

5.3 导数的应用

第1课时 利用导数研究函数的单调性

一、填空题

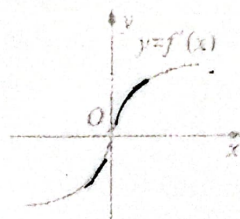
1. 函数 $y = 3x - x^3$ 的单调增区间为 $(-1, 1)$:

2. 函数 $f(x) = x + \frac{b}{x}$ ($b > 0$) 的单调减区间为 $(-\sqrt{b}, 0) \cup (0, \sqrt{b})$:

3. 若 $a = \frac{\ln 4}{4}$, $b = \frac{\ln 5.3}{5.3}$, $c = \frac{\ln 6}{6}$, 则 a, b, c 的大小是 $a > b > c$:

4. 若函数 $f(x) = x^2 - m \ln x$ 在 $(0, 1]$ 上为严格减函数, 则实数 m 的取值范围是 $(2, +\infty)$:

5. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(4) = f(-2) = 1$, $f'(x)$ 为其导函数, 且导函数 $y = f'(x)$ 的图像如图所示, 则 $f(x) < 1$ 的解集是 $(-\infty, -2) \cup (0, 4)$:



(第5题图)

二、选择题

6. 已知函数 $f(x)$ 是区间 (a, b) 上的可导函数, 且导函数为 $f'(x)$, 则“对任意的 $x \in (a, b)$, $f'(x) > 0$ ”是“ $f(x)$ 在 (a, b) 上为严格增函数”的

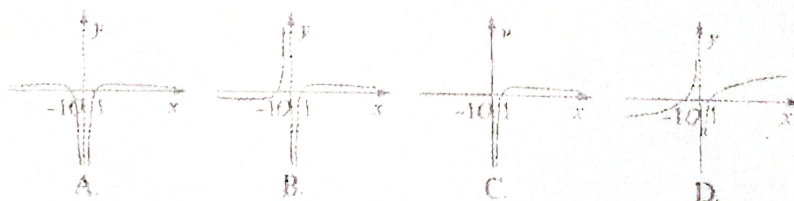
A. 充分不必要条件;

B. 必要不充分条件;

C. 充要条件;

D. 既不充分也不必要条件.

7. 函数 $f(x) = \frac{\ln x^2}{x}$ 的大致图像是



8. 函数 $f(x) = 2\cos x + \sin 2x$ 的一个单调减区间是

A. $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2})$;

B. $(0, \frac{\pi}{6})$;

C. $(\frac{\pi}{2}, \pi)$;

D. $(\frac{5\pi}{6}, \pi)$.

三、解答题

9. 已知函数 $f(x) = kx^3 + 3(k-1)x^2 - k^2 + 1$ ($k > 0$).

(1) 若 $f(x)$ 的单调减区间是 $(0, 4)$, 求实数 k 的值;

(2) 若 $f(x)$ 在 $(0, 4)$ 上为严格减函数, 求实数 k 的取值范围.

1) $f'(x) = 3kx^2 + 6(k-1)x$
 $f'(4) < 0$
 $\Rightarrow k < \frac{1}{3}$