第4章 动态电磁场I：基本理论与准静态电磁场

- 动态电磁场基本方程
- 不同媒质分界面上的边界条件
- 时谐电磁场•相量形式的基本方程

4.1 动态电磁场基本方程

电场、磁场矢量不仅是空间坐标的函数，而且是时间的函数，这样的场称为时变电磁场。

在时变电磁场中，变化的电场产生磁场，变化的磁场产生电场，电场与磁场相互依存构成统一的电磁场。

电场与磁场互相依存、互相制约，已不可能如前面三种静态场那样分别进行研究，而必须在一起进行统一研究。

4.1.1 动态电磁场基本方程

- 动态电磁场基本方程：**Maxwell's equations**

  1. 积分形式

$$\oint_l \vec{H} \bullet \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{J}_c + \vec{J}_v + \vec{J}_D\right) \bullet \mathrm{d}\vec{S}$$ 全电流定律

$$\oint_l \vec{E} \bullet \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \bullet \mathrm{d}\vec{S}$$ 电磁感应定律

$$\oint_S \vec{D} \bullet \mathrm{d}\vec{S} = \sum q$$ 电场中的高斯定理

$$\oint_S \vec{B} \bullet \mathrm{d}\vec{S} = 0$$ 磁通连续性原理

/磁场中的高斯定理

2. 微分形式

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} = \left.\begin{matrix} \vec{J}_c \\ \vec{J}_v \end{matrix}\right\} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \bullet \vec{B} = 0$$

$$\nabla \bullet \vec{D} = \rho$$

3. 媒质特性的构成方程 Constitutive equation

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\vec{J}_c = \gamma \vec{E}$$

4.1.2 动态电磁场不同媒质分界面上的边界条件

- 一般条件（1）

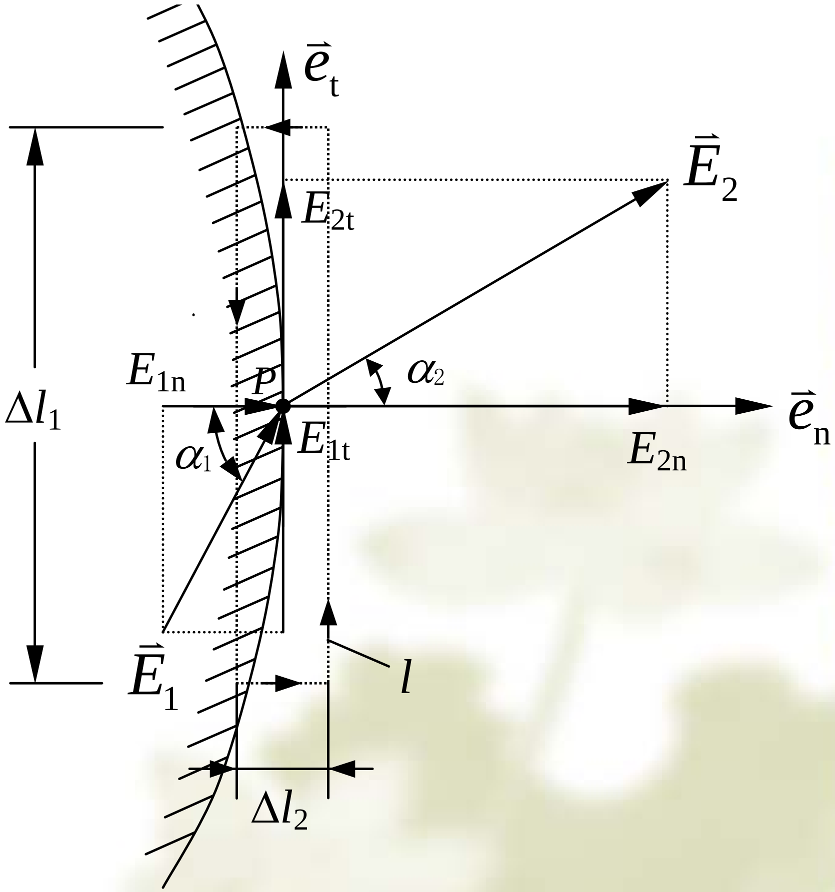
$$\oint_l \vec{E}\bullet \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\bullet \mathrm{d}\vec{S}$$

$$-E_{1t}\Delta l_1 + E_{2t}\Delta l_1 = -\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)_\tau \Delta l_1 \Delta l_2$$

$$E_{1t} - E_{2t} = \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)_\tau \Delta l_2$$

