第 3 课时　等差数列的前 n 项和(1)

一、填空题

1. 在数列$\{a_n\}$中,若 $a_1=5$,$a_{n+1}=a_n-2$,则它的前 n 项和 $S_n=$ $-n^2+4n$.

$a_1=5$　$d=-2$.　$5n+\frac{n(n-1)}{2}\cdot(-2)$

2. 在等差数列$\{a_n\}$中,若 $a_{[illegible]}=3$,$a_{[illegible]}=-2$,则 $a_{[illegible]}+a_{[illegible]}+\cdots+a_{[illegible]}=$ 5.

3. 在 50 和 350 之间所有末位数是 3 的整数之和是 ~~[illegible]~~ 5340.

4. 若等差数列$\{a_n\}$的前 6 项之和为 54,前 10 项之和为 170,则 $S_n=$

$-1+(n-1)\cdot 4$

5. 等差数列$\{a_n\}$共有 11 项,首项为 -5,11 项的平均值为 5,若去掉一项,10 项的平均值为 4.6,则去掉的是第 ~~9~~ 8 项.

$(-5\cdot 11+\cancel{[illegible]}\,55d)\div 11=5$　$d=2$.

$55-46=9$　$a_1+(n-1)d$

二、选择题

6. 在等差数列$\{a_n\}$中,若公差 $d=2$,$a_n=11$,$S_n=35$,则 a_1 为 ( )

A. 5 或 7;　B. 3 或 5;

C. 7 或 -1;　D. 3 或 -1.

7. 在 a 和 b 之间插入 10 个数,使之成为等差数列,则插入的 10 个数的和为 ( )

A. $12(a+b)$;　B. $10(a+b)$;

C. $6(a+b)$;　D. $5(a+b)$.

8. 已知等差数列共有 $2n+1$ 项,若奇数项之和为 290,偶数项之和为 261,则 $a_{n+1}=$ ( )

A. 30;　B. 29;　C. 28;　D. 27.

三、解答题

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,$a_{10}=30$,$a_{20}=50$.

(1)求通项 a_n;

(2)若 $S_n=242$,求 n.

1) $d=2$

$a_n=10+(n+10)\cdot 2$

$=2n+10$.

2) $S_n=a_1n+\frac{n(n-1)}{2}\cdot d$

$=12n+\frac{n(n-1)}{2}\cdot 2$

$n=11$.

修正处

$d=-5$. $a_1=23$.

$23-10+\frac{[illegible]}{2}\cdot(-5)$

$\begin{cases} 6a_1+15d=54 \\ 10a_1+45d=170 \end{cases}$

$a_1=-1$. $d=4$

~~S_n~~

$\frac{(a_1+a_n)\cdot n}{2}=a_1n+\frac{n(n-1)}{2}d$

$\frac{a_1+11}{2}=a_1$.

修正处

10. 已知 $\frac{1+2+3+\cdots+n}{1+3+5+\cdots+(2n-1)}=\frac{10}{19}$，求 n.

$$\frac{n(1+n)/2}{n(1+2n-1)/2}=\frac{10}{19}$$

$n=19$.

11. 已知 a,b,c 成等差数列，求证：$a^2(b+c),b^2(a+c),c^2(b+a)$ 也成等差数列.

$a^2(b+c)+c^2(b+a)=a^2b+a^2c+bc^2+ac^2$

$=b(a^2+c^2)+\cancel{a c+a}\ ac(a+c)$.

$=\cancel{(b-2ac)(a+c)}^2$

$=b(a+c)^2-2abc+ac(a+c)$

$=b^3-(\frac{b}{2})^2+ac(a+c-2b)$.

$=b\cdot\frac{b^3}{2}=b^2\cdot\frac{b}{2}=b^2(a+c)=$ 右.

$\therefore$ 为等差数列

四、能力拓展题

X 12. 已知函数 $f(x)=a\cdot b^x$ 的图像过点 $A\left(4,\frac{1}{4}\right)$ 和 $B(5,1)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 记 $a_n=\log_2 f(n)$，n 是正整数，S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，解关于 n 的不等式 $a_nS_n\leq 0$.

1) $\begin{cases} a\cdot b^4=\frac{1}{4} \\ a\cdot b^5=1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a=2^{-10} \\ b=\cancel{4}\ 2^2 \end{cases}$

$\therefore f(x)=2^{2x-10}$

2) $a_n=2x-10$

$\therefore a_1=-8$

$a_n\cdot S_n=\cancel{(2x-10)}\cdot a_n\cdot[\cancel{a_n}\cdot\frac{(a_1+a_n)n}{2}]$

$=\frac{a_n(a_n-8)\cdot n}{2}$

$=(a_n^2-8a_n)\cdot\frac{n}{2}\leq 0$

$\begin{cases} a\cdot b^4=\frac{1}{4} \\ a\cdot b^5=1 \end{cases}$

$b=4$