3.4.2 场分布：基于矢量磁位A的分析

通过求矢量磁位A求磁场B

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

矢量磁位A的求解——直接积分法

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'} \frac{\vec{J}_c(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\mathrm{d}V'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{S'} \frac{\vec{K}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\mathrm{d}S'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{l'} \frac{I\mathrm{d}\vec{l}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

矢量磁位没有具体的物理意义，仅作为计算辅助量—简化计算

■ 注意：

1）类同于电位函数φ，A为相对度量的量。因此，当电流分布在有限空间时，可以无限远处的A为其参考点，即A $|_{\infty}$=0。但若电流分布不在有限空间，则不能以无限远处的A为参考点，此时的A的计算式，应修正为

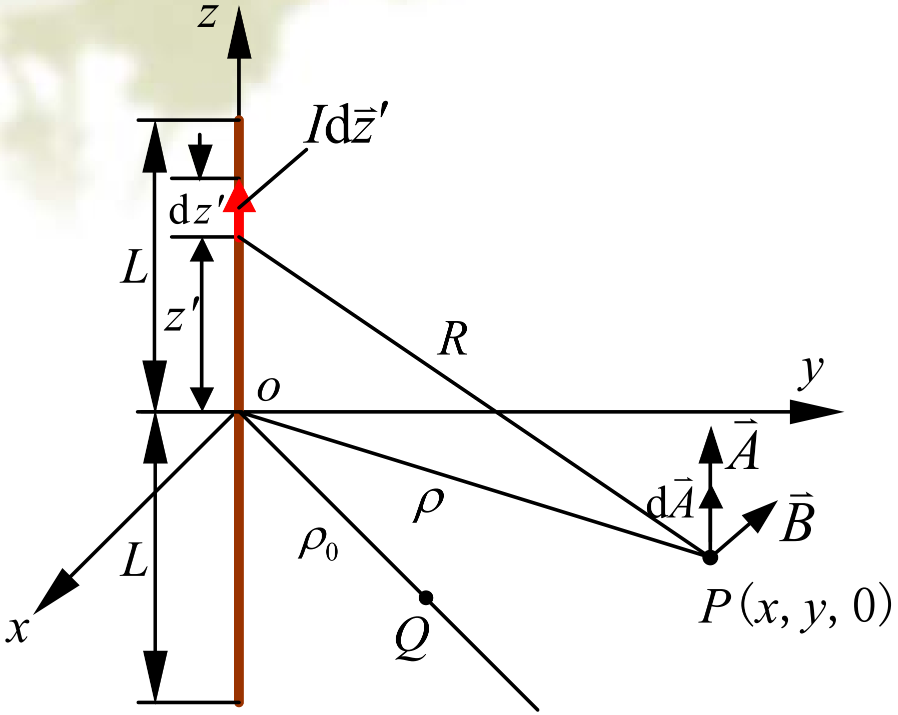
$$\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}_c(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\mathrm{d}V'+\vec{C}$$

这里，C为常矢量，取决于参考点的选择

2）元电流 $\vec{J}_c dV'$, $\vec{K}dS'$, $\vec{I}dl'$ 产生的元$d\vec{A}$，与其方向一致；

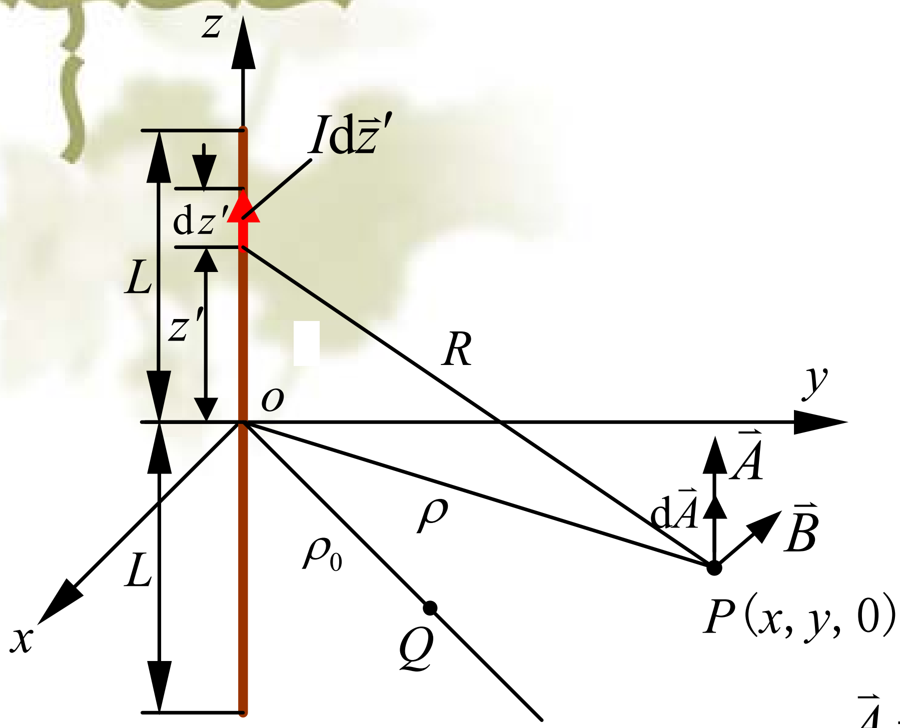
$\vec{J}_c, \vec{K}, d\vec{l}$ 的方向与电流方向一致。

