第5课时　等比数列的前 n 项和(3)

6.75.
6.20.

一、填空题

1. 将下列小数化为分数：

(1)$0.\dot{4}\dot{3}=$ $\frac{43}{99}$；(2)$2.1\dot{3}\dot{7}=$ $\frac{2135}{999}$.

6.10
1.ac2n.
1.3n.
a

2. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1-a}{2a}\right)^n=0$，则实数 a 的取值范围为 $a>\frac{1}{3}$.

3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_n=4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$ $\frac{8}{3}$.

$\frac{a_1}{1-q}=\frac{2}{3}$

4. 若 $\{a_n\}$ 是无穷等比数列，且 $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_1+a_2+\cdots+a_n)=\frac{2}{3}$，则其首项 a_1 的取值范围是 $\left(0,\frac{2}{3}\right)$.

$3a_1=2-2q$

5. 一个球自高为 6 m 的地方自由落下，每次着地后回弹高度为原来高度的 $\frac{1}{3}$，到球停在地面上为止，球经过的路程的总和为 12.

$a_1=6$

$S=\frac{6}{1-\frac{1}{3}}=9$

二、选择题

6. 一个公比的绝对值小于1的无穷等比数列中，已知各项的和为15，各项的平方和为45，则此数列的首项为（ B ）

A. 6；　B. 5；　C. 3；　D. 2.

7. 已知数列 $a_n=(1-2t)^n$，若 $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_1+a_2+\cdots+a_n)$ 存在，则 t 的取值范围是（ B ）

$|1-2t|\in(0,1)$
$t\in(0,1)$

A. $[0,1]$；　B. $\left[0,\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2},1\right]$；

C. $[0,1)$；　D. $(0,1)$.

8. 在数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1=\frac{1}{5}$，$a_n+a_{n+1}=\frac{6}{5^{n+1}}$，则 $\lim\limits_{n\to+\infty}(a_1+a_2+\cdots+a_n)$ 的值为（　）

A. $\frac{2}{5}$；　B. $\frac{2}{7}$；　C. $\frac{1}{4}$；　D. $\frac{4}{25}$.

三、解答题

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_n=\frac{2^n-1}{3^n}$，求 $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

$\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\frac{3}{2}$

修正处

4.
$\frac{4}{1+\frac{1}{2}}\left[1-\left(-\frac{1}{2}\right)^n\right]$

$a_1=\frac{2-2q}{3}$

$\frac{a_1^2}{1-q^2}=15$

$$\begin{cases}\frac{a_1}{1-q}=15 \\ \frac{a_1^2}{1-q^2}=45\end{cases}$$

$q=\frac{2}{3}$

$\frac{4}{33}$ $\frac{2}{105}$ $\frac{1}{8125}$

10. 计算：$0.1\dot{2}+0.01\dot{2}+0.001\dot{2}+\cdots$.

$\{a_n\}$ GP $a_n=\frac{4}{33}\cdot(\frac{1}{10})^n$

~~S_n~~ $\lim\limits_{n\to\infty} S_n=\frac{\frac{4}{33}}{1-\frac{1}{10}}=\frac{40}{297}$

11. 计算：$\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\cdots+(-1)^{n-1}\frac{1}{3^{n-1}}}$.

$\lim S_n=\dfrac{\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{1-(-\frac{1}{3})}}=\frac{4}{3}$.

四、能力拓展题

12. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和S_n 与a_n 满足$S_n=ka_n+1$(其中 k 是与 n 无关的常数，且 $k\neq 1$).

(1)试写出 a_n 的表达式(用 n、k 表示)；

(2)若 $\lim\limits_{n\to\infty} S_n=1$，求 k 的取值范围.

4.2(3).

1) $\lim\limits_{i\to\infty}(\frac{1}{3})^i=\frac{1}{2}$

2) 1) $0.\dot{2}\dot{3}=\frac{13}{99}$

2) $1.3\dot{3}\dot{2}=\frac{1319}{990}$

3) $\lim\limits_{i\to\infty} S=\frac{1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4}{3}$.