# 第4章　数　列

## 4.1　等差数列

### 第1课时　等差数列及其通项公式(1)

修正处

**一、填空题**

1. 在等差数列$\{a_n\}$中,若$a_1=3$,$a_n=21$,$d=2$,则项数$n=$__________.
2. 在等差数列$\{a_n\}$中,若$a_5=11$,$a_{11}=5$,且$a_k=0$,则项数$k=$________.
3. 一个等差数列的第4项为12,第8项为4,则此数列的第12项为________.
4. 若$A$是数$\log_6 4$和$\log_6 9$的等差中项,则$A=$________.
5. 若$a$,$b$,lg6,2lg2+lg3依次成等差数列,则实数$a$的值为__________.

**二、选择题**

6. 对于数列$\{a_n\}$,"$a_n=kn+b$"是"数列$\{a_n\}$为等差数列"的 (　　)

A. 充分非必要条件；　　B. 必要非充分条件；

C. 充要条件；　　D. 既非充分又非必要条件.

7. 在50到350之间,末位数字是3的自然数的个数有 (　　)

A. 29个；　　B. 30个；

C. 31个；　　D. 32个.

8. 三数成等差数列,若首末两数之积比中间项的平方小16,则公差为 (　　)

A. 4；　　B. 16；

C. $\pm4$；　　D. $\pm16$.

**三、解答题**

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的前三项依次为$a-1$,$a+1$,$2a+3$,求通项$a_n$.

修正处

**10.** 在$-1$、$7$之间插入三个数,使它们顺次构成的数列是等差数列,求插入的三个数.

**11.** 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=450$.

(1)求$a_1+a_9$、$a_2+a_8$,并比较二者的大小;

(2)根据(1)的结论,写出一个可能成立的等式,并证明之.

四、能力拓展题

**12.** 已知$f(x)=\dfrac{3x}{x+3}$,数列$\{a_n\}$满足$a_n=f(a_{n-1})$,($n\geqslant 2$,$n\in\mathbf{N}$,$a_n\neq 0$),数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$是不是等差数列?若是,请加以证明,并求出它的公差;若不是,请说明理由.

# 7.2(1) 等差数列

1. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=2$，$a_4=8$，则$a_5=$________.

2. $(a+b)^2$与$(a-b)^2$的等差中项是________.

3. 在等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_4=10$，$a_7=19$，则公差$d=$________.

4. 数列$\{a_n\}$为等差数列，$a_5+a_7=18$，则$a_6=$________.

5. 数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=\sqrt{a_n^2+2}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，则该数列的通项公式$a_n=$________.

6. 命题甲：$\triangle ABC$中有一个内角为$60°$；
命题乙：$\triangle ABC$的三个内角的度数可以构成等差数列；
甲是乙的(　　).
(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件
(C) 充要条件　　(D) 既不充分又不必要条件

7. 设$x\neq y$，且两数列$x$，$a_1$，$a_2$，$y$和$x$，$b_1$，$b_2$，$b_3$，$y$均为等差数列，则$\dfrac{b_2-b_1}{a_2-a_1}$值为(　　).
(A) $\dfrac{2}{3}$　　(B) $\dfrac{3}{4}$　　(C) $\dfrac{4}{3}$　　(D) $\dfrac{3}{2}$

8. 若等差数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$中，$a_4=6$，$a_6=4$，求$a_{10}$.

9. 给定数列$\{c_n\}$，如果存在常数$p$，$q$使得$c_{n+1}=pc_n+q$对任意$n\in\mathbf{N}^*$都成立，则称$\{c_n\}$为"$M$类数列". 若$\{a_n\}$是公差为$d$的等差数列，判断$\{a_n\}$是否为"$M$类数列"，并说明理由.

**10** 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\dfrac{2}{5}$,且对任意$n\in\mathbf{N}^*$,都有$\dfrac{a_n}{a_{n+1}}=\dfrac{4a_n+2}{a_{n+1}+2}$.

(1) 求证:数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$为等差数列,并求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2) 试问数列$\{a_n\}$中任意连续两项的乘积$a_ka_{k+1}(k\in\mathbf{N}^*)$是否仍是$\{a_n\}$中的项?如果是,请指出是数列的第几项;如果不是,请说明理由.

# 第 2 课时　等差数列及其通项公式(2)

修正处

## 一、填空题

1. 等差数列 2,9,16,…的第 25 项为________.

2. 在等差数列$\{a_n\}$中,若公差为 3,且 $a_4+a_6+a_8=48$,则通项公式 $a_n=$__________.

3. 在等差数列$\{a_n\}$中,若 $a_2=-6$,$a_3=-8$,则 $a_4+a_5=$________.

