

工程电磁场与波

Engineering Electromagnetics

任课教师： 李玉玲

Email: liyl@zju.edu.cn

课件下载邮箱：

用户名：eem_ee@163.com

密码：[eem135](mailto:eem_ee@163.com)

学习《工程电磁场与波》需要具备的基础知识

大学物理——电磁学部分

大学数学——微积分、矢量分析和场论、
常微分方程、偏微分方程和特殊函数等；
各类坐标系

电路原理

课程概述

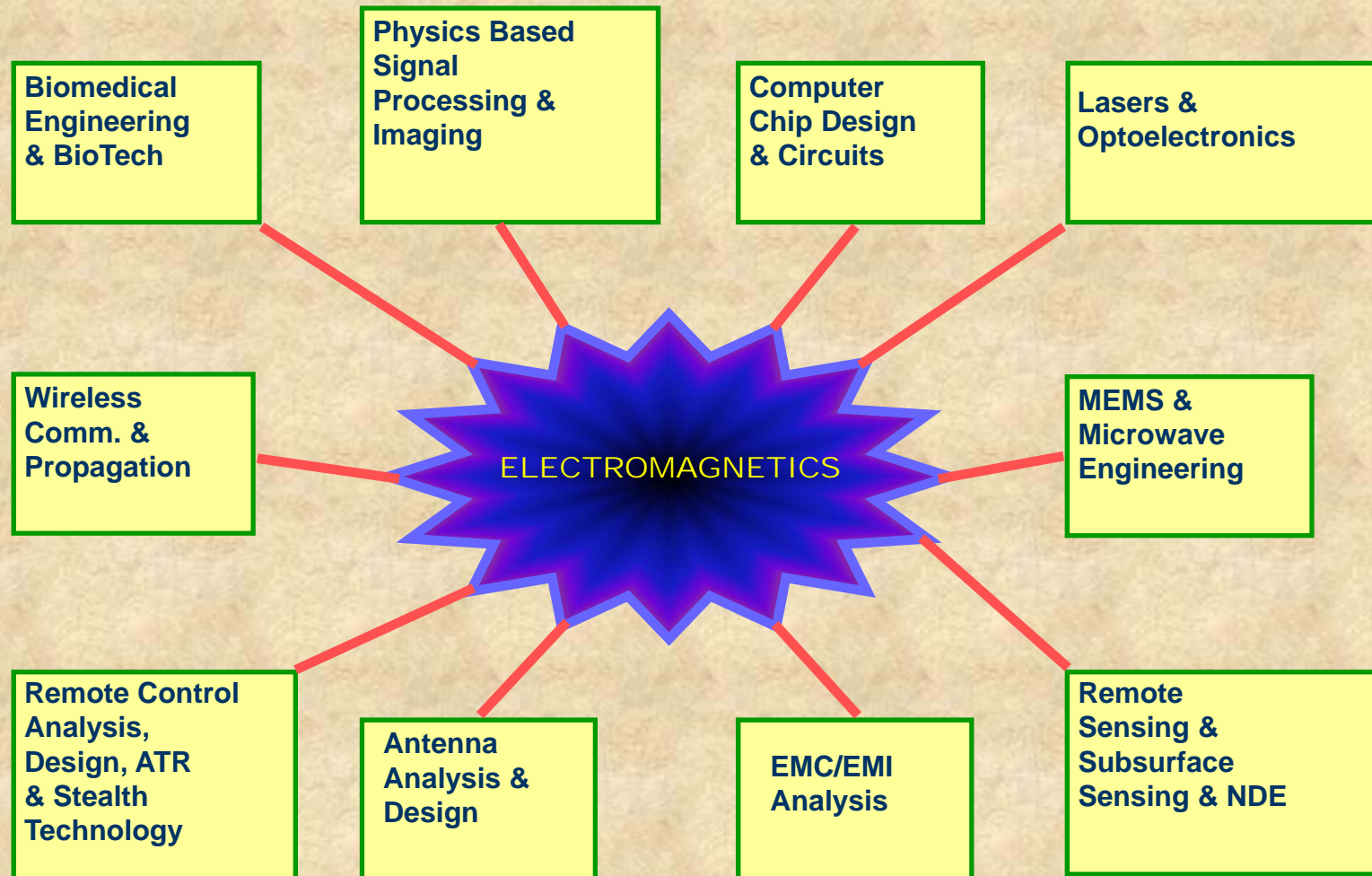
一、电磁场理论及应用

电磁场理论：是在物理电磁学的基础上，进一步研究电磁现象和电磁过程的基本规律和分析计算方法。

电磁场是电工、电子和信息技术学科的理论基础，在军事、医疗、天文等领域也有重要的应用。

电磁场是理解近代科技成果必不可少的知识本源

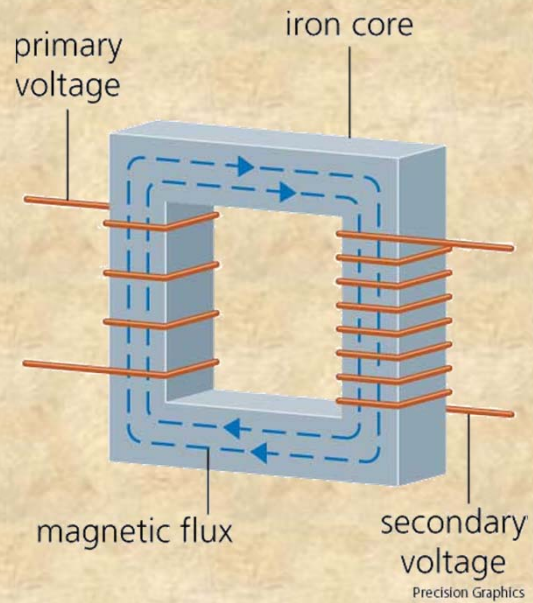
电磁场是理解近代科技成果必不可少的知识本源



MEMS:微电子机械系统 (Micro-electromechanical Systems)

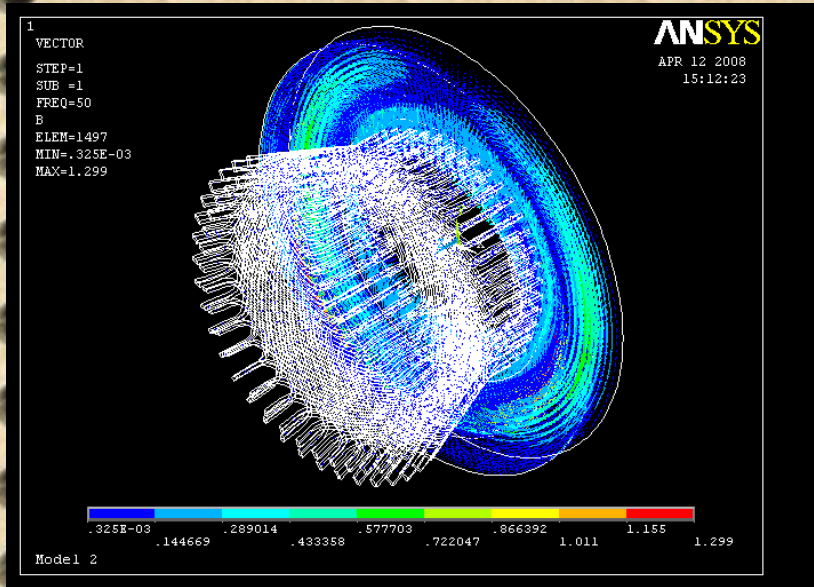
NDE: Non-Destructive Evaluation:无损检测评估,包括射线检测,超声检测,渗透检测,磁粉检测等。

