

复习与小结(1)

修正处

一、填空题

1. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的三边, 且 $a=4, b=9, c$ 是 a, b 的等比中项, 则 $c=$ _____.
2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_6 + a_9 + a_{12} + a_{15} = 30$, 则前 20 项之和 $S_{20} =$ _____.
3. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n = n^2 + n + 1$, 则 $a_n =$ _____.
4. 若 $2^a = 3, 2^b = 6, 2^c = 12$, 则三数 a, b, c 能组成_____数列. (填“等差”或“等比”)
5. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 33, a_{n+1} - a_n = 2n$, 则 $\frac{a_n}{n}$ 的最小值为_____.

二、选择题

6. 若等差数列 $\{a_n\}$ 中, 前 n 项和 $S_n = n^2 - 15n$, 则使 S_n 为最小值的 n 是 ()
A. 7; B. 8; C. 7 或 8; D. 9.
7. 若 $\{a_n\}$ 是公比为 $q (q \neq 1)$ 的等比数列, 则以下数列: ① $\{2^{a_n}\}$, ② $\{a_n^2\}$, ③ $\left\{\frac{1}{a_n^2}\right\}$, ④ $\{2a_n\}$ 中, 等比数列的个数是 ()
A. 1 个; B. 2 个; C. 3 个; D. 4 个.
8. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}^2}{a_n^2} = p (p \text{ 为常数}, n \in \mathbf{N}, n \geq 1)$, 则称 $\{a_n\}$ 为“等方比数列”. 甲: 数列 $\{a_n\}$ 是等方比数列; 乙: 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 则 ()
A. 甲是乙的充分非必要条件;
B. 甲是乙的必要非充分条件;
C. 甲是乙的充要条件;
D. 甲是乙的既非充分也非必要条件.

三、解答题

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{3n(41-n)}{2}$, 求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 30 项和.

10. 在数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_n > 0, S_n = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{1}{a_n} \right) (n \in \mathbf{N}, n \geq 1)$.

- (1) 计算: a_1, a_2, a_3 的值;
- (2) 猜想 a_n 的表达式,并用数学归纳法证明.

11. 有纯酒精 20 mL,倒出 3 mL 后以水补足 20 mL,其后再倒出 3 mL,再以水补足 20 mL,如此继续下去,至少反复操作多少次,方能使酒精浓度降到 30% 以下?

四、能力拓展题

12. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,已知 $S_{n+1} = p S_n + q (p, q \text{ 为常数}, n \in \mathbf{N}, n \geq 1)$,又 $a_1 = 2, a_2 = 1, a_3 = q - 3p$.

- (1) 求 p, q 的值;
- (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 计算 $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n + 2^{2n+1}}{3^n a_n - 4^n}$.