# 第 4 课时　等差数列的前 $n$ 项和(2)

修正处

## 一、填空题

**1.** 若数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和 $S_n=2n^2-3n$,则 $a_n=$________.

**2.** 在等差数列$\{a_n\}$中,若前 15 项的和为 90,则第 8 项等于__________.

**3.** 若数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和 $S_n=3n^2-5n$,则 $a_5+a_6+a_7+a_8=$________.

**4.** 设 $S_n$ 是等差数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和,若 $S_{10}=100,S_{100}=10$,则 $S_{110}=$________.

**5.** 等差数列$\{a_n\}$中,$a_n>0$,$n\in\mathbf{N}$ 且 $n\geqslant1$,若 $a_7a_9+a_7a_6+a_8a_9+a_8a_6=16$,则 $S_{14}=$________.

## 二、选择题

**6.** “数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和 $S_n=an^2+bn$($a$、$b$ 为常数,$n\in\mathbf{N}$ 且 $n\geqslant1$)”是“数列$\{a_n\}$成等差数列”的　　(　　)

A. 充分非必要条件;　　B. 必要非充分条件;

C. 充要条件;　　D. 既非充分又非必要条件.

**7.** 若等差数列$\{a_n\}$满足 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$,则有　　(　　)

A. $a_1+a_{101}>0$;　　B. $a_2+a_{100}<0$;

C. $a_3+a_{99}=0$;　　D. $a_{51}=51$.

**8.** 若数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$都是等差数列,且 $a_1=1,b_1=4,a_{25}+b_{25}=149$,则数列$\{a_n+b_n\}$的前 25 项和等于　　(　　)

A. 2075;　　B. 1925;　　C. 1900;　　D. 1625.

## 三、解答题

**9.** (1)等差数列$\{a_n\}$前 $n$ 项和为 $S_n$,求证:$S_{2n-1}=(2n-1)a_n$;

(2)等差数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的前 $n$ 项和分别为 $S_n$ 和 $T_n$,若 $\frac{S_n}{T_n}=\frac{2n}{3n+1}$,求 $\frac{a_n}{b_n}$ 的表达式.

修正处

**10.** 等差数列中，$a_1=25$，前 $n$ 项和为 $S_n$，若 $S_9=S_{17}$，$n$ 为何值时 $S_n$ 最大？最大值为多少？

**11.** (1)一个等差数列$\{a_n\}$前 12 项之和 $S_{12}=354$，其中偶数项和与奇数项和之比为 32∶27，求公差 $d$；

(2)类似于(1)，请自行编制一道推广到一般情形的问题.

## 四、能力拓展题

**12.** 设等差数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和为 $S_n$，已知 $a_3=12$，$S_{12}>0$，$S_{13}<0$.

(1)求公差 $d$ 的取值范围；

(2)指出 $S_1,S_2,S_3,\cdots,S_n$ 中哪一个值最大，并说明理由.

# 4.2 等比数列

## 第1课时 等比数列及其通项公式(1)

修正处

**一、填空题**

1. 数列$\{a_n\}$中，若$a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_{n+1}=3a_n$，$(n\in\mathbf{N},n\geqslant 1)$，则$a_n=$________.

2. 等比数列$\{a_n\}$中，若$a_2=3$，$a_6=243$，则公比$q=$________.

3. $\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}$与$\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$的等比中项是________.

4. 在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_1=1$，$a_n=256$，$q=2$，则项数$n$为__________.

5. 若三角形的三边之长成等比数列，则公比$q$的取值范围是________.

**二、选择题**

6. "$b^2=ac$"是"$a,b,c$成等比数列"的 (　　)

A. 充分非必要条件；　　B. 必要非充分条件；

C. 充要条件；　　D. 既非充分又非必要条件.

7. 在等比数列$\{a_n\}$中，若$a_6=6$，$a_{14}=24$，则$a_{10}$的值为 (　　)

A. 12；　　B. $-12$；　　C. $\pm 12$；　　D. 144.

8. 已知数列$\{a_n\}$是各项均大于0的等比数列，若$b_n=\log_2 a_n$，则下列说法中正确的是 (　　)

A. $\{b_n\}$一定是递增的等差数列；

B. $\{b_n\}$不可能是等比数列；

C. $\{2b_{2n-1}+1\}$是等差数列；

D. $\{3^{b_n}\}$不是等比数列.

**三、解答题**

9. (1)已知$a_n=2^{3n-1}$，证明：数列$\{a_n\}$为等比数列；

(2)已知$a,b,c,d$成等比数列，公比$q\neq -1$，求证：$a+b$，$b+c$，$c+d$成等比数列；

(3)请把(2)推广到一般情形.