电磁场是理解近代科技成果必不可少的知识本源

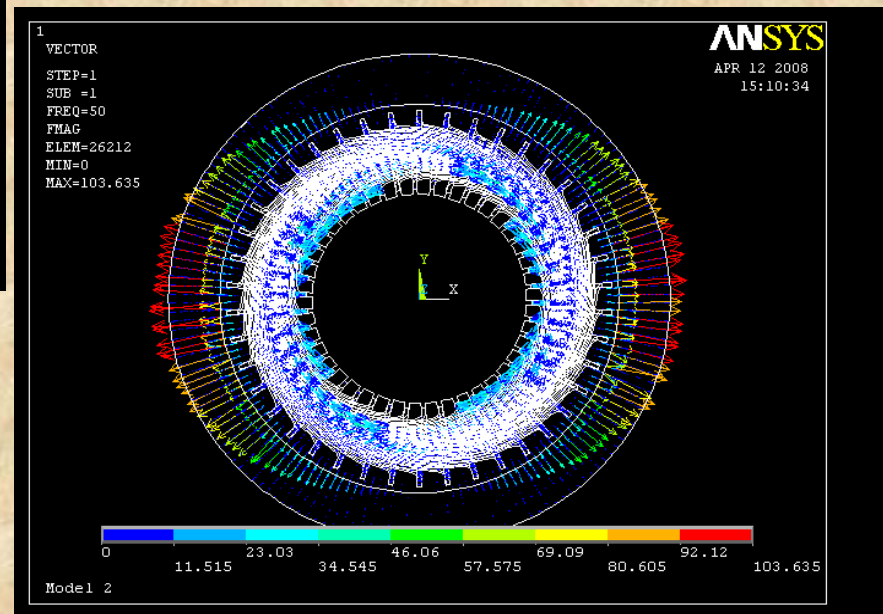


电力系统及其装置的设计、制造（优化）、运行技术

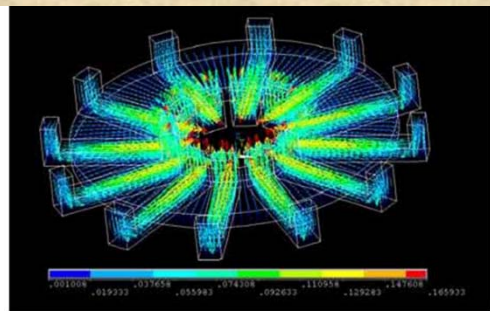
电磁场是理解近代科技成果必不可少的知识本源



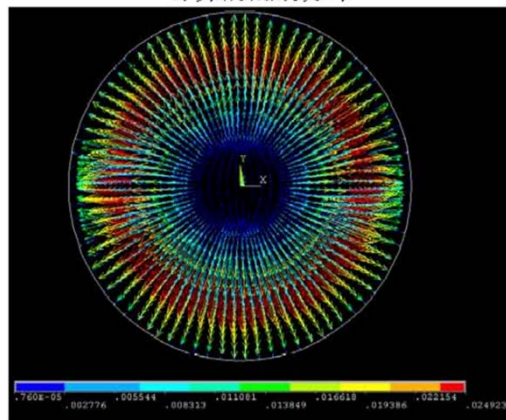
大型汽轮发电机的端部涡流场、温度场和力场的分析和计算



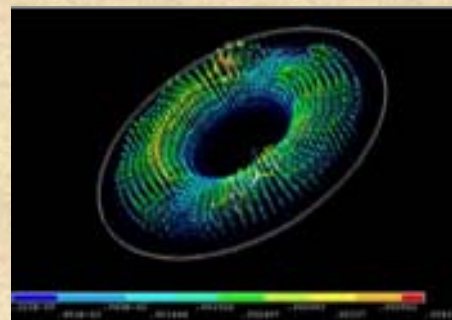
电磁场是理解近代科技成果必不可少的知识本源



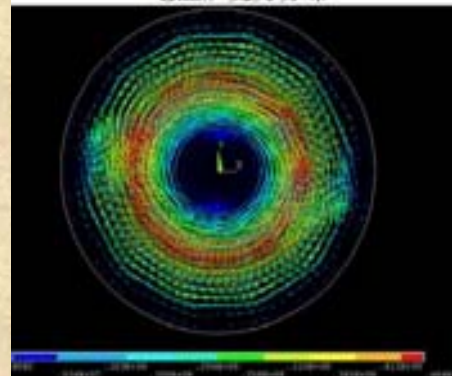
计算的磁场分布



计算的磁场分布



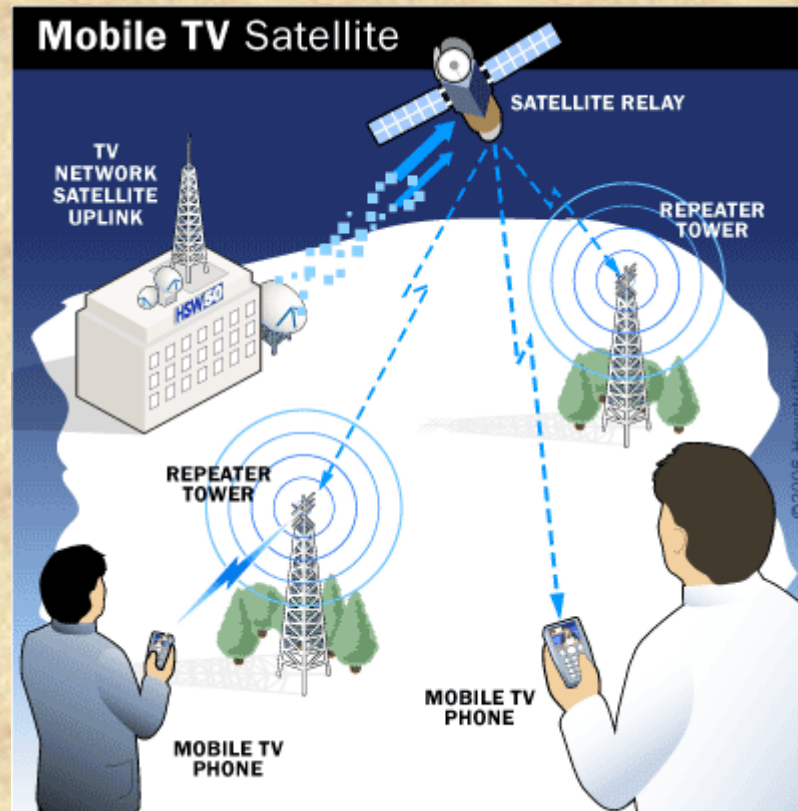
电磁炉受力分布



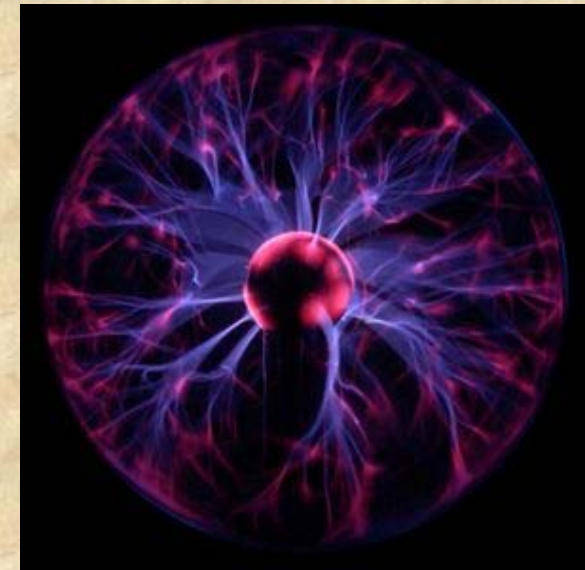
线圈中的电流分布

电磁炉涡流场、
温度场分析、计
算/设计

电磁场是理解近代科技成果必不可少的知识本源



无线通讯

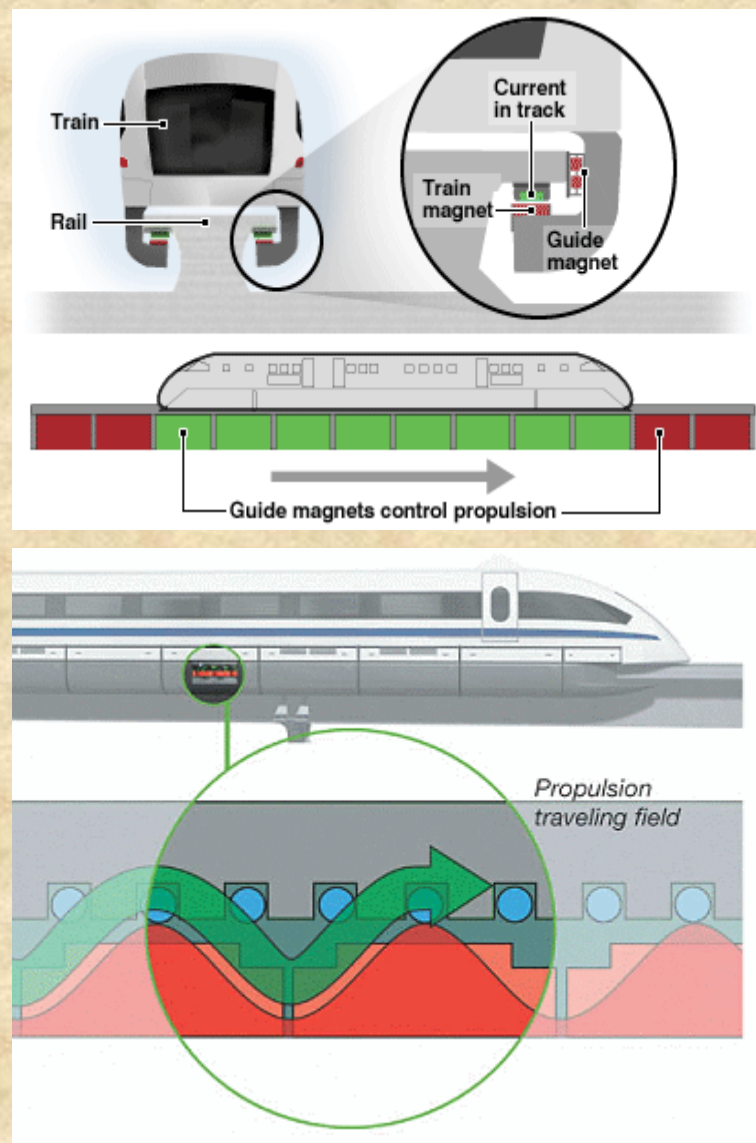


医学成像

新的科学技术成果更离不开电磁理论



磁悬浮



新的科学技术成果更离不开电磁理论

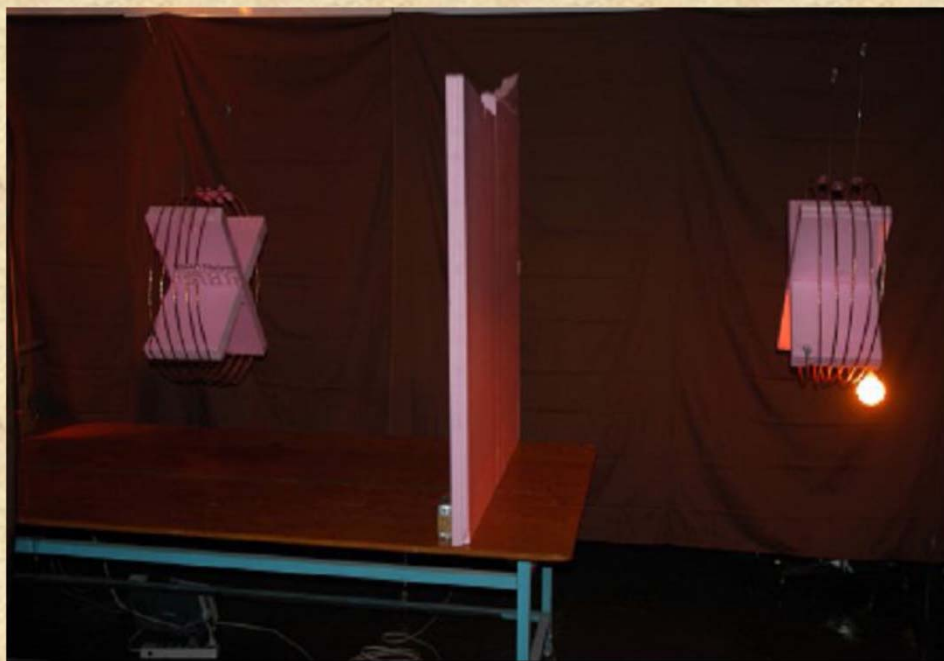
隐形轰炸机 B2

关键技术研究点：

- 特殊结构设计；
- 机身表面 吸附涂层设计。



新的科学技术成果更离不开电磁理论



无线电能传输

60W/2m

<http://www.witricity.com/>

二、电磁场与电路原理课程的区别与联系

二者都是研究电磁现象的基本规律及其分析计算方法。

电路原理研究的是“大尺度”、某一“对象”整体的变化规律；

电磁场研究的主要是点的时、空变化规律；如 $E(x,y,z,t)$

电路方法把电磁现象和过程约束在一维“电流通路中”，不能精确揭示/解释典型的电磁现象，如电磁波，无线能量传输等

目前已经发展到纳米电磁学"Nanomagnetics "

需要从更微观的角度研究电磁现象

