

椭圆双曲线抛物线课后练习汇总

1. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 $A(-1,0)$ 和点 $C(1,0)$, 若边 $a > b > c$, 且满足

$2\sin B = \sin A + \sin C$, 求顶点 B 的轨迹方程.



$$\therefore A \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

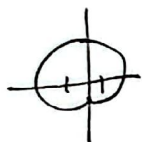
$\therefore B$ 轨迹为椭圆.

$$\therefore 2b = a + c$$

$$\therefore B: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \quad (x \neq \pm 1)$$

$$\therefore BC + AB = 2R$$

2. 已知点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的点, 点 F_1, F_2 是椭圆的两个焦点.



(1) 若 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$, 求 $S_{\triangle F_1PF_2}$;

(2) 若 $\triangle F_1PF_2$ 的面积为 9, 求 $\angle F_1PF_2$ 的大小.

$$1) S = \frac{1}{2} b^2 \tan \frac{\alpha}{2} \\ = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \tan 30^\circ \\ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$2) S = \frac{1}{2} b^2 \tan \frac{\alpha}{2} \\ \therefore \alpha = \frac{1}{2} \pi$$

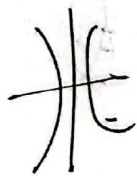
3. 如果方程 $\frac{x^2}{m+2} - \frac{y^2}{m+1} = 1$ 表示焦点在 y 轴上的双曲线, 求实数 m 的取值范围.

1~

$$\begin{cases} m+1 < 0 \\ m+2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{y^2}{-m-1} - \frac{x^2}{-m-2} = 1$$

$$\therefore \begin{cases} -m-1 > 0 \\ -m-2 > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in (-\infty, -2)$$

4. 已知双曲线经过点 $(1, 1)$, 其渐近线方程为 $y = \pm \sqrt{2}x$, 求此双曲线的方程.



$$\text{设 } y^2 - 2x^2 = \lambda$$

$$\text{将 } (1, 1) \text{ 代入}$$

$$\therefore \lambda = -1$$

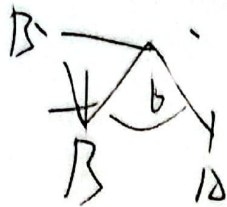
$$\therefore y^2 - 2x^2 = -1$$

5. 已知离心率为 $\frac{5}{3}$ 的双曲线与椭圆 $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{15} = 1$ 有公共焦点, 求此双曲线方程.

$$C(15, 0)$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{5}{3} \\ a^2 + c^2 = 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \\ c=5 \end{cases}$$

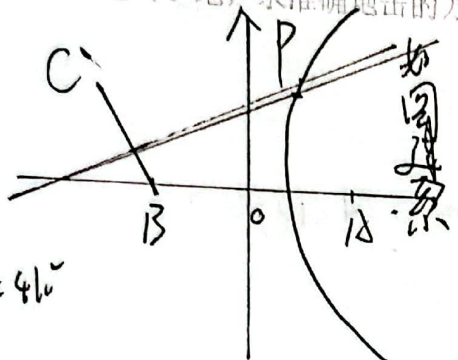
$$\therefore \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$



$$\begin{pmatrix} -1.07 \\ -4.1\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3.00 \\ 8.5\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

6. A、B、C 是我方三个炮兵阵地，A 地在 B 地的正东，相距 6km；C 地在 B 地的北偏西 30° ，相距 4km。P 为敌方炮兵阵地，某时刻 A 地发现 P 地某种信号，12s 后 B、C 两地才同时发现这种信号（该信号的传播速度为 0.333 km/s）。若从 A 地炮击 P 地，求准确炮击的方位角。（结果精确到 1° ）



据题意， $PA=PB=PC$ $PA=PC$, $PB-PA=4$.

$$\therefore \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$$

$$\therefore P(8, 5\sqrt{3})$$

$$\therefore P(x, y)$$

$$\therefore \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(x-6)^2+y^2}$$

$$\therefore \text{step}$$

12s 前. 2.6km/s 10°

$$2-2.6t = 4.6$$

7. 若抛物线 $y^2 = 2x$ 上的 A、B 两点到焦点 F 的距离之和是 5，求线段 AB 的中点的横坐标。设 $AB: y = kx + t$

$$\therefore \begin{cases} y^2 = 2x \\ y = kx + t \end{cases} \Rightarrow y^2 = \frac{y^2}{k^2} \Rightarrow \frac{y^2}{k^2} = \frac{y^2}{k^2}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{2kt}{k^2}$$

$$x_1 + x_2 = 4$$

$$\therefore x_1 + x_2 + 1 = 5 \Rightarrow \frac{2kt}{k^2} + 1 = 5 \Rightarrow \frac{2kt}{k^2} = 4 \Rightarrow \frac{kt}{k} = 2 \Rightarrow t = 2$$

$$3b = -6$$

8. 求以坐标原点为顶点，以 y 轴为对称轴，并经过点 P(-6, -3) 的抛物线的标准方程。设 $x^2 = -2py$ (p>0)

$$\therefore x^2 = -12y$$

9. 已知直线 $y = kx - 4$ 与抛物线 $y^2 = 8x$ 有且只有一个公共点，求实数 k 的值。

$$\begin{cases} y = kx - 4 \\ y^2 = 8x \end{cases} \Rightarrow k^2x^2 - 8kx + 16 = 0$$

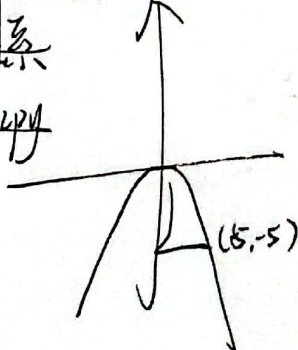
$$\Delta = 0 \Rightarrow 64k^2 - 64k^2 = 0 \Rightarrow k = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ or } -\frac{1}{2}$$

10. 已知一隧道的顶部是抛物拱形，拱高是 5m，跨度为 10m。建立适当的平面直角坐标系，求此拱形所在的抛物线方程。



$$\therefore x^2 = -4y$$



$$\therefore p = \frac{5}{2}$$