

7.2(1) 等差数列

1. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 2$, $a_4 = 8$, 则 $a_5 = \underline{11}$.
2. $(a+b)^2$ 与 $(a-b)^2$ 的等差中项是 $\underline{a^2+b^2}$.
3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_4 = 10$, $a_7 = 19$, 则公差 $d = \underline{\frac{9}{3}}$.
4. 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_5 + a_7 = 18$, 则 $a_6 = \underline{9}$.
5. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 + 2}$ ($n \in \mathbb{N}^*$), 则该数列的通项公式 $a_n = \underline{\sqrt{2n}}$.
6. 命题甲: $\triangle ABC$ 中有一个内角为 60° ;
命题乙: $\triangle ABC$ 的三个内角的度数可以构成等差数列;
甲是乙的 (B).
- (A) 充分不必要条件
(B) 必要不充分条件
(C) 充要条件
(D) 既不充分又不必要条件
7. 设 $x \neq y$, 且两数列 x, a_1, a_2, y 和 x, b_1, b_2, b_3, y 均为等差数列, 则 $\frac{b_2 - b_1}{a_2 - a_1}$ 值为 $\underline{\frac{15}{2}}$.
- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$
8. 若等差数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 中, $a_4 = 6$, $a_6 = 4$, 求 a_{10} .

$$2d = a_8 - a_6 = 2 \Rightarrow d = 1$$

$$a_{10} = 2a_8 - a_6 = 0$$

9. 给定数列 $\{c_n\}$, 如果存在常数 p, q 使得 $c_{n+1} = pc_n + q$ 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 都成立, 则称 $\{c_n\}$ 为“M 类数列”. 若 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, 判断 $\{a_n\}$ 是否为“M 类数列”, 并说明理由.

根据 $a_{n+1} - a_n = d$

$$a_{n+1} = a_n + d = 1 \times a_n + d$$

$$\therefore p=1, q=d$$

是

$$a_n - a_{n+1} + 2a_n = 4a_n a_{n+1} + 2a_{n+1}$$

$$\{a_n - a_{n+1}\} = 2a_n - 2a_{n+1}$$

10 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{2}{3}$, 且对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{4a_n + \frac{2}{3}}{a_{n+1} + \frac{2}{3}}$. $\{ \frac{2}{3} - a_n \} = \frac{4}{3} - 2a_n$ $a_2 = \frac{1}{3}$

(1) 求证: 数列 $\{ \frac{1}{a_n} \}$ 为等差数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式; $\{a_1 - a_2 = 2a_1 - 2a_2\}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} - 2 \cdot \frac{1}{3}$

(2) 试问数列 $\{a_n\}$ 中任意连续两项的乘积 $a_k a_{k+1}$ ($k \in \mathbb{N}^*$) 是否仍是 $\{a_n\}$ 中的项? 如果是, 请指出是数列的第几项; 如果不是, 请说明理由.

$$1) \frac{1}{a_n} - \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{\frac{1}{4a_n + \frac{2}{3}}} - \frac{1}{\frac{1}{4a_{n+1} + \frac{2}{3}}}$$

$$\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = \frac{a_n - a_{n+1}}{a_n a_{n+1}} = \frac{\frac{4}{3} a_n a_{n+1}}{a_n a_{n+1}} = \frac{4}{3}$$

$\therefore \{ \frac{1}{a_n} \}$ 是等差数列

$$\frac{1}{a_n} = \frac{3n+2}{2} \Rightarrow \{a_n\} = \frac{2}{3n+2}$$

$$2) \text{ 是 } a_k \cdot a_{k+1} = \frac{2}{3k+2} \cdot \frac{2}{3(k+1)+2} = \frac{2}{3 \cdot \frac{3k+5}{2} + 2}$$

$\therefore \text{是}$