二、电磁场与电路原理课程的区别与联系

电路分析问题：

实际的电工、电子技术装置 $\xrightarrow{\text{理想化假设}}$ 电路模型(一种具体的物理模型)

电路模型：

- 理想电路元件(R 、 L 、 C)及其组合
- 理想电压、电流源(e, i)

分析问题
以 u, i 为基本物理量 \rightarrow 给定激励(e, i)求响应(u, i)

电磁场分析问题：

实际电磁装置中的电磁现象和过程 $\xrightarrow{\text{理想化假设}}$ 电磁场的物理模型

电磁场的物理模型：

- 连续媒质的场空间(ϵ 、 μ 、 γ 及其相应的几何结构)
- 理想化的场源(q, i)

分析问题
以 E, B, D, H 为基本物理量(场量) \rightarrow 给定源量(q, i)求场分布(E, B, D, H)

三、学习电磁场的方法

- 深入理解、建立正确的物理概念；
- 掌握常用的各种分析、计算方法；
- 认真听讲和思考，预习、复习，认真作业；
- 勤于总结归纳。

课程教材：

工程电磁场原理（第二版），倪光正 主编
高等教育出版社

参考教材：

1. 《工程电磁场导论》冯慈璋、马西奎,高等教育出版社
2. Kenneth R. Demarest—Engineering Electromagnetics
3. William H. Hayt Jr.—Engineering Electromagnetics

四、期末考核

期末考试（70%）

平时（出席+作业）+实验 = (30%)

其中：平时20分，实验 10分

每周交一次作业，时间为周五上课时间。

电磁场课程主要内容

电磁场的数学物理基础

静态电磁场I: 静电场

静态电磁场II: 恒定电流的电场和磁场

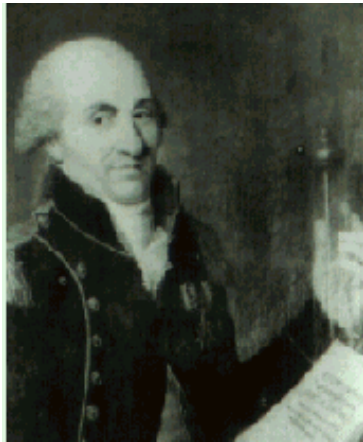
准静态电磁场

动态电磁场与电磁波

电磁理论的发展过程

电磁学的发展过程包括了电场、磁场的性质以及电、磁场相互关系的建立：

- 1729年，**格雷**研究了电的**传导现象**，发现了导体与绝缘体的区别，同时也发现了静电感应现象。
- 1785年，法国物理学家**库仑**用扭秤测量了电荷之间的作用力——**库仑定律**。



