章家铭

12.8 抛物线的性质

（二十五） A卷

一、选择题

1. 以坐标轴为对称轴、原点为顶点的抛物线经过圆 $x^2+y^2-2x+6y+9=0$ 的圆心，则抛物线的方程为（ C ）.

$(x-1)^2+(y+3)^2=1.$

$(1,-3).$

(A) $x^2=\frac{1}{3}y$

(B) $x^2=\frac{1}{3}y$ 或 $x^2=-\frac{1}{3}y$

(C) $x^2=-\frac{1}{3}y$ 或 $y^2=9x$

(D) $x^2=-\frac{1}{3}y$ 或 $y^2=-9x$

$(2,0).$

2. 以抛物线 $y^2=8x$ 的顶点为中心、焦点为右焦点、渐近线为 $y=\pm\sqrt{3}x$ 的双曲线的方程是（ ~~B~~ A ）

$y^2=3x^2$

$\frac{y^2}{3}-x^2=1.$

(A) $x^2-\frac{y^2}{3}=1$ (B) $\frac{y^2}{3}-x^2=1$

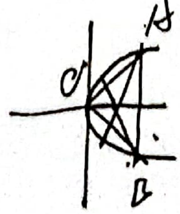
(C) $y^2-\frac{x^2}{3}=1$ (D) $\frac{x^2}{3}-y^2=1$

$x^2=-4y$

3. 圆 $x^2+y^2=4$ 和抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 的交点个数是（ C ）.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

4. 已知 A、B 是抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上两点，若 $|OA|=|OB|$，且 $\triangle AOB$ 的垂心是抛物线的焦点，则直线 AB 的方程是（ B ）.

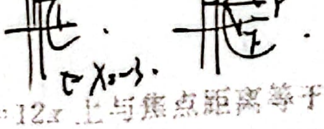


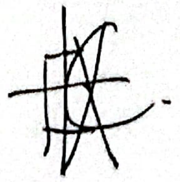
$P(\frac{1}{2}p,0).$

AC

(A) $x=p$ (B) $x=3p$

(C) $x=\frac{3}{2}p$ (D) $x=\frac{5}{2}p$





二、填空题

5. 在抛物线 $y^2=12x$ 上与焦点距离等于 9 的点的坐标是 $(6,\pm6\sqrt{2})$.

6. 抛物线 $y^2=-4x$ 关于直线 $x+y=0$ 对称的抛物线的方程是 $x^2=4y$.

7. 若过抛物线 $y^2=8x$ 的焦点 F 作 x 轴的垂线与此抛物线相交于 P、Q 两点，则 $|PQ|=$ $(2,0).$ 8.

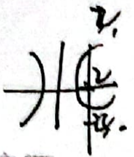
8. 若 F 是抛物线 $y^2=4x$ 的焦点，M 是抛物线上的一个动点，$P(3,1)$ 是一个定点，则 $|MP|+|MF|$ 的最小值等于 4.

$(-3,0)$ $(0,-2)$.

9. 顶点在原点、以坐标轴为对称轴的抛物线的焦点在直线 $2x+3y+6=0$ 上，则抛物线的方程为 $y^2=-12x$ or $x^2=-8y$.

10. 过 $y=-2x^2$ 的焦点且垂直于其对称轴的弦长为 2.

264.4
@EJL



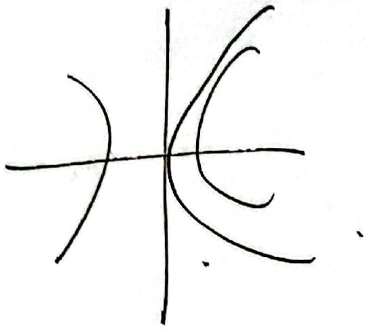
$\frac{4}{a}-\frac{9}{4-a}=1$

三、简答题

11. 已知抛物线的顶点在原点，它的准线 l 经过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一个焦点，且准线 l 与双曲线交于 $P(2,3)$ 和 $Q(2,-3)$ 两点，求抛物线与双曲线的方程.

$C(2,0)$.

双：$\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{3}=1$.



抛：$y^2=8x$.

12. 在抛物线 $y^2=x$ 上，存在关于直线 $y=-x+1$ 对称的不同两点，求连接这两点的线段中点坐标.

