

# 第3课时 贝叶斯公式

修正处

$$P(A_i|B) =$$

$$\frac{P(A_i) \cdot P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^n P(A_j) \cdot P(B|A_j)}$$

## 一. 填空题

1. 对于事件  $A, B$  有以下结论:

①  $P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})$ ;

②  $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})$ ;

③ 一般地, 当  $0 < P(A) < 1$  且  $P(B) > 0$  时, 有  $P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})}$ .

请填上所有正确结论的序号 ① ②.

2. 设 5 支枪中有 2 支未经试射校正, 3 支已校正. 一射手用校正过的枪射击, 中靶率为 0.9, 用未校正过的枪射击, 中靶率为 0.4. 若任取一支枪射击, 结果未中靶, 则该枪未校正的概率为 0.8.

3. 用一项血液化验来鉴别某人是否患有一种疾病. 在患有此种疾病的人群中, 通过化验有 95% 的人呈阳性反应, 而健康的人通过化验也会有 1% 的人呈阳性反应. 某地区此种病的患者仅占人口的 0.5%. 若某人化验结果为阳性, 问此人确实患有此病的概率是 0.323. (精确到 0.001)

4. 已知一批产品中 96% 是合格品. 检查产品时, 一个合格品被误认为是次品的概率是 0.02, 一个次品被误认为是合格品的概率是 0.05, 则在检查后认为是合格品的产品确是合格品的概率为 0.988. (精确到 0.001)

5. 设甲、乙、丙三个地区爆发了某种流行病, 三个地区感染此病的比例分别为  $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}$ . 现从这三个地区任抽取一个人, 若此人感染此病, 则此人来自乙地区的概率是  $\frac{28}{87}$ .

## 二. 选择题

6. 一道考题有 4 个答案, 要求学生将其中的一个正确答案选择出来. 某考生知道正确答案的概率为  $\frac{1}{3}$ , 而乱猜正确的概率为  $\frac{2}{3}$ . 在乱猜时, 4 个答案都有机会被他选择, 如果他答对了, 则他确实知道正确答案的概率是 (C)

- A.  $\frac{1}{4}$ ;      B.  $\frac{1}{3}$ ;      C.  $\frac{2}{3}$ ;      D.  $\frac{3}{4}$ .

7. 某快递公司为某客户运送水果, 共装有 10 个纸箱, 其中 5 箱苹果, 2 箱菠萝, 3 箱猕猴桃. 到目的地时发现丢失一箱, 但不知丢失哪一箱. 现从剩下 9 箱中随机打开一箱, 结果是苹果, 则丢失的一箱也是苹果的概率为 (C)

- A.  $\frac{2}{9}$ ;      B.  $\frac{1}{3}$ ;      C.  $\frac{4}{9}$ ;      D.  $\frac{5}{9}$ .

8. 在某一季节, 疾病  $D_1$  的发病率为 2%, 患者中 40% 表现出症状  $S$ ; 疾病  $D_2$  的发病率为 5%, 患者中 18% 表现出症状  $S$ ; 疾病  $D_3$  的发病率为 0.8%, 患者中 60% 表现出症状  $S$ . 则以下结论中错误的是

- (D)
- A. 任意一位患者有症状  $S$  的概率为 0.02;
  - B. 患者有症状  $S$  时患疾病  $D_1$  的概率为 0.4;
  - C. 患者有症状  $S$  时患疾病  $D_2$  的概率为 0.15;
  - D. 患者有症状  $S$  时患疾病  $D_3$  的概率为 0.25.

### 三、解答题

9. 已知男性中有 5% 患色盲, 女性中有 0.25% 患色盲, 从 100 个男性和 100 个女性中任选一人.

- (1) 求此人患色盲的概率;
- (2) 如果此人是色盲, 求此人是男性的概率.

$$1) P(B) = \frac{1}{2} \cdot 0.05 + \frac{1}{2} \cdot 0.0025 = 0.02625$$

$$2) P(A|B) = \frac{20}{21}$$

10. 某人去某地参加会议, 他乘火车、轮船、汽车或飞机的概率分别为 0.2、0.1、0.3、0.4. 如果他乘火车、轮船、汽车去, 迟到的概率分别为  $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{12}$ 、 $\frac{1}{4}$ , 乘飞机不会迟到. 结果他迟到了, 求他乘汽车去的概率.

$$P(B) = 0.2 \times \frac{1}{3} + 0.1 \times \frac{1}{12} + 0.3 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{20}$$

$$P(A|B) = \frac{1}{5}$$



11. 某新能源企业所用的元件是由三家元件制造厂提供的, 根据以往记录有如下表的数据:

元件制造厂	次品率	提供元件的份额
1	0.02	0.15
2	0.01	0.80
3	0.03	0.05

设这三家元件制造厂的元件在仓库中是均匀混合的, 且无区别的标志.

- (1) 在仓库中随机地取一只元件, 求它是次品的概率;  
 (2) 在仓库中随机地取一只元件, 若已知取到的是次品, 为分析此次品出自何厂, 求此次品出自三家工厂生产的概率分别是多少?

$$1) P(B) = 0.15 \times 0.02 + 0.8 \times 0.01 + 0.05 \times 0.03 = 0.0125$$

$$2) P(A_1|B) = 0.24 \quad P(A_2|B) = 0.64$$

$$P(A_3|B) = 0.12$$

#### 四、能力拓展题

12. 一纸箱中原来装有 10 件产品, 其中一等品 5 件, 二等品 3 件, 三等品 2 件, 若取走一件产品, 但不知是几等品, 然后从纸箱中任取 2 件产品, 结果都是一等品, 求取走的也是一等品的概率.