库仑

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{e}_r$$

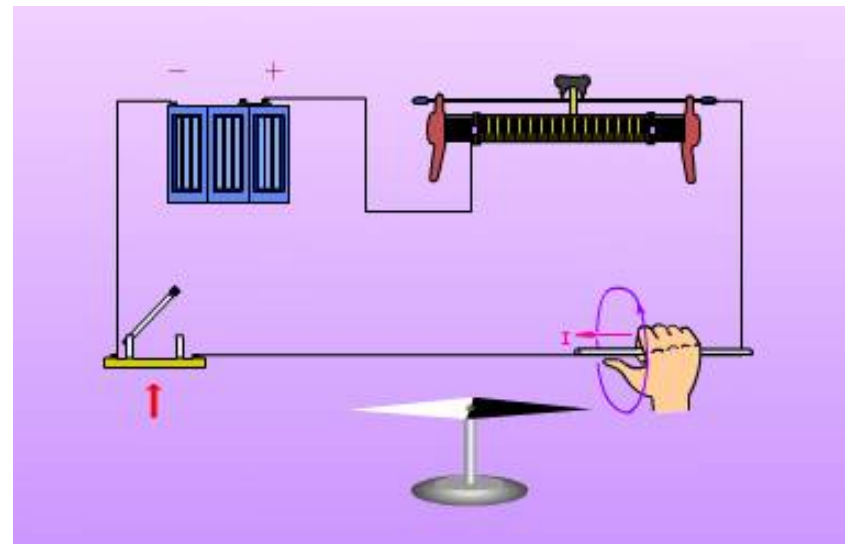
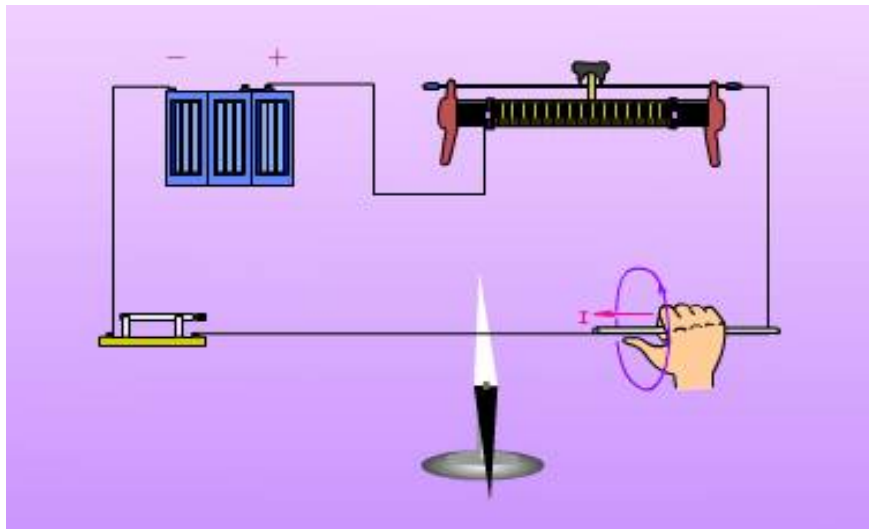
从牛顿的万有引力规律得到启发，用类比的方法得到了电荷相互作用力与距离的平方成反比的规律。

鲁宾逊、卡文迪许也得到过结论，但未发表。



Hans Christian Oersted
(1770–1851)

➤ 1820年，丹麦物理学家**奥斯特**发现**电流磁效应**。通有电流的导线，可以在其周围产生磁场。

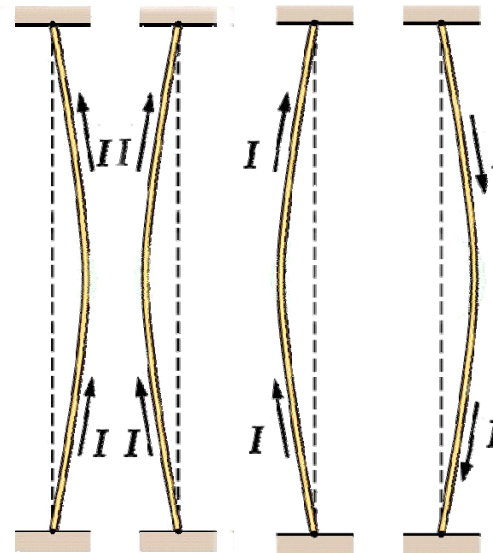


当电流通过导线时，引起导线近旁的磁针偏转。

- 1820年12月，法国物理学家**安培**确定载流导线在磁场中受磁场力作用的**安培定律**



安培(Ampère, 1775—1836)是法国物理学家、数学家



载流直导线相互作用

- 法国科学家**毕奥**和**萨伐尔**通过实验得到了电流产生的磁场计算公式。

- 1822年，安培载流导线与其产生的磁场之间的关系——**安培环路定理**

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I = \int_S \vec{J}_c \cdot d\vec{S}$$

- 1835年，德国物理学家**高斯定理**是电磁学的重要定理。

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon}$$

- 1831年，英国物理学家**法拉第**提出**电磁感应定律**，并且提出了**力线和场**的概念（确定感应电流方向的**楞次定律**）。



Michael Faraday (1791–1867)

$$e = -\frac{d\psi}{dt}$$

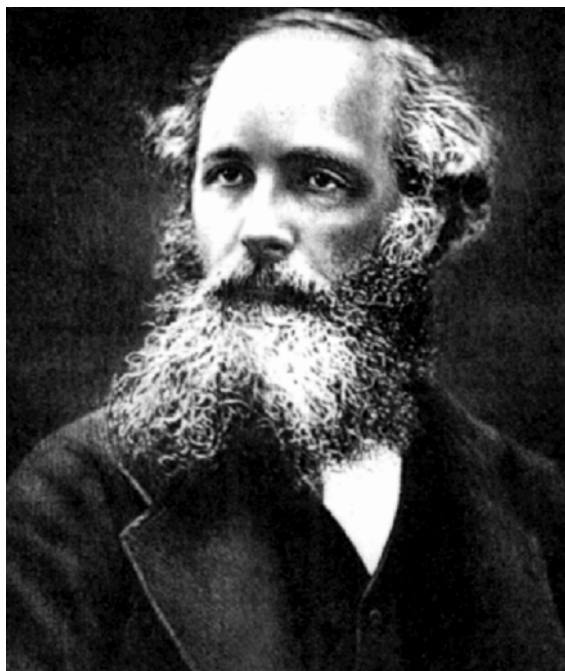
法拉第电磁感应定律的重要意义：

一方面，依据电磁感应的原理，人们制造出了发电机，电能的大规模生产和远距离输送成为可能；

另一方面，电磁感应现象在电工技术、电子技术以及电磁测量等方面都有广泛的应用。

人类社会从此迈进了电气化时代。

- 1865年，英国物理学家麦克斯韦提出“位移电流”和“涡旋电场”假说——麦克斯韦方程组。预言电磁波的存在



麦克斯韦

在1999年，英国广播公司（BBC）评选出的1000年来最伟大的10位思想家中麦克斯韦与马克思、爱因斯坦、牛顿等人一起榜上有名，他排名第九。后由英国杂志《物理世界》在100位著名物理学家中选出的10位最伟大者中，麦克斯韦紧跟爱因斯坦和牛顿排名第三。

