第5章 动态电磁场II：电磁辐射与电磁波

- 电磁辐射
- 理想介质中的均匀平面电磁波
- 有损媒质中的均匀平面波(了解）
- 均匀平面波对于平表面媒质的正入射

5.1 电磁辐射（ Electromagnetic Radiation）

在高频激励下，由时变电场和时变磁场相互作用与耦合而成的动态电磁场，以波动形式在场空间内传播，即为电磁波。

动态电磁场maxwell基本方程：

积分形式

$$\oint_l \vec{H}\bullet \mathrm{d}\vec{l} = \int_S \left(\vec{J}_c + \vec{J}_v + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)\bullet \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_l \vec{E}\bullet \mathrm{d}\vec{l} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\bullet \mathrm{d}\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{B}\bullet \mathrm{d}\vec{S} = 0$$

$$\oint_S \vec{D}\bullet \mathrm{d}\vec{S} = \sum q$$

微分形式

$$\nabla\times\vec{H} = \vec{J} = \left.\begin{matrix}\vec{J}_c \\ \vec{J}_v\end{matrix}\right\} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\bullet\vec{B}=0$$

$$\nabla\bullet\vec{D}=\rho$$

一、基本概念

电磁辐射

当场源随时间迅速变化时，其产生的动态电磁场将以电磁波的形式在空间传播。这种现象称为场源的电磁辐射。

产生辐射的原因　电磁场的变化和有限的传播速度。

产生辐射的设备　天线（线天线和面天线）。

天线的应用：　无线电通信、雷达、微波遥感（军事、水文、农业、海洋、气象、森林等）、生物医学等。

辐射的主要参数：　辐射场强，方向性和辐射功率。

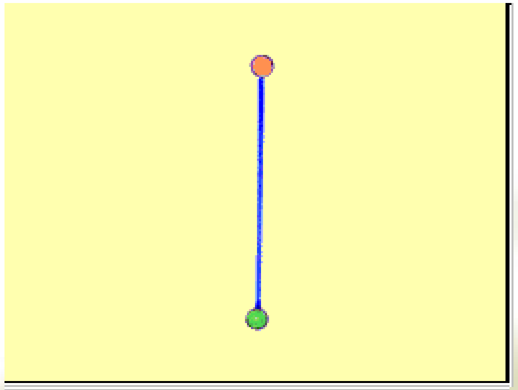
天线的形成

从***LC***电路的振荡频率 $f=\frac{1}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{LC}}$ 式可知，要提高振荡频率，就必须降低电路中的电容值和电感值。