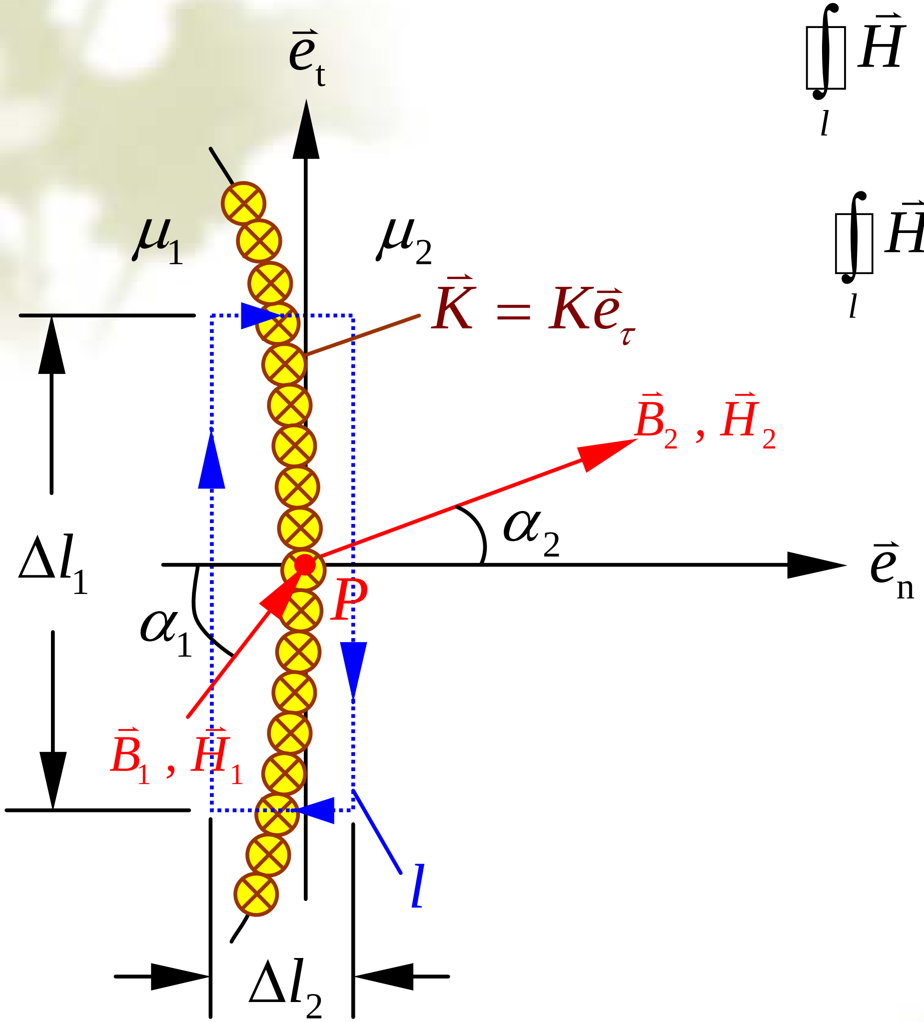
$$\Big\downarrow \Delta l_2 = 0$$

$$\boxed{E_{1t} = E_{2t}}$$



τ为$\boldsymbol{\vec{e}_n} \times \boldsymbol{\vec{e}_t}$方向的分量。

■ 一般条件（2）



$$\oint_l \vec{H}\bullet d\vec{l}=\int_S \vec{J}_c\bullet d\vec{S}+\int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\bullet d\vec{S}$$

$$\oint_l \vec{H}\bullet d\vec{l}=H_{1t}\Delta l_1-H_{2t}\Delta l_1$$

$$=K\Delta l_1+\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)_\tau \Delta l_1\Delta l_2$$

$$\Delta l_2=0$$

$$\boxed{H_{1t}-H_{2t}=K}$$

$$\vec{e}_\tau=\vec{e}_t\times\vec{e}_n$$

- 一般条件 (3)、(4)

