

## 习题 5.2 (5.20)

1. 用导数的定义求函数  $y = x^2 + 3x - 5$  的导数.

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 + 3(x+h) - 5 - (x^2 + 3x - 5)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 + 3x + 3h - 5 - x^2 - 3x + 5}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 + 3h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h + 3) \\
 &= 2x + 3
 \end{aligned}$$

2. 用公式求下列函数  $y = f(x)$  的导数, 其中:(1)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ;

$$f'(x) = \frac{3}{2} \sqrt{x}$$

(2)  $f(x) = x^a$ .

$$f'(x) = ax^{a-1}$$

3. 求余弦函数  $y = \cos x$  在  $x = \frac{\pi}{2}$  处的导数.

$$f'(x) = -\sin x$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = -1$$

4. 证明函数  $y = \ln x$  与  $y = e^x$  没有驻点.

$$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x} \quad (x \in \mathbb{R}) \Rightarrow f'(x) \neq 0$$

$$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x \quad (x \in \mathbb{R}) \Rightarrow f'(x) \neq 0$$

1. 求下列函数  $y = f(x)$  的导数, 其中:(1)  $f(x) = \pi$ ;(2)  $f(x) = \sqrt{x}$ ;(3)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ .

$$1) f'(x) = 0$$

$$2) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$3) f'(x) = -\frac{2}{x^3}$$

2. 求曲线  $y = \cos x$  在  $x = \frac{\pi}{2}$  处的切线方程.

$$f'(x) = -\sin x$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow f'(x) = -1$$

3. 已知曲线  $y = x^3$  在原点以外某点  $P$  处切线的斜率为  $a$ .

(1) 求点  $P$  的坐标.

(2) 判断  $a$  的正负.

$$f'(x) = 3x^2$$

$$a > 0$$

$$1) 3x^2 = a$$

$$x = \pm\sqrt{\frac{a}{3}}$$

$$\Rightarrow P(\pm\sqrt{\frac{a}{3}}, \pm\sqrt{\frac{a}{3}}^3)$$

4. 求曲线  $y = x^3 - 3x + 5$  平行于  $x$  轴的切线及其切点坐标.

$$f'(x) = 0$$

$$\Rightarrow P(1, 1) \text{ 或 } (-1, 3)$$

$$\Rightarrow x = \pm 1$$

5. 求曲线  $y = \frac{1}{x}$  平行于直线  $y = -x$  的切线及其切点坐标.

$$k = -1$$

$$\Rightarrow P(-1, -1) \text{ 或 } (1, 1)$$

$$\Rightarrow f'(x) = -1$$

$$\Rightarrow -1/x^2 = -1$$

$$x = \pm 1$$