以平行板电容器和长直载流螺线管为例可知

$$C=\frac{\varepsilon_0 s}{d} \qquad L\propto N^2$$

即增加电容器极板间距***d***，缩小极板面积***S***，减少线圈数***N***，就可达到上述目的，具体方式如图所示。

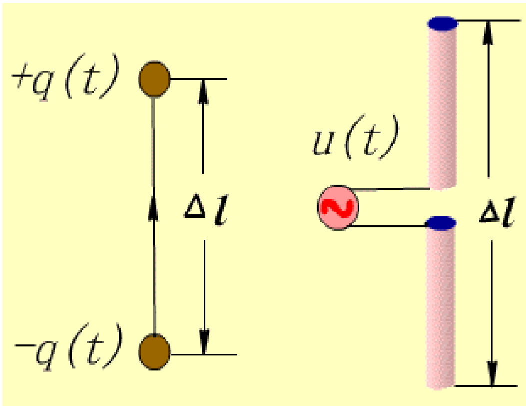


电偶极子天线的形成的演示

可见，开放的*LC*电路就是大家熟悉的天线！将原来储存在电感电容中的电磁能量释放到空间中，当有电荷（或电流）在天线中振荡时，就激发出变化的电磁场在空中传播。

二. 电磁辐射的过程

当电偶极子$p=qd$ 以简谐方式振荡时向外辐射电磁波

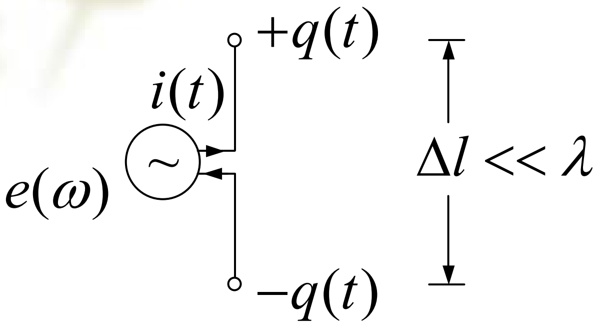


电偶极子天线

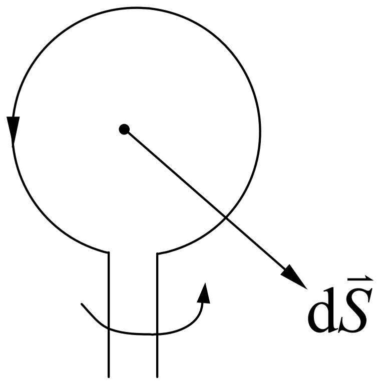
由互易定理

各种类型的天线也就是各种类型的接收装置

典型的各种类型的天线（Antenna)装置（系统）。



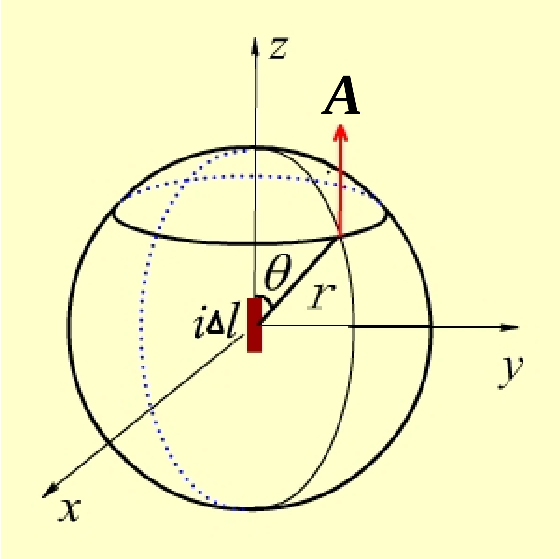
$\vec{p} = q\Delta\vec{l}$ 电偶极子



环形天线——磁偶极子

5.1.1 电偶极子的电磁场

长度为Δl 的电流段，当Δl 远小于其电流频率所对应的电磁波波长λ时—— 单元偶极子（元天线）



单元偶极子天线的磁矢量

1. 天线尺寸远小于电磁波波长$(\Delta l << \lambda)$ ，在天线导线上不计推迟效应

2. 天线尺寸远小于场点到天线的距离 $\Delta l << r$，可以认为场中任意点与导线上各处的距离相等。

3. 研究正弦电磁波：

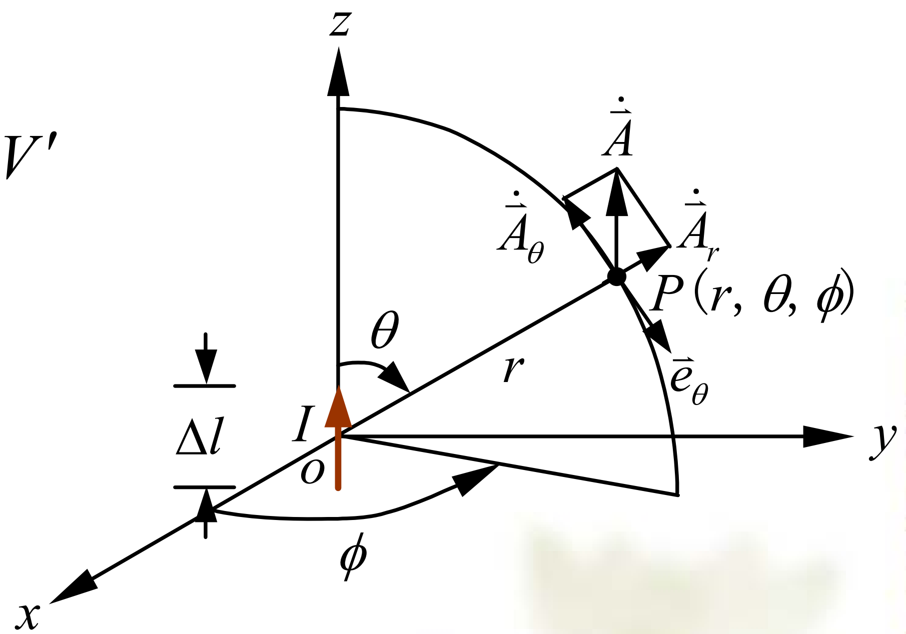
$$i = I_m \sin(\omega t + \phi) \rightarrow \dot{I} = \sqrt{2} I e^{j\phi} \rightarrow \dot{I} = j\omega\dot{q} \ (i = \frac{dq}{dt})$$

远离天线P点的动态位为：

由 $$\dot{\vec{A}}(\vec{r}\,) = \frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\frac{\dot{\vec{J}}(\vec{r}\,')}{|\,\vec{r}-\vec{r}\,'\,|}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\mathrm{d}V'$$

$$\dot{\vec{A}} = \frac{\mu_0\dot{\vec{I}}\Delta l}{4\pi r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}\vec{e}_z$$

I 为电流的有效值



根据条件2，场分布具有球对称性，可应用球坐标

$$\dot{\vec{A}} = \frac{\mu_0\dot{\vec{I}}\Delta l}{4\pi r}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}(\cos\theta\vec{e}_r - \sin\theta\vec{e}_\theta)$$

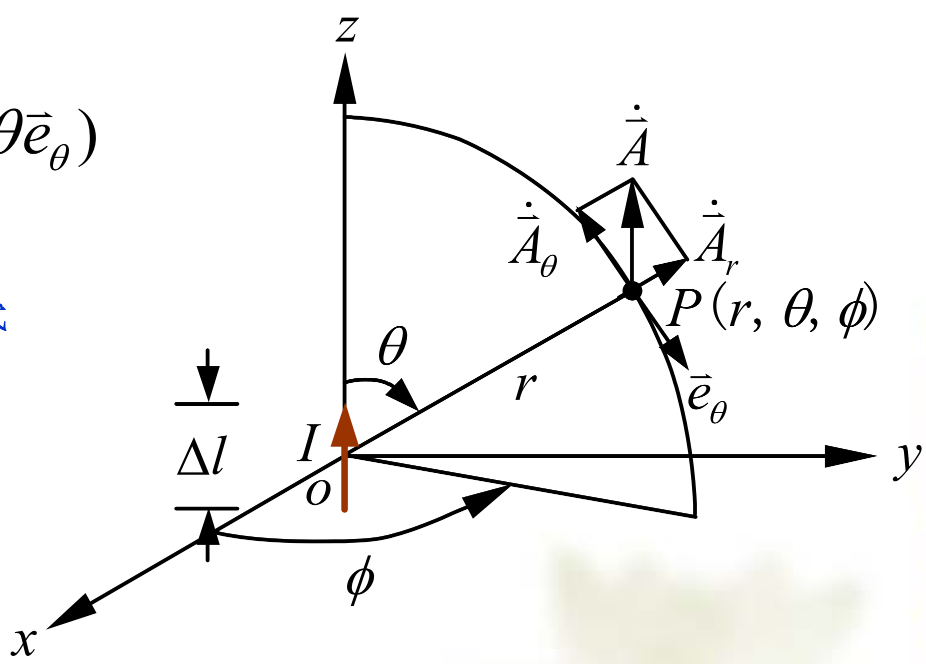
$$\dot{\vec{A}} = \frac{\mu_0 \dot{\vec{I}} \Delta l}{4\pi r} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr} (\cos\theta \vec{e}_r - \sin\theta \vec{e}_\theta)$$

$$\dot{\vec{H}} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \dot{\vec{A}}$$

359页附录二25式

$$\dot{H}_r = \dot{H}_\theta = 0$$

$$\dot{\vec{H}} = \dot{\vec{H}}_\phi = \frac{\dot{I}\Delta l}{4\pi r^2} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr} (1 + \mathrm{j}kr) \sin\theta \vec{e}_\phi$$



$$\dot{\vec{H}} = \dot{\vec{H}}_\phi = \frac{\dot{I}\Delta l}{4\pi r^2} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}(1+\mathrm{j}kr)\sin\theta \vec{e}_\phi$$

$$\dot{\vec{E}} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega\varepsilon} \nabla \times \dot{\vec{H}} \longleftarrow \nabla \times \dot{\vec{H}} = \dot{\vec{J}}_\mathrm{c} + \mathrm{j}\omega \dot{\vec{D}}$$

$$\dot{\vec{E}} = -\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l}{2\pi\omega\varepsilon_0} \cdot \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{r^3}(1+\mathrm{j}kr)\cos\theta \vec{e}_r - \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l}{4\pi\omega\varepsilon_0} \cdot \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{r^3}(1+\mathrm{j}kr - k^2r^2)\sin\theta \vec{e}_\theta$$

$$\dot{E}_\phi = 0$$

可见：

1. $\dot{H}_\phi$ 和 $\dot{E}_r$ ，$\dot{E}_\theta$ 分别由若干项组成，其中包含由(***kr***)不同幂次项组合的因子。

显然，取决于***kr***的变化，其各项所起的作用是不相同的。

按***kr***的取值，分别研究邻近和远离电偶极子的各区域场。

5.1.2 电偶极子的近场与远场

1. 近场定义： $kr<<1$ 的区域为近场区域

$$k=\frac{\omega}{v}$$

$\boxed{kr<<1}$ ⟺ $\boxed{r<<\lambda}$ ($kr<<1 \rightarrow r<<\upsilon/\omega \rightarrow r<<\upsilon/2\pi f<\lambda$)

2. 近场的场分布：

$$\dot{\vec{H}}=\frac{\dot{I}\Delta l}{4\pi r^2}\overset{\approx 1}{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}(1+\cancel{\mathrm{j}kr})\sin\theta\vec{e}_\phi$$

$$\dot{\vec{H}}=\dot{\vec{H}}_\phi\approx\frac{\dot{I}\Delta l\sin\theta}{4\pi r^2}\vec{e}_\phi \qquad \dot{H}_r=\dot{H}_\theta\approx 0$$