例1　如图示，求空气中长为2*L*的长直载流细导线在其中截面（xoy平面）上的矢量磁位和磁感应强度。



- 分析
  - 轴对称场
  - 采用圆柱坐标系
  - 设图示的坐标系
  - 电流、磁位只有*z*分量

$$\vec{A} = A_z \vec{e}_z$$



解：先分

元电流段 $\boldsymbol{Idz'\vec{e}_z}$

产生的元矢量磁位为

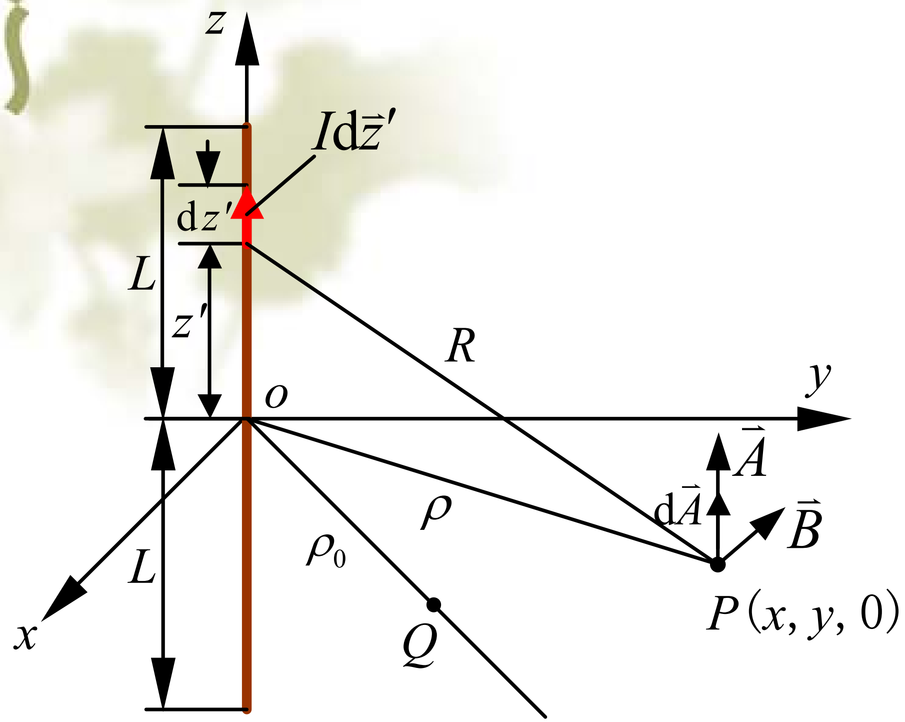
$$d\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idz'}{R}\vec{e}_z$$

后合（积分）

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-L}^{L}\frac{dz'}{\sqrt{\rho^2 + z'^2}}\vec{e}_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_{0}^{L}\frac{dz'}{\sqrt{\rho^2 + z'^2}}\vec{e}_z$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\ln\left(L + \sqrt{\rho^2 + L^2}\right) - \ln\rho\right]\vec{e}_z$$

$$\overset{L>>\rho}{=\!=\!=} \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{2L}{\rho}\vec{e}_z$$



$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{2L}{\rho} \vec{e}_z$$

求磁场

经定性分析可知，磁感应强度仅有φ方向分量，故只需计算该方向分量即可。

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

附录公式

$$= -\left(\frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right) \vec{e}_\phi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \vec{e}_\phi$$

■ 讨论

若$L \to \infty$ $\qquad \vec{A} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \dfrac{2L}{\rho} \vec{e}_z + \vec{C}$

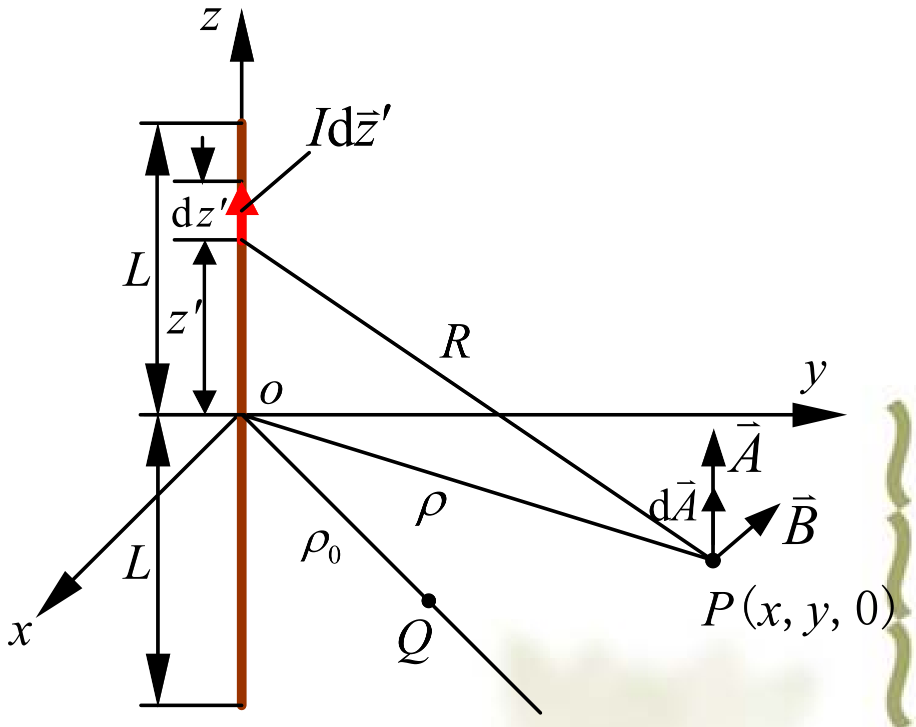
任选Q (ρ_0)为参考点，则有

$$\vec{A}_Q = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{2L}{\rho_0} \vec{e}_z + \vec{C} = 0$$

$$\vec{C} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{2L}{\rho_0} \vec{e}_z$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{2L}{\rho} \vec{e}_z - \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{2L}{\rho_0} \vec{e}_z$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{\rho_0}{\rho} \vec{e}_z$$

