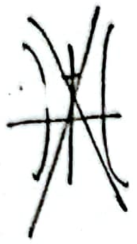


$x^2-(kx+1)^2=6$

即 $(1-k^2)x^2-4kx-10=0$

Δ: $16k^2+40(1-k^2)$

12. 已知直线 $y=kx+2$ 与双曲线 $x^2-y^2=6$ 的左支交于不同的两点，求 k 的取值范围.

解 渐: $y=\pm x$.　$k=\pm1$

$\therefore \begin{cases} y=kx+2 \\ x^2-y^2=6 \\ \Delta=0 \end{cases} \Rightarrow k=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$

$\therefore k\in\left(-\frac{\sqrt{15}}{3},-1\right)\cup\left(1,\frac{\sqrt{15}}{3}\right)$.

13. 求直线 $y=x+1$ 被双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 截得的弦长.

$3x^2-2x-5=0$

$4+60$

$\begin{cases} y=x+1 \\ 4x^2-y^2=4 \end{cases} \Rightarrow 4x^2-(x+1)^2=4$.

$k=\sqrt{2}$. 解 $\frac{8}{3}$. $=\frac{8}{3}\sqrt{2}$

14. 求过定点(0,1)的直线被双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 截得的弦中点的轨迹方程.

设 $M(x,y)$ $A(x_1,y_1)$ $B(x_2,y_2)$.

$\begin{cases} \frac{x_1+x_2}{2}=x \\ \frac{y_1+y_2}{2}=y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=2x \\ y_1+y_2=2y \end{cases}$

设 l: $y=kx+1$.

$\therefore \begin{cases} y=kx+1 \\ 4x^2-y^2=1 \end{cases}$

$\Rightarrow (4-k^2)x^2-2kx-2=0$

$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{-2k}{4-k^2} \\ y_1+y_2=k\left(\frac{2k}{4-k^2}\right)+1 \\ \Delta>0,\ k\neq\pm2 \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{k}{4-k^2} \\ y=\frac{k^2+4-k^2}{4-k^2}=\frac{4}{4-k^2} \end{cases}$

$\frac{x}{y}=\frac{k}{4}$.

$\therefore 4x^2-y^2+y=0$ (在已知曲线上).

章家铭

12.6 双曲线的性质(2)

(二十三) A 卷

$(3y-3.5)^2-9y^2=9$

$9y^2-21y+\frac{49}{4}-9y^2=9$

$2x=6y-7$

$x=3y-\frac{7}{2}$

一、选择题

1. 双曲线 $x^2-9y^2=9$ 与直线 $2x-6y+7=0$ 交点的个数为(B).
   (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

2. 过点(1,2),且与双曲线 $x^2-y^2=1$ 仅有一个公共点的直线有(A)条.
   (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 无数

3. 若方程 $(k^2+k-2)x^2+(|k|-1)y^2=1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线,则 k 的取值范围为(A).
   (A) $(1,+\infty)$ (B) $(-2,1)$
   (C) $(-1,1)$ (D) $(-2,-1)$

$|k|-1>0$

$k^2+k-2<0$

$(-2,1)$

$(-\infty,-1)$ $(1,+\infty)$

4. "$-1<a<1$"是"$\frac{x^2}{1-a^2}-\frac{y^2}{1+a}=1$ 为双曲线方程"的(C)条件.
   (A) 充分非必要 (B) 必要非充分
   (C) 充要 (D) 既非充分也非必要

二、填空题

5. 双曲线 $4y^2-x^2=1$ 与圆 $x^2+(y-1)^2=\frac{9}{4}$ 的公共点有 ~~2~~ 3 个.

$x^2-4y^2=1$

$x^2+(y-1)^2=\frac{9}{4}$

6. 若方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-4}=1$ 表示的曲线是双曲线,则 a 的取值范围是 $(-2,2)$.

7. 椭圆 $x^2+\frac{y^2}{2}=1$ 与双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 的公共点有 2 个.

$(-\sqrt{2},0)$ $(0,\sqrt{2})$ $(0,1)$ $(0,2)$

8. 以椭圆 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ 的焦点为顶点,长轴的端点为焦点的双曲线的方程是 $y^2-\frac{x^2}{3}=1$.

9. 若直线 $y=kx$ 与双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 无公共点,则 k 的取值范围为 $\pm\frac{3}{4}$.

10. 过双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ 的左焦点 F_1 的弦 AB 在左支上,且△ABF_2 的周长为 30,则 $|AB|$ = 9 .

$a-c=6$

$a+c=15$

$a=\frac{21}{2}$

$c=\frac{9}{2}$

三、简答题

11. 若双曲线 $x^2-y^2=1$ 的左支上一点 $P(a,b)$ 到直线 $x-y=0$ 的距离为 $\sqrt{2}$,求 $a+b$ 的值.

$a^2-b^2=1$

$\frac{|a-b|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$\therefore$ 故 $a+b=\pm\frac{1}{2}$

$a-b=\pm2$

$(a+b)(a-b)=1$ $\pm\frac{1}{2}$

章家铭

12.6 双曲线的性质(2)

(二十三) A 卷

$(3y-3.5)^2-9y^2=9$

$2x=6y-7$

$x=3y-\frac{7}{2}$

一、选择题

1. 双曲线 $x^2-9y^2=9$ 与直线 $2x-6y+7=0$ 交点的个数为(B).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 4

2. 过点(1,2),且与双曲线 $x^2-y^2=1$ 仅有一个公共点的直线有(A)条.

