每周一练(1)

修正处

一、填空题

1. 已知函数 $y=x^2-2x$，则此函数在区间$[1,3]$上的平均变化率为__________.

2. 已知函数 $y=\sin^4x-\cos^4x$，则 $y'=$__________.

3. 已知函数 $y=\dfrac{1-x^2}{\sin x}$，则 $y'=$__________.

4. 已知曲线 $y=x^4+ax^2+1$ 在点$(-1,a+2)$处切线的斜率为 8，则 $a=$__________.

5. 已知函数 $y=f(x)$，且 $f(x)=x^2+2f'(0)x+\sin x$，则 $f'(0)=$__________.

6. 已知曲线 $y=x+\dfrac{\ln x}{k}$ 在点$(1,1)$处的切线与直线 $x+2y=0$ 垂直，则实数 k 的值为__________.

7. 已知函数 $y=e^x+(x+1)^2$，则曲线 $y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线与坐标轴围成的三角形的面积是__________.

8. 若$(2x-3)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则 $a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5=$__________.

9. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=\dfrac{\sin\theta}{3}x^3+\dfrac{\sqrt{3}\cos\theta}{2}x^2+\tan\theta$，$\theta\in\left[0,\dfrac{5}{12}\pi\right]$，则 $f'(1)=$__________，其取值范围是__________.

10. 法国数学家拉格朗日在其著作《解析函数论》中提出一个定理：如果函数 $y=f(x)$满足如下条件：

①在闭区间$[a,b]$上是连续不断的；

②在开区间(a,b)上都有导数.

则在区间(a,b)上至少存在一点 ξ，使得 $f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$，其中 ξ 称为拉格朗日中值. 则函数 $y=e^x$ 在区间$[0,1]$上的拉格朗日中值 $\xi=$__________.

二、选择题

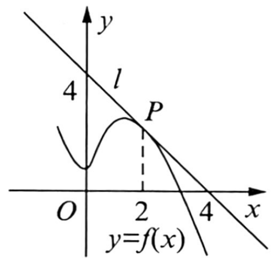
11. 如图，函数 $y=f(x)$的图像在点 $P(2,y)$处的切线是 l，则 $f(2)+f'(2)$的值为 (　　)

A. -3；

B. -2；

C. 2；

D. 1.



(第 11 题图)

12. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=x(e^{x}+ae^{-x})$，若 $f'(x)$ 是奇函数，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处切线的斜率为 ( )

A. $-2e$； B. $-\frac{1}{e}$； C. 2； D. $2e$.

13. 宁启铁路线新开行"绿巨人"动力集中"复兴号"动车组，最高时速为 160 km/h. 假设"绿巨人"开出站一段时间内，速度 v(m/s) 与行驶时间 t(s) 的关系为 $v=0.4t+0.6t^2$，则出站后"绿巨人"速度首次达到 24 m/s 时的加速度为 ( )

A. 6.8 m/s^2； B. 7.6 m/s^2；

C. 7 m/s^2； D. 7.8 m/s^2.

14. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=x\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$，则下列选项中正确的是 ( )

A. $f'(x)$ 为奇函数； B. $f'(x)$ 为偶函数；

C. $f'(0)=0$； D. $f(\pi)+f'(\pi)=-\pi$.

三、解答题

15. 求下列函数的导数：

(1) $y=(\sqrt{x}+1)\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-1\right)$；

(2) $y=-\frac{1}{2}x\sin 4x$；

(3) $y=\frac{\ln(2x+3)}{x^2+1}$.

16. 求曲线 $y=\ln(2x-1)$ 上的点到直线 $2x-y+3=0$ 的最短距离.

修正处

17. 已知曲线 $C: y=x^3-3x^2+2x$，直线 $l: y=kx$，且直线 l 与曲线 C 相切于点 $(x_0, y_0)(x_0 \neq 0)$，求直线 l 的方程及切点坐标.

修正处

18. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=e^x(\cos x-\sin x)$，将满足 $f'(x)=0$ 的所有正数 x 从小到大排成数列 $\{x_n\}$，证明：数列 $\{f(x_n)\}$ 为等比数列.

19. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=ax^2-(a+2)x+\ln x$.

(1)若 $f'(1)=0$，求实数 a 的值；

(2)若 $a \geqslant 1$，求证：当 $x \in [1, e]$ 时，$f'(x) \geqslant 0$，其中 e 为自然对数的底数.

四、能力拓展题

20. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=\frac{1}{3}ax^3-\frac{1}{4}x^2+cx+d$ (a、c、$d \in \mathbf{R}$)满足 $f(0)=0$，$f'(1)=0$.

(1)若 $f'(x) \geqslant 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立，求 a、c、d 的值；

(2)已知曲线 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线与曲线 $g(x)=\ln x$ 相切，求 a 的值.