

## 第7章 概率初步(续)

### 7.1 条件概率与相关公式

#### 第1课时 条件概率

修正处

##### 一、填空题

1. 设  $A$ 、 $B$  为两个事件.

①在已知事件  $B$  发生的条件下,事件  $A$  发生的概率,称为事件  $A$  基于条件  $B$  的概率,记为  $P(A|B)$ ;

② $P(A|B)$ 是一个数值,满足  $0 \leq P(A|B) \leq 1$ ;

③ $P(A|B)$ 与  $P(B|A)$ 的意义相同;

④当  $P(B) > 0$  时,  $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ;

⑤ $P(B|A) = P(A \cap B)$ ;

⑥ $P(A|A) = 0$ .

以上各项中所有正确的结论序号为\_\_\_\_\_.

2. 已知  $P(A|B) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{1}{3}$ , 则  $P(A \cap B) =$ \_\_\_\_\_.

3. 三张奖券中只有一张能中奖,现分别由三名同学无放回地抽取.

(1)最后一名同学抽到中奖奖券的概率是\_\_\_\_\_;

(2)若已经知道第一名同学没有抽到中奖奖券,则最后一名同学抽到奖券的概率是\_\_\_\_\_.

4. 某射击选手射击一次击中 10 环的概率是  $\frac{4}{5}$ , 连续两次均击中 10

环的概率是  $\frac{1}{2}$ , 已知该选手某次击中 10 环, 则随后一次击中 10

环的概率是\_\_\_\_\_.

5. 从编号为 1, 2, ..., 10 的 10 个大小与质地相同的球中任取 4 个, 已知取出 4 号球的条件下, 取出球的最大号码为 6 的概率为\_\_\_\_\_.

##### 二、选择题

6. 某人一周晚上值班 2 次, 在已知他周日一定值班的条件下, 他在周六晚上值班的概率为(假设此人哪天值班是等可能的) ( )

A.  $\frac{1}{3}$ ;

B.  $\frac{1}{6}$ ;

C.  $\frac{1}{5}$ ;

D.  $\frac{1}{7}$ .

7. 已知盒中装有 3 只螺口灯泡与 7 只卡口灯泡, 这些灯泡的外形与功率都相同且灯头向下放着, 现需要一只卡口灯泡, 电工师傅每次从中任取一只并不放回, 则在他第 1 次抽到的是螺口灯泡的条件下, 第 2 次抽到的是卡口灯泡的概率为 ( )

- A.  $\frac{2}{9}$ ;      B.  $\frac{3}{10}$ ;      C.  $\frac{7}{9}$ ;      D.  $\frac{7}{8}$ .

8. 从 1、2、3、4、5 中任取 2 个不同的数, 事件 A 表示“取到的 2 个数之和为偶数”, 事件 B 表示“取到的 2 个数均为偶数”, 则  $P(B|A)$  等于 ( )

- A.  $\frac{1}{8}$ ;      B.  $\frac{1}{4}$ ;      C.  $\frac{2}{5}$ ;      D.  $\frac{1}{2}$ .

### 三、解答题

9. 抛掷一枚质地均匀的硬币两次.

(1) 两次都是正面向上的概率是多少?

(2) 在已知有一次出现正面向上的条件下, 两次都是正面向上的概率是多少?

(3) 在第一次出现正面向上的条件下, 第二次出现正面向上的概率是多少?

10. 某地区气象台统计, 该地区下雨的概率为  $\frac{4}{15}$ , 刮风的概率为  $\frac{2}{15}$ ,

既刮风又下雨的概率是  $\frac{1}{10}$ , 设下雨为事件 A, 刮风为事件 B. 求:

(1)  $P(A|B)$ ;

(2)  $P(B|A)$ .

11. 从一副不含大小王的 52 张扑克牌中随机取出一张, 用  $A$  表示取出的牌是  $Q$ , 用  $B$  表示取出的牌是红桃, 试计算  $P(A|B)$ .

#### 四、能力拓展题

12. 设某种灯管使用了 500 h 还能继续使用的概率是 0.94, 使用到 700 h 还能继续使用的概率是 0.87, 问已经使用了 500 h 的一个此种灯管还能继续使用到 700 h 的概率是多少?