“法拉第和麦克斯韦在电磁场方面的工作引起一场最伟大的革命”

——爱因斯坦

“一个民族要想站在科学的高峰，就一刻也不能没有理论思维。”

——恩格斯

麦克斯韦方程组

$$\oint_l \vec{H} \bullet d\vec{l} = \int_S \vec{J}_c \bullet d\vec{s} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \bullet d\vec{s} + \int_S \rho \vec{v} \bullet d\vec{s}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \left. \begin{array}{l} \vec{J}_c \\ \vec{J}_v \end{array} \right\} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\oint_l \vec{E} \bullet d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \bullet d\vec{s}$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

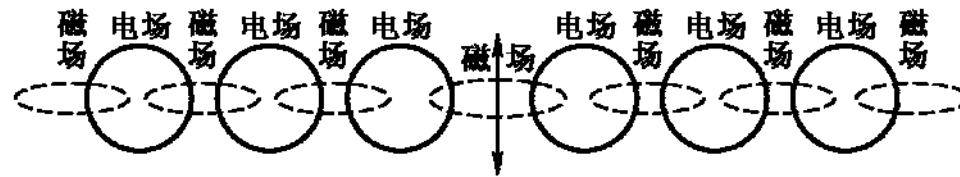
$$\oint_S \vec{B} \bullet d\vec{s} = 0$$

$$\nabla \bullet \vec{B} = 0$$

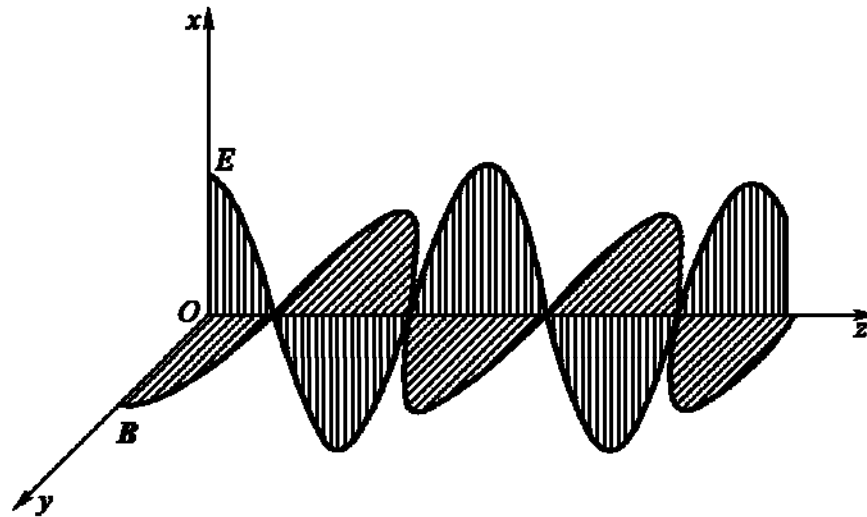
$$\oint_S \vec{D} \bullet d\vec{s} = \sum q = \int_V \rho dv$$

$$\nabla \bullet \vec{D} = \rho$$

由麦克斯韦方程组出发，根据交变的电场（或磁场）可在周围产生交变磁场（或电场），预言了电磁波。他认为这种交变电磁场可不断由振源向远处传播开来，电磁振荡在空间的传播就形成了电磁波。



(a) 电磁波的形成和传播



(b) 沿 z 方向传播的简谐平面电磁波, 在 x 和 y 方向振动的 E 电场和 B 磁场是同相的

- 1886年，德国物理学家赫兹证明了电磁波的存在并以光速传播。并证明了电磁波有类似光的特性（反射、折射、衍射、偏振等）。从此麦克斯韦方程组才被世人公认。

第1章 电磁场的数学物理基础

1.1 电磁场的基本物理量

一、电磁场的源量与场量（激励，响应）

源量：电荷、电流

场量：电场强度 E 、磁感应强度 B 、媒质的电磁性能参数

源量——静态电荷的4种分布形式

■ 点电荷

点电荷 $q(\vec{r}')$ \vec{r}' ——源点的位矢量

■ 电荷体密度

$$\rho(\vec{r}') = \lim_{\Delta V' \rightarrow 0} \frac{\Delta q(\vec{r}')}{\Delta V'} = \frac{dq(\vec{r}')}{dV'} \text{ C/m}^3$$

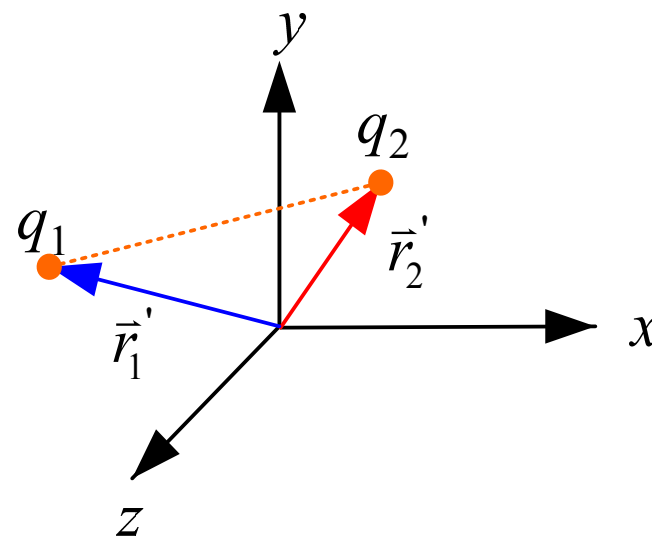
■ 电荷面密度

$$\sigma(\vec{r}') = \lim_{\Delta S' \rightarrow 0} \frac{\Delta q(\vec{r}')}{\Delta S'} = \frac{dq(\vec{r}')}{dS'} \text{ C/m}^2$$

■ 电荷线密度

$$\tau(\vec{r}') = \lim_{\Delta l' \rightarrow 0} \frac{\Delta q(\vec{r}')}{\Delta l'} = \frac{dq(\vec{r}')}{dl'} \text{ C/m}$$

元电荷: $dq = \rho dV = \sigma dS = \tau dl$



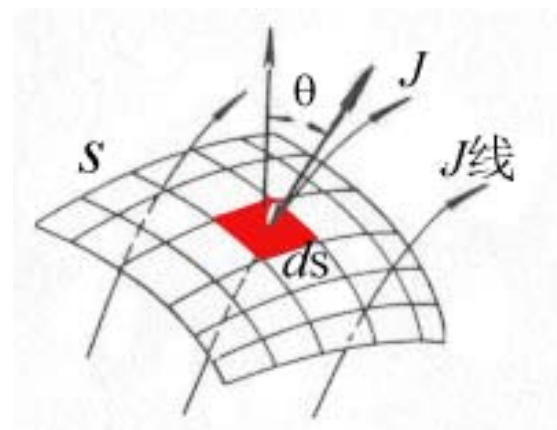
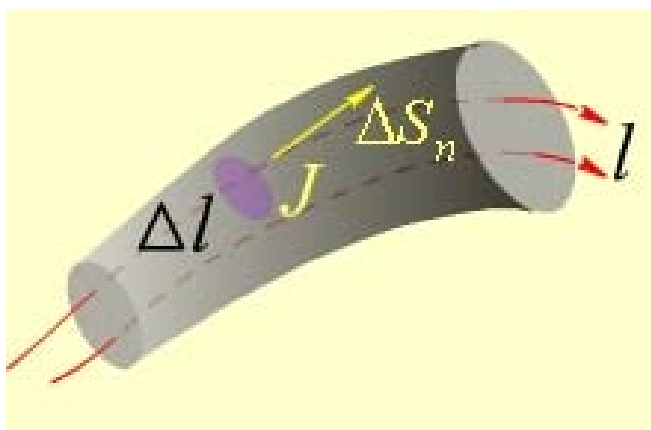
源量——电流和电流密度

