

## (二十三) B 卷

### 一、选择题

1. 以椭圆  $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$  的右焦点为圆心, 且与双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  的渐近线相切的圆的方程是( ).
- (A)  $x^2 + y^2 - 10x + 9 = 0$  (B)  $x^2 + y^2 - 10x - 9 = 0$   
(C)  $x^2 + y^2 + 10x - 9 = 0$  (D)  $x^2 + y^2 + 10x + 9 = 0$
2. 若直线  $y = kx + 2$  与双曲线  $x^2 - y^2 = 6$  的右支交于不同两点, 则  $k$  的取值范围为( ).
- (A)  $\left(-\frac{\sqrt{15}}{3}, \frac{\sqrt{15}}{3}\right)$  (B)  $\left(0, \frac{\sqrt{15}}{3}\right)$   
(C)  $\left(-\frac{\sqrt{15}}{3}, -1\right)$  (D)  $\left(-\frac{\sqrt{15}}{3}, 0\right)$
3. 设双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  和  $-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的四个顶点顺次连接而成的四边形面积为  $S_1$ , 顺次连接其四个焦点的四边形的面积为  $S_2$ , 则  $\frac{S_1}{S_2}$  的最大值为( ).
- (A) 2 (B) 4 (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{2}$
4. 一个正三角形的三个顶点都在双曲线  $x^2 - ay^2 = 1$  的右支上, 其中一个顶点与双曲线的右顶点重合, 则实数  $a$  的取值范围为( ).
- (A)  $a > 3$  (B)  $3 < a < 4\sqrt{3}$  (C)  $0 < a < 3$  (D)  $a > 4\sqrt{3}$

### 二、填空题

5. 已知双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ ,  $P$  是双曲线上一点, 若  $|PF_1| \cdot |PF_2| = 32$ , 则  $\angle F_1PF_2 =$  \_\_\_\_\_.
6. 若直线  $kx + y - 1 = 0$  与双曲线  $2x^2 - y^2 = 1$  有两个不同的公共点, 则实数  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
7. 若圆经过双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  的一个顶点和一个焦点, 且圆心在双曲线上, 则圆心到双曲线中心的距离等于 \_\_\_\_\_.
8. 以双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$  的左焦点为圆心, 且与直线  $y = x$  相切的圆的方程为 \_\_\_\_\_.
9. 若双曲线  $x^2 - y^2 = 1$  与圆  $(x-1)^2 + y^2 = a^2$  ( $a > 0$ ) 恰有三个不同的公共点, 则  $a$  的值是 \_\_\_\_\_.
10. 已知双曲线方程为  $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ , 那么它的焦距是 \_\_\_\_\_.

### 三、简答题

11. 求双曲线  $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$  中斜率为  $-2$  的平行弦中点的轨迹方程.

12. 已知焦点在  $x$  轴上的双曲线上一点  $P$ , 到双曲线两个焦点的距离分别为  $4$  和  $8$ , 直线  $y = x - 2$  被双曲线截得的弦长为  $20\sqrt{2}$ , 求此双曲线的标准方程.

13. 已知双曲线  $C$  的两条渐近线经过原点, 并且与圆  $M: (x - \sqrt{2})^2 + y^2 = 1$  相切, 双曲线  $C$  的一个顶点  $A$  的坐标为  $(0, \sqrt{2})$ , 求双曲线  $C$  的方程.

14. 已知直线  $l: y = ax + 1$  与双曲线  $C: 3x^2 - y^2 = 1$  相交于  $A, B$  两点. 求:

(1)  $a$  的取值范围;

(2) 当  $a$  为何取值范围时,  $A, B$  分别在双曲线的两支上;

(3) 当  $a$  为何取值范围时,  $A, B$  在双曲线的同一支上.