## 第2课时 全概率公式

修正处

### 一、填空题

1. 某保险公司把被保险人分为3类：“谨慎的”“一般的”“冒失的”. 统计资料表明,这3类人在一年内发生事故的概率依次为0.05, 0.15和0.30. 如果“谨慎的”被保险人占20%，“一般的”被保险人占50%，“冒失的”被保险人占30%，则一个被保险人在一年内出事故的概率是\_\_\_\_\_.
2. 两批相同的产品分别有12件和10件,每批产品中各有1件废品,现在先从第1批产品中任取1件放入第2批中,然后从第2批中任取1件,则取到废品的概率为\_\_\_\_\_.
3. 设袋中共有10个大小与质地相同的球,其中2个红球,其余为白球,两人分别从袋中任取一球,则第二个人取得红球的概率为\_\_\_\_\_. (第一人取出的球不放回)
4. 某小组有20名射手,其中1、2、3、4级射手分别为2、6、9、3名. 若选1、2、3、4级射手参加比赛,则在比赛中射中目标的概率分别为0.85、0.64、0.45、0.32. 今随机选一人参加比赛,则该小组比赛中射中目标的概率为\_\_\_\_\_.
5. 播种用的一等小麦种子中混有2%的二等种子、1.5%的三等种子、1%的四等种子. 用一、二、三、四等种子结出的穗含有50颗以上麦粒的概率分别为0.5、0.15、0.1、0.05,这批种子所结的穗含有50颗以上麦粒的概率为\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

6. 袋中有大小与质地相同的 $a$ 个白球和 $b$ 个黑球,不放回摸球两次,问第二次摸出白球的概率为 ( )  
A.  $\frac{a}{a+b}$ ; B.  $\frac{b}{a+b}$ ;  
C.  $\frac{a}{b}$ ; D.  $\frac{b}{a}$ .
7. 已知事件 $A$ 、 $B$ ,且 $P(A)=\frac{1}{3}$ , $P(B|A)=\frac{1}{5}$ , $P(B|\bar{A})=\frac{2}{5}$ ,则 $P(B)$ 等于 ( )  
A.  $\frac{3}{5}$ ; B.  $\frac{1}{3}$ ; C.  $\frac{1}{5}$ ; D.  $\frac{1}{15}$ .
8. 已知甲袋中有6个红球,4个白球;乙袋中有8个红球,6个白球,这些球的大小与质地相同. 随机取一只袋子,再从该袋中随机取一个球,则该球是红球的概率是 ( )  
A.  $\frac{41}{70}$ ; B.  $\frac{7}{12}$ ; C.  $\frac{4}{7}$ ; D.  $\frac{1}{2}$ .

### 三、解答题

9. 甲、乙两个口袋中各有大小与质地相同的 3 只白球、2 只黑球. 从甲口袋中任取一球放入乙口袋中, 求再从乙口袋中取出一球为白球的概率.
10. 设有两箱同一种商品: 第一箱内装 50 件, 其中 10 件优质品; 第二箱内装 30 件, 其中 18 件优质品. 现在随机地打开一箱, 然后从箱中随意取出一件, 求取到优质品的概率.
11. 两台机床加工同样的零件, 第一台的废品率为 0.04, 第二台的废品率为 0.07, 加工出来的零件混放, 并设第一台加工的零件是第二台加工零件的 2 倍, 现任取一零件, 求它是合格品的概率.

### 四、能力拓展题

12. 甲、乙、丙三人同时对飞机进行射击, 三人击中的概率分别为 0.4、0.5、0.7. 飞机被一人击中且击落的概率为 0.2, 被两人击中且击落的概率为 0.6, 若三人都击中, 飞机必定被击落, 求飞机被击落的概率.

### \* 第3课时 贝叶斯公式

修正处

#### 一、填空题

1. 对于事件  $A, B$  有以下结论:

$$\textcircled{1} P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B});$$

$$\textcircled{2} P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A});$$

$$\textcircled{3} \text{一般地, 当 } 0 < P(A) < 1 \text{ 且 } P(B) > 0 \text{ 时, 有 } P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})}.$$

请填上所有正确结论的序号\_\_\_\_\_.

2. 设 5 支枪中有 2 支未经试射校正, 3 支已校正. 一射手用校正过的枪射击, 中靶率为 0.9, 用未校正过的枪射击, 中靶率为 0.4. 若任取一支枪射击, 结果未中靶, 则该枪未校正的概率为\_\_\_\_\_.

