一、 课题: 4.3 数列的概念和性质

二、教学目标:

1、理解数列的概念，了解数列的表示方法，能够根据通项公式写出数列的项。能够根据数列的前几项，归纳数列的通项公式。

2、通过数列定义的归纳概括，初步培养学生的观察、抽象概括能力。渗透函数思想。

3、通过有关数列实际应用的介绍，激发学生学习研究数列的积极性。培养学生分析问题的能力及探索规律的能力。

三、教学重点: 理解数列的概念，认识数列是反映自然规律的基本数学模型。能根据通项公式写出数列的项。

教学难点: 认识数列是一种特殊函数；发现数列的规律，找出数列可能的通项公式。

四、教学内容与教学过程:（附页）

五、作业：练习册

六、教学反思：

一、数列的概念

引例：阅读书上的 5 个例子

1、数列的定义：按一定顺序排列起来的一列数叫做数列。

2、数列的项：我们把数列中的每一个数叫做数列的项。

3、数列的项数：数列中的每一项都与其项的序数有关：排在第一位的称为第 1 项（首项），排在第二位的数称为数列的第 2 项，以此类推，排在第 n 位的数称为这个数列的第 n 项。“n”就叫做这个数的项数。

$$\begin{array}{lcccccccc} \textbf{项的序数} & 1, & 2, & 3, & 4, & \cdots, & n, & \cdots, \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\ \textbf{项} & a_1, & a_2, & a_3, & a_4, & \cdots, & a_n, & \cdots, \end{array}$$

4、数列的一般形式：a_1，a_2，a_3，…，a_n，…，

其中 a_n 是数列的第 n 项，n 是 a_n 的序数.

上面的数列可以简单记作 $\{a_n\}$.

二、数列的分类

1、有穷数列和无穷数列；

2、递增数列（严格递增数列）、递减数列（严格递减数列）和常数列；

$\{a_n\}$ 严格递增 $\Leftrightarrow a_{n+1} > a_n$；$\{a_n\}$ 严格递减 $\Leftrightarrow a_{n+1} < a_n$；

$\{a_n\}$ 递增 $\Leftrightarrow a_{n+1} \geq a_n$；$\{a_n\}$ 递减 $\Leftrightarrow a_{n+1} \leq a_n$；

各项均相等的数列叫作常数列.

三、数列的表示方法

1、数列的通项公式

如果数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n 与项的序数 n 之间的关系可以用一个公式来表示，那么这个公式就叫做这个数列的通项公式。

2、数列的列表表示法（如数列④）

n	1	2	……	n	……
a_n	a_1	a_2	……	a_n	……

例 1 已知数列$\{a_n\}$的通项公式,写出这些数列的前 5 项.

(1) $a_n=\frac{n-2}{n+1}$;

(2) $a_n=1+\left(-\frac{1}{2}\right)^n$.

(1) $a_1=-\frac{1}{2}$, $a_2=0$, $a_3=\frac{1}{4}$, $a_4=\frac{2}{5}$, $a_5=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(2) $a_1=\frac{1}{2}$, $a_2=\frac{5}{4}$, $a_3=\frac{7}{8}$, $a_4=\frac{17}{16}$, $a_5=\frac{31}{32}$

补练 1：根据下列数列的前 4 项，试写出符合条件的数列$\{a_n\}$的通项公式

（1）$\frac{3}{2},\frac{5}{4},\frac{7}{8},\frac{9}{16}$

（2）$\frac{2}{1\times3},\frac{4}{3\times5},\frac{8}{5\times7},\frac{16}{7\times9}$

（3）$-\frac{1}{2},\frac{1}{6},-\frac{1}{12},\frac{1}{20}$

$=1\times2$ $=2\times3$ $=3\times4$ $=4\times5$

（4）9,99,999,9999

（5）1,0,1,0

(1) $a_n=\frac{2n+1}{2^n}$

(2) $a_n=\frac{2^n}{(2n-1)(2n+1)}$

(3) $a_n=(-1)^n\cdot\frac{1}{n(n+1)}$

(4) $a_n=10^n-1$

(5). $a_n=\begin{cases}1, & n为奇数\\ 0, & n为偶数.\end{cases}$ / $a_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot(-1)^{n-1}$

例 2 判断下列数列的单调性：$a_{n+1}-a_n$ & 0.

(1) $a_n=1+\left(\frac{1}{2}\right)^n$;

(2) $a_n=n-\frac{1}{n}$.

(1) $a_{n+1}-a_n=1+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-1-\left(\frac{1}{2}\right)^n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}-\left(\frac{1}{2}\right)^n=-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n=-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}<0.$

$\therefore a_{n+1}<a_n$

$\therefore \{a_n\}$为单调递减数列

(2) $a_{n+1}-a_n=n+1-\frac{1}{n+1}-n+\frac{1}{n}=1+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=1+\frac{n+1-n}{n(n+1)}=1+\frac{1}{n(n+1)}>0$

$\therefore a_{n+1}>a_n$

$\therefore \{a_n\}$为单调递增数列.

补练 2 数列$\{a_n\}$的通项公式为：$a_n=n^2-kn+2$，若$\{a_n\}$是递增数列，求实数k的取值范围。

$a_{n+1}-a_n=(n+1)^2-k(n+1)+2-n^2+kn-2$

$=2n+1-k>0$ 恒成立.

$\therefore k<2n+1$

$\because (2n+1)_{min}=3$

$\therefore k<3$

思路：$\{a_n\}$有最大项 $\Leftarrow a_n > a_{n-1}$，$a_n > a_{n+1}$

例 3 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=(n+1)\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}$，试问数列$\{a_n\}$有没有最大项？若有，求出最大项和最大项的项数；若没有，说明理由.

$$a_{n+1}-a_n=(n+2)\left(\frac{9}{10}\right)^{n}-(n+1)\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}$$
$$=\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}\left[\frac{9}{10}(n+2)-(n+1)\right]$$
$$=\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1}\left(\frac{8-n}{10}\right)$$

当$n\le 7$时，$a_{n+1}>a_n$

当$n=8$时，$a_{n+1}=a_n$

当$n\ge 9$时，$a_{n+1}<a_n$

$\therefore \{a_n\}$的最大项为第8项和第9项，

$a_8=a_9=\frac{9^8}{10^7}$

课后练习：

练习 4.3(1)

1. 根据数列的通项公式填表：

n	1	2	…	5	…	12	…	n
a_n	2	6		30		156		$n(n+1)$

$=12\times 13$

2. 图中的三角形图案称为谢宾斯基三角形.在下图四个三角形图案中，着色的小三角形的个数依次排列成一个数列的前四项，请写出其前四项，并给出这个数列的一个通项公式.

1　　3　　9　　27

(第 2 题)

$a_n=3^{n-1}$

3. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=|2n-7|$，判断该数列的单调性，并求出这个数列的最小项.

$a_{n+1}-a_n=|2n-5|-|2n-7|$

2.5　3.5

当$n=1,2$时，$a_{n+1}<a_n$ ⇒ 严格减

当$n=3$时，$a_{n+1}=a_n$

当$n\ge 4$时，$a_{n+1}>a_n$ ⇒ 严格增

$\therefore$ 最小项为$a_3=a_4=1$