# 第 4 章 数列 复习题

**B 组**

**1.** 选择题：

（2）已知 $a$、$x$、$b$ 和 $b$、$y$、$c$ 均为等差数列，而 $a$、$b$、$c$ 为等比数列，且 $xy\neq 0$，则 $\frac{a}{x}+\frac{c}{y}$ 的值等于 （　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

（3）已知两个等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和分别为 $A_n$ 和 $B_n$，且满足 $\frac{A_n}{B_n}=\frac{7n+45}{n+3}$，则使得 $\frac{a_n}{b_n}$ 为整数的正整数 $n$ 的个数为 （　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

**2.** 已知 $S_n$ 是等比数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和，且 $S_3$，$S_9$，$S_6$ 成等差数列.求证：$a_2$，$a_8$，$a_5$ 成等差数列.

**3.** 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_{10}=0$.

（1）求证：$a_1+a_2+\cdots+a_n=a_1+a_2+\cdots+a_{19-n}$ 对一切小于 19 的正整数 $n$ 都成立.

（2）类比上述性质，在等比数列 $\{b_n\}$ 中，若 $b_9=1$，可以得到什么结论？

4.已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，$a_1=\frac{1}{3}$，且 $a_n=\frac{a_{n-1}}{2a_{n-1}+1}(n\geq 2)$.

（1）求证：$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是等差数列；

（2）若数列$\{b_n\}$满足$b_n=\begin{cases}2, n=1\\ na_n, n\ge 2\end{cases}$，求数列$\{b_n\}$中的最大项与最小项.

5.已知数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，且$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$.求证：数列$\{a_n\}$为等差数列.

6. 用数学归纳法证明

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n}\text{（}n\text{ 为正整数）}.$$

7. 是否存在常数$a$、$b$，使等式

$$1\cdot(n^2-1^2)+2\cdot(n^2-2^2)+\cdots+n\cdot(n^2-n^2)=an^4+bn^2+c$$

对任意正整数$n$都成立？证明你的结论.