(A) 2　　(B) 3　　(C) 4　　(D) 无数

C

3. 若方程 $(k^2+k-2)x^2+(|k|-1)y^2=1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线,则 k 的取值范围为(A).

(A) $(1,+\infty)$　　(B) $(-2,1)$

(C) $(-1,1)$　　(D) $(-2,-1)$

$|k|-1>0$

$k^2+k-2<0$

$(-2,1)$

$(-\infty,-1)$ $(1,+\infty)$

4. "$-1<a<1$"是"$\frac{x^2}{1-a^2}-\frac{y^2}{1+a}=1$ 为双曲线方程"的(C)条件.

(A) 充分非必要　　(B) 必要非充分

(C) 充要　　(D) 既非充分也非必要

A

二、填空题

5. 双曲线 $4y^2-x^2=1$ 与圆 $x^2+(y-1)^2=\frac{9}{4}$ 的公共点有 ~~2~~ 3 个.

$x^2-4y^2=-1$

$x^2+(y-1)^2=\frac{9}{4}$

6. 若方程 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-4}=1$ 表示的曲线是双曲线,则 a 的取值范围是 $(-2,2)$.

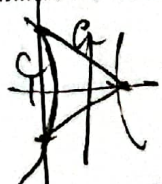
7. 椭圆 $x^2+\frac{y^2}{2}=1$ 与双曲线 $x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 的公共点有 2 个.

$(0,1)$ $(0,2)$

8. 以椭圆 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ 的焦点为顶点,长轴的端点为焦点的双曲线的方程是 $y^2-\frac{x^2}{3}=1$.

9. 若直线 $y=kx$ 与双曲线 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ 无公共点,则 k 的取值范围为 $\pm\frac{3}{4}$.

10. 过双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ 的左焦点 F_1 的弦 AB 在左支上,且$\triangle ABF_2$ 的周长为 30,则 $|AB|$ $=$ 9.



$a-c=6$

$a+c=15$

$a=\frac{21}{2}$

$c=\frac{9}{2}$

三、简答题

11. 若双曲线 $x^2-y^2=1$ 的左支上一点 $P(a,b)$ 到直线 $x-y=0$ 的距离为 $\sqrt{2}$,求 $a+b$ 的值.

$a^2-b^2=1$

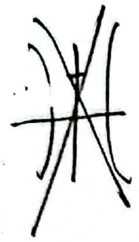
$\frac{|a-b|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$a-b=\pm2$

$(a+b)(a-b)=1$

$\pm\frac{1}{2}$

$\therefore$ 答 $a+b=\pm\frac{1}{2}$



左

$x^2-(kx+1)^2=16$

$(1-k^2)x^2-4kx-17=0$

$16k^2+4\cdot(1-k^2)$

12. 已知直线 $y=kx+2$ 与双曲线 $x^2-y^2=6$ 的左支交于不同的两点，求 k 的取值范围.

l渐：$y=\pm x$. $k=\pm1$

$\therefore\begin{cases} y=kx+2 \\ x^2-y^2=6 \\ \Delta=0 \end{cases} \Rightarrow k=\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$

$\therefore k\in(-\frac{\sqrt{15}}{3},-1)\cup(1,\frac{\sqrt{15}}{3})$.

左

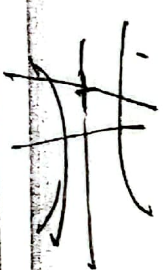
$3x^2-2x-5=0$

$4+60$

13. 求直线 $y=x+1$ 被双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 截得的弦长.

$\begin{cases} y=x+1 \\ 4x^2-y^2=4 \end{cases} \Rightarrow 4x^2-(x+1)^2=4$.

$l=\sqrt{2}$，$\frac{8}{3}$，$=\frac{8}{3}\sqrt{2}$



14. 求过定点(0,1)的直线被双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 截得的弦中点的轨迹方程.

设 $M(x,y)$ $A(x_1,y_1)$ $B(x_2,y_2)$.

$\begin{cases} \frac{x_1+x_2}{2}=x \\ \frac{y_1+y_2}{2}=y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=2x \\ y_1+y_2=2y \end{cases}$

设 l：$y=kx+1$.

$\therefore\begin{cases} y=kx+1 \\ 4x^2-y^2=1 \end{cases}$

$\Rightarrow(4-k^2)x^2-2kx-2=0$

$\begin{cases} x_1+x_2=-\frac{2k}{4-k^2} \\ y_1+y_2=k(\frac{2k}{4-k^2})+1 \\ \Delta\geq0,\ k\neq\pm2 \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{k}{4-k^2} \\ y=\frac{k^2+4-k^2}{4-k^2}=\frac{4}{4-k^2} \end{cases}$

$\frac{x}{y}=\frac{k}{4}$.

$\therefore 4x^2-y^2+y=0$（在已知曲线上）.

$\frac{2y-1}{2}$