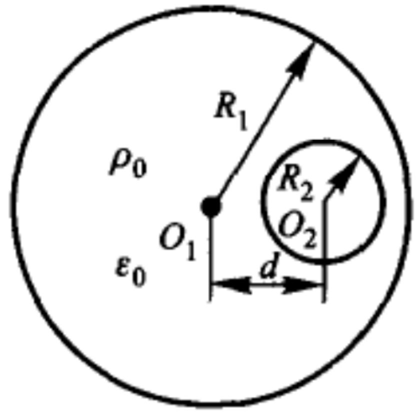
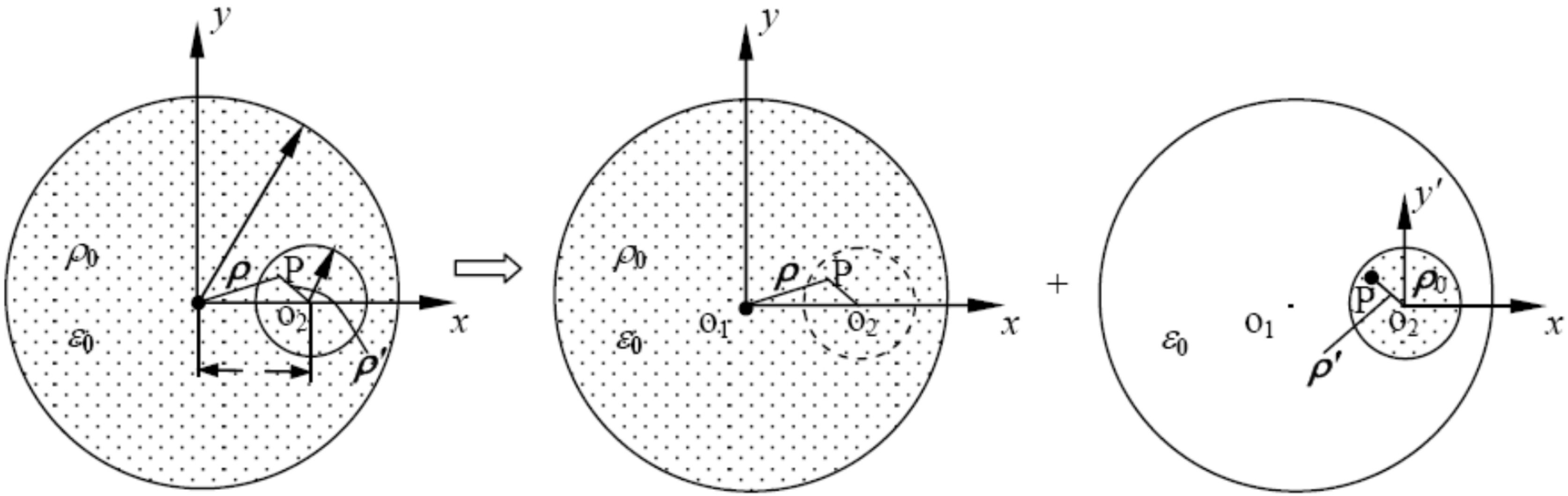
习题课（2章）部分习题及解答

作业题： 2-1，2-2，2-3， 2-4，2-5，2-6，2-7， 2-8，2-9，2-11，2-16 +补充一题，2-21，2-23(1)，2-26，2-25（2），2-27（其中（3）的球壳接地），2-29，2-30, 2-34, 2-35，2-36, 2-39

2-5 已知一半径为 R_1 的长直圆柱，离其轴线 d 处有一个半径为 R_2 的小圆柱，设在大小圆柱间均匀分布着体电荷密度 ρ_0，如题 2-5图所示。试求小圆柱内的 $\boldsymbol{E}$。



2-5 [解] 应用叠加原理。待求小圆柱内的电场强度 $\boldsymbol{E}_{\mathrm{p}}$ 即可由图示的大圆柱内均匀分布的体电荷密度ρ_0 的电场与小圆柱内均匀分布体电荷密度-ρ_0 的电场共同作用所产生。