$(kr << 1)$

$$\dot{\vec{E}} = -\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l}{2\pi\omega\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}\approx 1}{r^3}(1+\cancel{\mathrm{j}kr})\cos\theta\vec{e}_r$$

$$-\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l}{4\pi\omega\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}\approx 1}{r^3}(1+\cancel{\mathrm{j}kr-k^2r^2})\sin\theta\vec{e}_\theta$$

$$\downarrow$$

$$\dot{\vec{E}} \approx -\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l\cos\theta}{2\pi\omega\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r - \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l\sin\theta}{4\pi\omega\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta$$

$$\downarrow$$

$$\dot{I} = j\omega\dot{q} \Leftarrow i = \frac{dq}{dt}$$

$$\dot{\vec{E}} \approx \frac{\dot{q}\Delta l\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r + \frac{\dot{q}\Delta l\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta = \frac{\dot{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos\theta\vec{e}_r + \sin\theta\vec{e}_\theta\right)$$

$$\dot{p} = \dot{q}\Delta l$$

讨论近区场量：$\dot{H}_r = \dot{H}_\theta = \dot{E}_\phi = 0$

恒定磁场中短载流导线的场

（书P155，式3-41）

$$\dot{\vec{H}} \approx \frac{\dot{I}\Delta l \sin\theta}{4\pi r^2}\vec{e}_\phi$$

$$\vec{H} = \frac{I\Delta l \sin\theta}{4\pi r^2}\vec{e}_\phi$$

$$\dot{\vec{E}} \approx \frac{\dot{p}\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r + \frac{\dot{p}\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta \Longleftrightarrow$$

静电场中电偶极子电场

（书P62，式2-32）：

$$\vec{E} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos\theta\vec{e}_r + \sin\theta\vec{e}_\theta\right)$$

特点：1）无推迟效应——似稳场；

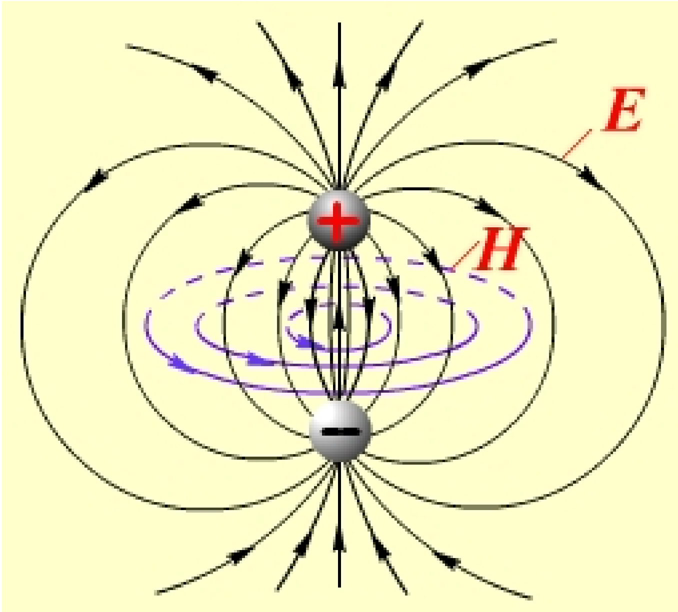
电场与静电场中电偶极子的场相同，磁场与恒定磁场中元电流的场相同。唯一区别是源与相应的场是随时间变化的——与时间有关。

如工频　$f = 50\text{Hz}$　　$\lambda = \dfrac{v}{f} = 6000km$　　$\boxed{r << \lambda}$

$$\dot{\vec{H}} \approx \frac{\dot{I}\Delta l \sin\theta}{4\pi r^2}\vec{e}_\phi$$

$$\dot{\vec{E}} \approx -\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l \cos\theta}{2\pi\omega\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r - \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l \sin\theta}{4\pi\omega\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta$$

$$\dot{\vec{E}} \approx \frac{\dot{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos\theta\vec{e}_r + \sin\theta\vec{e}_\theta\right)$$



电偶极子的近
区 E 与 H 线的分布

$$\dot{\vec{E}} \approx -\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l\cos\theta}{2\pi\omega\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r - \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l\sin\theta}{4\pi\omega\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta \qquad \dot{\vec{H}} \approx \frac{\dot{I}\Delta l\sin\theta}{4\pi r^2}\vec{e}_\phi$$

2). $\vec{E} \perp \vec{H}$，且时间上相位差为90°，故 $\vec{S} = \dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* \neq 0$，但它对时间的平均值 $\vec{S}_{\mathrm{av}} = 0$，

$$\vec{S} = \dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^*$$

$$= \left(-\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l\cos\theta}{2\pi\omega\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_r - \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l\sin\theta}{4\pi\omega\varepsilon_0 r^3}\vec{e}_\theta\right) \times \left(\frac{\overset{*}{I}\Delta l\sin\theta}{4\pi r^2}\vec{e}_\phi\right)$$

$$= -j\frac{I^2(\Delta l)^2\cos\theta\sin\theta}{8\pi^2\omega\varepsilon_0 r^5}\vec{e}_\theta - j\frac{I^2(\Delta l)^2\sin^2\theta}{16\pi^2\omega\varepsilon_0 r^5}\vec{e}_r$$

$$\vec{S}_{av} \approx \mathrm{Re}\left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^*\right] = 0$$

近似地说，近区内主要是电场和磁场能量交换。

3. 远场定义： $kr >> 1$ 的区域为远区（亦称辐射区）

$\boxed{kr >> 1}$ ⟺ $\boxed{r >> \lambda}$

4. 远场的场分布：

$$\dot{\vec{H}} = \frac{\dot{I}\Delta l}{4\pi r^{\cancel{2}}} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr} (\cancel{1} + \mathrm{j}k\cancel{r}) \sin\theta \vec{e}_\phi$$

$$\dot{\vec{H}} = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta lk}{4\pi r} \sin\theta\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr} \vec{e}_\phi$$

$$\dot{H}_r = \dot{H}_\theta \approx 0$$

$$\dot{\vec{E}} = -\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l}{2\pi\omega\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{r^3}(\cancel{1}+\cancel{\mathrm{j}kr})\cos\theta\vec{e}_r \qquad kr >> 1$$

$$-\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l}{4\pi\omega\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}}{r^3}(\cancel{1+\mathrm{j}kr}-k^2r^2)\sin\theta\vec{e}_\theta$$

$$\Downarrow$$

$$\dot{E}_r \approx 0 \qquad \dot{E}_\phi \approx 0$$

$$\dot{E}_\theta = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k^2}{4\pi\omega\varepsilon_0 r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$

$$\dot{H}_r = \dot{H}_\theta = \dot{E}_\phi = 0 \qquad \dot{E}_r \approx 0$$

$$\dot{H}_\phi = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k}{4\pi r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$

$$\dot{E}_\theta = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k^2}{4\pi\omega\varepsilon_0 r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$

远场特点：

1). $\vec{E}$、$\vec{H}$ 都是向 ***r*** 方向传播的电磁波，传播方向由相位因子 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$ 确定——“***ωt-kr***”；

