b^2}{4k}\cdot\frac{1}{k}=\frac{1}{2}$

$b=-8k$

$\therefore$ 恒过 $y=kx-8k$

$\therefore$ 恒过 $(8,0)$

四、能力拓展题

12. 已知直线 l 的斜率为 k，且过点 $P(-2,0)$，抛物线 $C:y^2=4(x+1)$，直线 l 与抛物线 C 有两个不同的交点 A、B.

(1)求 k 的取值范围；

(2)直线 l 的倾斜角 θ 为何值时，A、B 分别与坐标原点 $O(0,0)$ 的连线互相垂直？

1) $l:y=k(x+2)$

$\begin{cases}y=k(x+2)\\ y^2=4(x+1)\end{cases}$

$\Rightarrow \Delta>0$，$a\neq0$

$\therefore k\in(-1,1)$

2) $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$

$\therefore x_1x_2+y_1y_2=0$

$\begin{cases}y=k(x+2)\\ y^2=4(x+1)\end{cases}$

~~$\Rightarrow x_1x_2$~~

$\therefore k=2\sqrt{2}$

$\therefore \theta=\arctan 2\sqrt{2}$

或 $\pi-\arctan 2\sqrt{2}$