设 $l': y=x+t$

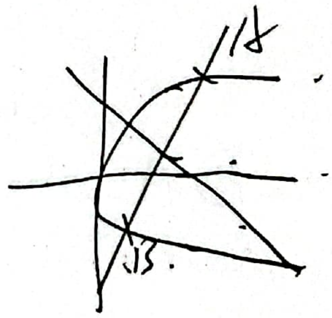
$\therefore \begin{cases} y^2=x \\ y=x+t \end{cases}$

$\Rightarrow y^2-y+t=0$

$\Rightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ y_1+y_2=-\frac{b}{a}=1 \\ y_1y_2=\frac{c}{a}=t \end{cases}$

$\therefore P(\ ,\frac{1}{2})$

$\frac{1}{4}$.



13. 在抛物线 $y^2=2x$ 上求一点 P，使它到直线 $x-y+3=0$ 的距离最短，并求此距离.

设 $x-y+t=0$

$\begin{cases} y^2=2x \\ x-y+t=0 \end{cases}$

$\Rightarrow y^2-2y+2t=0$

$\Rightarrow \Delta=0$

$4-8t=0$

$t=\frac{1}{2}$.

$\therefore$

$\begin{cases} y^2=2x \\ x-y+\frac{1}{2}=0 \end{cases}$

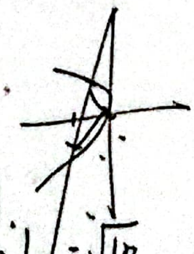
$\Rightarrow P(\frac{1}{2},1)$

$d_{min}=\frac{|3-\frac{1}{2}|}{\sqrt{2}}=\frac{5}{4}\sqrt{2}$

14. 已知抛物线 $y^2=-x$ 和直线 $y=k(x+1)$ 相交于 A、B 两点.

(1) 求证：$OA\perp OB$；

(2) 当△OAB 的面积为 $\sqrt{10}$ 时，求 k 的值.



1) $\vec{OA}\cdot\vec{OB}$

$=x_1x_2+y_1y_2$

$\begin{cases} y^2=-x \\ y=k(x+1) \end{cases}$

$\Rightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$

$\therefore \vec{OA}\cdot\vec{OB}=0$

$\therefore \vec{OA}\perp\vec{OB}$

2) $S=\frac{1}{2}|y_1-y_2|\cdot 1=\sqrt{10}$

$\therefore k=2$.

4.4
JL 章家铭

12.8 抛物线的性质

(二十五) A卷

一、选择题

1. 以坐标轴为对称轴，原点为顶点的抛物线经过圆 $x^2+y^2-2x+6y+9=0$ 的圆心，则抛物线的方程为(C)。

$(x-1)^2+(y+3)^2=1$.

$(1,-3)$.

(A) $x^2=\frac{1}{3}y$

(B) $y^2=\frac{1}{3}y$ 或 $x^2=-\frac{1}{3}y$

(C) $x^2=-\frac{1}{3}y$ 或 $y^2=9x$

(D) $x^2=-\frac{1}{3}y$ 或 $y^2=-9x$

$(2,0)$.

2. 以抛物线 $y^2=8x$ 的顶点为中心，焦点为右焦点，渐近线为 $y=\pm\sqrt{3}x$ 的双曲线的方程是(~~B~~ A)

$y^2=3x^2$

$\frac{y^2}{3}-x^2=\lambda$.

(A) $x^2-\frac{y^2}{3}=1$　　(B) $\frac{y^2}{3}-x^2=1$

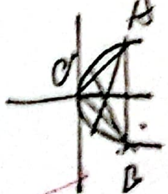
(C) $y^2-\frac{x^2}{3}=1$　　(D) $\frac{x^2}{3}-y^2=1$

$x^2=-4y$

3. 圆 $x^2+y^2=4$ 和抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 的交点个数是(C).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3

4. 已知 A、B 是抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上两点，若 $|OA|=|OB|$，且△AOB 的垂心是抛物线的焦点，则直线 AB 的方程是(B).

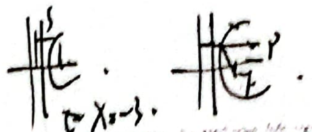


$P(\frac{1}{2}p,0)$.

AC

(A) $x=p$　　(B) $x=3p$

(C) $x=\frac{3}{2}p$　　(D) $x=\frac{5}{2}p$



$x=-3$.