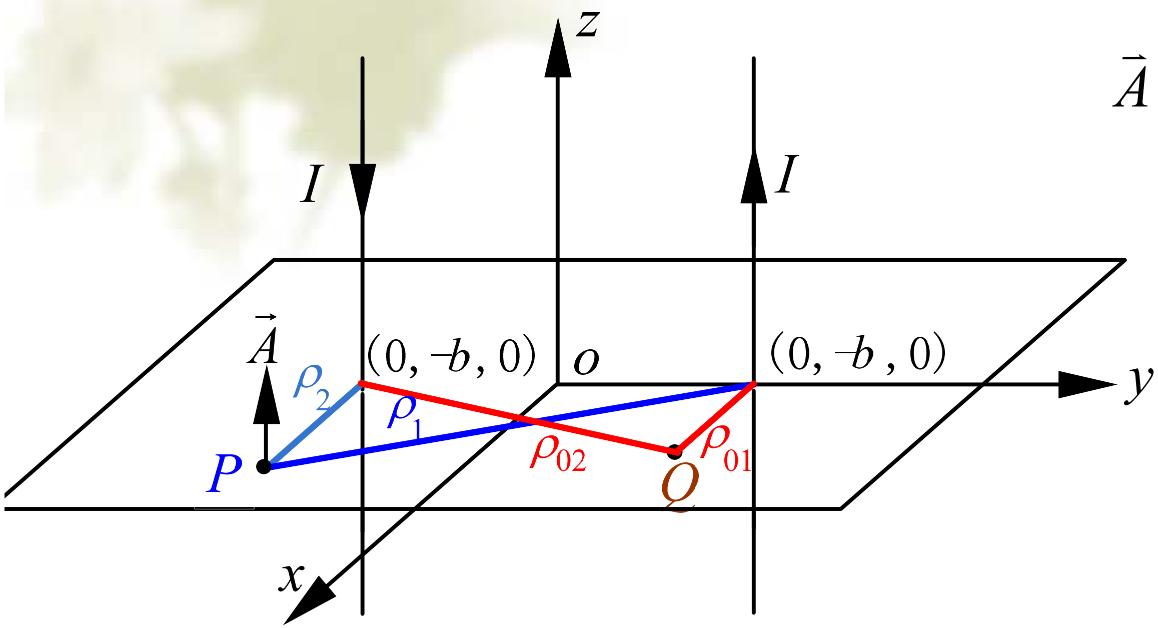


$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

$$= -\left(\frac{\partial A_z}{\partial \rho}\right) \vec{e}_\phi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \vec{e}_\phi$$

例2 无限长直的平行输电线的磁场



解：

$$\vec{A}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{\rho_0}{\rho}\vec{e}_z$$

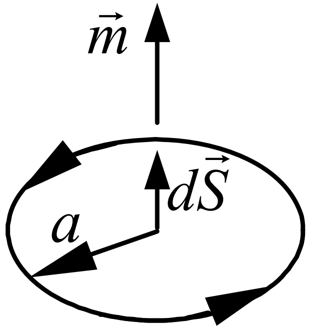
$$\vec{A}=\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{\rho_{01}}{\rho_1}-\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{\rho_{02}}{\rho_2}\right)\vec{e}_z$$

$$=\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}+\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{\rho_{01}}{\rho_{02}}\right)\vec{e}_z$$

设$\rho_{01}=\rho_{02}$点为参考点

$$\vec{A}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}\vec{e}_z$$

例3：求磁偶极子远区的磁场A及B (r>>a)



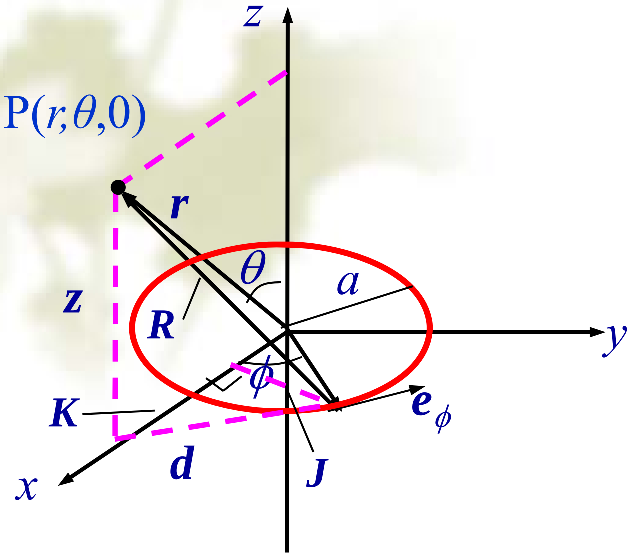
定义

磁偶极子为一尺寸很小的圆形载流回路

磁偶极矩

定义磁偶极子的磁偶极矩为

$$\vec{m} = I\mathrm{d}\vec{S} \qquad \mathrm{A}\cdot\mathrm{m}^2$$



解：取球坐标系，令坐标原点位于电流环的中心，且电流环的平面位于xoy平面内，如图示。由于结构对称，场量一定与 ϕ 无关。为了计算方便起见，令所求的场点位于xoz 平面，即$\phi = 0$平面内。

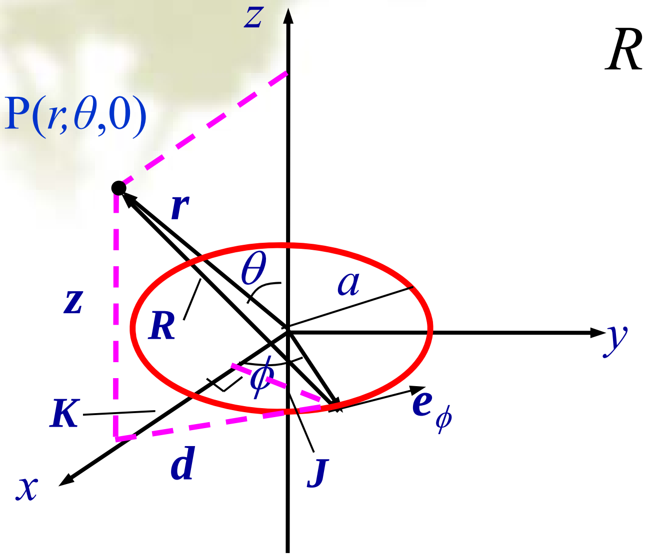
计算元电流段 $I d\vec{l}$ 产生的元矢量磁位

$$d\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{l}}{R}$$

整个磁偶极子产生的矢量磁位为

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_l \frac{d\vec{l}}{R}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_l \frac{d\vec{l}}{R}$$



$$R = z^2 + d^2 \qquad z = r\cos\theta$$

$$d^2 = K^2 + J^2$$

$$R^2 = (r\cos\theta)^2 + (r\sin\theta - a\cos\phi)^2 + (a\sin\phi)^2$$

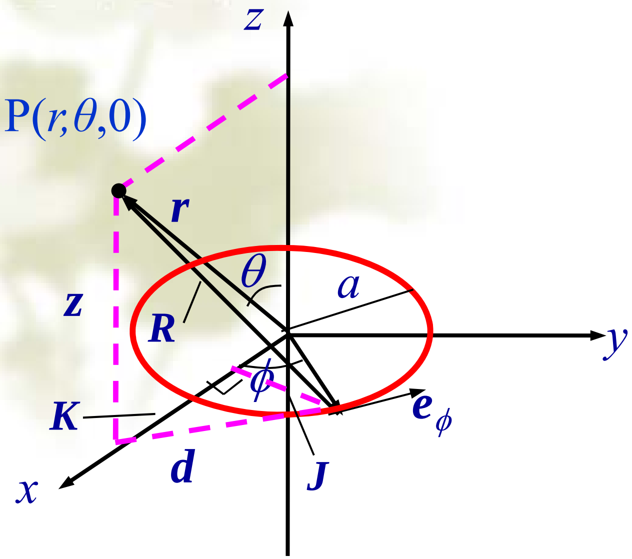
$$R^{-1} = r^{-1}\left(1 - \frac{2a\cos\phi\sin\theta}{r} + \cancel{\frac{a^2}{r^2}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$r>>a$

$$\frac{1}{\sqrt{1+u}} = 1 - \frac{1}{2}u + \frac{3}{8}u^2 \cdots = 1 - \frac{1}{2}u$$

