4.3 数 列

第 1 课时 数列的概念与性质

修正处

一、填空题

1. 数列 $\frac{2^2-1}{2}, \frac{3^2-1}{5}, \frac{4^2-1}{8}, \frac{5^2-1}{11}, \cdots$ 的一个通项公式是 $\underline{\frac{(n+1)^2-1}{3n-1}}$.

2. 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\sin n\pi$，则 $a_7=$ $\underline{0}$. , a_2

3. 若正整数数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\begin{cases}3a_n+1, a_n \text{ 为奇数,} \\ \frac{a_n}{2}, a_n \text{ 为偶数,}\end{cases}$ 则当 $a_1=8$ 时，$a_{2021}=$ $\underline{1}$.

4. 若数列 $\left\{(2n-1)\left(\frac{5}{6}\right)^n\right\}$ 中的最大项是第 k 项，则 $k=$ $\underline{3}$.

5. 若 $a_n=2n-8$，下列说法中正确的是 $\underline{①③}$（填序号）.

$-6,-4,-2$

①数列 $\{a_n\}$ 是严格增数列；②数列 $\{na_n\}$ 是严格增数列；

$-6,-8,-6$

③数列 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是严格增数列；④数列 $\{a_n^2\}$ 是严格增数列.

$-6,-3,-\frac{2}{3}$ 　 3 　 $-2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 1-\frac{2}{3}$

二、选择题

6. 在数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1=-2, a_na_{n+1}=a_n-1$，则 a_{2021} 的值为 （A）

$1+\frac{1}{2}$ 　 $a_n(a_{n+1}-1)=-1$.

A. -2; 　 B. $\frac{1}{3}$; 　 $1-\frac{1}{2}$ 　 C. $\frac{1}{2}$; 　 D. $\frac{3}{2}$.

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积为 T_n，若 $a_1=-24, a_4=-\frac{8}{9}$，则当 T_n 取最大值时，n 的值为 （B）

A. 10; 　 B. 8; 　 C. 6; 　 D. 4.

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=\begin{cases}(3-a)n-2, 1\leqslant n\leqslant 6, n\in\mathbf{N}, \\ a^{n-6}, n>6, n\in\mathbf{N},\end{cases}$ 若 $\{a_n\}$ 是严格增数列，则实数 a 的取值范围是 （B）

A. $\left(\frac{16}{7},3\right)$; 　 B. $\left[\frac{16}{7},3\right)$; 　 C. $(1,3)$; 　 D. $(2,3)$.

三、解答题

9. 根据下面的通项公式，写出数列的前 5 项.

(1) $a_n=\frac{n^2+1}{2n-1}(n\geqslant 1, n\in\mathbf{N})$; 　 $2, \frac{5}{3}, 2, \frac{17}{7}, \frac{26}{9}$

(2) $a_n=(-1)^{n+1}\frac{2n-1}{3n}(n\geqslant 1, n\in\mathbf{N})$. 　 $\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{5}{9}, -\frac{7}{12}, \frac{3}{5}$

$a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}$ 　 B 　 $1+\frac{1}{2}$

$a_1=8$

$a_2=4$.

$8,4,2,1,4,2,1$

$4,2,1$.

$(2n-1)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n$

$a_{n+1}-a_n$

$=(2n)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n+1}-(2n-1)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n$

$=\left(\frac{5}{3}n-2n+1\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n$

$\left(1-\frac{1}{3}n\right)\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^n$

$\frac{3-n}{n}$

$-2, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}, -2$

$\frac{1}{3}$.

$6(3-a)-2<a$

$16<-5a$

$5a<-16$

$\frac{5}{7}n-2$

$\left(\frac{5}{7}\right)^n$

n^2-2n+1

10. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_n=-2n^2+31n-9$，试求$\{a_n\}$中的最大项.

解

$a_{n+1}-a_n=-2(n+1)^2+31(n+1)+9-(-2n^2+31n+9)$

$=-2n^2+4n+2+31n+31+9+2n^2-31n-9$

$=4n+33$

$\Rightarrow a_{n\max}=a_8=129$

$a_1=3$

11. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2n+1$，数列$\{b_n\}$中，$b_1=a_1$，$n\geq 2$时，$b_n=a_{b_{n-1}}$，求出$\{b_n\}$的前5项，并写出$\{b_n\}$的通项公式.

$b_1=3$

$b_2=7$

$b_3=15$

$b_4=31$

$b_5=63$

能力拓展题

12. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\dfrac{mn-m+1}{2^n}$（$n\in \mathbf{N}$，$n\geq 1$），若数列$\{a_n\}$是严格减数列，求实数m的取值范围.

修正处

$b_2=a_{b_1}$

$\cancel{a_3}$

b_2

a_7

a_{15}