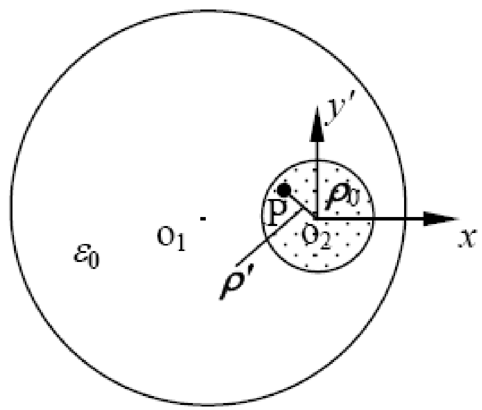
对于大圆柱，可选取单位长度的同轴圆柱面为高斯面，由高斯通量定理得

$$\oint_s \varepsilon_0 \mathbf{E}_1 \bullet d\mathbf{s} = \varepsilon_0 E_1 \cdot 2\pi\rho l = \pi\rho^2 l \cdot \rho_0$$

$$\boldsymbol{E}_1 = \frac{\rho_0}{2\varepsilon_0}\rho \boldsymbol{e}_\rho \quad (0 < \rho < R_1)$$

对于小圆柱，就坐标系 xo_2y' 而言，同理可得场点 P 处的电场强度为

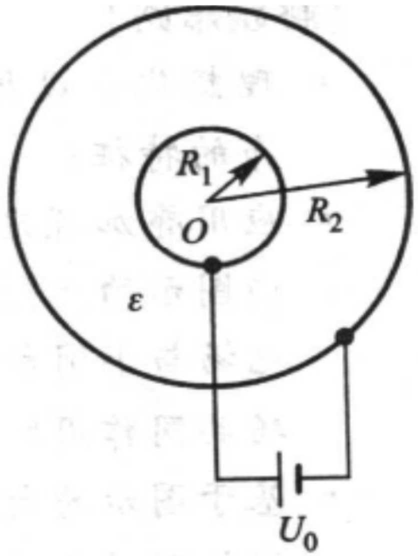
$$\mathbf{E}_2 = \frac{-\rho_0}{2\varepsilon_0}\rho'\mathbf{e}_{\boldsymbol{\rho}'} \quad (0 < \rho' < R_2)$$



由此可知，待求的小圆柱内的电场为以上二者的叠加，即

$$\boldsymbol{E}_P = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2 = \frac{\rho_0}{2\varepsilon_0}(\rho\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\rho}} - \rho'\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{\rho}'})$$

2－6 对于高压同轴传输线，为了在外导体尺寸固定不变（R_2＝定值）与外施电压不变（U_0＝定值）的情况下，提高传输线的利用率，工程上有所谓同轴线最佳尺寸的选择问题。设如题 2－6 图所示，在 R_2 与 U_0 不变的条件下，求：



