常人空腹血…
的影响，给…
糖尿病…

第 2 课时　利用导数研究函数的极值

修正处

一、填空题

$3x^2+2ax+3$

1. 若函数 $f(x)=x^3+ax^2+3x-9$ 在 $x=-3$ 时取得极值，则实数 $a=$ ___5___.

$27-6a+3=0$

2. 若函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+x-5$ 无极值点，则实数 a 的取值范围是 ___$[-1,1]$___.

$(x^2+2x+a+2x+2)=0$

3. 已知 $f(x)=(x^2+2x+a)e^x$，若 $f(x)$ 存在极小值，则实数 a 的取值范围是 ___$a\in(-\infty,2]$___

$x^2+4x+(a+2)=0$

$\Delta\geq0$

$16-4(a+2)\geq0$

$16-4a-8\geq0$

$8\geq4a$

4. 若函数 $f(x)=\frac{x^2+a}{x+1}$ 在 $x=1$ 处取极值，则实数 $a=$ ___3___.

$2x(x+1)-(x^2+a)$

$2x^2+2x-x^2-a=0$

$1+2=a$

5. 设函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}-t\left(x+2\ln x+\frac{3}{x}\right)$ 恰有两个极值点，则实数 t 的取值范围为 ________.

$12=3a$　4

二、选择题

$3x^2-3a=0$

6. 已知 $x=2$ 是函数 $f(x)=x^3-3ax+2$ 的极小值点，那么函数 $f(x)$ 的极大值为　(17)

$x^2=4$

A. 15；　B. 16；　C. 17；　D. 18.

7. 若函数 $y=f(x)$ 可导，则"$f'(x)=0$ 有实根"是"$f(x)$ 有极值"的　(A)

$\Leftarrow$

A. 必要不充分条件；　B. 充分不必要条件；

C. 充要条件；　D. 既不充分也不必要条件.

8. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2-x(x\in\mathbf{R})$，则下列结论中错误的是 (　　)

A. 函数 $f(x)$ 一定存在极大值和极小值；

B. 若函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,x_1)$，$(x_2,+\infty)$ 上是增函数，则 $x_2-x_1\geq\frac{2\sqrt{3}}{3}$；

C. 函数 $f(x)$ 的图像是中心对称图形；

D. 函数 $f(x)$ 的图像在点 $(x_0,f(x_0))(x_0\in\mathbf{R})$ 处的切线与 $f(x)$ 的图像必有两个不同的公共点.

三、解答题

$\frac{1-2x^2}{x}=0$　$x=\pm\frac{1}{2}\sqrt{2}$　-1

9. 已知函数 $f(x)=\ln x-x^2$.

求：(1) 求 $f(x)$ 在 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(2) 求 $f(x)$ 的极值点.

$f'(x)=\frac{1}{x}-2x$.

1) $f'(1)=-1$

$\therefore y+1=-1(x-1)$

2) $f(1)$ min $=-1$

$f(\frac{\sqrt{2}}{2})$ max (-1)

修正处

-2 $+2$

16 -16

10. 求下列函数的极值.

(1) $f(x)=x^3-12x$;

(2) $f(x)=x^3e^{-x}$.

1) $f'(x)=3x^2-12$

$\therefore f_{max}=f(-2)=16$

$f_{min}=f(2)=-16$

2) $f'(x)=3x^2e^{-x}+(-e^{-x})\cdot x^3$

11. 设函数 $f(x)=x^3-\frac{9}{2}x^2+6x-a$.

(1) 对于任意实数 x, $f'(x)\geqslant m$ 恒成立, 求实数 m 的最大值;

(2) 若方程 $f(x)=0$ 有且仅有一个实根, 求实数 a 的取值范围.

1) $f'(x)=3x^2-9x+6$

$\Rightarrow f'_{min}=-\frac{3}{4}$

$\therefore m\in$

$(-\infty,-\frac{3}{4}]$

2) $a\in(-\infty,2)\cup(\frac{5}{2},+\infty)$

四、能力拓展题

12. 已知函数 $f(x)=(x-a)^2(x-b)$ $(a,b\in\mathbf{R},a<b)$.

(1) 当 $a=1$, $b=2$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程;

(2) 设 x_1, x_2 是 $f(x)$ 的两个极值点, x_3 是 $f(x)$ 的一个零点, 且 $x_3\neq x_1$, $x_3\neq x_2$. 证明: 存在实数 x_4, 使得 x_1, x_2, x_3, x_4 按某种顺序排列后构成等差数列, 并求 x_4.