$\frac{1}{1+\sqrt{2}}$ $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

## 5.9 作业—特殊数列求和问题

1、在数列$\{a_n\}$中，$a_n=\dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$，且$S_n=9$，则$n=$ 101

$\frac{1}{\sqrt{n}}-\frac{1}{\sqrt{n+1}}$ $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ $\sqrt{n+1}-1=9$

$-\sqrt{1}+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}\cdots-\sqrt{n}+\sqrt{n+1}$

2、在数列$\{a_n\}$中，$a_n=\dfrac{1}{n\cdot(n+2)}$，则$S_n=$ $\frac{1}{2}(\frac{3}{2}-\frac{1}{n+2})$

$\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n}=\frac{n+2+n}{n(n+2)}$ $\frac{1}{2}(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$ $(\frac{1}{1}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\cdots\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2})$ $\frac{3}{2}$

3、$1+\dfrac{1}{1+2}+\dfrac{1}{1+2+3}+\cdots+\dfrac{1}{1+2+3+\cdots+n}=$ $2-\frac{2}{n+1}$

$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ $\frac{(1+n)n}{2}$ $\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}$ $=a_n=\frac{2}{n(n+1)}=2(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1})$

$2(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}+\cdots-\frac{1}{n+1})$

4、设$S_n=-1+3-5+7-\cdots+(-1)^n(2n-1)$，则$S_n=$ $\frac{1-(-1)^{n+1}(2n-1)}{2}$

$S_n=-1+3-5+7-\cdots+(-1)^n(2n-1)$

$-1S_n=1-3+5-\cdots-1^n(2n\cdots+(-1)^{n+1}(2n-1)$

$2S_n=-1-(-1)^{n+1}(2n-1)+2$

5、已知数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n=n+5$，从$\{a_n\}$中依次取出第3，9，27，…$3^n$项，按原来的顺序排成一个新的数列，则此数列的前$n$项和为 $-\frac{3}{2}(1-3^n)+5n$

8 14

6 7 8 9 10 11

$b_n=3^n+5$

$\frac{3(1-3^n)}{1-3}+5n$

6、已知$f(x)=\dfrac{9^x}{9^x+3}$，

（1）证明：$f(x)+f(1-x)=1$；

（2）计算$f\left(\dfrac{1}{2013}\right)+f\left(\dfrac{2}{2013}\right)+\cdots f\left(\dfrac{2012}{2013}\right)$

1) $\frac{9^x}{9^x+3}+\frac{9^{1-x}}{9^{1-x}+3}$

$=\frac{9^x}{9^x+3}+\frac{9\cdot\frac{1}{9^x}}{12+\frac{1}{9^x}}$

$=\frac{9^x}{9^x+3}+\frac{9}{12\cdot 9^x+1}=1$

2) $S=\frac{[f(\frac{1}{2013})+f(\frac{2012}{2013})]\cdot 2012}{2}$

$=1006$

$\left(\frac{1}{2^n}\right)^n \cdot (2n-1)$. $\frac{2}{4}+\frac{2}{8} \cdot 2\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)^{n-1}\right)$.

$2^0+\cdots+2^n$

$\frac{(1-(\frac{1}{2})^{n-1})}{1-\frac{1}{2}}$

7、求数列：$\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{5}{8},\cdots\cdots,\frac{2n-1}{2^n},\cdots$的前$n$项和$S_n$

$S_n=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^n(2n-1)$

$-)\ \frac{1}{2}S_n=\frac{1}{4}+\frac{3}{8}+\cdots+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(2n-1)$

$\Rightarrow S_n=1+\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(2n-1)+1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

8、求数列$1,1+2,1+2+2^2,\cdots\cdots,1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}$的和$S_n$

$a_n=\frac{1\cdot(1-2^n)}{1-2}=2^n-1$

$S_n=\frac{2(1-2^n)}{1-2}+(-1)\cdot n=2^{n+1}-n-2$

9、设$\{a_n\}$是等差数列，$\{b_n\}$是各项都为正数的等比数列，且

$$a_1=b_1=1,a_3+b_5=21,a_5+b_3=13$$

（1）求$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的通项公式；

（2）求数列$\{\frac{a_n}{b_n}\}$的前$n$项和$S_n$

$2p+q^4=20$

$4p+q^2=12$

$2q^4-q^2=28$

$q^2(2q^2-1)=28$

1) $\begin{cases}1+2p+1\cdot q^4=21\\ 1+4p+1\cdot q^2=13\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}p=2\\ q=2\end{cases}$

$a_n=1+(n-1)\cdot 2 \quad b_n=1\cdot 2^{n-1}$

2) 设 $c_n=a_n\cdot b_n^{-1}$

$S_n=\frac{1+(\frac{1}{2})^n\cdot(2n-1)+1-(\frac{1}{2})^{n-1}}{2}$

10、已知数列$\{a_n\}$的前$n$项和$S_n=12n-n^2$，求数列$\{|a_n|\}$的前$n$项和$T_n$

$12n-n^2$

$-12n+12$

$+n^2-2n+1$

$-2n+13$

$a_1=S_1=11$

$a_n=S_n-S_{n-1}=12n-n^2-12(n-1)+(n-1)^2$

$1+2n$

$=13-2n$

$\Rightarrow a_6>0,\ a_7<0$

$\Rightarrow T_n=\begin{cases}12n-n^2 & n<7\\ 36+\frac{(1+2n-11)\cdot(n-6)}{2} & n\geq 7\end{cases}$