第2课时　数学归纳法的应用 +4(2,3)+B(2)

一、填空题

1. 观察下列等式：$1=1^2$，$1+3=2^2$，$1+3+5=3^2$，$1+3+5+7=4^2$，可以猜想：$1+3+5+\cdots+(2n-1)=$ n^2 .

2. 在数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=1$，$a_2=2$，若$a_n=2a_{n-1}-a_{n-2}$ $(n\geq3,n\in\mathbf{N})$，则$a_3=$ 3 ，$a_4=$ 4 ，$a_5=$ 5 ，进而猜想$a_n=$ n .

3. 根据下列各式的规律：$2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2+\frac{2}{3}}$，$3\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{3+\frac{3}{8}}$，归纳猜想用$n(n\in\mathbf{N},n\geq2)$表示的等式为 $n\cdot\sqrt{\frac{n}{n^2-1}}=\sqrt{n+\frac{n}{n^2-1}}$.

4. 计算前几项：1，$2+3+4$，$3+4+5+6+7$，…各项的值，可以猜想第n个式子为 $(2n-1)^2$.

5. 若$f(x)=\frac{3x}{x+3}$，$x_1=1$，$x_n=f(x_{n-1})$，分别计算x_2、x_3、x_4，进而猜想$x_n=$ $\frac{3}{2+n}$.

$\frac{3}{4}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{3}{6}$

二、选择题

6. 猜测$\left(1-\frac{4}{1}\right)\left(1-\frac{4}{9}\right)\cdots\left[1-\frac{4}{(2n-1)^2}\right]$对$n\in\mathbf{N}$且$n\geq1$成立的一个表达式为　　(C)

A. $-\frac{n+2}{n}$；$-\frac{4}{2}$　B. $\frac{2n+1}{2n-1}$；$\frac{5}{3}$　C. $-\frac{2n+1}{2n-1}$；　D. $-\frac{n+1}{n-1}$. $\frac{3}{1}$

7. 平面内原有k条直线，它们的交点个数记为$f(k)$，则增加一条直线l后，它们的交点个数最多为　　(B)

A. $f(k)+1$；　B. $f(k)+k$；

C. $f(k)+k+1$；　D. $k\cdot f(k)$.

8. 若数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$a_{n+1}=a_n^2-na_n+1$ $(n\in\mathbf{N},n\geq1)$，则通项公式可能是　　(D)

$4-2+1$　~~$9-6+1$~~　$9-6+1$

A. $n+2$；　B. $n(n+1)$；　C. $\frac{n+2}{2}$；　D. $n+1$.

三、解答题

9. (1)分别计算数列-1，$-1+3$，$-1+3-5$，$-1+3-5+7$各项的值；

(2)根据(1)的计算猜想$a_n=-1+3-5+7-\cdots+(-1)^n(2n-1)$的表达式；

(3)用数学归纳法证明你的猜想.

1) $-1, 2, -3, 4$

2) $a_n=(-1)^n\cdot n$

3) 1° 当n=1时，$a_n=-1$，成立.

2° 假设n=k

当n=k+1时，左式

∴成立

修正处

4-1　6-2　8

$a_1=2$

$a_2=3$

$a_3=4$

修正处

10. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=\frac{1}{2}$，$a_n=\frac{a_{n-1}}{2a_{n-1}+1}(n\geq 2, n\in \mathbf{N})$.

(1)求 a_2、a_3、a_4；

(2)猜想出通项公式 a_n，并用数学归纳法加以证明.

1) $a_2=\frac{1}{4}$

$a_3=\frac{1}{6}$

$a_4=\frac{1}{8}$

2) $a_n=\frac{1}{2n}$.

1° 当n=1时 $a_n=\frac{1}{2}$成立.

2° 假设$a_n=k$成立.

则当$a_n=k+1$时

左=右.成立.

∴成立.

11. 已知 $f(n)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$，且 $g(n)=\frac{1}{f(n)-1}[f(1)+f(2)+\cdots+f(n-1)]$.

(1)写出 $g(2)$、$g(3)$、$g(4)$的值；

(2)归纳 $g(n)$的值，并用数学归纳法加以证明.

书 4.4(2)

2、

1) $a_2=\frac{3}{4}$

$a_3=\frac{3}{5}$

$a_4=\frac{3}{6}$

2) $a_n=\frac{3}{2+n}$

3. 将1、2代入

$\begin{cases}1^2=a+b\\ 1^2+3^2=8a+2b\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{4}{3}\\ b=-\frac{1}{3}\end{cases}$

$\Rightarrow \frac{4}{3}n^3+4n-\frac{1}{3}n$

故 成立.

四、能力拓展题

12. 是否存在常数 a、b，使等式 $3^2+5^2+\cdots+(2n+1)^2=\frac{n}{3}(4n^2+an+b)(n\in \mathbf{N}, n\geq 1)$对任意正整数 n 成立？请证明你的结论.