第4课时　等差数列的前n项和(2)

$S_{n+1}-S_n=2(n+1)^3-3(n+1)-2(n)^3-3n$

一、填空题

1. 若数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=2n^2-3n$,则$a_n=$ $2n-1$.
2. 在等差数列$\{a_n\}$中,若前15项的和为90,则第8项等于 6 .
3. 若数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=3n^2-5n$,则$a_5+a_6+a_7+a_8=$ 124 .
4. 设S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和,若$S_{10}=100$,$S_{100}=10$,则$S_{110}=$ 0 .

$(a_7+a_8)(a_4+a_6)=16$

5. 等差数列$\{a_n\}$中,$a_n>0$,$n\in N$且$n\geq 1$,若$a_4a_7+a_7a_6+a_8a_6+a_8a_4=16$,则$S_{14}=$ 28 .

$\frac{14\cdot 4}{2}$　$\cancel{a_1+a_{14}=1}$　$(a_1+a_{14})^2=16$　$a_1+a_{14}=4$

二、选择题

6. "数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=an^2+bn$(a,b为常数,$n\in N$且$n\geq 1$)"是"数列$\{a_n\}$成等差数列"的　(C)

A. 充分非必要条件;　　B. 必要非充分条件;

C. 充要条件;　　D. 既非充分又非必要条件.

7. 若等差数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$,则有　(C)

A. $a_1+a_{101}>0$;　　B. $a_2+a_{100}<0$;

C. $a_3+a_{99}=0$;　　D. $a_{51}=51$.

8. 若数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$都是等差数列,且$a_1=1$,$b_1=4$,$a_{25}+b_{25}=149$,则数列$\{a_n+b_n\}$的前25项和等于　(　　)

A. 2075;　　B. 1925;　　C. 1900;　　D. 1625.

三、解答题

9. (1)等差数列$\{a_n\}$前n项和为S_n,求证:$S_{2n-1}=(2n-1)a_n$;

(2)等差数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n和T_n,若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n}{3n+1}$,求$\frac{a_n}{b_n}$的表达式.

1) $S_{2n-1}=\frac{(2n-1)(a_1+a_{2n-1})}{2}$

$=(2n-1)\cdot\frac{(2a_n)}{2}$

$=(2n-1)\cdot a_n$

2) $\frac{2a_n}{2b_n}=\frac{(a_1+a_{2n-1})\cdot n}{(b_1+b_{2n-1})\cdot n}=\frac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}}$

$\therefore \frac{a_n}{b_n}=\frac{2(2n-1)}{3(2n-1)+1}=\frac{2n-1}{\cancel{6n}\ 3n-1}$

修正处

$2(n^3+2n+2n+1)-3(n+1)$

$-2n^3-3n$

$=8n+2-3n-3-3n$

$=2n-1$

S_{15}　$\frac{15\cdot(\cancel{a_1+a_{15}})^{2a_8}}{2}=90$

$S_8-S_4=152-28$

$\cancel{\frac{10(a_1+a_{10})}{2}=100}$

$\cancel{\frac{100}{2}(a_1+a_{100})}=10$

$S_{110}=0$　$a_1+a_{110}=0$

$\frac{4n-2}{6n-3+1}$

$225+9a_9=425+17a_{17}$.　　　$12\cdot 25+\frac{12\cdot 11}{2}\cdot -2$

10. 等差数列中，$a_1=25$，前 n 项和为 S_n，若 $S_9=S_{17}$，n 为何值时 S_n 最大？最大值为多少？

$S_9=S_{17}$

~~$\frac{9\cdot(a_1+a_9)}{2}=\frac{17\cdot(a_1+a_{17})}{2}$~~

~~$\frac{9\cdot(25+a_9)}{2}=\frac{17\cdot(25+a_{17})}{2}$~~

~~$9a_9-17a_{17}=200$~~

$9a_1+\frac{9\cdot 8}{2}d=17a_1+\frac{17\cdot 16}{2}d$.

$d=-2$

$\therefore a_{13}=1$　$a_{14}=-1$.

$\therefore$ 当 S_{13} 最大 $=169$.

11. (1) 一个等差数列 $\{a_n\}$ 前 12 项之和 $S_{12}=354$，其中偶数项和与奇数项和之比为 32 : 27，求公差 d；

(2) 类似于(1)，请自行编制一道推广到一般情形的问题.

1) $\begin{cases} a_1+a_3+a_5+a_7+a_9+a_{11}=162 \\ a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10}+a_{12}=192 \end{cases}$

$\begin{cases} 6a_1+30d=162 \\ 6a_1+36d=192 \end{cases}$

$\begin{cases} 6a_1+\frac{6\cdot 5}{2}\cdot 2d=162 \\ 6(a_1+d)+\frac{6\cdot 5}{2}\cdot 2d=192 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a_1=2 \\ d=5 \end{cases}$.

四、能力拓展题

12. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_3=12$，$S_{12}>0$，$S_{13}<0$.

(1) 求公差 d 的取值范围；

(2) 指出 $S_1, S_2, S_3, \cdots, S_{12}$ 中哪一个值最大，并说明理由.

1) ~~$S_{12}=\frac{12\cdot 4a_3}{2}$~~　　　2). S_7.

$\begin{cases} a_1+2d=12 \\ 12a_1+66d>0. \\ 13a_1+78d<0 \end{cases}$

$d\in(-\frac{24}{7},-3)$