（泰勒级数公式）

$$R^{-1} = r^{-1}\left(1 + \frac{a\cos\phi\sin\theta}{r}\right)$$



$$\vec{A}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint_l \frac{d\vec{l}}{R} \qquad R^{-1}=r^{-1}\left(1+\frac{a\cos\phi\sin\theta}{r}\right)$$

$$\vec{A}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint\frac{1}{r}\left[1+\frac{a}{r}\sin\theta\cos\phi\right]d\vec{l}$$

$$d\vec{l}=ad\phi\vec{e}_\phi$$

由对称性

$$\vec{A}=2\frac{\mu_0 Ia}{4\pi}\int_0^\pi\frac{1}{r}\left[1+\frac{a}{r}\sin\theta\cos\phi\right]d\phi\ \vec{e}_\phi$$

$$\vec{A}=\frac{\mu_0 I\pi a^2\sin\theta}{4\pi r^2}\vec{e}_\phi=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

磁偶极矩

$$\vec{m}=Id\vec{S} \qquad \mathrm{A\cdot m^2}$$

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I \pi a^2 \sin\theta}{4\pi r^2}\vec{e}_\phi = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

计算磁通密度

$$\vec{B} = \nabla\times\vec{A} = \nabla\times\frac{\mu_0 I a^2 \sin\theta}{4r^2}\vec{e}_\phi$$

$$= \vec{e}_r \frac{\mu_0 I a^2 \cos\theta}{2r^3} + \vec{e}_\theta \frac{\mu_0 I a^2 \sin\theta}{4r^3}$$

可见，小电流环产生的矢量磁位 ***A*** 与距离 r 的平方成反比，磁感应强度 ***B*** 与距离 r 的立方成反比。而且，两者均与场点所处的方位有关。

比较教材上的结果

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}\left(2\cos\theta\vec{e}_r + \sin\theta\vec{e}_\theta\right)$$

通过求矢量磁位A求磁场B

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$$

矢量磁位**A**的求解——利用边值问题求解

$$\begin{cases} \text{泛定方程} \\ \text{定解条件—边界条件} \end{cases}$$

（1）由边值问题求解A——泛定方程

$$\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_c \xrightarrow[\vec{B}=\mu\vec{H}]{\text{媒质均匀，各向同性}} \nabla\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}_c$$

$$\vec{B}=\nabla\times\vec{A} \longrightarrow \nabla\times\nabla\times\vec{A}=\mu_0\vec{J}_c$$

矢量恒等式运算： $\nabla\times\nabla\times\vec{A}=\nabla\left(\nabla\bullet\vec{A}\right)-\nabla^2\vec{A}$

取库仑规范： $\boxed{\nabla\bullet\vec{A}=0}$

$\nabla^2\vec{A}=-\mu_0\vec{J}_c$ 矢量泊松方程

当 $\vec{J}_c=0$ 时 $\nabla^2\vec{A}=0$ 矢量拉氏方程

注意：

i). 取决于不同的坐标系，$\nabla^2\vec{A}$ 有不同的展开式

对于直角坐标： $\nabla^2\vec{A}=\nabla^2 A_x\vec{e}_x+\nabla^2 A_y\vec{e}_y+\nabla^2 A_z\vec{e}_z$

$$\vec{J}_\mathrm{c}=J_{\mathrm{c}x}\vec{e}_x+J_{\mathrm{c}y}\vec{e}_y+J_{\mathrm{c}z}\vec{e}_z$$

$$\nabla^2\vec{A}=-\mu_0\vec{J}_\mathrm{c} \Longrightarrow \nabla^2 A_x=-\mu_0 J_{\mathrm{c}x}\quad \nabla^2 A_y=-\mu_0 J_{\mathrm{c}y}\quad \nabla^2 A_z=-\mu_0 J_{\mathrm{c}z}$$

令无限远处 **A = 0**（参考磁矢位），方程特解为

$$A_x=\frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\frac{J_x\mathrm{d}V}{R};\quad A_y=\frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\frac{J_y\mathrm{d}V'}{R};\quad A_z=\frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\frac{J_z\mathrm{d}V'}{R}$$

矢量合成后，得

$$\vec{\boldsymbol{A}}=\frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{\boldsymbol{J}}\mathrm{d}V'}{R}$$

注意：　A_x，A_y和A_z的特解可类比 $\nabla^2\varphi = -\dfrac{\rho}{\varepsilon}$

$\vec{A}$ 的直接积分计算式，是 $\nabla^2\vec{A} = -\mu_0\vec{J}_\mathrm{c}$ 的特解

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\frac{\rho(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}dv' \qquad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V'}\frac{\vec{J}_\mathrm{c}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\mathrm{d}V'$$

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{S'}\frac{\sigma(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\mathrm{d}S' \qquad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{S'}\frac{\vec{K}(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\mathrm{d}S'$$

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{l'}\frac{\tau(\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\mathrm{d}l' \qquad \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{l'}\frac{I\mathrm{d}\vec{l}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$$

ii). 位函数 $\vec{A}$ 的价值——求解方便

- 平行平面磁场 $\vec{J}_{\mathrm{c}} = J_{\mathrm{c}z}\vec{e}_z$ $\vec{A} = A_z\vec{e}_z$ $(\boldsymbol{B_x}, \boldsymbol{B_y})$
- 轴对称磁场 $\vec{J}_{\mathrm{c}} = J_{\mathrm{c}\phi}\vec{e}_\phi$ $\vec{A} = A_\phi\vec{e}_\phi$ $(\boldsymbol{B_\rho}, \boldsymbol{B_z})$