（1）同轴线内哪里的电场强度最大？

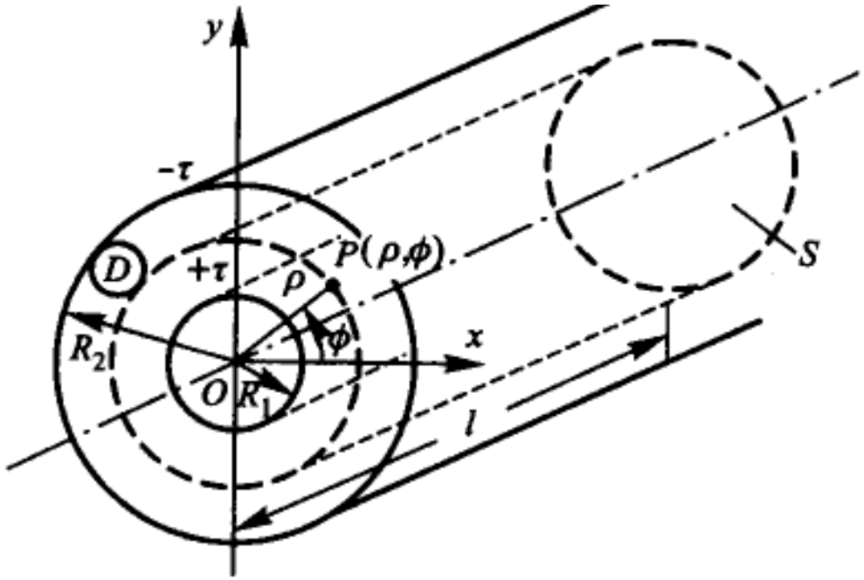
（2）定性描绘随着内导体半径 R 的变化，最大电场强度 E_m 变化曲线；

（3）在介质 ε 得到最充分利用的前提下，即力求降低介质内 E_m 值的要求下，试求内导体半径的最佳尺寸应是外导体半径的多少倍？

分析　　1）传输线间的电场，圆柱形对称的平行平面场特征

2）已知电压、外导体半径不变

［解］ (1)参照教材例 2-9,设传输线内、外导体沿轴线方向每单位长度的荷电量分别为 $+\tau$ 和 $-\tau$,作与传输线轴线同轴,且半径为 ρ,长度为 l 的圆柱形高斯面 S,如图示。显然,在圆柱面上 $\boldsymbol{D}$ 的数值相同,方向为柱面的外法线方向,而在二侧底面上则并无 $\boldsymbol{D}$ 的法向分量,因此可得



$$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot d\boldsymbol{S} = D\cdot 2\pi\rho l = \tau l$$

$$\boldsymbol{D} = \frac{\tau}{2\pi\rho}\boldsymbol{e}_\rho$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{D}}{\epsilon} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\rho}\boldsymbol{e}_\rho \quad (R_1<\rho<R_2)$$

E_{max}存在于 $\rho = R_1$ 处,其值为 $E_m = \dfrac{\tau}{2\pi\epsilon R_1}$

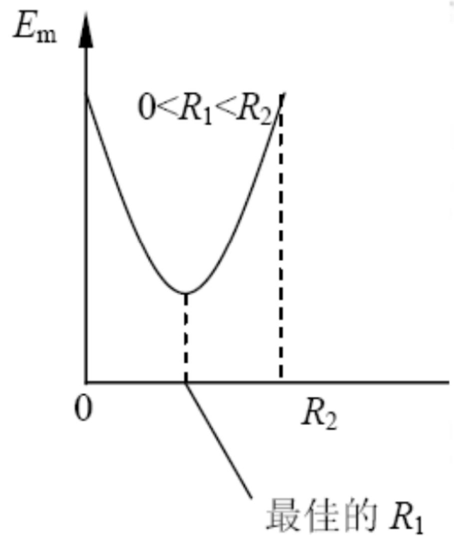
(2) 必须指出，随着内导体半径 R_1 的变化（$0<R_1<R_2$），在题设 R_2=定值与 U_0=定值的条件下，前所设定的 $\tau=\tau(R_1)$ 也将随之变化。这是因为

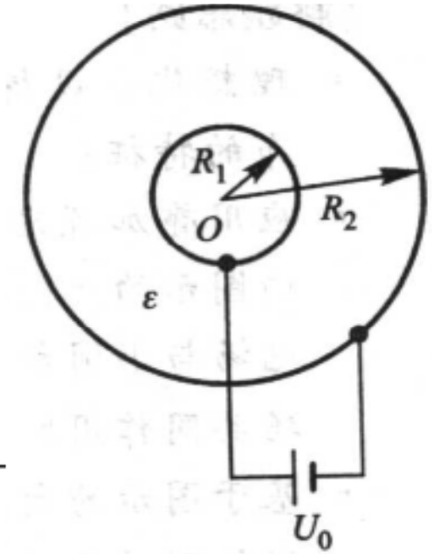
$$U_0=\int_{R_1}^{R_2}\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\rho}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\tau}{2\pi\varepsilon\rho}\cdot \mathrm{d}\rho=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon}\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\tau=\frac{2\pi\varepsilon U_0}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}=\tau(R_1)$$

