

第2课时 等差数列及其通项公式(2)

一、填空题

$$7 \quad \{a_n\} = 2 + (n-1) \cdot 7 = 7n-5$$

1. 等差数列 2, 9, 16, ... 的第 25 项为 166.

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若公差为 3, 且 $a_4 + a_5 + a_6 = 48$, 则通项公式 $a_n = \frac{8}{3} + (n-1) \times 3$.

3. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2 = -6, a_3 = -8$, 则 $a_4 + a_6 = -28$.

4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_{10} = 20, a_{20} = 10$, 则 $a_{30} = 0$.

5. 若 $a \neq b$, 且两数列 a, x_1, x_2, b 和 a, y_1, y_2, y_3, b 都是等差数列,

$$\text{则 } \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

修正处

 a_n

$$a_4 + b_1$$

$$a_6 + a_1$$

$$a_5 + a_1$$

$$147810 = a_1 + a_{16}$$

$$a_3 + b_8$$

$$a_3 + a_{16}$$

二、选择题

6. 由公差为 d 的等差数列 a_1, a_2, a_3, \dots 重新组成一个数列 $a_1, a_1 + a_2, a_1 + a_2 + a_3, \dots$, 则新组成的数列是 (B)

A. 公差为 d 的等差数列;

B. 公差为 $2d$ 的等差数列;

C. 公差为 $3d$ 的等差数列;

D. 不是等差数列.

7. 设数列 $\{a_n\}$ 是公差为 -2 的等差数列, 如果 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 50$, 那么 $a_3 + a_6 + a_9 + \dots + a_{18} =$ (C)

A. -182 ;

B. -78 ;

C. -148 ;

D. -82 .

8. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 公差 $d \neq 0$, 当 $n > 1 (n \in \mathbb{N})$ 时, 下列关系式正确的是 (B)

$$A. a_1 a_{n+1} > a_2 a_n$$

$$B. a_1 a_{n+1} < a_2 a_n$$

$$C. a_1 a_{n+1} = a_2 a_n$$

$$D. a_1 a_{n+1} \geq a_2 a_n$$

三、解答题

9. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_7 + a_{13} = 3$, 求 $a_5 + a_{11}$ 的值.

$$a_1 + a_7 + a_{13} = 3a_4 = 3 \quad a_4 = \frac{1}{2}$$

$$a_5 + a_{11} = 4a_4 = 2$$

10. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1^2 + a_8^2 + 2a_1 a_8 = 9, a_n > 0$, 求 a_4 .

$$(a_4 + a_8)^2 = 9$$

$$a_4 + a_8 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a_4 > 0, a_8 > 0$$

$$\therefore a_4 + a_8 = \frac{3}{2} = 2a_6$$

$$a_n^2 - a_n(a_{n-1} + d) - 2d = -|d| \quad |d|$$

11. 成等差数列的四个数之和为 26, 第二个数与第三个数的积为 40, 求这四个数.

设等差数列 $\{a_n\}$ 公差为 d .

$$\text{据题意} \quad a_{n-2} + a_{n-1} + a_n + a_{n+1} = 26$$

$$a_{n-1} - a_n = 40$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_n + \left[\frac{n-1}{2} \right] d + a_n + \left[\frac{n-1}{2} \right] d + a_n + \left[\frac{n-1}{2} \right] d = 26 \\ a_n - [a_n + \left[\frac{n-1}{2} \right] d] = 40 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a_n + 2d = 26 \\ a_n^2 - a_n - d = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_n = 8 \\ d = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} a_n = 5 \\ d = -3 \end{cases}$$

数为 $\{2, 5, 8, 11\}$ ~~或~~

四、能力拓展题

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$, 公差为 d .

(1) 令 $b_n = a_n$, 试证数列 $\{b_n\}$ 为等差数列, 并求出公差: $3d$.

(2) 推广到一般情形, 令 $b_n = a_{kn}$ (k 为正整数), 仿照 (1) 的结论, 请叙述关于数列 $\{b_n\}$ 的相应结论: kd .

$$\text{证: } i) \quad 4 \quad ii) \quad a^2 + b^2$$

$$2) \quad i) \quad a_{n+6} - a_n = 6d = 2d$$

$$ii) \quad a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$n=10$$

$$iii) \quad a_6 - a_1 = 5d \quad d=3$$

$$iv) \quad a_6 = a_1 + 5d \quad a_1 = \frac{13}{2}$$

$$3) \quad L = a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$L = L \quad \text{得证}$$

$$L = a_m = a_1 + (m-1)d + (n-m)d = a_1 + (n-1)d$$

$$4) \quad i) \quad \begin{cases} 23 = a_1 + d \\ 76 = a_1 + 6d \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = 22 \\ d = 9 \end{cases}$$

$$ii) \quad a_9 = \{a_3\} = \{a_1 + a_6 - a_4\} = 15$$

修正处

$$2a_n - d = 13$$

$$d = 2a_n - 13$$

$$x^2 - x \cdot (2x - 13) = 40$$

$$-x^2 + 13x = 40$$