换句话说，辐射区电磁场有推迟效应；

2). 电磁波的等相位面（相位相同的各点的空间轨迹，亦即波源作用“同时”传播到达的各点轨迹）——球面($r = C$)，故辐射区电磁波为球面波；

$$\dot{H}_\phi = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k}{4\pi r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr} \qquad \dot{E}_\theta = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k^2}{4\pi\omega\varepsilon_0 r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$

$$\Big\downarrow \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$

$$kr = C$$

在等相面上，由于场量的振幅与θ有关，因此它是非均匀球面波。

3). 波阻抗：

$$\dot{H}_{\phi}=\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k}{4\pi r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}\qquad \dot{E}_{\theta}=\mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k^{2}}{4\pi\omega\varepsilon_{0}r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$

$$\eta=\frac{E_{\theta}}{H_{\phi}}=\frac{k}{\omega\varepsilon_{0}}=\sqrt{\frac{\mu_{0}}{\varepsilon_{0}}}\approx 377\ \Omega$$

特性阻抗

E/H具有阻抗量纲，又因其完全取决于媒质的特性参数——特性阻抗

4). 能量的分布与传播

- $$w'_{\mathrm{e}}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E_\theta^2=\frac{1}{2}\mu_0 H_\phi^2=w'_{\mathrm{m}} \Longleftarrow \frac{E_\theta}{H_\phi}=\eta=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

$$w'=w'_{\mathrm{e}}+w'_{\mathrm{m}}=\varepsilon_0 E_\theta^2=\mu_0 H_\phi^2$$

远区能量，一半存储在电场，一半存储在磁场。

- $$\vec{S}(\vec{r},t)=E_\theta\vec{e}_\theta\times H_\phi\vec{e}_\phi=S_r\vec{e}_r$$

$$=E_\theta^2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\vec{e}_r=\varepsilon_0 E_\theta^2\cdot\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\vec{e}_r=w'\vec{\upsilon}$$

能流方向为电磁波的传播方向，辐射是有方向的。

$$\dot{E}_\theta = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k^2}{4\pi\omega\varepsilon_0 r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr} \qquad \dot{H}_\phi = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k}{4\pi r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$

- 空间上 $\vec{E} \perp \vec{H}$，时间上 $\vec{E}$、$\vec{H}$ 同相；

$$\vec{\mathbf{S}}_{\mathrm{av}} = \mathrm{Re}\left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^*\right]\vec{e}_r = \eta\left(\frac{I\Delta l}{2\lambda r}\right)^2 \mathbf{sin}^2\theta\,\vec{e}_r$$

向外辐射的有功能量——辐射功率$\boldsymbol{P}_{\mathbf{e}}$

$$P_{\mathrm{e}} = \oint_S \vec{S}_{\mathrm{av}}\mathrm{d}\vec{S} = \frac{2\pi}{3}\eta\left(\frac{I\Delta l}{\lambda}\right)^2$$

表明电磁能量经空间向无限远处辐射；

$$P_e = \oiint_S \vec{S}_{av} d\vec{S} = \frac{2\pi}{3}\eta\left(\frac{I\Delta l}{\lambda}\right)^2$$

i). 除直流($\lambda \to \infty$)外，所有交流激励源都要向外辐射能量，但若 f = 50 Hz，因辐射能量非常微小，可略之；

ii). 辐射能量 $\propto \left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2$

$f\uparrow(\lambda\downarrow)$，$\Delta l$ 可短些——步话机、短波发射、接收；

$f\downarrow(\lambda\uparrow)$，$\Delta l$ 较长——中波天线、兵舰上的天线(导航)；

$$v = \lambda f$$

$$P_e = \frac{2\pi}{3}\eta\left(\frac{I\Delta l}{\lambda}\right)^2$$

$$\eta \approx 377\ \Omega$$

$$v = \lambda f$$

iii).由于功率可记作 $P_e = I^2 R_r$

定义 $R_r = \frac{2\pi}{3}\left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)^2 \eta = 80\pi^2 (\frac{\Delta l}{\lambda})^2\ \Omega$ 为辐射电阻

各类天线的辐射电阻是不同的，$\boldsymbol{R_r}$ 表征了天线辐射能力的强弱，决不意味着损耗

表明天线愈长，频率愈高，辐射能量愈大。

5.1.3 天线的方向性——方向图

天线的方向性是指天线向一定方向辐射电磁波的能力。对于接收天线而言，方向性表示天线对不同方向传来的电波所具有的接收能力。天线的方向性的特性曲线通常用方向图来表示.

方向图可用来说明天线在空间各个方向上所具有的发射或接收电磁波的能力。

电偶极子是最简单的天线，其远区（辐射场）的电场和磁场为：

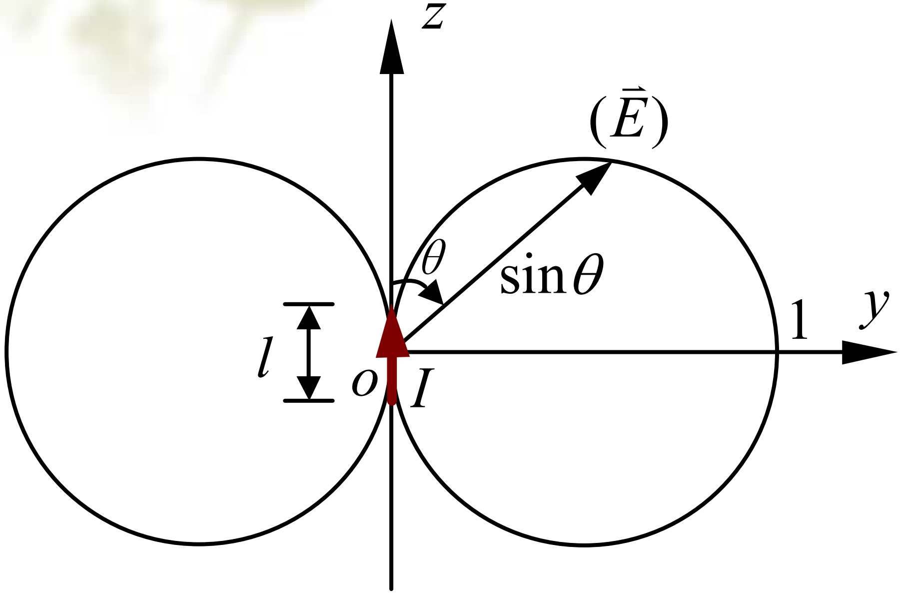
$$\dot{E}_\theta = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k^2}{4\pi\omega\varepsilon_0 r}\sin\theta\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr} \qquad \dot{H}_\phi = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k}{4\pi r}\sin\theta\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$

