284.4
@EJL
章家铭

2.5　曲线与方程

第1课时　求轨迹的方程

一、填空题

x^2+2x-3.

1. 若方程 $x^2+y^2+2x-4=0$ 的曲线经过点 $P(m,1)$，则 m 的值为 1或-3.

2. 曲线 $y=|x|-1$ 与 x 轴围成的图形的面积是 1.

3. 如果直线 $l:x+y-b=0$ 与曲线 $C:y=\sqrt{1-x^2}$ 有公共点，那么 b 的取值范围是 $[-1,\sqrt{2}]$.

4. 平面直角坐标系 xOy 中，若定点 $A(1,2)$ 与动点 $P(x,y)$ 满足 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OA}=4$，则点 P 的轨迹方程是 $x+2y=4$.

5. 若动点 P 与平面上两定点 $A(-\sqrt{2},0)$、$B(\sqrt{2},0)$ 连线的斜率的积为定值 $-\frac{1}{2}$，则动点 P 的轨迹方程为 $y^2=-\frac{1}{2}(x^2-2)$.

二、选择题

6. 若曲线 C 的方程为 $x^2-xy+y-5=0$，则下列各点中，在曲线 C 上的点是　　　　(A)

A. $(-1,2)$；　B. $(1,-2)$；　C. $(2,-3)$；　D. $(3,6)$.

7. 下列各对方程中，表示相同曲线的一组是　　　　(~~B~~) C

A. $y=x$ 与 $y=\sqrt{x}$；

B. $(x-1)^2+(y+2)^2=0$ 与 $(x-1)(y+2)=0$；

C. $y=\frac{1}{x}$ 与 $xy=1$；

D. $y=\lg x^2$ 与 $y=2\lg x$.

8. 方程 $xy^2+x^2y=1$ 所表示的曲线　　　　(D)

A. 关于 x 轴对称；$xy^2-x^2y=1$　　B. 关于 y 轴对称；$-xy^2+x^2y=1$

C. 关于原点对称；$-xy^2-x^2y=1$　　D. 关于直线 $y=x$ 对称.

三、解答题

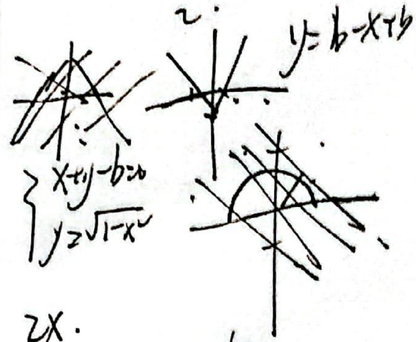
9. 等腰三角形的顶点是 $A(4,2)$，底边一个端点是 $B(3,5)$，求另一个顶点 C 的轨迹方程，试说明它的轨迹是什么？

$AB=\sqrt{10}$

$\therefore C:(x-4)^2+(y-2)^2=10$

圆.

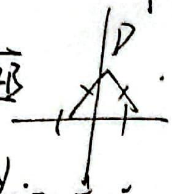
修正处



$y=b-x+b$

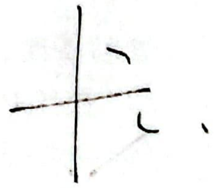
$x+y-b=0$, $y=\sqrt{1-x^2}$

$2x$.

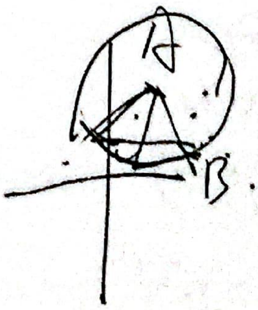


~~$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$~~

$\frac{y}{x-\sqrt{2}}\cdot\frac{y}{x+\sqrt{2}}=-\frac{1}{2}$



$xy(x+y)=1$

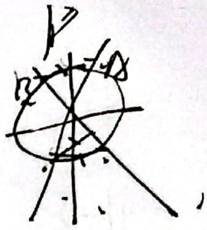


10. 已知 A、B 分别是直线 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ 和 y …

段 AB 的长为 $2\sqrt{3}$，P 是 AB 的中点，求动点 P 的轨迹 C 的…

设 $P(x,y)$ $A(x_1,y_1)$ $B(x_2,y_2)$

$$\begin{cases} y_1=\frac{1}{3}\sqrt{3}x_1 \\ y_2=-\frac{1}{3}\sqrt{3}x_2 \\ AB=2\sqrt{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1+x_2=2x=\sqrt{3}(y_1-y_2) \\ y_1+y_2=2y=\frac{1}{\sqrt{3}}(x_1-x_2) \end{cases} \quad \therefore C: \frac{x^2}{9}+y^2=1.$$



$\frac{1}{3}\sqrt{3}$

$(x_1-x_2)^2+\frac{1}{3}(x_1-x_2)^2$

$\frac{7}{3}(x_1-x_2)^2$

~~11.~~ 在边长为 1 的正方形 ABCD 中，边 AB、BC 上分别有一个动点 Q、R，且 $|BQ|=|CR|$，求直线 AR 与 DQ 的交点 P 的轨迹方程．

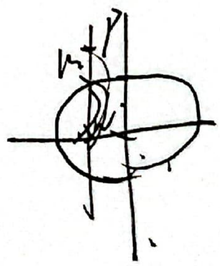
四、能力拓展题

12. 设 O 为坐标原点，动点 M 在椭圆 $C:\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 上，过 M 作 x 轴的垂线，垂足为 N，点 P 满足 $\overrightarrow{NP}=\sqrt{2}\overrightarrow{NM}$.

(1)求点 P 的轨迹方程；

~~(2)~~设点 Q 在直线 $x=-3$ 上，且 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PQ}=1$.

求证：过点 P 且垂直于 OQ 的直线 l 过椭圆 C 的左焦点 F.



1) 设 $P(x,y)$，$M(x_1,y_1)$.

$\therefore \overrightarrow{NM}=(0,y_1)$.

$\therefore$ 又 $\begin{cases} x=x_1 \\ y=\sqrt{2}y_1 \end{cases}$

$\therefore \frac{1}{2}x_1^2+y_1^2=1$

$\therefore \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}y^2=1$.

$\Rightarrow x^2+y^2=2$