第 3 课时　等比数列的前 n 项和(1)

一、填空题

$\frac{a_n(1-q)}{1-2}$ $\frac{a_1+a_nq}{1-2}$

1. 若数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，且$a_{n+1}=3a_n$，则其前 n 项和 $S_n=$ $\frac{3(1-3^n)}{-2}$.

2. 在等比数列$\{a_n\}$中，若 $a_1=1$，$a_n=-512$，$S_n=-341$，则公比 $q=$ $-\frac{340}{171}$.

$\frac{1-(-512)\cdot q}{1-q}=-341$.

3. 在等比数列$\{a_n\}$中，公比 $q=2$，前 n 项和为 S_n，若 $S_4=1$，则 $S_8=$ 34.

32

4. 若$\{a_n\}$是等比数列，$a_4a_7=-512$，$a_3+a_8=124$，且公比 q 为整数，则其前 n 项和 $S_n=$ $\frac{-1[1+(-2)^n]}{3}$.

5. 在数列$\{a_n\}$中，若 $a_1=1$，$a_{n+1}=qa_n$（q 为非零实数），则其前 n 项和 $S_n=$ $\frac{1(1+q^n)}{1-q}$.

二、选择题

6. 若 $f(n)=1+2+4+8+\cdots+2^n$，则 $f(n)$的值为 （D）

A. 2^n-1;　　B. 2^n+1;

C. $1-2^{n+1}$;　　D. $2^{n+1}-1$.

7. 等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，若 $S_n=48$，$S_{2n}=60$，则 S_{3n} 的值为 48, 12, 3. （D）

A. 16;　　B. 18;　　C. 32;　　D. 63.

8. 若 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}\geq\frac{127}{64}$，则正整数 n 的最小值为 （B）

A. 5;　　B. 6;　　C. 7;　　D. 8.

三、解答题

9. 等比数列$\{a_n\}$中，公比为 q，前 n 项和为 S_n.

(1)若 $a_1=-8$，$a_3=-2$，求 S_4;

(2)若 $S_6=315$，$q=2$，求 a_1.

1) $q^2=\frac{a_3}{a_1}=\frac{-2}{-8}$

$q=\pm\frac{1}{2}$

$S_4=\frac{1[1+(\pm\frac{1}{2})^4]}{1\pm\frac{1}{2}}=\frac{5}{6}$ or $\frac{5}{2}$

2) $S_6=315=\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}$

$a_1=5$

修正处

$q=3$.

$\frac{a_8}{a_3}=q^5=\frac{128}{-4}$

-32

$\begin{cases}a_4a_7=-512\\a_3+a_8=124\end{cases}$

128, -4

(-2) or $-\frac{1}{2}$.

$\frac{2^n+2^{n-1}+1}{2^n}$

$\frac{2^n-1}{2^n}\geq\frac{1}{2^n}$

$\geq 2^{-n}$

$\geq\frac{127}{64}$

$2^n<\frac{1}{64}$

$q=\cancel{\pm}\frac{1}{3}$.　　q.　　$a_5+a_6=4$

10. 在等比数列$\{a_n\}$中，已知$a_1+a_2=324$，$a_3+a_4=36$，其前n项和为S_n，求S_6的值。

修正处

$S_2=324$

$S_4=360$

$\Rightarrow S_6=\cancel{3}364$.

11. 等比数列$\{a_n\}$的首项为a_1，公比是q，用符号$S_{n\to m}$表示这个数列的第n项到第m项（共$m-n+1$项）之和.

（1）计算$S_{1\to3}$，$S_{4\to6}$，$S_{7\to9}$，并证明它们仍为等比数列；

（2）由（1）的启发，你能发现更一般的规律吗？试写出你发现的规律；

（3）在等差数列中也有类似的结论吗？试写出来.

1) $\frac{S_{4\to6}}{S_{1\to3}}=q^3$

为常数.

故：仍为等比数列.

2) ~~于~~

~~于~~ 若$\{a_n\}$ GP

则 ~~$\{S\}$~~ $\{S_{n\to m}\}$ GP.

能力拓展题

12. 已知等比数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=3^{n-1}$，数列$\{b_n\}$满足：对任意正整数n，$\frac{b_1}{a_1}+\frac{b_2}{a_2}+\cdots+\frac{b_n}{a_n}=2n+1$恒成立.

（1）求数列$\{b_n\}$的通项公式；

（2）求$b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{2021}$的值.