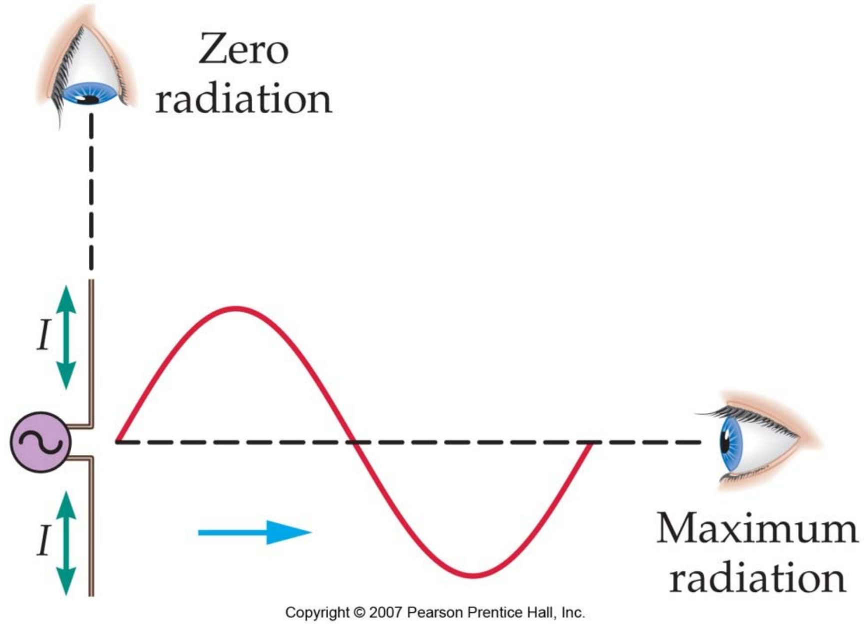
天线的辐射现象有方向性，远区的$\boldsymbol{E}_\theta$、$\boldsymbol{H}_\phi$为角$\boldsymbol{\theta}$的函数。辐射场的电场强度随$\boldsymbol{\theta}$和$\boldsymbol{\phi}$角度变化的函数$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi})$，称为天线的方向图因子。

而按$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\phi})$，画出的图形称为该天线的方向图，描述了天线辐射场强的空间分布特征。

对于电偶极子天线

$$\dot{E}_\theta = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k^2}{4\pi\omega\varepsilon_0 r}\sin\theta\, \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr} \longrightarrow f(\theta,\phi)=\sin\theta$$





注意：

1. 各类天线的方向性(方向图)是不一样的；

2. 若r 不再满足 $r<<\lambda$ 条件时，则必须考虑沿天线的推迟效应，此时天线在各方向上的辐射场强特性也有所变化；

3. 基于天线的方向性，由互易定理可知，收、发天线具有相同的方向图。故按此分析、掌握各种情况下电磁信号的接收问题。

5.2 理想介质中的均匀平面电磁波

1. 前提条件

1) 理想介质

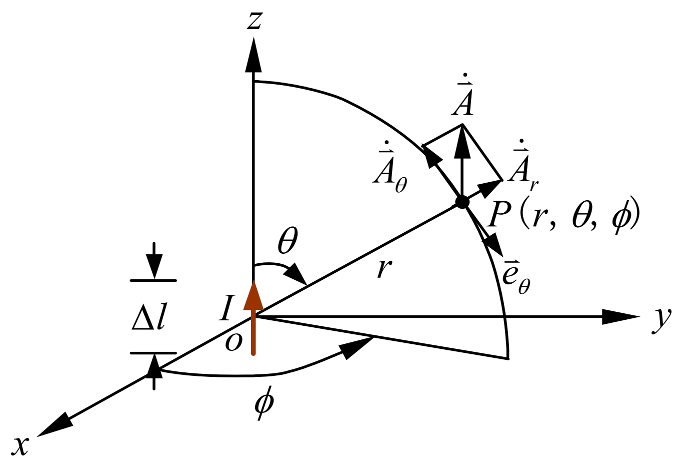
$$\gamma = 0\,, \quad \varepsilon = \varepsilon_0\,, \quad \mu = \mu_0$$

$$\vec{J}_c = 0\,, \quad \rho = 0$$

2）均匀平面电磁波

$$\dot{H}_{\phi} = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k}{4\pi r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$

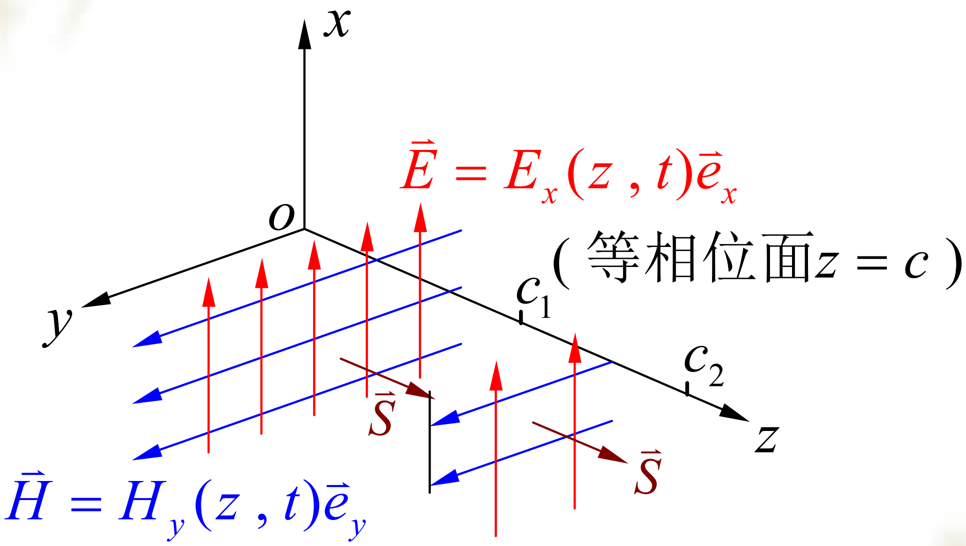
$$\dot{E}_{\theta} = \mathrm{j}\frac{\dot{I}\Delta l k^{2}}{4\pi\omega\varepsilon_{0} r}\sin\theta\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kr}$$



- 电偶极子产生的辐射电磁场等相位面为球面 ***kr* = const**，——球面电磁波
- 在波源的远区，球面近似为平面——为平面电磁波；
- 分析区域为观察点附近有限范围(**d*θ*→ 0**)，**sin *θ*≈ const**, ***E*,*H*** 幅值可看作为常数 。
- ***E*, *H*** 幅值为常量的平面波称为均匀平面电磁波

- 电场强度、磁场强度和传播方向，满足右手螺旋定则。
- 实际较复杂的电磁波可看成是许多均匀平面电磁波的迭加。

设等相面在*xoy* 平面，设置坐标系



$$\vec{E} = E_x(z, t)\vec{e}_x$$

$$\vec{H} = H_y(z, t)\vec{e}_y$$

5.2.1 波动方程及其解

在无源理想介质中，

$$\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\longrightarrow\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\vec{H})\xrightarrow{\nabla\times\vec{H}=\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\xrightarrow[\nabla\bullet\vec{E}=0]{\nabla\times\nabla\times\vec{E}=\nabla(\nabla\bullet\vec{E})-\nabla^2\vec{E}}$$

同理，可推出：

$$\left\{\begin{array}{l}\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0\\[2ex]\nabla^2\vec{H}-\mu\varepsilon\dfrac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=0\end{array}\right.$$

齐次波动方程

时谐电磁场的相量或复数形式波动方程：

$$\nabla^2 \dot{\vec{E}} + k^2 \dot{\vec{E}} = 0$$

$$\nabla^2 \dot{\vec{H}} + k^2 \dot{\vec{H}} = 0$$

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

规定坐标系及各量方向的均匀平面电磁波

$$\vec{E} = E_x(z, t)\vec{e}_x \qquad \vec{H} = H_y(z, t)\vec{e}_y$$

$$\frac{d^2 \dot{E}_x(z)}{dz^2} = -k^2 \dot{E}_x(z) \longrightarrow \dot{E}_x(z) = c_1 e^{-jkz} + c_2 e^{jkz} = c_1 e^{-jkz}$$

$$\frac{d^2 \dot{H}_y(z)}{dz^2} = -k^2 \dot{H}_y(z)$$

右式第一项，向z正向传播的电磁波—存在

右式第二项，向-z方向传播的电磁波—不存在

$$\dot{E}_x(z) = c_1 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz} + c_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}kz} = c_1 \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$$