代入 E_m 式

$$E_m=\frac{U_0}{R_1\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)}$$



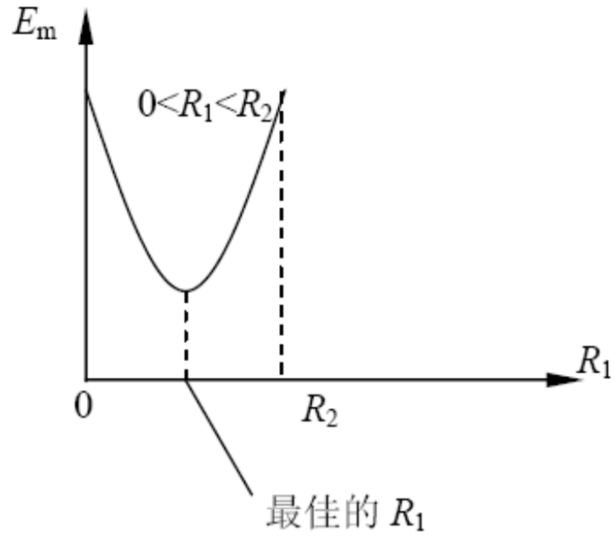


(3) 在介质 ε 得到最充分利用的前提下，即力求降低介质内 E_m 值的要求下，试求内导体半径的最佳尺寸应是外导体半径的多少倍？

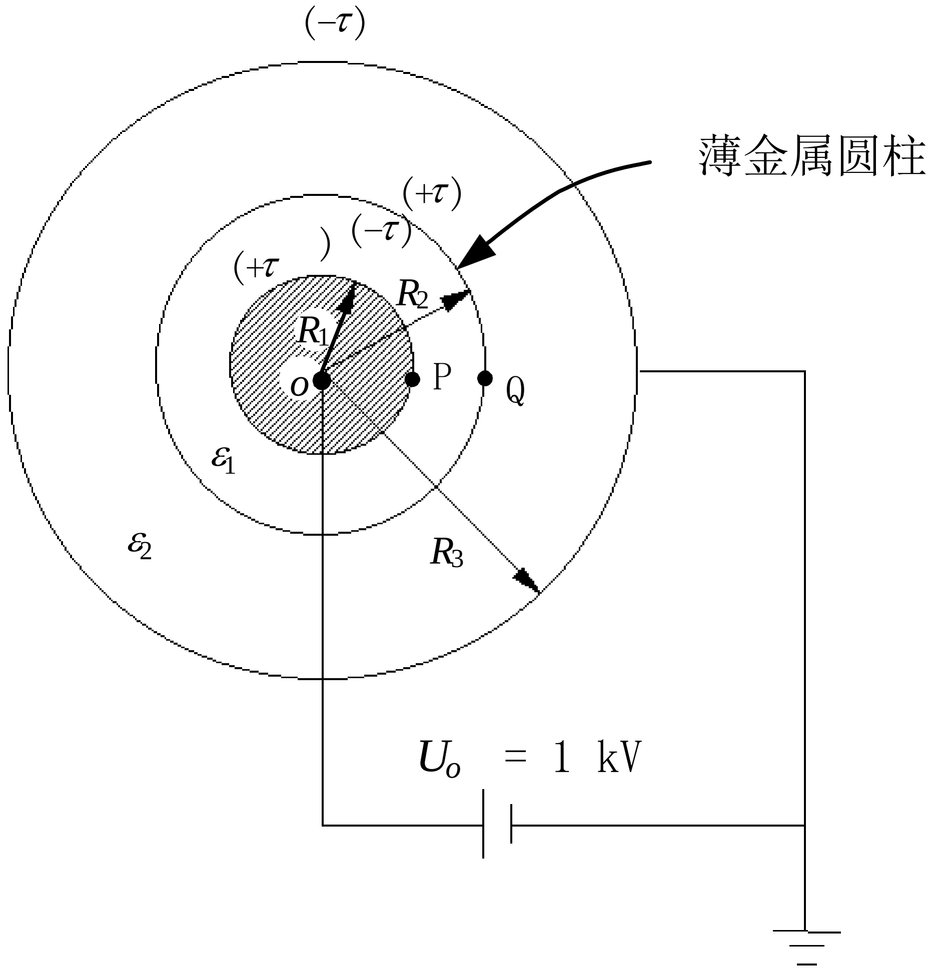
$$E_m = \frac{U_0}{R_1 \ln \frac{R_2}{R_1}} \qquad \frac{dE_m}{dR_1} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$R_1 = \frac{R_2}{e} = 0.3679 \quad R_2$$



2－7 一圆柱形的电容器中，同轴地置有两层绝缘体，已知内导线的直径为2 cm，外导线的直径为8 cm，内外两绝缘层的厚度分别为1 cm和2 cm。内外两导线间的电压为1000 V。设有一层很薄的金属圆柱片放在两层绝缘介质之间，欲使每种介质中的最大场强相等，如以外导体为电位参考点，试问金属圆柱片的电位应为何值？