4. 在等差数列$\{a_n\}$中,若 $a_{10}=20$,$a_{20}=10$,则 $a_{30}=$________.

5. 若 $a\neq b$,且两数列 $a,x_1,x_2,b$ 和 $a,y_1,y_2,y_3,b$ 都是等差数列,则$\dfrac{y_3-y_1}{x_2-x_1}=$________.

## 二、选择题

6. 由公差为 $d$ 的等差数列 $a_1,a_2,a_3,\cdots$,重新组成一个数列 $a_1+a_4,a_2+a_5,a_3+a_6,\cdots$,则新组成的数列是　(　　)

A. 公差为 $d$ 的等差数列;　B. 公差为 $2d$ 的等差数列;

C. 公差为 $3d$ 的等差数列;　D. 不是等差数列.

7. 设数列$\{a_n\}$是公差为$-2$ 的等差数列,如果 $a_1+a_4+a_7+\cdots+a_{97}=50$,那么 $a_3+a_6+a_9+\cdots+a_{99}=$　(　　)

A. $-182$;　B. $-78$;　C. $-148$;　D. $-82$.

8. 等差数列$\{a_n\}$中,公差 $d\neq0$,当 $n>1(n\in\mathbf{N})$时,下列关系式正确的是　(　　)

A. $a_1a_{n+1}>a_2a_n$;　B. $a_1a_{n+1}<a_2a_n$;

C. $a_1a_{n+1}=a_2a_n$;　D. $a_1a_{n+1}\geqslant a_2a_n$.

## 三、解答题

9. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_7+a_{16}=3$,求 $a_3+a_{13}$ 的值.

10. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_4^2+a_8^2+2a_4a_8=9$,$a_n>0$,求 $a_6$.

修正处

11. 成等差数列的四个数之和为 26，第二个数与第三个数的积为 40，求这四个数.

## 四、能力拓展题

12. 已知等差数列$\{a_n\}$，公差为 $d$.

(1)令 $b_n=a_{3n}$，试证数列$\{b_n\}$为等差数列，并求出公差；

(2)推广到一般情形，令 $b_n=a_{kn}$($k$ 为正整数)，仿照(1)的结论，请叙述关于数列$\{b_n\}$的相应结论.

# 第 3 课时　等差数列的前 $n$ 项和(1)

修正处

## 一、填空题

1. 在数列$\{a_n\}$中,若 $a_1=5,a_{n+1}=a_n-2$,则它的前 $n$ 项和 $S_n=$________.
2. 在等差数列$\{a_n\}$中,若 $a_5=3,a_6=-2$,则 $a_4+a_5+\cdots+a_{10}=$________.
3. 在 50 和 350 之间所有末位数是 3 的整数之和是________.
4. 若等差数列$\{a_n\}$的前 6 项之和为 54,前 10 项之和为 170,则 $S_n=$ ________.
5. 等差数列$\{a_n\}$共有 11 项,首项为$-5$,11 项的平均值为 5,若去掉一项,10 项的平均值为 4.6,则去掉的是第________项.

## 二、选择题

6. 在等差数列$\{a_n\}$中,若公差 $d=2,a_n=11,S_n=35$,则 $a_1$ 为 (　　)

A. 5 或 7;　　B. 3 或 5;

C. 7 或$-1$;　　D. 3 或$-1$.

7. 在 $a$ 和 $b$ 之间插入 10 个数,使之成为等差数列,则插入的 10 个数的和为 (　　)

A. $12(a+b)$;　　B. $10(a+b)$;

C. $6(a+b)$;　　D. $5(a+b)$.

8. 已知等差数列共有 $2n+1$ 项,若奇数项之和为 290,偶数项之和为 261,则 $a_{n+1}=$ (　　)

A. 30;　　B. 29;　　C. 28;　　D. 27.

## 三、解答题

9. 已知等差数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和为 $S_n$,$a_{10}=30,a_{20}=50$.

(1)求通项 $a_n$;

(2)若 $S_n=242$,求 $n$.

修正处

**10.** 已知$\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{1+3+5+\cdots+(2n-1)}=\dfrac{10}{19}$,求 $n$.

**11.** 已知 $a,b,c$ 成等差数列,求证:$a^2(b+c),b^2(a+c),c^2(b+a)$也成等差数列.

**四、能力拓展题**

**12.** 已知函数 $f(x)=a\cdot b^x$ 的图像过点 $A\left(4,\dfrac{1}{4}\right)$和 $B(5,1)$.

(1)求函数 $f(x)$的解析式;

(2)记 $a_n=\log_2 f(n)$,$n$ 是正整数,$S_n$ 是数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和,解关于 $n$ 的不等式 $a_nS_n\leqslant 0$.