（2）由边值问题求解**A**——边界条件

边界条件、不同媒质内部交界、初始条件

3.4.3 场分布：基于标量磁位φ_m的分析

1. φ_m的定义

- 为什么要引入 φ_m

矢量磁位在某一点通常有三个方向分量，计算复杂。

- 引入条件

参照静电场，若矢量场的旋度等于零——该矢量可表示为某一标量位函数的（负）梯度

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \ \Rightarrow \ \vec{E} = -\nabla \varphi$$ 静电场

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}_c \ \overset{?}{\Rightarrow} \ \vec{H} = -\nabla \varphi$$ 恒定磁场

■ φ_m的引入

由于 $\nabla\times\vec{H}=\vec{J}_c$，所以，对于恒定磁场，一般不能引入标量位函数，但对于 $\vec{J}_c=0$ 的区域，由于

$$\nabla\times\vec{H}=0$$

所以可引入标量磁位φ_m，而令

$$\vec{H}=-\nabla\varphi_m \Longrightarrow \varphi_m=\int_l \vec{\boldsymbol{H}}\cdot d\vec{\boldsymbol{l}}$$

$$\vec{B}=\mu_0\vec{H}$$

$$\vec{B}=-\mu_0\nabla\varphi_m$$

φ_m —磁位 A（安培）

■ 说明：

1. φ_{m}仅在无源区才有定义，故仅允许在激磁电流区域外，应用φ_{m}分析磁场；

2. φ_{m}类同于φ，但应注意， φ_{m}没有确切的物理意义；

3. $\varphi_{\mathrm{m}}(\vec{r}) = \varphi_{\mathrm{m}}(x, y, z) = C$ 为等磁位面，与***B*(*H*)**正交。

$$\vec{B} = -\mu_0 \nabla \varphi_{\mathrm{m}}$$

4. φ_{m}具有多值性，需设置磁屏障；

2. φ_m的多值性

(1) 磁压的定义

类似于静电场的电压，定义自由空间中***P***、***Q***两点间的磁压为

$$U_{mPQ} = \int_P^Q \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \bullet d\vec{l}$$

$$\vec{B} = -\mu_0 \nabla \varphi_m$$

$$\frac{\partial \varphi_m}{\partial l} = \nabla \varphi_m \vec{e}_l$$

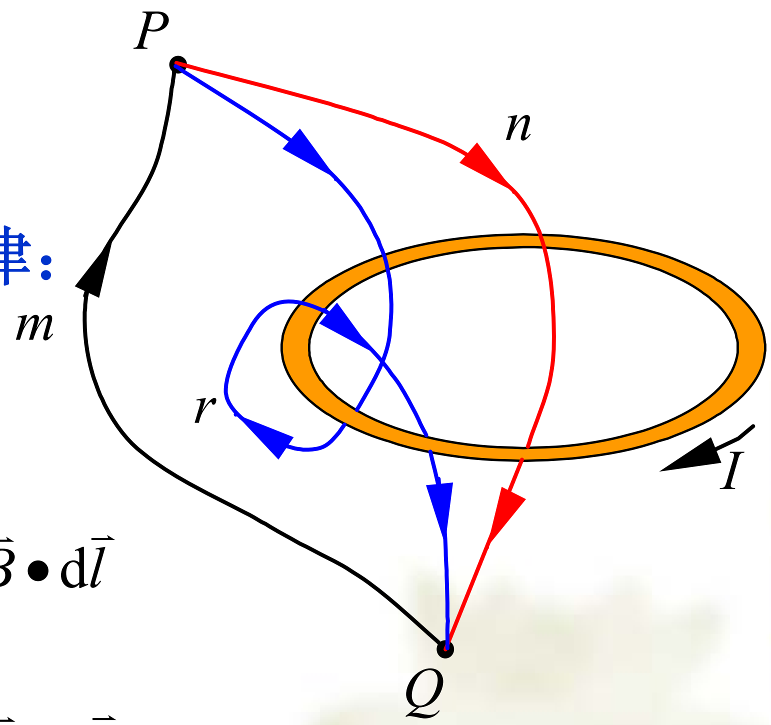
$$\left(\frac{1}{\mu_0}\vec{B}\right) \bullet d\vec{l} = -\nabla \varphi_m \vec{e}_l \cdot d\vec{l} = -d\varphi_m$$

$$U_{mPQ} = \int_P^Q \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \bullet d\vec{l} = -\int_P^Q d\varphi_m = \varphi_{mP} - \varphi_{mQ}$$

磁压等于两点间标量磁位之差。

（2）磁位的多值性说明

先取一与电流回路I交链一次的闭合路径*PnQmP*，根据安培环路定律：



$$\frac{1}{\mu_0}\oint_{PnQmP}\vec{B}\bullet \mathrm{d}\vec{l}=I$$

$$\frac{1}{\mu_0}\oint_{PnQmP}\vec{B}\bullet \mathrm{d}\vec{l}=\frac{1}{\mu_0}\int_{PnQ}\vec{B}\bullet \mathrm{d}\vec{l}+\frac{1}{\mu_0}\int_{QmP}\vec{B}\bullet \mathrm{d}\vec{l}$$

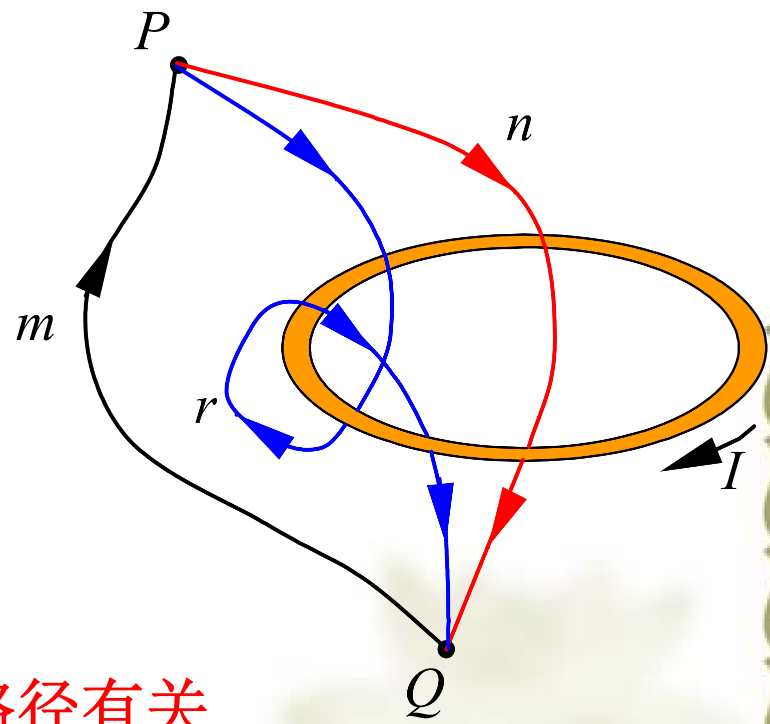
$$=\frac{1}{\mu_0}\int_{PnQ}\vec{B}\bullet \mathrm{d}\vec{l}-\frac{1}{\mu_0}\int_{PmQ}\vec{B}\bullet \mathrm{d}\vec{l}=I$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\mu_0}\int_{PnQ}\vec{B}\bullet \mathrm{d}\vec{l}=\frac{1}{\mu_0}\int_{PmQ}\vec{B}\bullet \mathrm{d}\vec{l}+I$$

