第5章　导数及其应用

5.1　导数的概念及意义

第1课时　导数的概念

一、填空题

1. 已知函数 $y=f(x)$，若 $f'(1)=1$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=$ ____1____.

2. 自由落体运动中，物体下落的距离 d（单位：m）与时间 t（单位：s）近似满足函数关系式 $d=5t^2$，则物体在[1,4]时间段内的平均速度为 ____25____ m/s.

3. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=x^2-2x-3$，则此函数在区间[1,4]上的平均变化率为 ____2____.

4. 质点M的运动规律为 $s=4t+4t^2$，则质点M在 $t=t_0$ 时的瞬时速度为 ____4____.

5. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=ax+4$，若 $f'(1)=2$，则 a 的值为 ____−2____.

$\frac{ax+4-a(x+h)-4}{h}=\frac{ax-ax-ah}{h}=-a$

二、选择题

6. 已知函数 $y=f(x)$，当自变量 x 由 x_0 变为 $x_0+\Delta x$ 时，函数值的改变量 Δy 等于（ D ）

A. $f(x_0+\Delta x)$；　　B. $f(x_0)+\Delta x$；

C. $f(x_0)\cdot\Delta x$；　　D. $f(x_0+\Delta x)-f(x_0)$.

7. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=x^2-1$，此函数在区间[1,m]上的平均变化率为3，则实数 m 的值为（ ~~A~~ B ）

A. 1；　　B. 2；　　C. 3；　　D. 4.

8. 一个物体的位移 s(m)与时间 t(s)的关系为 $s=3+10t-t^2$，则该物体在3秒末位移的瞬时变化率是（ C ）

$\frac{10h-6h-h^2}{h}$　$10-6-h$

A. 6 m/s；　　B. 5 m/s；　　C. 4 m/s；　　D. 3 m/s.

三、解答题

9. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=x^2-1$，求此函数在[1,1.1]上的平均变化率.

$f'(x)=\frac{f(1.1)-f(1)}{0.1}=\frac{21}{10}.$

修正处

$\frac{f(4)-f(1)}{3}$

$\frac{f(4)-f(1)}{3}$

$\frac{(t+h)^2+4(t+h)-t^2-4t}{h}$

$=t+h+4$

$ax+4-ax$

$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$

$=\frac{(x+m)^2-1-x^2}{m}$

$=\frac{2xm+m^2}{m}$

$=2x+m$

$2+m=3$

10. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=2x^3$，求此函数在 $x=1$ 处的导数.

$$f'(1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$$

$$=\frac{(1+h)^3-1^3}{h}$$

$$=\frac{h^3+2h^2+2h+1-1}{h}$$

$$=h^2+2h+2 \Rightarrow 2$$

$\frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{4}{3}\pi$ $\frac{4}{3}\pi$

11. (1) 当球的半径从 1 增加到 2 时，求球的体积相对于半径的平均变化率；

(2) 当球的半径 $r=3$ 时，求球的体积相对于半径的瞬时变化率.

1) $\frac{f(2)-f(1)}{1}=\cancel{\ }\ \frac{28}{3}\pi$

2) $f'(3)=\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}=\frac{\frac{4}{3}\pi(3+h)^3-\frac{4}{3}\pi\cdot 3^3}{h}$

$$=\frac{\frac{4}{3}\pi(h^3+9h^2+27h)}{h}=\frac{4}{3}\pi(h^2+9h+27)$$

$\Rightarrow 36\pi$

$-7x \quad -7(x+h)$

四、能力拓展题

12. 将原油精炼为汽油、柴油、塑胶等各种不同产品，需要对原油进行冷却和加热，如果第 x h 时，原油的温度（单位：℃）满足 $y=f(x)$，其中 $f(x)=x^2-7x+15(0\leq x\leq 8)$，分别计算第 $2h$ 和第 $6h$ 时原油温度的瞬时变化率，并说明它的意义.

$$\frac{2xh+h^2-7h}{h}$$

$2x+h-7$

$2x-7$

$$f'(2)=\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=-3$$

$$f'(6)=5$$