284.4
@IUL

复习与小结(1)

修正处

一、填空题

1. 已知 a、b、c 分别是△ABC 的三边，且 $a=4$，$b=9$，c 是 a、b 的等比中项，则 $c=$ 6 .

a_5　　$4a_1+38d=30$

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_6+a_9+a_{12}+a_{15}=30$，则前 20 项之和 $S_{20}=$ 150 .

3. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n=n^2+n+1$，则 $a_n=$ $2n$.

4. 若 $2^a=3$，$2^b=6$，$2^c=12$，则三数 a，b，c 能组成 等差 数列.（填"等差"或"等比"）

5. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=33$，$a_{n+1}-a_n=2n$，则 $\frac{a_n}{n}$ 的最小值为 $a_6=\frac{21}{2}$.

$a_n-a_{n-1}=2n-2$

$a_{n+1}-a_1=2n+2(n-1)+\cdots+2$

$a_n-a_1=2(1+\cdots+n-1)$

$=2\cdot\frac{(1+n-1)}{2}(n-1)$

$=n(n-1)$

$a_n=n^2-n+33$

二、选择题

6. 若等差数列 $\{a_n\}$ 中，前 n 项和 $S_n=n^2-15n$，则使 S_n 为最小值的 n 是 （ C ）

A. 7；　　B. 8；　　C. 7 或 8；　　D. 9.

7. 若 $\{a_n\}$ 是公比为 q ($q\neq1$) 的等比数列，则以下数列：①$\{2^{a_n}\}$，②$\{a_n^2\}$，③$\left\{\frac{1}{a_n^2}\right\}$，④$\{2a_n\}$ 中，等比数列的个数是 （ C ）

A. 1 个；　　B. 2 个；　　C. 3 个；　　D. 4 个.

8. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_{n+1}^2}{a_n^2}=p$ (p 为常数，$n\in N$，$n\geq1$)，则称 $\{a_n\}$ 为"等方比数列". 甲：数列 $\{a_n\}$ 是等方比数列；乙：数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，则 （ B ）

A. 甲是乙的充分非必要条件；

B. 甲是乙的必要非充分条件；

C. 甲是乙的充要条件；

D. 甲是乙的既非充分也非必要条件.

三、解答题

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{3n(41-n)}{2}$，求数列 $\{|a_n|\}$ 的前 30 项和.

$a_1=S_1=60$　　$S_{30}=765$

$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{3(n^2-2n+42)}{2}$

$\frac{a_1+a_{20}}{2}$

$20a_1+\frac{19}{2}d$

$n^2+n+1-(n-1)^2-(n-1)$

-1

$n^2+n-n^2+2n-1-n+1$

$2n$

$-42n$

$42n-n^2$

$-42+n$

$41n-n^2$

$\frac{3n(41-n)}{2}$

$-\frac{3(n-1)(41-n+1)}{2}$

$=\frac{3}{2}(-2n+42+n^2)$

$=$

$a_1 + a_2 = \frac{1}{2}(a_2 + \frac{1}{a_2})$

10. 在数列$\{a_n\}$中，已知$a_n>0$，$S_n=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{1}{a_n}\right)$（$n\in N$，$n\geq 1$）。

（1）计算a_1，a_2，a_3的值；

（2）猜想a_n的表达式，并用数学归纳法证明。

1) $a_1 = S_1 = \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{2a_1}$

$a_1 = 1$

$a_2 = \sqrt{2} - 1$

$a_3 = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

2) $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}$

11. 有纯酒精 20 mL，倒出 3 mL 后以水补足 20 mL，然后再倒出 3 mL，再以水补足 20 mL，如此继续下去，至少反复操作多少次，方能使酒精浓度降到 30%以下？

浓度 $= \frac{20-3x}{20} \leq 30\%$

$x \geq 5.74$

∴ 至少 5 次

四、能力拓展题

12. 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_{n+1}=pS_n+q$（p，q为常数，$n\in N$，$n\geq 1$），又$a_1=2$，$a_2=1$，$a_3=q-3p$。

（1）求p，q的值；

（2）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（3）计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n+4^n\cdot 2}{3^n a_n-4^n}$。

1) $S_1 = 2$

$S_2 = 3$

$S_3 = 3 + q - 3p$

$\begin{cases} 3 = 2p + q \\ 3 + q - 3p = 3p + q \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} p = \frac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases}$

2) $a_n = 2 \cdot (\frac{1}{2})^{n-1}$

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n + 4^n \cdot 2}{3^n a_n - 4^n}$

$= -2$

修正栏

$(\sqrt{2}-1)+a_2 = \frac{1}{2}a_2 + \frac{1}{2a_2}$

$2a_1a_2 + a_2^2 = 1$

$a_2^2 + 2a_1a_2 - 1 = 0$

$2q - p \quad q - 2p$

$2, 1, \frac{1}{2}$