第3课时　简单复合函数的导数

-8.

一、填空题

1. 已知函数 $y=(2020-8x)^3$，则 $y'=$ $-24(2020-8x)^2$

2. 已知函数 $y=\sqrt{4x-3}$，则 $y'=$ $2(4x-3)^{-\frac{1}{2}}$.

3. 设曲线 $y=e^{ax}$ 在点 $(0,1)$ 处的切线与直线 $x+2y+1=0$ 垂直，则 $a=$ $-\frac{1}{2}$

4. 已知函数 $y=\frac{\cos 2x}{e^x}$，则 $y'=$ $\frac{\cancel{e^x\cos}-2\sin x\cdot e^x-e^x\cos 2x}{(e^x)^2}$.

5. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=\ln(ax-1)$，若 $f'(2)=2$，则实数 a 的值为 故 $\frac{2}{3}$　　$f'(x)=a\cdot\frac{1}{ax-1}$.

二、选择题

6. 曲线 $y=e^{4x}-x-2$ 在点 $x=0$ 处的切线方程是 (D)　$(0,-1)$

A. $3x+y+1=0$;　　B. $3x+y-1=0$;

C. $3x-y+1=0$;　　D. $3x-y-1=0$.

7. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=1+(1+x)+(1+x)^2+(1+x)^3+\cdots+(1+x)^n$，则 $f'(0)$ 的值为 (~~A~~B)

A. n;　　B. $n-1$;

C. $\frac{n(n-1)}{2}$;　　D. $\frac{n(n+1)}{2}$.

8. 已知函数 $y=f(x)$，定义方程 $f(x)=f'(x)$ 的实数根 x_0 为函数 $f(x)$ 的"新驻点"，若函数 $y=x^2+1$，$y=\ln(x+2)$，$y=\cos x\ [x\in(0,\pi)]$ 的"新驻点"分别为 a,b,c，则 a,b,c 的大小关系为 (C)

A. $a<b<c$;　　B. $a<c<b$;　　C. $b<a<c$;　　D. $b<c<a$.

三、解答题

9. 求下列函数的导数.

(1) $y=e^{2x+1}$;

(2) $y=\frac{1}{(2x-1)^3}$.

1) $f(x)=e^{u}$

$u(x)=2x+1$

$f'(x)=(e^{u})'(2x+1)'$

$=2e^{2x+1}$

2) $f(x)=(u)^{-3}$

$u(x)=2x-1$

$f'(x)=((u)^{-3})'\cdot(2x-1)'$

$=-6(2x-1)^{-4}$

修正处

对 $y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$.

$\cancel{ae^{ax}=}$ $a=-\frac{1}{2}$

$\frac{a}{2a-1}=2$

$a=4a-2$

$4e^{4x}-1=3$

$y+1=3x$

$3x-y-1=0$

$\ln(x+2)$

$a+$

$(2a-2)x-y$ ~~$=2a-2$~~

$-2a+2+a=0$

a

$$\frac{|-a+2|}{\sqrt{(2a-2)^2+1}}=\frac{1}{4}$$

$$4(a-2)^2=\frac{\cancel{4a^2}}{4(a-1)^2+1}$$

$$\cancel{4}(a^2-4a+4)=\cancel{4}(a^2-2a+1)+1$$

$$-\cancel{16}a+16=-\cancel{8}a+5$$

$$-8a=-11$$

10. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=ax^2+2\ln(2-x)$（$a\in R$），设曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线为 l，若直线 l 与圆 $C: x^2+y^2=\frac{1}{4}$ 相切，求实数 a 的值.

修正处

$$f'(x)=2ax-2\frac{1}{2-x} \Rightarrow f'(1)=2a-2$$

$\therefore$ ~~$y=(2a-2)(x-a)x$~~ $y-a=(2a-2)(x-1)$

$$\Rightarrow h=\frac{1}{4} \Rightarrow a=\frac{11}{8}$$

11. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=ae^x\ln x+\frac{be^{x-1}}{x}$.

（1）求导数 $f'(x)$；

（2）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程为 $y=e(x-1)+2$，分别求实数 a、b 的值.

$$1)\ f'(x)=ae^x\ln x+ae^x\cdot\frac{1}{x}+b\left(\frac{x\cdot e^{x-1}-e^{x-1}\cdot 1}{x^2}\right)$$

$$2)\ f'(1)斜k \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b\in R \end{cases}$$

$ae+b$ ~~$x=1$~~

$ae=e$

四、能力拓展题

12. 已知函数 $y=f(x)$，其中 $f(x)=3x+\cos 2x+\sin 2x$，$f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，且 $a=f'(\frac{\pi}{4})$，求过曲线 $y=x^3$ 上一点 $P(a,b)$ 的切线方程.

$$f'(x)=3-2\sin 2x+2\cos 2x$$

$a=1$

$\therefore P(1,1)$

$\therefore f'(x)=3x^2$

$\therefore y-1=3(x-1)$