

13. 已知直线 $l: y = -\frac{2}{3}x + 2$, 绕着它与 x 轴的交点逆时针旋转 90° , 得到直线 l' , 求直线 l' 的

点法式方程

$$l: 3y + 2x - 6 = 0$$

$$A(3, 0)$$

法向量为

$$\therefore l': 2(x-3) - 3y = 0$$

~~$$l': 2x - 3y - 6 = 0$$~~

14. 已知直线 $l_1: mx + 4y = m + 2$ 和直线 $l_2: x + my = m$, 试确定 m 的值, 使得:

(1) l_1 与 l_2 相交; (2) l_1 与 l_2 平行; (3) l_1 与 l_2 垂直

$$1) m \neq 4 \quad m \neq -2 \quad m^2 \neq 4 \quad m \neq -2$$

$$2) m^2 = 4 \quad m = \pm 2$$

$$3) m + 4m = 0 \quad m = 0$$

15. 已知直线 l 经过原点, 且与直线 $y = \sqrt{3}x + 1$ 的夹角为 30° , 求直线 l 的方程

$$l': \angle l' = \tan^{-1} \sqrt{3} = 60^\circ$$

$$\therefore l: \alpha = 60^\circ \text{ 或 } 30^\circ$$

$$\therefore l: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x \text{ 或 } x = 0$$

16. 已知直线 l 的斜率为 6, 且被两坐标轴所截得的线段长为 $\sqrt{37}$, 求直线 l 的方程

$$l: y = 6x + 6 \text{ 或 } y = 6x - 6$$

$$4mn - 4n = 4m - 2m$$

$$4n = 2m$$

17. m, n 为已知实数, 直线 l_1 的方程为 $(m-1)x + 2my - 8m = 0$, 直线 l_2 的方程为 $(2n-1)x + 4ny - 4n = 0$.

(1) 讨论直线 l_1 与 l_2 的位置关系;

(2) 当直线 l_1 与 l_2 平行时, 求这两条平行线的距离的最大值

1) 当 $(m-1) \cdot 4n = 2m(2n-1)$ 时

$$l_1 \parallel l_2$$

当 $(m-1) \cdot 4n \neq 2m(2n-1)$ 时

$$l_1 \text{ 与 } l_2 \text{ 相交}$$

2) $m = 2n$

$$h = \frac{|-8m+4n|}{\sqrt{(m-1)^2+4n^2}} = \frac{|-6m|}{\sqrt{5m^2-2m+1}}$$

$$h_{\max} = \dots$$

18. 已知直线 l 的方程为 $2x - y + 1 = 0$

$$y = 2x + 1$$

(1) 求过点 $A(3, 2)$, 且与直线 l 垂直的直线 l_1 方程;

(2) 求过 l 与 l_1 的交点 B , 且倾斜角是直线 l 的一半的直线 l_2 的方程.

1) $l_1: (x-3) + 2(y-2) = 0$

2) $B(1, 3)$

$$\therefore l_2: y - 3 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}(x-1)$$

某市现有自市中心 O 通往正西和东北方向的两条主要公路, 为了解决交通拥挤问题, 市政府决定修一条环城路, 分别在通往正西和东北方向的公路上选取 A, B 两点, 使环城公路在 A, B 间为线段, 要求 AB 环城路段与中心 O 的距离为 10 km, 且使 A, B 间的距离 $|AB|$ 最小, 请你确定 A, B 两点的最佳位置 (不要求作近似计算).

20 已知三角形 ABC 的三个顶点的坐标分别为 $A(1,0)$ 、 $B(-1,\sqrt{2})$ 、

$C(3\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ，求三角形 ABC 的面积 S 。

$$\begin{aligned} \text{解: } AB &= \sqrt{6}, \quad AC = \sqrt{(1-3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2})^2} \\ m &= \sqrt{(1-3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2})^2} \\ \therefore S &= 3. \end{aligned}$$

$$y = x + 1$$

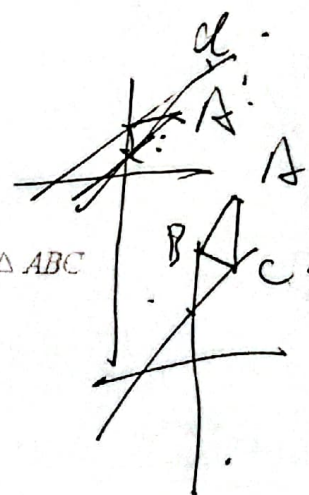
$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$\begin{aligned} 24 + 1x - 5y &= 10 \\ 12 + 3x - 5y &= 10 \end{aligned}$$

$$x - 4 = 15 - 2y$$

(1) 已知: 直线 $l: 3x - y + 3 = 0$, 求: 点 $P(4, 5)$ 关于直线 l 的对称点;

(2) 点 $A(3, 5)$ 及直线 $l: x - 2y + 2 = 0$, 动点 B 在 y 轴上, 动点 C 在直线 l 上, 求 $\triangle ABC$ 周长的最小值。



$$1) \text{ 设 } P'(x, y)$$

$$2) .$$

$$\begin{cases} PP' \perp l \\ PP' \text{ 中点 } \in l \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot \frac{4+x}{2} - \frac{5+y}{2} + 3 = 0 \\ (4-x) - 1 = (5-y) - 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 7 \end{cases}$$

$$\therefore P'(-2, 7)$$

13 已知直线 $l: y = \frac{1}{2}x + 2$, 绕着它与 x 轴的交点逆时针旋转 90° , 得到直线 l' , 求直线 l' 的方程.