2-7 分析

I. 场的特征

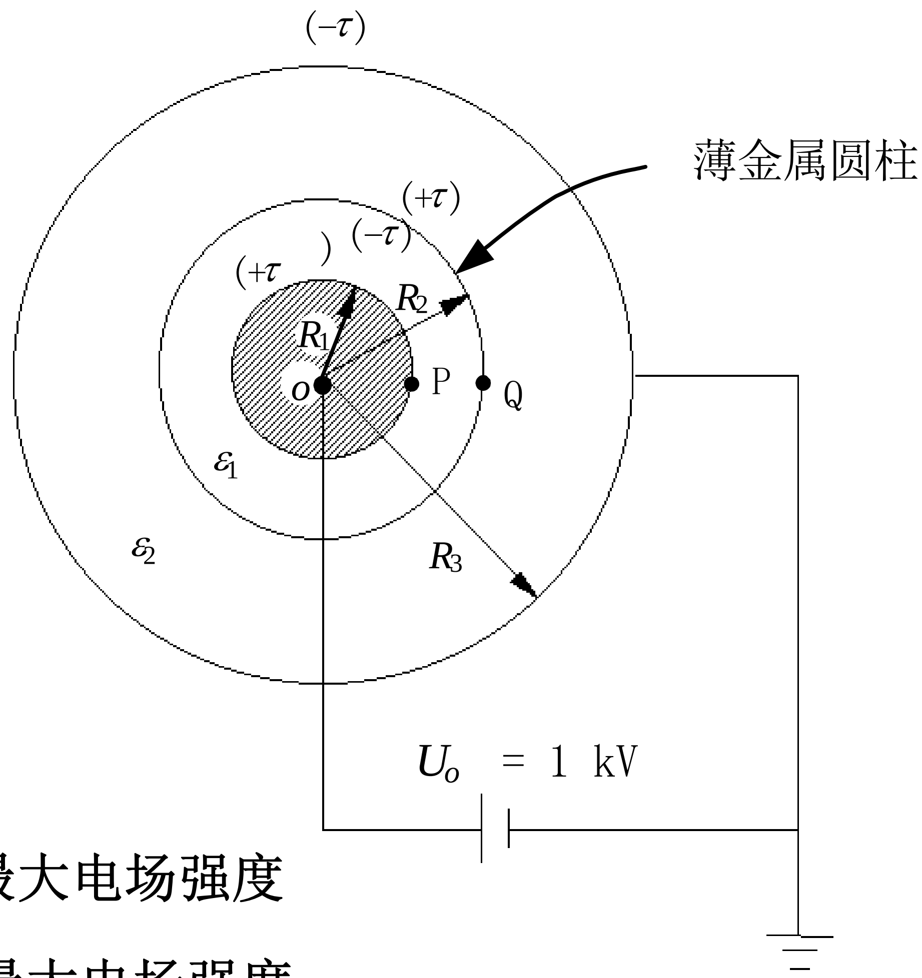
待求电场具有圆柱形对称的平行平面场特征，应用电介质中的高斯定理计算电场强度

II. 计算两点间的电压

$$U_{pQ} = \int_P^Q \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l}$$

III. 在点**P**处达到介质$\boldsymbol{\varepsilon_1}$层绝缘中的最大电场强度

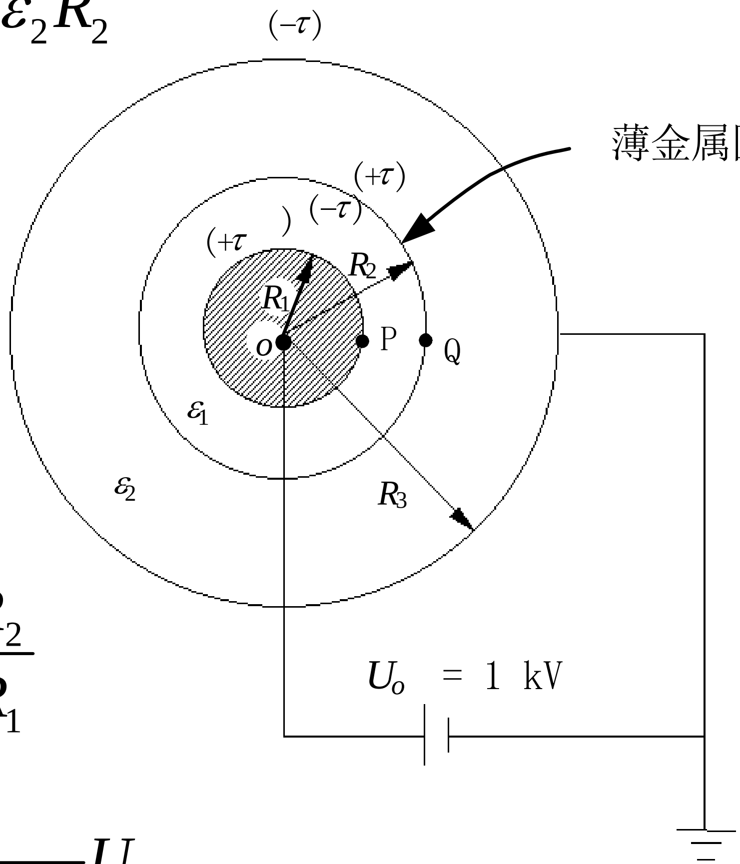
IV. 在点**Q**处达到介质$\boldsymbol{\varepsilon_2}$层绝缘中的最大电场强度