再取一与电流回路I交链二次的闭合路径PrQmP，根据安培环路：

$$\frac{1}{\mu_0}\oint_{PrQmP}\vec{B}\bullet\mathrm{d}\vec{l}=2I$$

$$\frac{1}{\mu_0}\int_{PrQ}\vec{B}\bullet\mathrm{d}\vec{l}=\frac{1}{\mu_0}\int_{PmQ}\vec{B}\bullet\mathrm{d}\vec{l}+2I$$



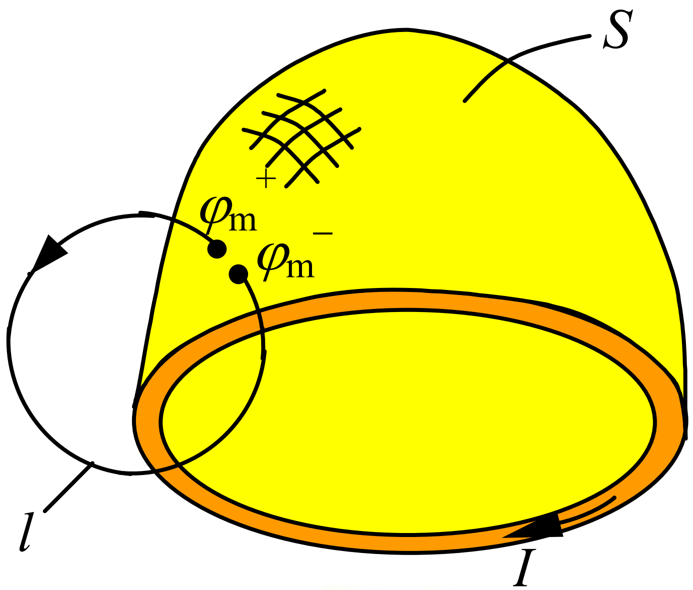
由此可见，两点间的磁压与积分路径有关

- 即使选定了参考点，但磁位仍是多值函数
- 各个数值间相差为电流的整数倍

$$\frac{1}{\mu_0}\int_{PnQ}\vec{B}\bullet\mathrm{d}\vec{l}=\frac{1}{\mu_0}\int_{PmQ}\vec{B}\bullet\mathrm{d}\vec{l}+I$$

(3) 解决方法

设置**磁屏障把载流回路“屏障”起来**，使积分路径不能穿过该屏障——即不交链载流回路以消除φ_m的多值性，由此避免闭合积分路径与电流之间的交链，保证



$$\oint_l \vec{H} \bullet d\vec{l} = 0$$

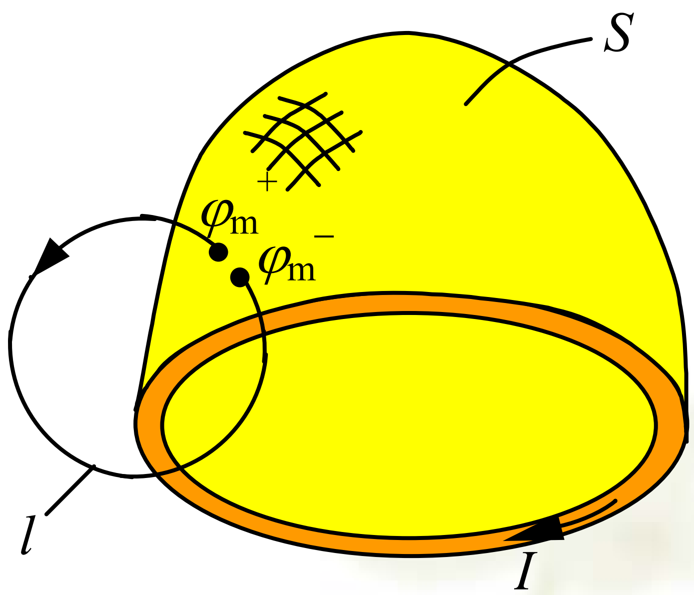
使两点间的磁压与积分路径无关。

若选定Q点为磁位的参考点，则场中任意一点P的标量磁位为

$$\varphi_{mP} = \int_{P}^{Q} \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \bullet d\vec{l}$$

φ_m在磁屏障两侧发生突变

$$\varphi_{m+} - \varphi_{m-} = I$$



3. 基于标量磁位$\varphi_{\rm m}$的分析

1) $\varphi_{\rm m}$的微分方程

$$\nabla\times\vec{H}=0 \;\rightarrow \vec{H}=-\nabla\varphi_{\rm m}$$

$$\nabla\cdot\vec{B}=0\rightarrow\; \nabla\cdot\mu\vec{H}=-\nabla\cdot(\mu\nabla\varphi_{\rm m})=\; -\nabla\varphi_{\rm m}\cdot\nabla\mu-\mu\nabla\cdot\nabla\varphi_{\rm m}\;=0$$

$$\nabla^2\varphi_m=0$$ （仅适用于无电流区域）

在直角坐标系中 $$\nabla^2\varphi_{\rm m}=\frac{\partial^2\varphi_{\rm m}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi_{\rm m}}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi_{\rm m}}{\partial z^2}=0$$