如何确定c_1，由$z=0$处的边界条件

$$c_1 = \dot{E}_{x0}^{+} = E_{x0}^{+} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_+}$$

$$\boxed{\dot{E}_x(z) = \dot{E}_{x0}^{+} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}}$$

时域解（瞬时解）

$$E_x(z\,,t) = \sqrt{2} E_{x0}^{+} \cos\left(\omega t - kz + \varphi_+\right)$$

向z正方向传播的电磁波—正向行波，入射波

再求磁场强度

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\rightarrow\nabla\times\dot{\vec{E}}=-j\omega\mu_0\vec{H}$$

$$\frac{\mathrm{d}\dot{E}_x}{\mathrm{d}z}\vec{e}_y=-\mathrm{j}\omega\mu_0\dot{\vec{H}}\quad\longrightarrow\quad\dot{\vec{H}}=\dot{H}_y\vec{e}_y$$

$$\dot{H}_y(z)=\frac{k}{\omega\mu_0}\dot{E}_{x0}^{+}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}=\frac{\dot{E}_{x0}^{+}}{\eta}\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$$

电场强度、磁场强度同相，幅值之比为波阻抗。

$$\boxed{\dot{E}_x(z)=\dot{E}_{x0}^{+}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}}$$

$$\vec{E}=E_x(z,t)\vec{e}_x$$

$$\vec{H}=H_y(z,t)\vec{e}_y$$

$$\boxed{\dot{H}_y(z)=\frac{\dot{E}_{x0}^{+}}{\eta}\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}}$$

$$k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

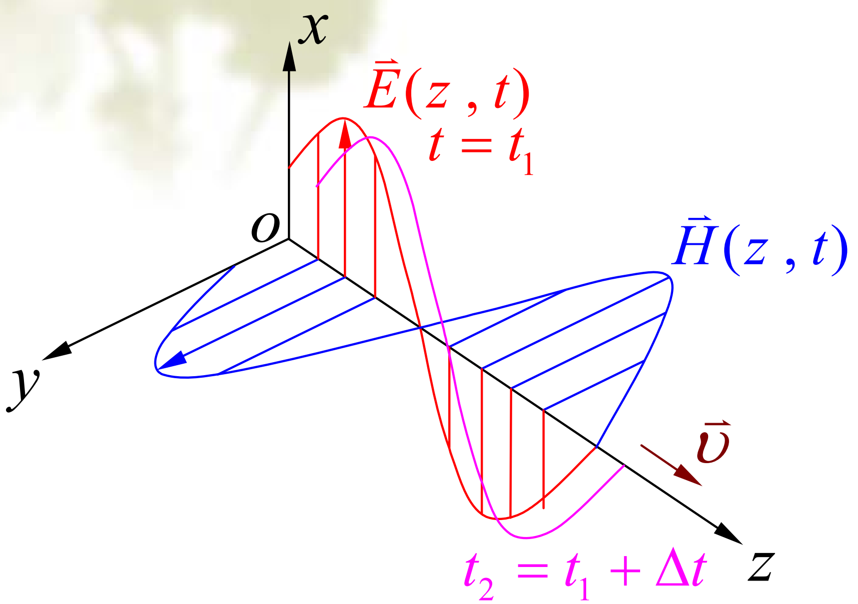
$$\eta=\sqrt{\mu/\varepsilon}$$

5.2.2 均匀平面电磁波的物理意义

- 波的特征：

$$\dot{E}_x(z) = \dot{E}_{x0}^{+} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$$

$$\dot{H}_y(z) = \frac{\dot{E}_{x0}^{+}}{\eta} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$$



i) $\vec{E} \perp \vec{H}$

(空间正交)；时间上同相

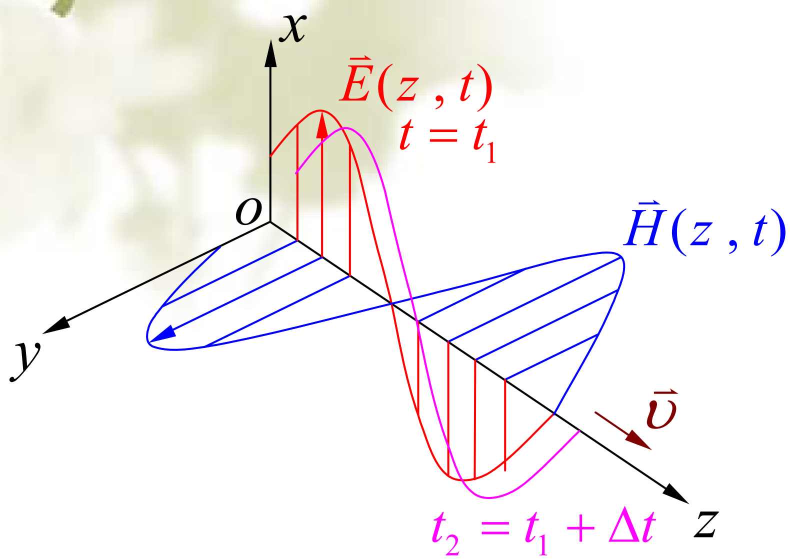
与传播方向正交(*v*沿z方向)

在传播方向上无电磁场分量

——横电磁波(**TEM**波)

(Transverse Electromagnetic Wave)

- 波的特征：



ii）均匀平面波：在$z=c$的等相位面上，各点场量的相位、数值均相等，故有等相位面与等幅面一致的特征；

$$\dot{E}_x(z)=\dot{E}_{x0}^{+}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$$

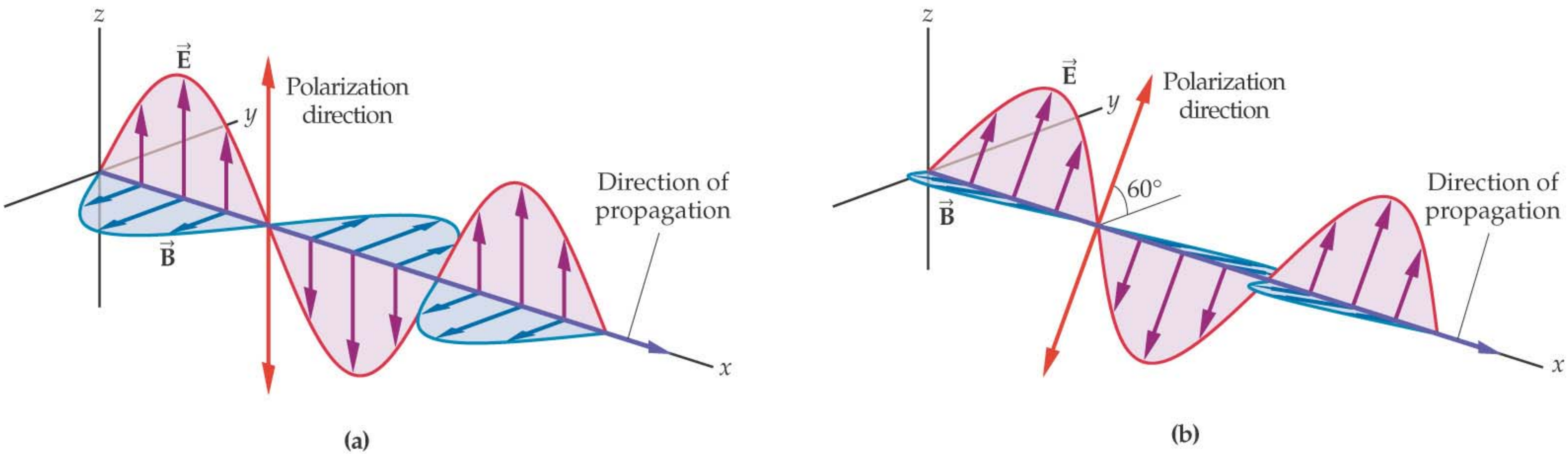
$$\dot{H}_y(z)=\frac{\dot{E}_{x0}^{+}}{\eta}\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}kz}$$

