

第3课时 极坐标系与极坐标方程

一、填空题

修正处

1. 已知点 M 的极坐标是 $(-2, -\frac{\pi}{6})$, 它关于极轴的对称点坐标是

$(-2, \frac{1}{6}\pi)$.

2. 在极坐标系中, 若点 $A(1, \frac{3}{4}\pi)$, $B(2, \frac{\pi}{4})$, 则 A, B 两点间的距离为 $\sqrt{5}$.

3. 若点 M 的直角坐标为 $(-3, -3\sqrt{3})$, 若 $\rho > 0, 0 \leq \theta < 2\pi$, 则点 M 的极坐标是 $(6, \frac{7}{3}\pi)$.

4. 在极坐标系中, 点 $A(2, \frac{\pi}{6})$ 与 $B(2, -\frac{\pi}{6})$ 之间的距离为 $4\sqrt{2}$.

5. 极坐标系中, 若点 A 的极坐标是 $(3, \frac{\pi}{6})$, 则

(1) 点 A 关于极轴对称的点的极坐标是 $(3, -\frac{1}{6}\pi)$;

(2) 点 A 关于极点对称的点的极坐标是 $(-3, \frac{1}{6}\pi)$;

(3) 点 A 关于直线 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 的对称点的极坐标是 $(3, \frac{5}{3}\pi)$.

(规定 $\rho > 0, \theta \in [0, 2\pi)$)

二、选择题

6. 若点 P 的直角坐标为 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$, 则它的极坐标可表示为 $(2, \frac{3}{4}\pi)$.

A. $(2, \frac{\pi}{4})$;

B. $(2, \frac{3}{4}\pi)$;

C. $(2, \frac{5}{4}\pi)$;

D. $(2, \frac{7}{4}\pi)$.

7. 点 M 的极坐标为 $(5, \frac{\pi}{3})$, 下列所给出的坐标中能表示点 M 的坐标是 (17) .

A. $(5, -\frac{\pi}{3})$;

B. $(5, \frac{4}{3}\pi)$;

C. $(5, -\frac{2}{3}\pi)$;

D. $(5, -\frac{5}{3}\pi)$.

8. 若点 $A(-2, -\frac{\pi}{2})$, $B(\sqrt{2}, \frac{3}{4}\pi)$, $O(0, 0)$, 则 $\triangle ABO$ 为 (17) .

A. 正三角形;

B. 直角三角形;

C. 锐角等腰三角形;

D. 直角等腰三角形.

三、解答题

9. 在极坐标系中, 已知点 $P(3, \frac{\pi}{3})$, 求点 P 在 $-2\pi \leq \theta < 2\pi, \rho \in \mathbb{R}$ 时的另外两种极坐标形式.

$$P_1(3, -\frac{5}{3}\pi) \quad P_2(-3, \frac{4}{3}\pi)$$

$$P_3(-3, -\frac{2}{3}\pi)$$

10. 已知 A, B 两点的极坐标分别是 $(2, \frac{\pi}{3}), (4, \frac{5\pi}{6})$, 求 A, B 两点间的距离和 $\triangle AOB$ 的面积.

$$AB = \sqrt{2^2 + 4^2 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \cos \frac{1}{2}\pi} = \sqrt{4 + 16 + 8} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$$

已知 $P(5, \frac{2}{3}\pi)$, O 为极点, 求使 $\triangle POP'$ 是正三角形的点 P' 坐标.

四、能力拓展题

12. 在极坐标系中, 已知三点 $M(2, -\frac{\pi}{3}), N(2, 0), P(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$, 判断 M, N, P 三点是否在同一条直线上.

解: 2. 在平面内 $A(-4, 0)$ $B(x, 0)$ 以 AB 为弦的圆过 $C(0, y)$.

1) 求 $P(x, y)$ 的轨迹方程

2) 过点 $F(1, 0)$ 且倾斜角为锐角的直线 m, n , $|m \cap l| = |n \cap l|$, 求 l 方程.

$$1) \vec{AC} \perp \vec{BC}$$

$$\vec{AC} = (4, y)$$

$$\vec{BC} = (-x, y)$$

$$\therefore -4x + y^2 = 0$$

$$y^2 = 4x$$

$$2) \text{ 设 } l: y = k(x-1)$$

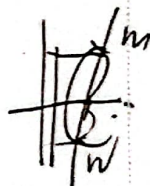
$$|m \cap l| = |n \cap l|$$

$$\therefore x_1 + \frac{1}{p} = 2x_0 + \frac{1}{p}$$

$$\begin{cases} y^2 = 4x \\ y = k(x-1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow k^2 x^2 - (2k^2 - 4)x + k^2 = 0$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 1 + x_2 \\ x_1 - 1 &= 2x_0 - 2 \\ 2x_0 - x_1 &= 1 \end{aligned}$$



$$\Rightarrow k = 2\sqrt{2}, 0 \text{ 或 } -2\sqrt{2}$$

$$\therefore y = 2\sqrt{2}(x-1)$$