点法式方程

$$l: 3y + 2x - 4 = 0$$

$$A(-2, 0)$$

$$l': 2x - 3y + 4 = 0$$

14 已知直线 $l: mx + 4y = m + 2$ 和直线 $l': x + my = m$, 试确定 m 的值, 使得:

(1) l 与 l' 相交; (2) l 与 l' 平行; (3) l 与 l' 垂直.

$$1) m \neq 4 \quad m \neq -2 \quad m^2 \neq 4 \quad m \neq \pm 2$$

$$2) m^2 = 4 \quad m = \pm 2$$

$$3) m + 4m = 0 \quad m = 0$$

15 已知直线 l 经过原点, 且与直线 $y = \sqrt{3}x + 1$ 的夹角为 30° , 求直线 l 的方程.

$$l: y = \tan 60^\circ x \text{ 或 } y = \tan 30^\circ x$$

$$l: y = \sqrt{3}x \text{ 或 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

16 已知直线 l 的斜率为 6, 且被两坐标轴所截得的线段长为 $\sqrt{37}$, 求直线 l 的方程.

$$l: y = 6x + b \text{ 或 } y = 6x - b$$

7. m, n 为已知实数, 直线 l 的方程为 $(m-1)x + 2my - 3m = 0$, 直线 l' 的方程为 $(2n-1)x + 4ny - 4n = 0$.

(1) 讨论直线 l 与 l' 的位置关系.

(2) 当直线 l 与 l' 平行时, 求这两条平行线间的距离的最大值.

$$1) \text{ 当 } (m-1) \cdot 4n = 2m \cdot (2n-1) \text{ 时}$$

$$l \parallel l'$$

$$\text{当 } (m-1) \cdot 4n \neq 2m \cdot (2n-1) \text{ 时}$$

$$l \text{ 与 } l' \text{ 相交}$$

18 已知直线 l 的方程为 $2x - y + 1 = 0$, 求过点 $A(3, 2)$, 且与直线 l 垂直的直线 l' 的方程.

(2) 求过 l 与 l' 的交点 B , 且倾斜角是直线 l 的一半的直线 l'' 的方程.

$$l: 2x - y + 1 = 0$$

$$\tan \alpha = \frac{y_{\text{轴截距}}}{x_{\text{轴截距}}}$$

$$l'': y - 5 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(x-1)$$

$$B(1, 3)$$

19 某市现有市中心 O 通往正西和东北方向的两条主要公路, 为了解决交通拥挤问题, 市政府决定修一条环城路, 分别在通往正西和东北方向的公路上选取 A, B 两点, 使环城公路在 A, B 间为线段, 要求 AB 环城路段与市中心 O 的距离为 10 km , 且使 A, B 间的距离 $|AB|$ 最小, 请你确定 A, B 两点的最佳位置 (不要求作近似计算).

20 已知三角形 ABC 的三个顶点的坐标分别为 $A(1,0)$, $B(-1,\sqrt{2})$,

$C(3\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$, 求三角形 ABC 的面积 S

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle A$$

$$AB = \sqrt{2}, AC = \sqrt{(1-3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2})^2}$$

$$m = \sqrt{(1-3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2})^2}$$

$$\therefore S = 3$$

21. (1)

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$24 + 1x = 5 - 1y$$

$$12 + 3x - 5 - 1y = 0$$

$$x - 4 = 1.5 - 1y$$

(1) 已知: 直线 $l: 3x - y + 3 = 0$, 求: 点 $P(4, 5)$ 关于直线 l 的对称点;

(2) 点 $A(3,5)$ 及直线 $l: x - 2y + 2 = 0$, 动点 B 在 y 轴上, 动点 C 在直线 l 上, 求 $\triangle ABC$

周长的最小值。

$$1) \text{ 设 } P'(x, y)$$

$$\begin{cases} PP' \perp l \\ PP' \text{ 中点 } \in l \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 \cdot \frac{4+x}{2} - \frac{5+y}{2} + 3 = 0 \\ (4-x) \cdot (-1) = (5-y) \cdot 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 7 \end{cases}$$

$$\therefore P'(-2, 7)$$

$$2) \quad 4\sqrt{5}$$