3. 用一项血液化验来鉴别某人是否患有一种疾病. 在患有此种疾病的人群中, 通过化验有 95% 的人呈阳性反应, 而健康的人通过化验也会有 1% 的人呈阳性反应. 某地区此种病的患者仅占人口的 0.5%. 若某人化验结果为阳性, 问此人确实患有此病的概率是\_\_\_\_\_. (精确到 0.001)

4. 已知一批产品中 96% 是合格品, 检查产品时, 一个合格品被误认为是次品的概率是 0.02, 一个次品被误认为是合格品的概率是 0.05, 则在检查后认为是合格品的产品确是合格品的概率为\_\_\_\_\_. (精确到 0.001)

5. 设甲、乙、丙三个地区爆发了某种流行病, 三个地区感染此病的比例分别为  $\frac{1}{7}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}$ . 现从这三个地区任抽取一个人, 若此人感染此病, 则此人来自乙地区的概率是\_\_\_\_\_.

#### 二、选择题

6. 一道考题有 4 个答案, 要求学生将其中的一个正确答案选择出来. 某考生知道正确答案的概率为  $\frac{1}{3}$ , 而乱猜正确的概率为  $\frac{2}{3}$ . 在乱猜时, 4 个答案都有机会被他选择, 如果他答对了, 则他确实知道正确答案的概率是 ( )

$$\text{A. } \frac{1}{4}; \quad \text{B. } \frac{1}{3}; \quad \text{C. } \frac{2}{3}; \quad \text{D. } \frac{3}{4}.$$

7. 某快递公司为某客户运送水果, 共装有 10 个纸箱, 其中 5 箱苹果、2 箱菠萝、3 箱猕猴桃. 到目的地时发现丢失一箱, 但不知丢失哪一箱. 现从剩下 9 箱中随机打开一箱, 结果是苹果, 则丢失的一箱也是苹果的概率为 ( )

$$\text{A. } \frac{2}{9}; \quad \text{B. } \frac{1}{3}; \quad \text{C. } \frac{4}{9}; \quad \text{D. } \frac{5}{9}.$$

8. 在某一季节, 疾病  $D_1$  的发病率为 2%, 患者中 40% 表现出症状  $S$ ; 疾病  $D_2$  的发病率为 5%, 患者中 18% 表现出症状  $S$ ; 疾病  $D_3$  的发病率为 0.5%, 患者中 60% 表现出症状  $S$ . 则以下结论中错误的是 ( )

- A. 任意一位患者有症状  $S$  的概率为 0.02;
- B. 患者有症状  $S$  时患疾病  $D_1$  的概率为 0.4;
- C. 患者有症状  $S$  时患疾病  $D_2$  的概率为 0.45;
- D. 患者有症状  $S$  时患疾病  $D_3$  的概率为 0.25.

### 三、解答题

9. 已知男性中有 5% 患色盲, 女性中有 0.25% 患色盲, 从 100 个男性和 100 个女性中任选一人.

(1) 求此人患色盲的概率;

(2) 如果此人是色盲, 求此人是男性的概率.

10. 某人去某地参加会议, 他乘火车、轮船、汽车或飞机的概率分别为 0.2、0.1、0.3、0.4. 如果他乘火车、轮船、汽车去, 迟到的概率分别为  $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{12}$ 、 $\frac{1}{4}$ , 乘飞机不会迟到. 结果他迟到了, 求他乘汽车去的概率.

11. 某新能源企业所用的元件是由三家元件制造厂提供的, 根据以往记录有如下表的数据:

元件制造厂	次品率	提供元件的份额
1	0.02	0.15
2	0.01	0.80
3	0.03	0.05

设这三家元件制造厂的元件在仓库中是均匀混合的, 且无区别的标志.

- (1) 在仓库中随机地取一只元件, 求它是次品的概率;
- (2) 在仓库中随机地取一只元件, 若已知取到的是次品, 为分析此次品出自何厂, 求此次品出自三家工厂生产的概率分别是多少?

四、能力拓展题

12. 一纸箱中原来装有 10 件产品, 其中一等品 5 件, 二等品 3 件, 三等品 2 件, 若取走一件产品, 但不知是几等品, 然后从纸箱中任取 2 件产品, 结果都是一等品, 求取走的也是一等品的概率.