2) 已知场量分布，求φ_m

由标量磁位φ_m的边值问题求解

a) 直接积分 $\nabla^2\varphi_m = 0$

标量磁位φ_m 、矢量磁位A与电位φ 的比较

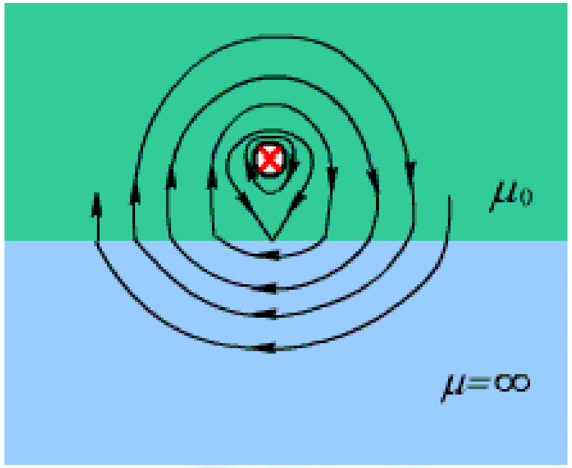
位函数 比较内容	电位 φ （有源或无源）	磁位 φ_m （无源）	磁矢位A （有源或无源）
引入位函数依据	$\nabla\times\vec{E}=0$	$\nabla\times\vec{H}=0$	$\nabla\cdot\vec{B}=0$ $\nabla\times\vec{B}=\mu\vec{J}$
位与场的关系	$\vec{\mathbf{E}}=-\nabla\varphi$ $\varphi=\int_p^0\vec{E}\cdot d\vec{l}$	$\vec{H}=-\nabla\varphi_m$ $\varphi_m=\int_p^0\vec{H}\cdot d\vec{l}$	$\vec{\mathbf{B}}=\nabla\times\vec{\mathbf{A}}$ $\oint_l\vec{\mathbf{A}}\cdot d\vec{l}=\int_S\vec{\mathbf{B}}\cdot d\vec{\mathbf{S}}$
微分方程	$\nabla^2\varphi=-\rho/\varepsilon$	$\nabla^2\varphi_m=0$	$\nabla^2\vec{A}=-\mu\vec{J}$
位与源的关系	$\varphi=\int_{V'}\frac{\rho dV}{4\pi\varepsilon r}$		$\vec{\mathbf{A}}=\int_V\frac{\mu_0\vec{\mathbf{J}}dV}{4\pi r}$

3.4.4 磁场线— B 线（了解）

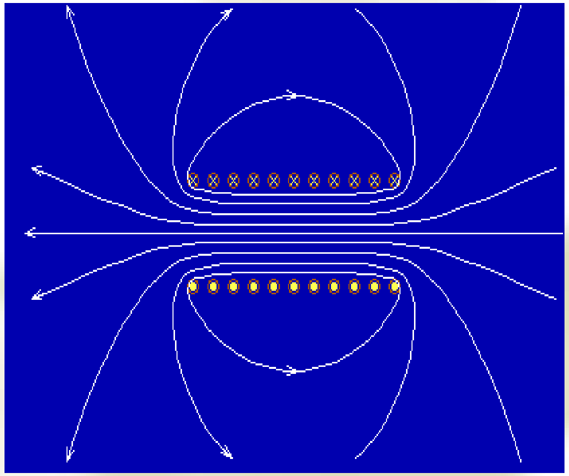
定义：描绘磁场分布的一类线

磁感应线的性质：

- 磁感应线是闭合的曲线；
- 磁感应线不能相交；
- 闭合的磁感应线与交链的电流成右手螺旋关系；
- 线的疏密，表示该点磁场的大小，磁感应强处 ，磁感应线稠密，反之，稀疏。
- 线上任意一点的切线方向，与该点的磁感应强度方向一致



导线位于铁板上方



长直螺线管的磁场

B 线的微分方程

B 线上任意一点的切线方向 $d\vec{l}$ 与该点 $\vec{B}$ 的 方向一致

$$\vec{B}\times d\vec{l}=0$$

直角坐标系下

$$\vec{B}=B_x\vec{i}+B_y\vec{j}+B_{\mathbf{z}}\vec{k}$$

$$d\vec{l}=dx\vec{i}+dy\vec{j}+dz\vec{k}$$

$$\Big\downarrow\ \vec{B}\times d\vec{l}=0$$

$$\left(B_y\mathrm{d}z-B_z\mathrm{d}y\right)\vec{i}+\left(B_z\mathrm{d}x-B_x\mathrm{d}z\right)\vec{j}+\left(B_x\mathrm{d}y-B_y\mathrm{d}x\right)\vec{k}=0$$

$$\longrightarrow\quad \frac{\mathrm{d}x}{B_x}=\frac{\mathrm{d}y}{B_y}=\frac{\mathrm{d}z}{B_z}$$

圆柱坐标系下

$$\vec{B} = B_\rho \vec{\rho} + B_\phi \vec{\phi} + B_{\mathbf{z}} \vec{k}$$

$$d\vec{l} = d\rho\vec{\rho} + \rho d\phi\vec{\phi} + dz\vec{k}$$

$$\vec{B} \times d\vec{l} = 0$$

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{B_\rho} = \frac{\rho\mathrm{d}\phi}{B_\phi} = \frac{\mathrm{d}z}{B_z}$$

平行平面场，设 $\vec{J}=J_z\vec{e}_z \qquad \vec{A}=A_z\vec{e}_z$

$$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}=\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\cancel{\frac{\partial A_y}{\partial z}}\right)\vec{e}_x+\left(\cancel{\frac{\partial A_x}{\partial z}}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{e}_y+\cancel{\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{e}_z}$$

$$=\frac{\partial A_z}{\partial y}\vec{e}_x-\frac{\partial A_z}{\partial x}\vec{e}_y=B_x\vec{e}_x+B_y\vec{e}_y$$

$$B_x=\frac{\partial A_z}{\partial y},B_y=-\frac{\partial A_z}{\partial x}\vec{e}_y \qquad (1)$$

