

每周一练(3)

修正处

一、填空题

1. 若抛物线 $y^2 = 16x$ 上一点到 x 轴的距离等于 12, 则点 M 到此抛物线的焦点的距离为_____.
2. 若方程 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - 4} = 1$ 表示的曲线是双曲线, 则实数 a 的取值范围是_____.
3. 与双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 有共同渐近线, 且过点 $M(2, 2)$ 的双曲线方程为_____.
4. 若动圆 M 经过点 $A(3, 0)$ 且与直线 $l: x = -3$ 相切, 则动圆圆心 M 的轨迹方程为_____.
5. 若 F_1, F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的两个焦点, 点 P 在双曲线上, 且 $\angle F_1PF_2 = 90^\circ$, 则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积为_____.
6. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的左右焦点为 F_1, F_2 , 过 F_2 作 x 轴的垂线与双曲线 C 相交于 A, B 两点, F_1B 与 y 轴交于点 D , 若 $AD \perp F_1B$, 则双曲线 C 的离心率为_____.
7. 若直线 l 与抛物线 $y^2 = 16x$ 相交所得的弦 AB 被点 $P(3, 2)$ 平分, 则直线 l 的方程为_____.
8. 若双曲线 $3mx^2 - my^2 = 3$ 的一个焦点坐标为 $(0, -2)$, 则 $m =$ _____.
9. 已知双曲线 $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 的两条渐近线分别与抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的准线交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 若 $\triangle AOB$ 的面积为 1, 则 p 的值为_____.
10. 若抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 点 $P(x, y)$ 为该抛物线上的动点, 又点 $A(-1, 0)$, 则 $\frac{|PF|}{|PA|}$ 的最小值是_____.

二、选择题

11. 在抛物线的方程 $y^2 = 2px (p > 0)$ 中, p 表示 ()
 A. 焦点到准线的距离;
 B. 焦点到准线的距离的一半;
 C. 焦点到准线的距离的 2 倍;
 D. 焦点到顶点的距离.
12. 若一动圆的圆心在抛物线 $y^2 = 8x$ 上, 且动圆恒与直线 $x + 2 = 0$ 相切, 则此动圆必过定点 ()
 A. $(4, 0)$; B. $(2, 0)$; C. $(0, 2)$; D. $(0, 4)$.

13. 若抛物线 $y^2 = 4x$ 过焦点的弦被焦点分成长为 m 和 n 两部分, 则 m 与 n 的关系式为 ()
- A. $m+n=4$; B. $mn=4$;
C. $m+n=mn$; D. $m+n=2mn$.
14. 已知 $y=ax^2 (a>0)$ 与直线 $y=kx+b$ 交于两点, 它们的横坐标是 x_1, x_2 , 若直线与 x 轴交点的横坐标是 x_3 , 则 ()
- A. $x_3=x_1+x_2$; B. $x_3=\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}$;
C. $x_1x_2=x_2x_3+x_3x_1$; D. $x_1x_3=x_1x_2+x_2x_3$.

三、解答题

15. 求双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{8} = 1$ 的渐近线, 并求出它们的夹角的大小 (结果用反三角函数值表示).

16. 已知直线 $y=kx+1$ 与抛物线 $y^2=4x$ 有且只有一个公共点, 求 k 的值.

17. 设平面内两向量 \vec{a}, \vec{b} 满足: $\vec{a} \perp \vec{b}, |\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1$, 点 $M(x, y)$ 的坐标满足: $x\vec{a} + (y^2-4)\vec{b}$ 与 $-x\vec{a} + \vec{b}$ 互相垂直. 求证: 平面内存在两个定点 A, B , 使对满足条件的任意一点 M , 均有 $|\overrightarrow{MA}| - |\overrightarrow{MB}|$ 等于定值.

18. 已知抛物线 $y^2 = -x$ 和直线 $y = k(x+1)$ 相交于 A, B 两点, O 为原点.

(1) 求证: $OA \perp OB$;

(2) 当 $\triangle AOB$ 的面积为 $\sqrt{10}$ 时, 求实数 k 的值.

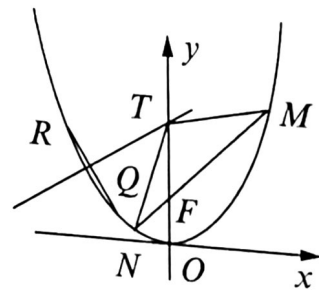
19. 若 M 是抛物线 $y^2 = 2x$ 上一动点, 点 $P\left(3, \frac{10}{3}\right)$, 设 d 是点 M 到准线的距离, 要使 $d + |MP|$ 最小, 求点 M 的坐标.

四、能力拓展题

20. 如图, 过抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点 F 的直线交抛物线 C 于两点 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$, 且 $x_1 x_2 = -4$.

(1) 求抛物线 C 的标准方程;

(2) R, Q 是抛物线 C 上的两动点, R, Q 的纵坐标之和为 1, R, Q 的垂直平分线交 y 轴于点 T , 求 $\triangle MNT$ 的面积的最小值.



(第 20 题图)