5.2 导数的运算

第1课时 基本初等函数的导数

一、填空题 修正处

1. 已知函数 $y=\cos 30°$，则 $y'=$ $-\frac{1}{2}$.

$y-2=e(x+1)$

2. 函数 $y=\ln x$ 在 $x=2$ 处的导数是 $\frac{1}{2}$.

3. 函数 $y=\cos x$ 的驻点为 ~~0~~ $n\pi$ ax^{a-1} e

4. 若曲线 $y=x^{\alpha}$（α 为常数）在点(1,2)处的切线经过原点，则 $\alpha=$ 2 .

5. 设曲线 $y=x^{n+1}$($n\geqslant 1, n\in\mathbf{N}$)在点(1,1)处的切线与 x 轴的交点的横坐标为 x_n，令 $a_n=\lg x_n$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_{99}=$ 1 .

二、选择题 $y=e^x$

6. 曲线 $y=e^x$ 在点(0,1)处的切线与 y 轴交点的纵坐标是（ ~~C~~ B ）

A. e； B. 1； C. -1； D. $-e$.

7. 正弦函数 $y=\sin x$ 上一点 P，以点 P 为切点的切线为直线 l，则直线 l 的倾斜角的范围是（ ~~B~~ ~~B~~ D ）.

A. $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{3\pi}{4},\pi\right)$； B. $[0,\pi)$；

C. $\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$； D. $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]\cup\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$.

8. 已知函数 $y=f(x)$，若存在 x_0 使得 $f(x_0)=f'(x_0)$，则称 x_0 是 $f(x)$ 的一个"巧值点"，下列函数中无"巧值点"的函数是（ D ）.

A. $f(x)=e^x$； B. $f(x)=\ln x$；

C. $f(x)=\sin x$； D. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$.

三、解答题

9. (1)已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$，求此函数在 $x=1$ 处的导数；

(2)已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=\cos x$，求此函数在 $x=\frac{\pi}{4}$ 处的导数.

1) $f(x)=x^{-\frac{1}{3}}$

$f'(x)=-\frac{1}{3}x^{-\frac{4}{3}}$

$f'(1)=-\frac{1}{3}$

2) $f'(x)=-\sin x$

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

修正处

10. 已知P(-1,1)、Q(2,4)是曲线 $y=x^2$ 上的两点，分别求过点P、Q的曲线 $y=x^2$ 的切线方程.

$$\text{∵}\ f'(x)=2x$$

$$P:\ \cancel{y=}\ y-1=2(x+1)$$

$$Q:\ y-4=4(x-2)$$

$x^{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}=2$

11. 已知曲线 $y=\sqrt{x}$，求：

(1)曲线上与直线 $y=2x-4$ 平行的切线方程；

(2)求过点 P(0,1)且与曲线相切的切线方程.

1) $f'(x)=2$

$x=16$

$\therefore y-4=2(x-16)$

2) $f'(0)=0$

$\therefore y=1.$

四、能力拓展题

12. 已知两条曲线 $y_1=\sin x$，$y_2=\cos x$，是否存在这两条曲线的一个公共点，使得在这一点处，两条曲线的切线互相垂直？若存在，求出该点坐标；若不存在，请说明理由.

∵ $f_1'(x)=\cos x$，$f_2'(x)=-\sin x$.

$\therefore f_1'(x)\cdot f_2'(x)=-1$.

$\Rightarrow \cancel{\cos}\ \cos x\sin x=1$

$\Rightarrow \sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})=1$

$\cancel{x=}$ $x=0+2k\pi$ 并非交点（舍）

$\therefore$ ~~P(cos2kπ, sin2kπ)~~ 不存在.