第 4 章 数列 复习题

A 组

1. 选择题：

(1) 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，下面的数列中必为等差数列的个数是 ( )

① $\{a_{2n}\}$ ② $\{a_n+a_{n+1}\}$ ③ $\{3a_n+1\}$ ④ $\{|a_n|\}$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(2) 已知数列$\{a_n\}$是等比数列，下面的数列中必为等比数列的个数是 ( )

① $\{a_n^2\}$ ② $\{a_n+a_{n+1}\}$ ③ $\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$ ④ $\{2^{a_n}\}$

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

(3) 我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题："远望巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？"意思是：一座 7 层塔共挂了 381 盏灯，且相邻两层中的下一层的灯的盏数是上一层灯的盏数的 2 倍，则塔的顶层灯的盏数是 ( )

A. 1 B. 3 C. 5 D. 9

(4) 已知数列$\{a_n\}$，若 $a_1=3$，$a_2=6$，且 $a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$（n 为正整数），则数列的第 35 项为 ( )

A. 6 B. -3 C. -12 D. -6

2. 在等差数列$\{a_n\}$中，已知公差 $d=\dfrac{1}{2}$，且 $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{99}=60$，求 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{99}+a_{100}$的值.

3. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=tn^2+(t-9)n+t-\dfrac{3}{2}$（$t$ 为常数），求数列$\{a_n\}$的通项公式.

4. 设 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，求证：数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$是等差数列.

5. 已知数列$\{\log_3 a_n\}$是等差数列，且 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=10$，求 $a_5 a_6$.

6. 已知等差数列$\{a_n\}$满足 $a_1=29$，且 $S_{10}=S_{20}$，这个数列的前多少项和最大？并求此最大值.

7. 在 2 与 9 之间插入两个数，使前三个数成等差数列，后三个数成等比数列，试写出这个数列.

8. 已知数列$\{a_n\}$是等比数列，且 a_1, a_2, a_4 成等差数列，求数列$\{a_n\}$的公比.

9. 用数学归纳法证明

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{n}{2^n}=2-\frac{n+2}{2^n}(n\text{ 为正整数}).$$

10.（1）依次计算下列各式的值：

$\frac{1}{1}$，$\frac{1}{1}+\frac{1}{1+2}$，$\frac{1}{1}+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}$，$\frac{1}{1}+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\frac{1}{1+2+3+4}$.

（2）根据第(1)题的计算结果，猜想

$$S_n=\frac{1}{1}+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+n}（n\text{ 为正整数}）$$

的表达式，并用数学归纳法证明相应的结论.