二、填空题

5. 在抛物线 $y^2=12x$ 上与焦点距离等于 9 的点的坐标是 $(6,\pm6\sqrt{2})$ 。

6. 抛物线 $y^2=-4x$ 关于直线 $x+y=0$ 对称的抛物线的方程是 $x^2=4y$.

7. 若过抛物线 $y^2=8x$ 的焦点 F 作 x 轴的垂线与此抛物线相交于 P、Q 两点，则 $|PQ|=$ 8 .

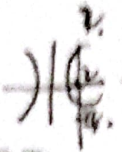
$(2,0)$.

8. 若 F 是抛物线 $y^2=4x$ 的焦点，M 是抛物线上的一个动点，P(3,1) 是一个定点，则 $|MP|+|MF|$ 的最小值等于 4 .

$(-3,0)$ $(0,-2)$.

9. 顶点在原点、以坐标轴为对称轴的抛物线的焦点在直线 $2x+3y+6=0$ 上，则抛物线的方程为 $y^2=-12x$ or $x^2=-8y$.

10. 过 $y=-2x^2$ 的焦点且垂直于其对称轴的弦长为 $\frac{1}{2}$.



$\frac{4}{a}-\frac{9}{4-a}=1$

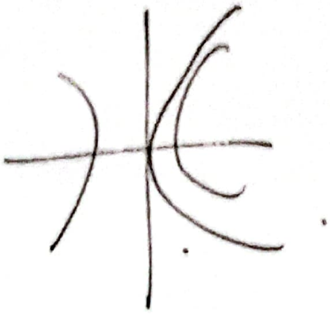
三、简答题

11. 已知抛物线的顶点在原点，它的准线 l 经过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的一个焦点，且准线 l 与双曲线交于 $P(2,3)$ 和 $Q(2,-3)$ 两点，求抛物线与双曲线的方程.

$c(2,0)$.

双：$\frac{x^2}{1}-\frac{y^2}{3}=1$.

抛：$y^2=8x$.



12. 在抛物线 $y^2=x$ 上，存在关于直线 $y=-x+1$ 对称的不同两点，求连接这两点的线段中点坐标.

设 $l': y=x+t$

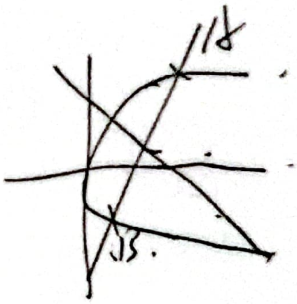
$\therefore \begin{cases} y^2=x \\ y=x+t \end{cases}$

$\Rightarrow y^2-y+t=0$

$\Rightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ y_1+y_2=-\frac{b}{a}=1 \\ y_1y_2=\frac{c}{a}=t \end{cases}$

$\therefore P(\cancel{\ \ }, \frac{1}{2})$

$\frac{5}{4}$



13. 在抛物线 $y^2=2x$ 上求一点 P，使它到直线 $x-y+3=0$ 的距离最短，并求此距离.

设 $x-y+t=0$

$\begin{cases} y^2=2x \\ x-y+t=0 \end{cases}$

$\Rightarrow y^2-2y+2t=0$

$\Rightarrow \Delta=0$

$4-8t=0$

$t=\frac{1}{2}$

$\therefore \begin{cases} y^2=2x \\ x-y+\frac{1}{2}=0 \end{cases}$

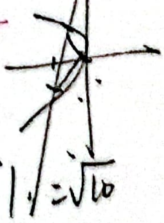
$\Rightarrow P(\frac{1}{2},1)$

$h_{min}=\frac{|3-\frac{1}{2}|}{\sqrt{2}}=\frac{5}{4}\sqrt{2}$

14. 已知抛物线 $y^2=-x$ 和直线 $y=k(x+1)$ 相交于 A、B 两点.

(1) 求证：$OA\perp OB$；

(2) 当△OAB 的面积为 $\sqrt{10}$ 时，求 k 的值.



1) $\vec{OA}\cdot\vec{OB}$

$=x_1x_2+y_1y_2$

$\begin{cases} y^2=-x \\ y=k(x+1) \end{cases}$

$\Rightarrow x_1x_2+y_1y_2=0$

$\therefore \vec{OA}\cdot\vec{OB}=0$

$\therefore \vec{OA}\perp\vec{OB}$

2) $S=\frac{1}{2}|y_1-y_2|\cdot 1=\sqrt{10}$

$\therefore k=\pm\frac{1}{6}$