$\begin{cases} 4a_1+6d=21 \\ 4a_1+(4n-10)d=67 \\ na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=286 \end{cases}$

$(4n-16)d=46$

$2^{n+1}=S_n+1$

$S_n=2^{n+1}-1$

$\therefore a_n=2^{n+1}-1-2^n+1$

7.2(4) 等差数列

$2n+\frac{n(n-1)}{2}-1$

2^4-2^3

1. 已知等差数列$\{a_n\}$，$a_1=-4$，$a_8=-18$，则 $S_8=$ ~~88~~ -88

2. 已知一个等差数列的前 4 项和为 21，末 4 项和为 67，所有项和为 286，则其项数为 ~~13~~ 16

$+$ 21 67. $4a_1+6d=21$ $4a_1+(n-1+n-2+n-3+n-4)d=67$ n

3. 数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n 满足 $\log_2(S_n+1)=n+1$，则 $a_3=$ 8 .

$S_1=\cancel{na_1+}$

4. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_3=2$，则 $a_1+a_4+\cdots+a_{3n+1}$ 等于 $-\frac{n^2-n}{2}+2n$ $S_n \to$

$d=1$

5. 在等差数列$\{a_n\}$中，已知 $a_1+a_{100}=200$，则 $S_{100}=$ 10,000 .

$\cancel{S_6=}$ 7.

6. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2+a_5=19$，$S_5=40$，则 a_{10} 为（ C ）.

$d=3$ $2+9\cdot 3$

$S_6=\frac{6\cdot 18}{2}=5$]

(A) 27 $a_2+a_5=$ (B) 28 $a_6=17$. $a_1=2$ (C) 29 (D) 30

7. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，$a_3=8$，$a_4=4$，则前 n 项和 S_n 中最大的是（ B ）.

(A) S_3 (B) S_4 和 S_5 4. d (C) S_5 和 S_6 (D) S_6

8. 某单位开发了一个受政府扶持的新项目，得到政府无息贷款 50 万元购买了一套设备，若该设备在使用过程中第一天维修费是 101 元……第 n 天的维修费是 $100+n$ 元，则使用多少天后，平均每天消耗的设备费用（总设备费用＝购置费＋维修费）最低？

$\overline{M}=\frac{S_n}{n}=\frac{50W+na_1+\frac{n(n-1)}{2}\cdot d}{n}=\frac{500000+101n+\frac{n(n-1)}{2}}{n}$

$\therefore$ $n_{min}=1000$ 天时，为$\frac{2201}{2}$

2

9. 设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，已知 $a_1=1$，$\frac{2S_n}{n}=a_{n+1}-\frac{1}{3}n^2-n-\frac{2}{3}$，$n\in \mathbf{N}^*$.

(1) 求 a_2 的值；

(2) 求数列$\{a_n\}$的通项公式.

1) $\cancel{S_n=\frac{a_{n+1}}{2}-\frac{1}{6}n^3-\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{3}}$

$a_1=S_1=(a_2-\frac{1}{3}-1-\frac{2}{3})\cdot\frac{1}{2}$

$=$

$a_2=4$.

2) $\cancel{a_n=S_{n+1}-S_n}$

$=$

$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{n}{2}(a_{n+1}-\frac{1}{3}n^2-n-\frac{2}{3})$

$-\frac{n-1}{2}(a_n-\frac{1}{3}(n-1)^2-(n-1)-\frac{2}{3})$

1. 等差数列$\{a_n\}$中，公差 $d\neq 0$，求证：

(1) 对任意 $n\in N^*$，方程 $a_n x^2+2a_{n+1}x+a_{n+2}=0$ 有公共解；

(2) 若方程 $a_n x^2+2a_{n+1}x+a_{n+2}=0$ 的另一根为 b_n，则 $\frac{1}{1+b_1}$，$\frac{1}{1+b_2}$，$\frac{1}{1+b_3}$，…成等差数列。

1) ∵等差数列

∴ $a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}$.

∴ 均有 $x=-1$ 为公共解.

2) $x_1=-1$.

∴ $x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{a_{n+2}}{a_n}$

∴ $x_2=-\frac{c}{a}=-\frac{a_{n+2}}{a_n}=\cancel{-\frac{a_1+(n+1)}{a_1+nd}}$.

~~令 $t=\frac{1}{1+}$~~ $=-\frac{a_1+(n+1)d}{a_1+(n-1)d}$

令 $t_n=\frac{1}{1+b_n}=\frac{1}{1+-\frac{a_1+(n+1)d}{a_1+(n-1)d}}=\frac{1}{\frac{(n-1)d-(n+1)d}{a_1+(n-1)d}}=\frac{1}{\frac{-2d}{a_1+(n-1)d}}=\frac{a_1+(n-1)d}{-2d}$.

$=\cancel{a+a}\ \cancel{\frac{a_n}{-2d}}\ \frac{a_n}{-2d}$.

∴ $t_n-t_{n-1}=\frac{a_n-a_{n-1}}{-2d}=\frac{d}{-2d}=-\frac{1}{2}$.

∴ 为等差数列.