电流 $i = \frac{dq}{dt}$ A=C/s

1. 体电流密度 \vec{J} (电流密度)

$$\vec{J} = \lim_{\Delta S_n \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta S_n} \vec{e}_n = \frac{di}{dS_n} \vec{e}_n \quad (\text{A/m}^2)$$

电流 $I = \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$



电流的计算

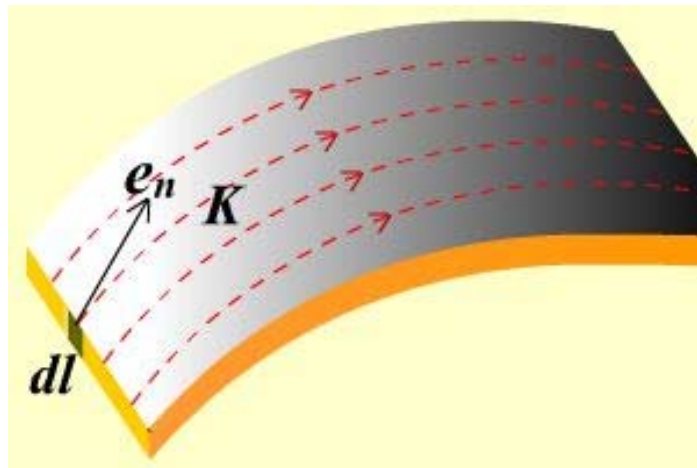
2. 面电流密度 \vec{K}

$$\vec{K} = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta l} \vec{e}_n = \frac{dI}{dl} \vec{e}_n \quad (\text{A/m})$$

电流

$$I = \int_l \vec{K} \cdot d\vec{l}$$

e_n 与通过 dl 曲面相切的单位矢量。



3. 元电流的概念

当按体电荷 ρ 分布的电荷以速度 \mathbf{v} 匀速运动形成的电流:

体电流密度: $\vec{J} = \rho \vec{v}$ (A/m²)

当按面电荷 σ 分布的电荷以速度 \mathbf{v} 匀速运动形成的电流:

面电流密度: $\vec{K} = \sigma \vec{v}$ (A/m)

线电荷 τ 分布的电荷以速度 \mathbf{v} 匀速运动形成的电流:

线电流: $I = \tau v$ (A)

元电流: $I d\vec{l} = \vec{K} dS = \vec{J} dV = dq \vec{v}$ (A·m)

场量——电场强度 \mathbf{E}

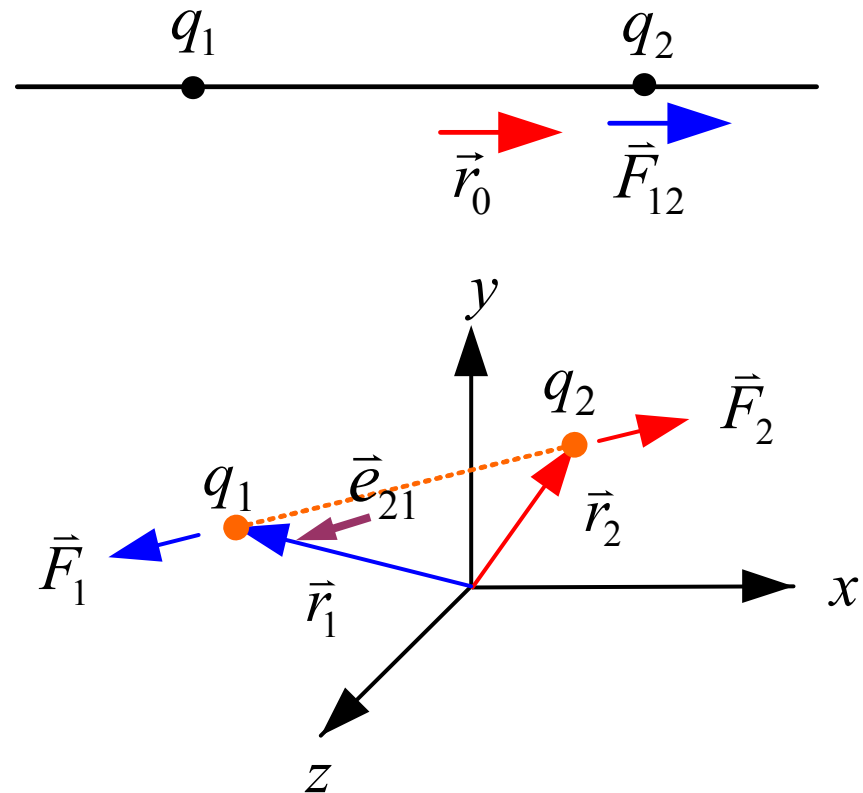
■ 库仑定律

■ 真空中两个点电荷 q_1 和 q_2 。则 q_1 作用于 q_2 上的电场力为

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{r}_0$$

$$\vec{F}_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2} \vec{e}_{21}$$

同号相斥，异号相吸



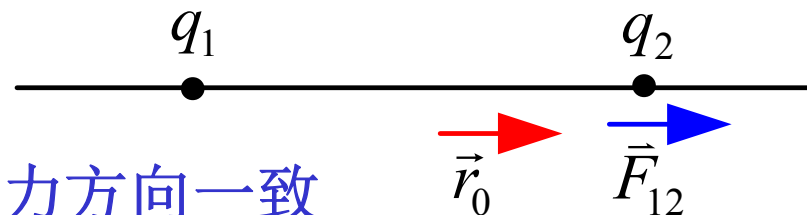
场量——电场强度 \vec{E}

■ 定义

当电荷 q_2 足够小，不至于影响被研究的电场，则

$$\vec{E}(\vec{r}) = \lim_{q_2 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_{12}(\vec{r})}{q_2} \quad \text{N/C} \quad \text{V/m}$$

注意：



- 方向：与该点正电荷受力方向一致
- 大小等于单位电荷在该点受到的电场力
- 单位：N/C (V/m)

已知某点电场强度 \vec{E} ，元电荷 dq 受力 $d\vec{f}$ 为

$$d\vec{f} = dq\vec{E}$$

交变的电流空间内存在电场 $\rightarrow \vec{E}(\vec{r}, t)$

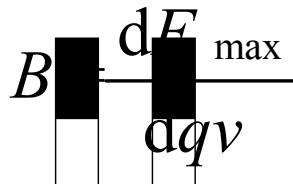
场量——磁感应强度（磁通密度**B**）

■ 定义

由运动电荷（或电流）在磁场中受到磁场的作用力而定义的基本场矢量——磁感应强度

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad \longrightarrow \quad d\vec{F} = dq(\vec{v} \times \vec{B})$$

洛伦兹力


$$\frac{dF_{\max}}{dqv} \quad \text{T, Wb/m}$$

当**B**的方向与运动电荷速度**v**方向相互垂直时，**B**的数量关系。

安培定律

$$d\vec{F} = I(d\vec{l} \times \vec{B}) \quad \longrightarrow \quad B = \frac{(dF)_{\max}}{Idl} \quad \text{T, Wb/m}$$

载流导体在磁场中受力来定义磁场。

场量——引出量

■ 电位移矢量

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad \text{C/m}^2$$

■ 磁场强度

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \quad \text{A/m}$$

二、媒质的电磁性能参数

反映媒质在电场作用下的导电性能——电导率 γ ($1/\Omega \cdot \text{m} = \text{S/m}$)

反映媒质在磁场作用下的磁化性能——磁导率 μ (H/m)