麦克斯韦其它两个方程没变，与静态场相同，所以有

$$H_{1t}-H_{2t}=K$$

$$B_{1n}=B_{2n}$$

磁场条件

$$E_{1t}=E_{2t}$$

$$D_{2n}-D_{1n}=\sigma$$

电场条件

■ 理想导体（媒质 1 ）与理想介质（媒质 2 ）的分界面

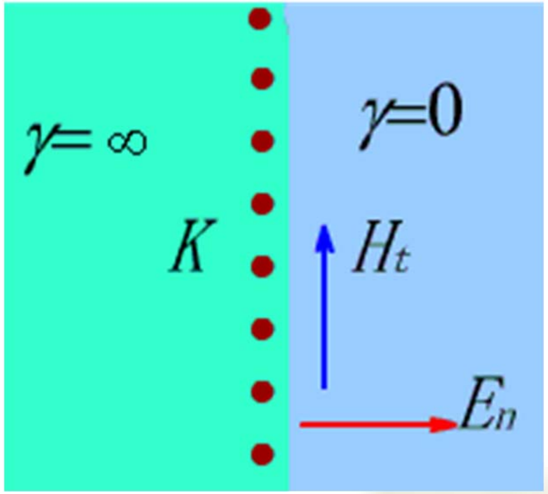
$\vec{J}_1 = \gamma_1 \vec{E}_1$ 有限值

$\gamma_1 \to \infty$

$\vec{E}_1 = 0$

$\nabla \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$ ⟹ $\vec{B}_1 = C$（常数）=0



若 $\boldsymbol{C} \neq 0$, $\vec{\boldsymbol{B}}$ 由 $0 \to \boldsymbol{C}$ 的建立过程中必有 $\dfrac{\partial \vec{\boldsymbol{B}}}{\partial t} \neq 0$,

即 $\vec{\boldsymbol{E}} \neq 0$, 则 $\vec{\boldsymbol{J}} = \gamma \vec{\boldsymbol{E}} \to \infty$， 所以,只有 $\vec{\boldsymbol{B}}_1 = 0$。

结论：理想导体（超导体）中没有电磁场。

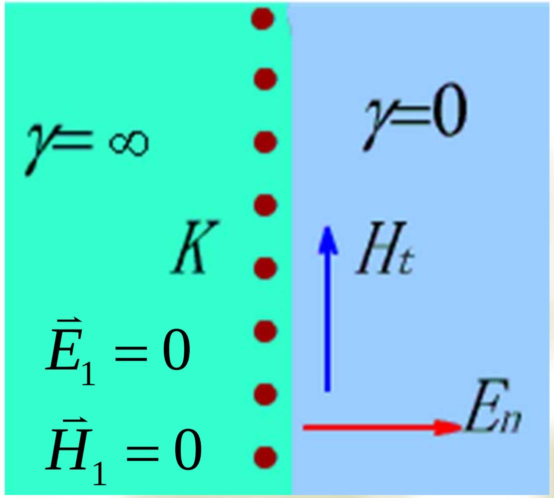
1933年，Meissner effect（迈斯纳效应）

分界面介质侧的场量

$$\mathbf{E}_{2t}=0 \qquad \mathbf{H}_{2t}=-\mathbf{K}$$
$$\mathbf{B}_{2n}=0 \qquad \mathbf{D}_{2n}=\boldsymbol{\sigma}$$

$$H_{1t}-H_{2t}=K$$
$$B_{1n}=B_{2n}$$
$$E_{1t}=E_{2t}$$
$$D_{2n}-D_{1n}=\sigma$$

电场线垂直理想导体表面，磁场线沿着理想导体表面分布。



$\vec{e}_n$ 由理想导体指向电介质

理想导体表面电流的面密度

$$\vec{K}=\vec{e}_n\times\vec{H}$$

在理想导电体内部不可能存在时变电磁场及时变的传导电流，它们只可能分布在理想导电体的表面。

导体表面有感应的面电荷和面电流。

4.2.1 时谐电磁场的复数表示

场源及其所产生的电场和磁场都随时间作正弦变化的时变电磁场，称为正弦电磁场，又称为时谐电磁场。

由傅里叶级数分解得知，任一周期性的时间函数在一定条件下均可分解为很多正弦函数之和。因此，我们着重讨论正弦电磁场是具有实际意义的。

电路中正弦量有三要素：振幅、频率和相位。

$$i(t)=\sqrt{2}\boldsymbol{I}\cos(\omega t+\varphi) \qquad \rightarrow \dot{\boldsymbol{I}}=\boldsymbol{I}e^{\mathrm{j}\varphi}$$

正弦电磁场也有三要素：振幅，频率和相位。

$$\vec{\boldsymbol{F}}(x,y,z,t)=\sqrt{2}\vec{\boldsymbol{F}}(x,y,z)\cos(\omega t+\varphi) \rightarrow \dot{\vec{\boldsymbol{F}}}=\vec{\boldsymbol{F}}(x,y,z)e^{\mathrm{j}\varphi}$$