2-7 计算

$$E_{1\mathrm{m}} = E_{1\mathrm{P}} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_1 R_1} \qquad E_{2\mathrm{m}} = E_{2\mathrm{Q}} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_2 R_2}$$

$$\left(\frac{\tau}{\varepsilon_1}\right)\Big/\left(\frac{\tau}{\varepsilon_2}\right) = R_1\big/R_2$$



设金属圆柱片的电位为U_1

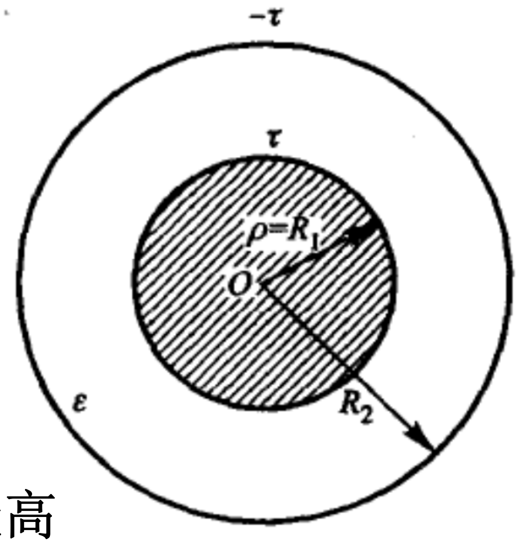
$$U_1 = \int_{R_2}^{R_3} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_2\rho}\mathrm{d}\rho = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_2}\ln\frac{R_3}{R_2}$$

$$U_0 - U_1 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_1\rho}\mathrm{d}\rho = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_1}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

求得：

$$U_1 = \frac{R_2\ln(R_3/R_2)}{R_1\ln(R_2/R_1) + R_2\ln(R_3/R_2)}U_0$$

2－9 一圆柱形电容器，外导体的直径为 4 cm，内外导体间介质的击穿电场强度为 200 kV/cm，内导体的直径 2ρ 可以自由选定，试问 ρ 为何值时，该电容器能承受最大电压并求此最大电压值？



分析

已知电介质的击穿场强、电容器外径

↓

确定电容器内径，使得电容器承受的电压最高

↓

需要得出电压U与半径R_1的关系$U=U(R_1)$

↓

$$\frac{dU}{dR_1}=0$$

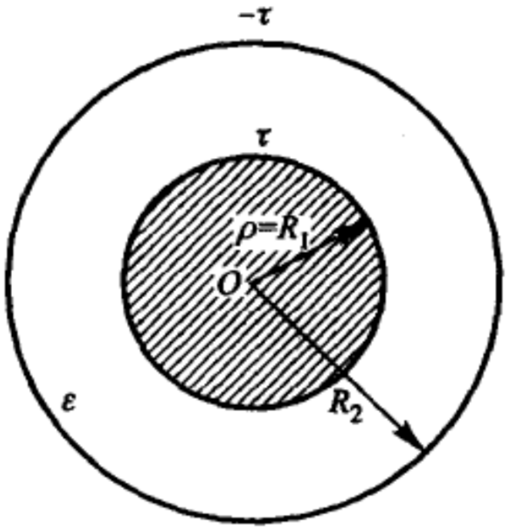
得出电容器承受的最高电压

2-9 解：

应用高斯定理，可确定介质内任意一点和最大电场强度分别为

$$E = E_\rho = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\rho} = E_\mathrm{m} \cdot \frac{R_1}{\rho} \Longleftarrow E_\mathrm{m} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon R_1}$$

$$U = \int_{R_1}^{R_2} E\mathrm{d}\rho = \int_{R_1}^{R_2} R_1 E_\mathrm{m} \cdot \frac{\mathrm{d}\rho}{\rho} = R_1 E_\mathrm{m} \ln\frac{R_2}{R_1}$$