反映媒质在电场作用下的极化性能——介电常数 ε (F/m)

γ —— R

μ —— L

ε —— C

真空中, $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m

$c = 3 \times 10^8$ m/s 电磁波传播速度等于光速

1.2 矢量分析

- 矢量代数复习

- 三度

- 标量场的梯度

- 矢量场的散度

- 矢量场的旋度

1.2.1 矢量代数

1. 标量与矢量

标量：只有大小，没有方向的物理量（温度，高度等）

矢量：既有大小，又有方向的物理量（力，磁场强度）

2. 矢量场与标量场

场是一个标量或一个矢量的位置函数，即每一时刻每个位置该物理量都有一个确定的值，则称在该空间中确定了该物理量的场。

例如，在直角坐标下：

$$\varphi(x, y, z) = \frac{5}{4\pi[(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2]}$$

标量场

物理量为标量

如温度场、电位场、高度场等；

$$\vec{A}(x, y, z) = 2xy^2\vec{e}_x + x^2z\vec{e}_y + xyz\vec{e}_z$$

矢量场

物理量为矢量

如流速场、电场、涡流场等。

3. 矢量的表示方式

矢量可表示为：

$$\vec{A} = |\vec{A}| \vec{e}_A = A_x \vec{e}_x + A_y \vec{e}_y + A_z \vec{e}_z$$

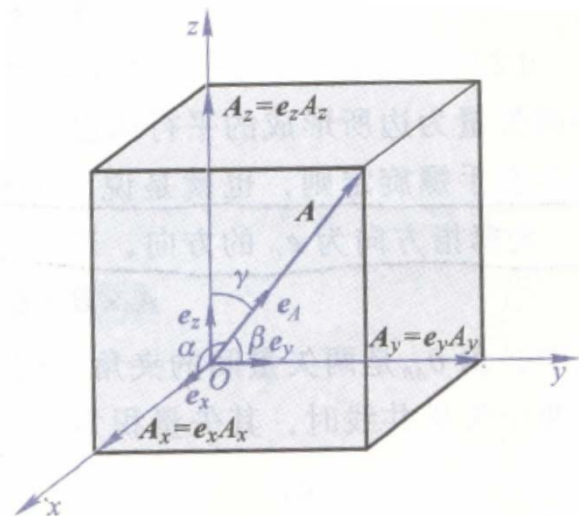
其中 $|\vec{A}|$ 为其模值，表征矢量的大小；

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

\vec{e}_A 为其单位矢量，表征矢量的方向；

$$\vec{e}_A = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \vec{e}_x \frac{A_x}{|\vec{A}|} + \vec{e}_y \frac{A_y}{|\vec{A}|} + \vec{e}_z \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \vec{e}_x \cos \alpha + \vec{e}_y \cos \beta + \vec{e}_z \cos \gamma$$

注：矢量书写时，印刷体为场量符号加粗，如 **D**。教材上符号即为印刷体。手写矢量 \vec{D}



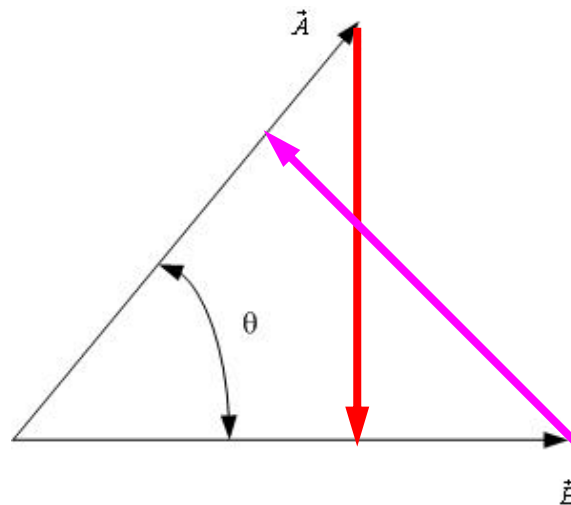
4. 矢量的运算

$$\vec{A} = \vec{e}_x A_x + \vec{e}_y A_y + \vec{e}_z A_z \quad \vec{B} = \vec{e}_x B_x + \vec{e}_y B_y + \vec{e}_z B_z$$

则:

$$\vec{A} \pm \vec{B} = \vec{e}_x (A_x \pm B_x) + \vec{e}_y (A_y \pm B_y) + \vec{e}_z (A_z \pm B_z)$$

标量积(点乘) $\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta_{AB} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$



4. 矢量的运算

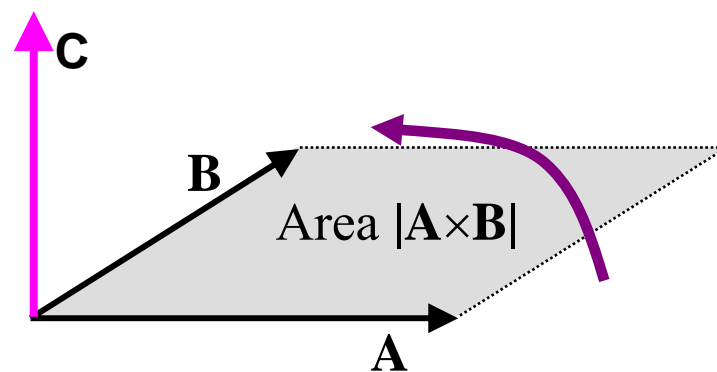
$$\vec{A} = \vec{e}_x A_x + \vec{e}_y A_y + \vec{e}_z A_z \quad \vec{B} = \vec{e}_x B_x + \vec{e}_y B_y + \vec{e}_z B_z$$

则:

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \\ &= \vec{e}_x (A_y B_z - A_z B_y) + \vec{e}_y (A_z B_x - A_x B_z) + \vec{e}_z (A_x B_y - A_y B_x) \end{aligned}$$

叉乘

$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C} = (AB \sin \theta_{AB}) \vec{e}_C$$