1. 时谐电磁场的复数表示

$$\vec{F}(\vec{r},t)=F_{xm}(\vec{r})\cos\left(\omega t+\phi_x(\vec{r})\right)\vec{e}_x+F_{ym}(\vec{r})\cos\left(\omega t+\phi_y(\vec{r})\right)\vec{e}_y$$
$$+F_{zm}(\vec{r})\cos\left(\omega t+\phi_z(\vec{r})\right)\vec{e}_z$$

$$=\mathrm{Re}\left[\left(\dot{F}_{xm}(\vec{r})\vec{e}_x+\dot{F}_{ym}(\vec{r})\vec{e}_y+\dot{F}_{zm}(\vec{r})\vec{e}_z\right)e^{j\omega t}\right]$$
$$=\mathrm{Re}\left[\dot{\vec{F}}_m(\vec{r})e^{j\omega t}\right]=\mathrm{Re}\left[\sqrt{2}\dot{\vec{F}}(\vec{r})e^{j\omega t}\right]$$

$$\dot{F}_{xm}(\vec{r})=F_{xm}(\vec{r})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_x},\ \dot{F}_{ym}(\vec{r})=F_{ym}(\vec{r})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_y},\ \dot{F}_{zm}(\vec{r})=F_{zm}(\vec{r})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi_z}$$

2. 时谐电磁场基本方程——Maxwell's equations：

微分形式：

将对时间的偏导数写成$j\omega(\cdot)$的形式

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}=\left.\begin{matrix}\vec{J}_c\\\vec{J}_v\end{matrix}\right\}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\longrightarrow\boxed{\nabla\times\dot{\vec{H}}=\left.\begin{matrix}\dot{\vec{J}}_c\\\dot{\vec{J}}_v\end{matrix}\right\}+\mathrm{j}\omega\dot{\vec{D}}}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\longrightarrow\boxed{\nabla\times\dot{\vec{E}}=-\mathrm{j}\omega\dot{\vec{B}}}$$

$$\nabla\bullet\vec{B}=0\longrightarrow\boxed{\nabla\bullet\dot{\vec{B}}=0}$$

$$\nabla\bullet\vec{D}=\rho\longrightarrow\boxed{\nabla\bullet\dot{\vec{D}}=\dot{\rho}}$$

相量形式（复数形式）

积分形式：

$$\oint_l \dot{\vec{H}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_S (\dot{\vec{J}} + \mathrm{j}\omega\dot{\vec{D}}) \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_l \dot{\vec{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \mathrm{j}\omega\dot{\vec{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_S \dot{\vec{B}} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_S \dot{\vec{D}} \cdot \mathrm{d}\vec{S} = \dot{q}$$

媒质特性的构成方程：

$$\dot{\vec{D}} = \varepsilon\dot{\vec{E}} \quad \dot{\vec{B}} = \mu\dot{\vec{H}} \quad \dot{\vec{J}} = \gamma\dot{\vec{E}}$$

■ 说明：

1. 电磁场为一整体，在时变情况下，决不能把电场或磁场孤立地分别求解；
2. 当场源、场量为非正弦的时间函数时，可将它们分解为基波和各次谐波分量，分别予以研究，即仍归结为时谐电磁场的研究(线性媒质)；

4.2.2 有损媒质的复数表示

除了理想导体（$\gamma\to\infty$）和理想电介质（$\gamma\to 0$），实际导电媒质的电导率有限，介质有损耗。

- 有损媒质

  高频下，若媒质中的损耗不可忽略(极化、磁化、欧姆损耗)，则 ε，μ将不再是实数，而为复数。

- 等效介电常数

对于时谐电磁场中介电常数为ε'的导电媒质

$$\nabla\times\dot{\vec{H}}=\dot{\vec{J}}_c+\mathrm{j}\omega\dot{\vec{D}}'=\gamma\dot{\vec{E}}+\mathrm{j}\omega\varepsilon'\dot{\vec{E}}=\mathrm{j}\omega\left(\varepsilon'-\mathrm{j}\frac{\gamma}{\omega}\right)\dot{\vec{E}}=\mathrm{j}\omega\dot{\vec{D}}$$

$$\dot{\vec{D}}=\left(\varepsilon'-\mathrm{j}\frac{\gamma}{\omega}\right)\dot{\vec{E}}=\varepsilon_{\text{等效}}\dot{\vec{E}}$$

$$\varepsilon_{\text{等效}}=\varepsilon'-\mathrm{j}\frac{\gamma}{\omega}$$

欧姆损耗是以负虚数形式

反映在媒质构成方程中

同理，有损电介质、磁性媒质可分别将ε，μ表示为复数，在复数中用负虚数表示相应的损耗。

- 对于有损电介质，表征其极化特征的复介电常数为

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon' - \mathrm{j}\varepsilon''$$ 虚部为极化损耗