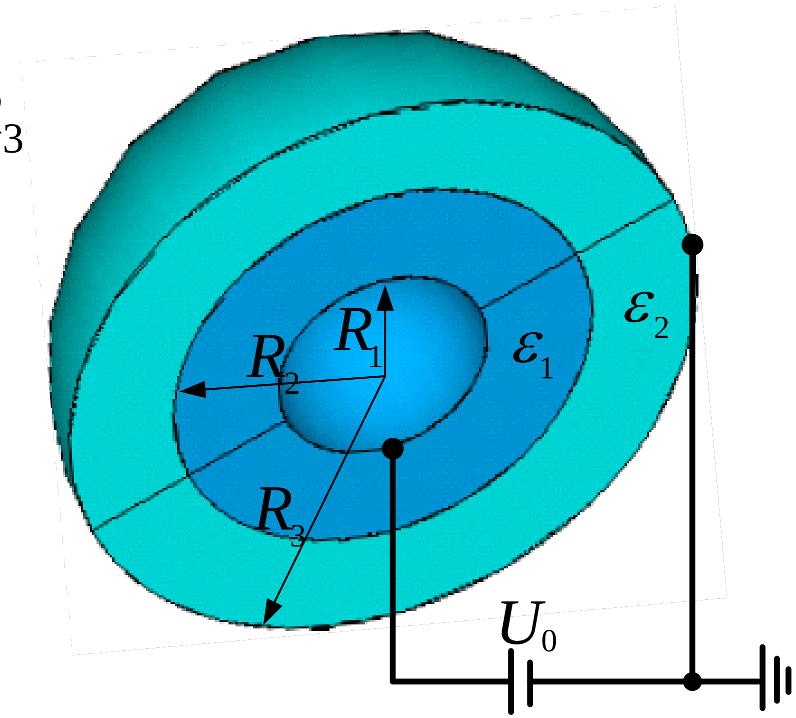
$$\mathrm{d}U \big/ \mathrm{d}R_1 = E_\mathrm{m} \ln\frac{R_2}{R_1} + R_1 \cdot E_\mathrm{m} \cdot \frac{R_1}{R_2} \cdot \left(-\frac{R_2}{R_1^2}\right) = 0$$

$$\ln\frac{R_2}{R_1} = 1, \qquad R_1 = \frac{R_2}{e} = 0.736\mathrm{cm}$$

$$U_\mathrm{max} = 0.736 \times 200 \times 10^3 \times \ln\frac{2}{0.736} = 147 \ \ \mathrm{kV}$$

补充1题

如图所示，在内外半径分别为R_1和R_3的球形电容器中均匀地分布着两种不同的电介质，两种电介质交界球面半径为R_2（为方便理解，这里只画出半个球）。现在电容器间施加电压U_0。（1）试写出该球形电容器中静电场问题的边值问题。（2）应用边值问题计算球形电容器两种不同介质内的电场强度和内外球表面的电荷密度。