右手螺旋定则

5、常用坐标系（附录一）

直角坐标系

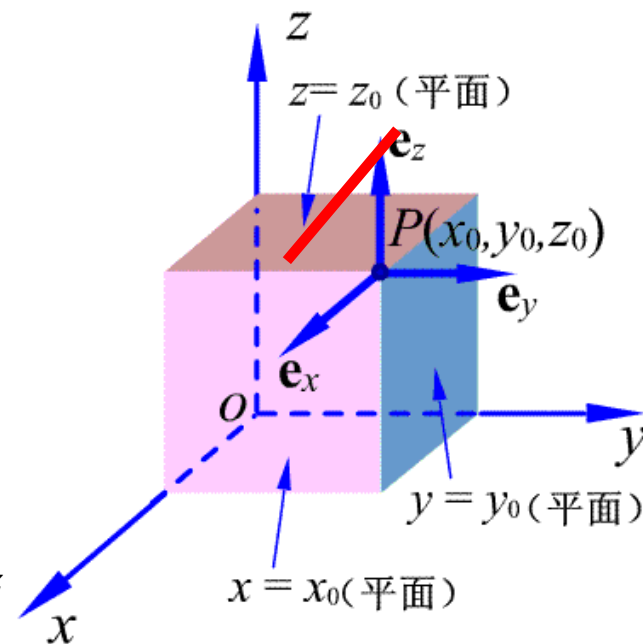
基本变量: x, y, z

单位矢量: $\bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{e}_z$

位置矢量: $\vec{r} = \bar{e}_x x + \bar{e}_y y + \bar{e}_z z$

$$dV = dx dy dz \quad d\vec{r} = dx \bar{e}_x + dy \bar{e}_y + dz \bar{e}_z$$

$$d\vec{S} = dy dz \bar{e}_x + dx dz \bar{e}_y + dx dy \bar{e}_z$$



圆柱坐标系

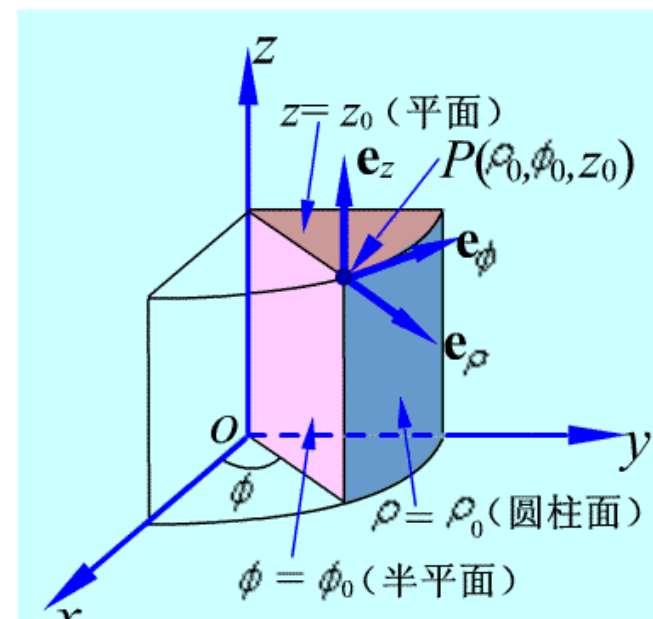
基本变量: ρ, φ, z

单位矢量: $\bar{e}_\rho, \bar{e}_\varphi, \bar{e}_z$

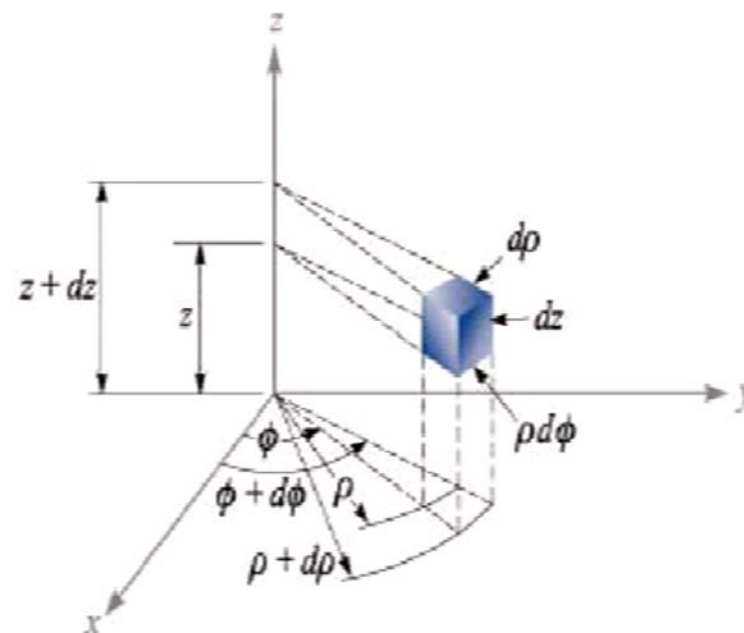
位置矢量: $\vec{r} = \bar{e}_\rho \rho + \bar{e}_z z$

$$dV = \rho d\rho d\varphi dz \quad d\vec{l} = d\rho \bar{e}_\rho + \rho d\varphi \bar{e}_\varphi + dz \bar{e}_z$$

$$d\vec{S} = \rho d\varphi dz \bar{e}_\rho + d\rho dz \bar{e}_\varphi + \rho d\rho d\varphi \bar{e}_z$$



圆柱坐标线元表示法



球面坐标系

基本变量: r, θ, φ

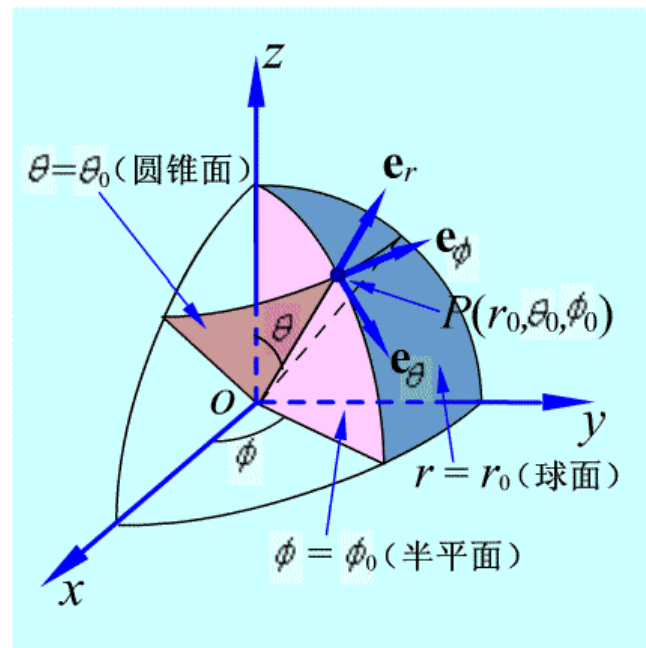
单位矢量: $\bar{e}_r, \bar{e}_\theta, \bar{e}_\varphi$

位置矢量: $\bar{r} = \bar{e}_r r_0$

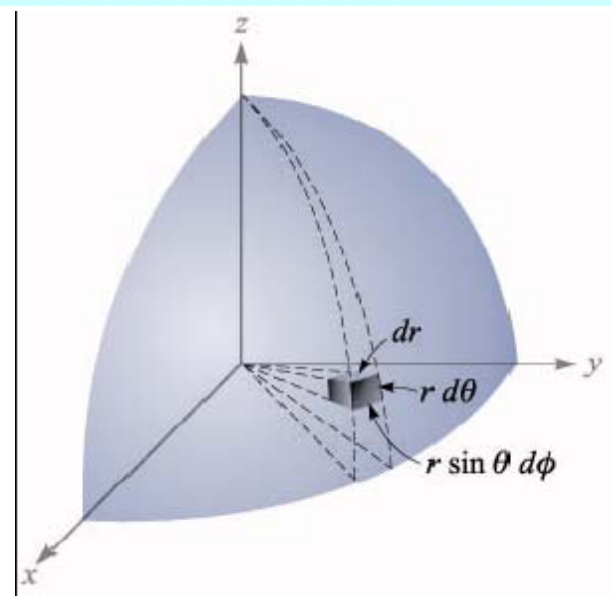
$$d\bar{l} = dr \bar{e}_r + r d\theta \bar{e}_\theta + r \sin\theta d\varphi \bar{e}_\varphi$$

$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$$

$$d\bar{S} = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \bar{e}_r + r \sin\theta dr d\varphi \bar{e}_\theta + r dr d\theta \bar{e}_\varphi$$



球坐标线元表示法



坐标变换

➡ 圆柱坐标系与直角坐标系间单位矢量变换关系

$$\vec{e}_r = \vec{e}_x \cos \varphi + \vec{e}_y \sin \varphi \quad \vec{e}_\varphi = -\vec{e}_x \sin \varphi + \vec{e}_y \cos \varphi \quad \vec{e}_z = \vec{e}_z$$

➡ 球面坐标系与直角坐标系间单位矢量变换关系

$$\begin{aligned} \vec{e}_r &= \vec{e}_x \sin \theta \cos \varphi + \vec{e}_y \sin \theta \sin \varphi + \vec{e}_z \cos \theta & \vec{e}_\varphi &= -\vec{e}_x \sin \varphi + \vec{e}_y \cos \varphi \\ \vec{e}_\theta &= \vec{e}_x \cos \theta \cos \varphi + \vec{e}_y \cos \theta \sin \varphi - \vec{e}_z \sin \theta \end{aligned}$$