- 对于磁性介质的磁化性能也可以定义如下复磁导率：

$$\tilde{\mu} = \mu' - \mathrm{j}\mu''$$ 虚部为磁化损耗

- 当有损电介质同时存在电极化损耗和欧姆损耗时，其等效复介电常数可定义为

$$\tilde{\varepsilon}_{\mathrm{e}} = \varepsilon' - \mathrm{j}\left(\varepsilon'' + \frac{\gamma}{\omega}\right)$$

损耗角正切

$$\tan\delta = \frac{\varepsilon'' + \dfrac{\gamma}{\omega}}{\varepsilon'} \Longleftarrow \tilde{\varepsilon}_{\mathrm{e}} = \varepsilon' - \mathrm{j}\left(\varepsilon'' + \frac{\gamma}{\omega}\right)$$

工程上，用损耗角正切 **tan** δ 来表征媒质中损耗的特性

ε’和 **tan** δ 是时谐电磁场表征电介质特性的重要参数。

有损耗 **tan**$\delta \neq 0$　　无损耗 **tan**$\delta = 0$

tan$\delta \ll 1$ —— 低损耗介质；

tanδ 越小，介质的绝缘特性越好。电气设备受潮，损耗↑，**tan**δ↑

损耗角正切

对导电媒质： ε” =0，

$$\tan\delta = \frac{\varepsilon'' + \frac{\gamma}{\omega}}{\varepsilon'} = \frac{\gamma}{\omega\varepsilon'} = \frac{\gamma E}{\omega\varepsilon' E} = \frac{\left|\dot{\vec{J}}\right|}{\left|j\omega\dot{\vec{D}}\right|}$$

损耗角正切 tan δ 反应了导电媒质中，传导电流和位移电流密度的幅值之比。

$\tan\delta \gg 1$ —— 良导体

50Hz, 铜：$\tan\delta=2.085*10^{16}$,

铝：$\tan\delta=1.366*10^{16}$

1GHz, 铜：$\tan\delta=1.043*10^{9}$,

铝：$\tan\delta=1.366*10^{9}$

- 微波炉加热： f=2.45GHz

面食：$\tan\delta \approx 0.073$，

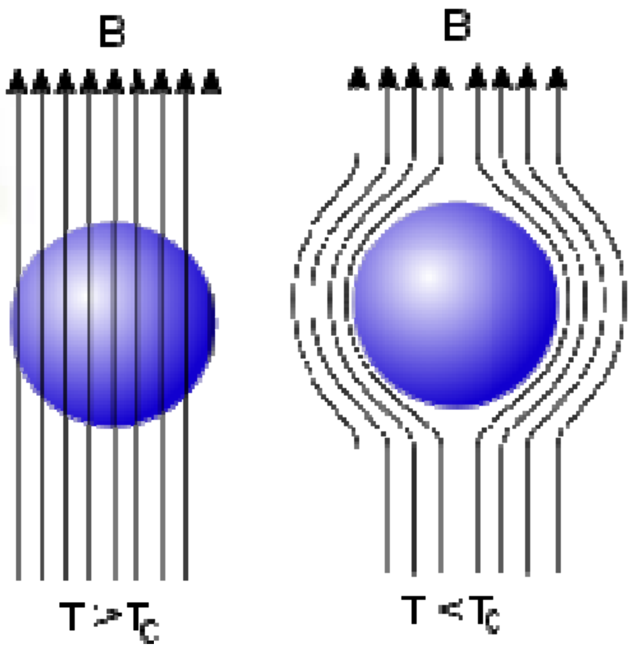
包装用的聚苯乙烯材料：$\tan\delta \approx 3*10^{-5}$

迈斯纳效应

1933年德国物理学家迈斯纳（W.Meissner）奥森菲尔德（R.Ochsebfekd）对锡单晶球超导体做磁场分布测量时发现，在小磁场中把金属冷却进入超导态时，体内的磁力线一下被排出，磁力线不能穿过它的体内，也就是说超导体处于超导态时，体内的磁场恒等于零。

↓

Meissner effect（迈斯纳效应）



迈斯纳效应的示意图

在低于临界温度时，由箭头代表的磁场线会被超导体所排斥

http://zh.wikipedia.org/zh-cn/%E9%82%81%E6%96%AF%E7%B4%8D%E6%95%88%E6%87%%