$$\longrightarrow$$

$$E_x(z,t)=\sqrt{2}\left|\dot{E}_{x0}^{+}\right|\cos\left(\omega t-kz+\varphi_{+}\right)=\sqrt{2}E_{x0}^{+}\cos\left(\omega t-kz+\varphi_{+}\right)$$

iii）波的极化

无线电波在空间传播时，其电场方向是按一定的规律而变化的，电场强度末端随时间在等相位面上变化的轨迹，称为电磁波的极化特性。无线电波的电场方向称为电磁波的极化方向。



线性极化波（书P273）——

$$E_x(z\,,t)=\sqrt{2}E_{x0}^{+}\cos\left(\omega t-kz+\varphi_{+}\right)$$

- 波的传播特性：**(同辐射远区)**

i 波速，即相位速度 $\upsilon = \dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = c$

ii 波阻抗 $\eta = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 377 \quad \Omega$

iii 波数——每单位长度中相位的变化，或**2π** 米中所含的波长数

$$k = \frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

iv 波长 $\lambda = \dfrac{2\pi}{k} = \upsilon T = \dfrac{2\pi}{\omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$

- 能量分布与传播

同电偶极子辐射远区

例 已知一沿**x**方向极化的线性极化(平面)波在无损媒质中沿**z**方向传播，其电场强度、磁场强度为：

$$\vec{E}_x = E_m \cos(\omega t - kz)\vec{e}_x$$

$$\vec{H}_y = H_m \cos(\omega t - kz)\vec{e}_y = \frac{E_m}{\eta}\cos(\omega t - kz)\vec{e}_y$$

应用坡印廷定理的微分形式，说明此电磁波传播构成的的能流关系。

已知：$\vec{E}_x = E_m \cos(\omega t - kz)\vec{e}_x$

$$\vec{H}_y = H_m \cos(\omega t - kz)\vec{e}_y = \frac{E_m}{\eta}\cos(\omega t - kz)\vec{e}_y$$

解：

$$-\nabla \bullet (\vec{E}\times\vec{H}) = \frac{\partial w}{\partial t} + p = \frac{\partial w}{\partial t} + \vec{E}\bullet\vec{J} \rightarrow 0$$

$$(\vec{E}\times\vec{H}) = \frac{E_m^2}{\eta}\cos^2(\omega t - kz)\vec{e}_z$$

$$\nabla \bullet (\vec{E}\times\vec{H}) = \frac{\partial}{\partial z}[\frac{E_m^2}{\eta}\cos^2(\omega t - kz)]$$

$$= 2[\frac{E_m^2}{\eta}\cos(\omega t - kz)](-\sin(\omega t - kz))(-k)$$

$$\nabla \bullet (\vec{E} \times \vec{H}) = \frac{\partial}{\partial z}[\frac{E_m^2}{\eta}\cos^2(\omega t - kz)]$$

$$= 2[\frac{E_m^2}{\eta}\cos(\omega t - kz)](-\sin(\omega t - kz))(-k)$$

$$= 2\frac{kE_m^2}{\eta}\cos(\omega t - kz)\sin(\omega t - kz)$$

$$k = \frac{\omega}{\upsilon}$$

$$= 2\frac{\omega}{v}\frac{E_m^2}{\eta}\cos(\omega t - kz)]\sin(\omega t - kz)$$

$$= 2\frac{\omega}{\frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}}\frac{E_m^2}{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}}\cos(\omega t - kz)\sin(\omega t - kz)$$

$$= 2\omega\varepsilon E_m^2\cos(\omega t - kz)\sin(\omega t - kz)$$

已知：$\vec{E}_x = E_m \cos(\omega t - kz)\vec{e}_x$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(w_e + w_m) = \frac{\partial}{\partial t}(2w_e)$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}(2\times\frac{1}{2}\varepsilon E^2{}_m \cos^2(\omega t - kz))$$

$$= 2\varepsilon\omega E^2{}_m \cos(\omega t - kz)(-\sin(\omega t - kz))$$

$$= -2\varepsilon\omega E^2{}_m \cos(\omega t - kz)\sin(\omega t - kz)$$

$$\nabla \bullet (\vec{E}\times\vec{H}) = 2\omega\varepsilon E_m^2 \cos(\omega t - kz)\sin(\omega t - kz)$$

$$\vec{E} \bullet \vec{J} = 0$$

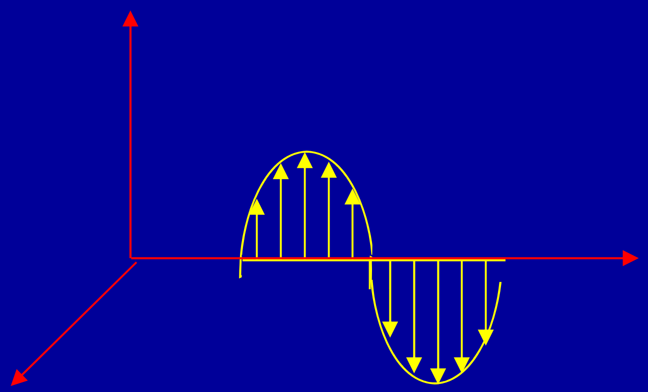
$$-\nabla \bullet (\vec{E}\times\vec{H}) = \frac{\partial w}{\partial t} + p = \frac{\partial w}{\partial t} + \vec{E}\bullet\vec{J}$$