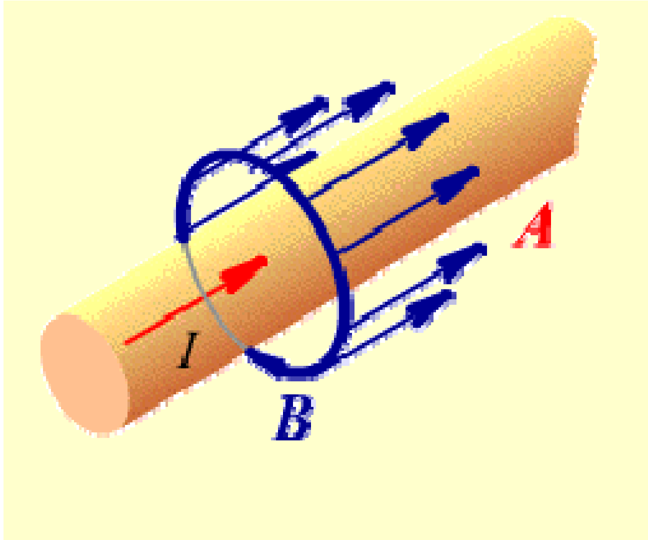
$$\frac{\mathrm{d}x}{B_x}=\frac{\mathrm{d}y}{B_y}=\cancel{\frac{\mathrm{d}z}{B_z}} \longrightarrow B_y\mathrm{d}x-B_x\mathrm{d}y=0 \qquad (2)$$

由(1)、(2) 得：

平行平面场的磁力线方程为：

$$\frac{\partial A_z}{\partial x}\mathrm{d}x+\frac{\partial A_z}{\partial y}\mathrm{d}y=\mathrm{d}A_z=0$$

$A_z=\mathrm{const}$ 的线为等A线



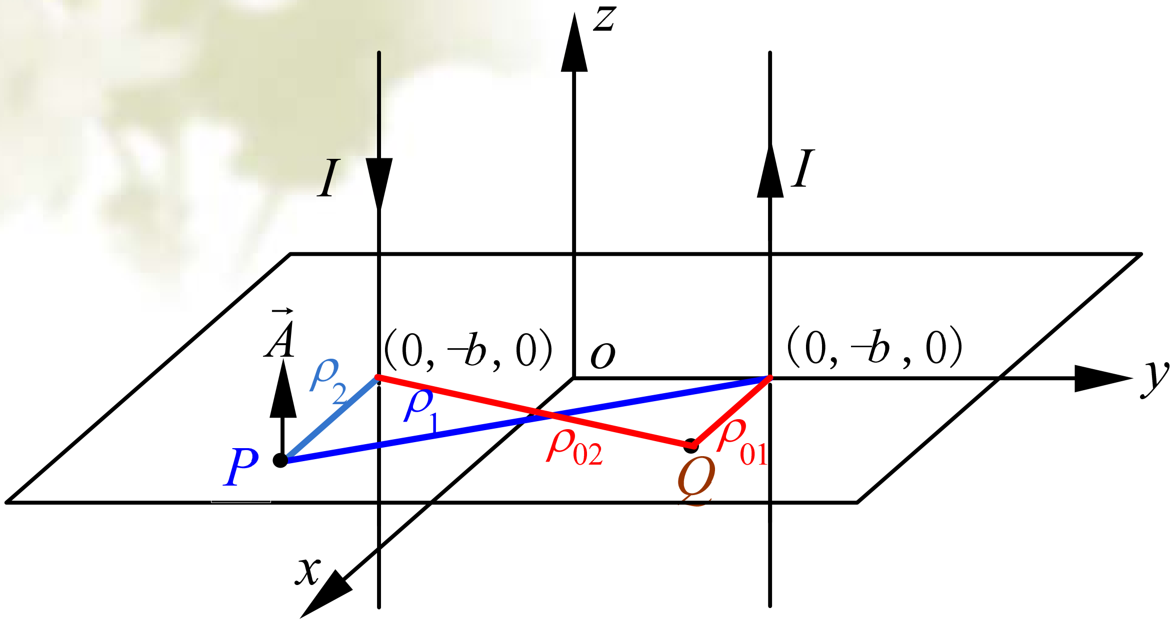
等 A 线与 B 线关系

等A线即为磁力线

在平行平面场中，等 A 线也就是磁感应线B线。

轴对称场　等A线为：$\rho A_\phi=$常量

例 无限长直的平行输电线的磁场分布图形



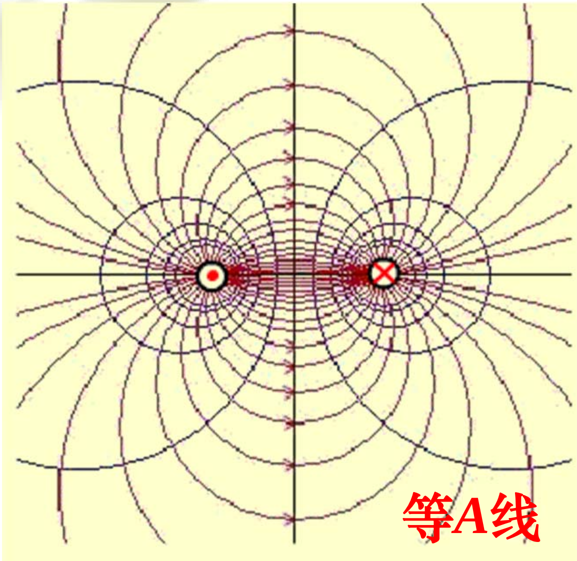
$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} \vec{e}_z$$

$A_z = \text{const}$ 等A线

$$\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 = k^2$$

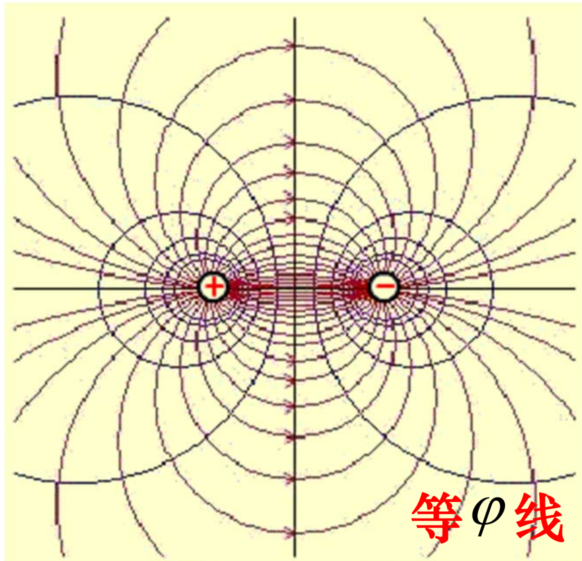
两线输电线的等A 线方程为偏心圆方程

$$\frac{y^2+(x+b)^2}{y^2+(x-b)^2}=k^2\ , \longrightarrow (x-h)^2+y^2=a^2$$



双线输电线的磁场

← 相似 →



双线输电线的电场

作业：3-10