修正处

**10.** 等比数列$\{b_n\}$中，

(1)已知$b_1+b_2=30$，$b_3+b_4=120$，求$b_5+b_6$；

(2)已知$b_4b_8=10$，求$b_3b_9$、$b_5b_7$的值；你能发现怎样的规律？

**11.** 某区为推动教育现代化，计划从2022—2026年为中小学每年新购置的电脑台数均按25%的比率增长. 其中2024、2025年两年新购置的电脑数之和为1800，问该区2026年为中小学新购置的电脑台数为多少？

## 四、能力拓展题

**12.** 我们知道，在等差数列$\{a_n\}$中，当公差$d>0$时，$\{a_n\}$单调递增；当公差$d<0$时，$\{a_n\}$单调递减. 请你探究等比数列$\{b_n\}$单调递增的充要条件.

# 第 2 课时　等比数列及其通项公式(2)

修正处

## 一、填空题

1. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为零,若 $a_2,a_3,a_6$ 成等比数列,则这个等比数列的公比为________.

2. 在等比数列$\{a_n\}$中,若 $a_3a_6a_9=27$,则 $a_6=$________.

3. 若 $a_1,a_2,a_3,a_4$ 成等比数列,且 $a_1a_2=-\dfrac{32}{3}$,$a_2a_3=-24$,则公比 $q=$________.

4. 在数列$\{a_n\}$中,$a_{n+1}=\dfrac{a_n^{\ 2}}{2a_n-5}$,若该数列既是等差数列,又是等比数列,则该数列的通项公式为________.

5. 若等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数,且 $a_5a_6=9$,则 $\log_3a_1+\log_3a_2+\cdots+\log_3a_{10}=$________.

## 二、选择题

6. 在等比数列$\{a_n\}$中,如果 $a_n>0$ 且 $a_2a_4+2a_3a_5+a_4a_6=25$,那么 $a_3+a_5=$ (　　)

   A. 5;　　B. 15;　　C. 20;　　D. 25.

7. 下列命题中,正确的是 (　　)

   A. 公比 $q>1$ 的等比数列满足 $a_{n+1}>a_n(n\in\mathbf{N},n\geqslant1)$;

   B. 公比 $0<q<1$ 的等比数列满足 $a_{n+1}<a_n(n\in\mathbf{N},n\geqslant1)$;

   C. 常数列既是等差数列又是等比数列;

   D. 数列$\{\lg2^n\}$是等差数列.

8. 已知$\{a_n\}$是等比数列,下列命题中,不正确的是 (　　)

   A. 若 $a_n>0(n\in\mathbf{N},n\geqslant1)$,则$\{\lg a_n\}$是等差数列;

   B. 若 $a_n>0(n\in\mathbf{N},n\geqslant1)$,则$\dfrac{a_1+a_{n+2}}{2}\geqslant\sqrt{a_2a_{n+1}}$;

   C. $a_{n+1}$ 一定是 $a_n$ 与 $a_{n+2}$ 的等比中项;

   D. $a_{n-r}$ 与 $a_{n+r}(r<n,r、n\in\mathbf{N},r、n\geqslant1)$的等比中项一定是 $a_n$.

## 三、解答题

9. 已知等比数列$\{a_n\}$为递增数列,且 $a_5a_7=32$,$a_3+a_9=18$,求 $a_{10}$.

修正处

**10.** 有四个数，前三个数成等差数列，后三个数成等比数列，且第一个数与第四个数的和是16，第二个数与第三个数的和是12，求这四个数.

**11.** 已知等比数列$\{a_n\}$，求证：对任意$n\in \mathbf{N}, n\geqslant 1$，关于$x$的方程$x^2+(1+a_{n+1}{}^2)x+a_n\cdot a_{n+2}=0$都有一个相同的根，且另一根$x_i(i=1,2,3,\cdots,n)$仍组成一个等比数列.

## 四、能力拓展题

**12.** 若数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$都是等差数列，$s$、$t$为已知常数，则数列$\{sa_n+tb_n\}$是等差数列.类比以上命题的条件和结论，写出关于等比数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的类似结论，并予以证明.