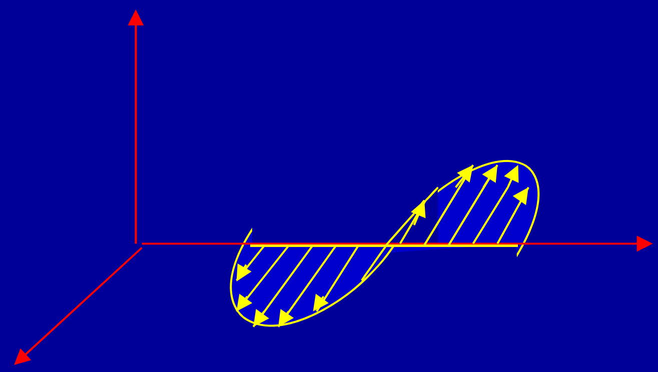
通过任意闭合面的坡印廷矢量的积分等于该体积内储存的电磁场能量随时间的变化率。

作业：**5-1，5-2 ， 5-6，5-7**

无线电波的极化

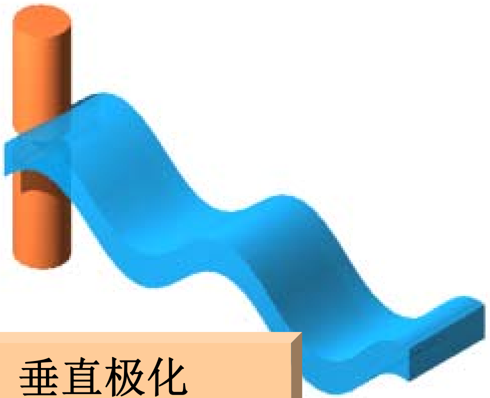
无线电波在空间传播时，其电场方向是按一定的规律而变化的，这种现象称为无线电波的极化。无线电波的电场方向称为电波的极化方向。如果电波的电场方向垂直于地面，我们就称它为垂直极化波。如果电波的电场方向与地面平行，则称它为水平极化波。





天线的极化

天线辐射的电磁场的电场方向就是天线的极化方向



垂直极化

水平极化

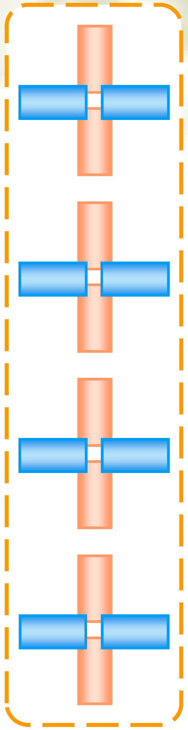
+ 45度倾斜的极化

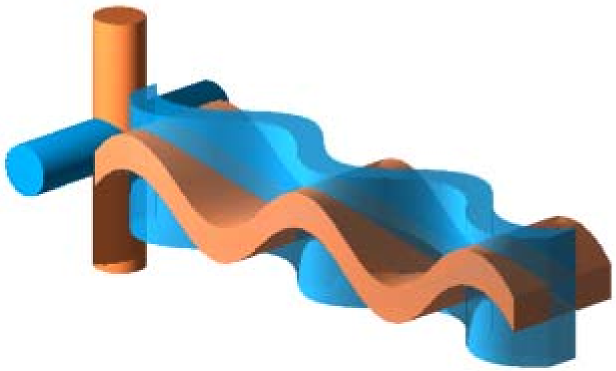
- 45度倾斜的极化

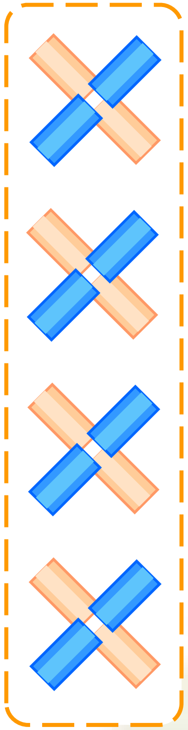
双极化天线

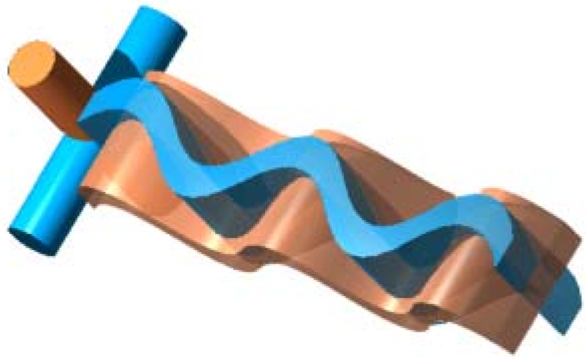
两个天线为一个整体

传输两个独立的波









V/H (垂直/水平)

倾斜 (+/- 45°)

极化损失

垂直极化波要用具有垂直极化特性的天线来接收；水平极化波要用具有水平极化特性的天线来接收；

当来波的极化方向与接收天线的极化方向不一致时，在接收过程中通常都要产生极化损失。

当接收天线的极化方向（例如水平）与来波的极化方向（相应为垂直）完全正交时，接收天线也就完全接收不到来波的能量，这时称来波与接收天线极化是隔离的。

导电媒质中MQS场波动方程

$$\begin{cases}\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_{\mathrm{c}}=\gamma\vec{E}\\ \nabla\bullet\vec{B}=0\end{cases}\quad 和 \quad \begin{cases}\nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}\\ \nabla\bullet\vec{D}=0\end{cases}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\quad\rightarrow\quad\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\mu\nabla\times\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\times\vec{H}\right)$$

$$\downarrow\quad\nabla\times\vec{H}=\gamma\vec{E}$$

$$\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\mu\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

附录二方程 $\nabla\times\nabla\times\vec{E}=\overset{0}{\nabla(\nabla\bullet\vec{E})}-\nabla^2\vec{E}\ \downarrow\ \nabla\bullet\vec{D}=\nabla(\varepsilon\nabla\bullet\vec{E})=0$

得电磁场的扩散方程

$$\nabla^2\vec{E}=\mu\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla^2\vec{H}=\mu\gamma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

无源理想介质波动方程：

$$\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\longrightarrow\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\vec{H})\xrightarrow{\nabla\times\vec{H}=\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}}\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0\xleftarrow[\nabla\bullet\vec{E}=0]{\nabla\times\nabla\times\vec{E}=\nabla(\nabla\bullet\vec{E})-\nabla^2\vec{E}}\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

同理，可推出：

$$\begin{cases}\nabla^2\vec{E}-\mu\varepsilon\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0\\[2ex]\nabla^2\vec{H}-\mu\varepsilon\dfrac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=0\end{cases}$$

齐次波动方程

时谐电磁场的相量或复数形式波动方程：

$$\nabla^2\dot{\vec{E}}+k^2\dot{\vec{E}}=0$$

$$\nabla^2\dot{\vec{H}}+k^2\dot{\vec{H}}=0$$

$$k=\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$$

有损媒质波动方程

$$\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}\longrightarrow\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\times\vec{H})$$

$$\nabla\times\vec{H}=\gamma\vec{E}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\nabla\times\vec{E}=-\mu\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla\times\nabla\times\vec{E}=\nabla(\nabla\cdot\vec{E})-\nabla^2\vec{E}$$

$$\nabla\cdot\vec{E}=0$$

$$\nabla^2\vec{E}-\mu\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$$

$$\boxed{\nabla^2\vec{E}-\mu\gamma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0}$$

同理，可推出：

$$\boxed{\nabla^2\vec{H}-\mu\gamma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}-\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}=0}$$

齐次波动方程

时谐场：

$$\nabla^2\dot{\vec{E}}+k_e^2\dot{\vec{E}}=0$$

$$\nabla^2\dot{\vec{H}}+k_e^2\dot{\vec{H}}=0$$

$$k_e^2=\omega^2\mu\tilde{\varepsilon}_e$$

$$\tilde{\varepsilon}_e=\varepsilon-j\frac{\gamma}{\omega}$$