解： 设介质1、2中的电位函数分别为φ_1、φ_2，则球形电容器中的边值问题为

$$\nabla^2\varphi_1 = 0$$

$$\nabla^2\varphi_2 = 0$$

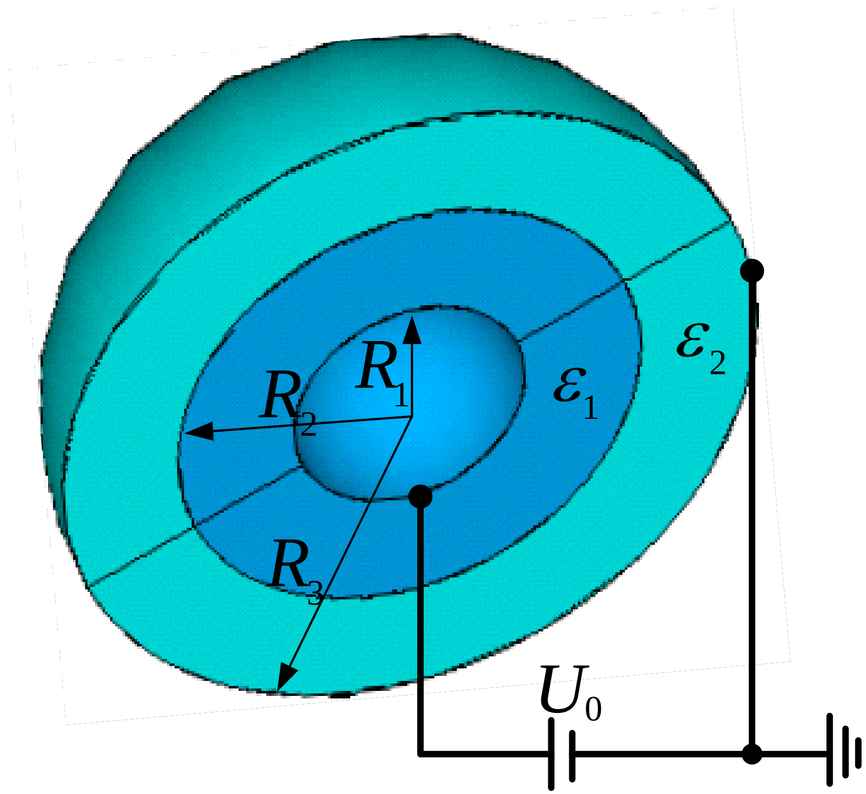
$$\varphi_1 |_{r=R_1} = U_0$$

$$\varphi_2 |_{r=R_3} = 0$$

$$\varphi_1 |_{r=R_2} = \varphi_2 |_{r=R_2}$$

$$\varepsilon_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} |_{r=R_2} = \varepsilon_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} |_{r=R_2}$$

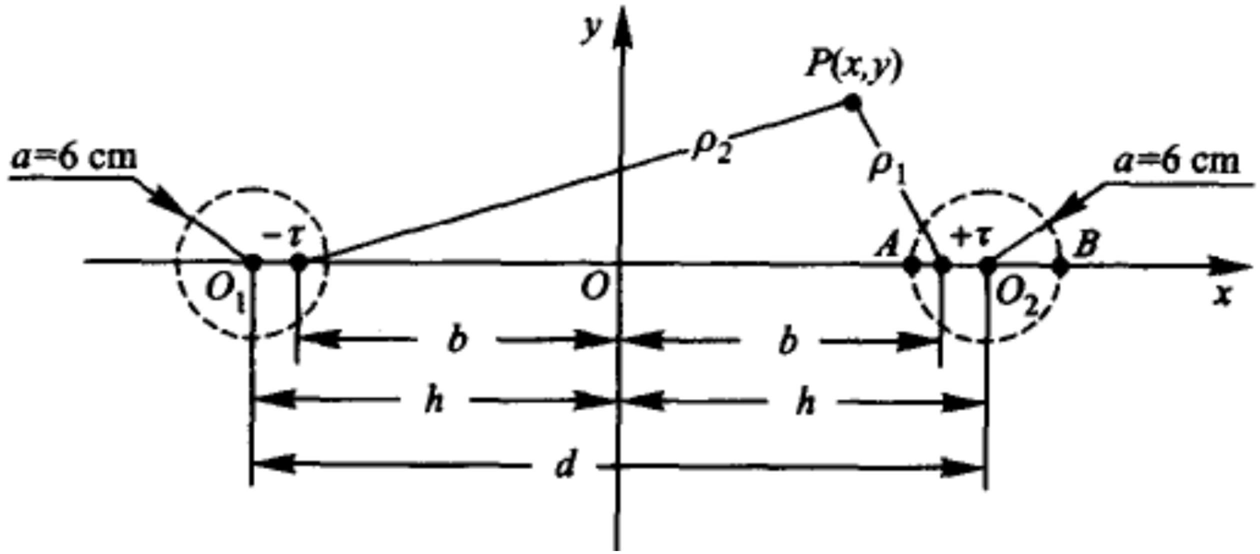
$$E = -\nabla\varphi \qquad \varepsilon E = D = \sigma$$



2-21 空气中平行地放置两根长直导线，半径都是 6 cm，轴线间的距离为 20 cm。若导线间施加电压 1000 V，求：

(1) 电场中的电位分布；

(2) 导线表面电荷密度的最大及最小值。



2-21 与书中例**2-15**完全一样

注意一点---两导线电位分别为±U_0/2

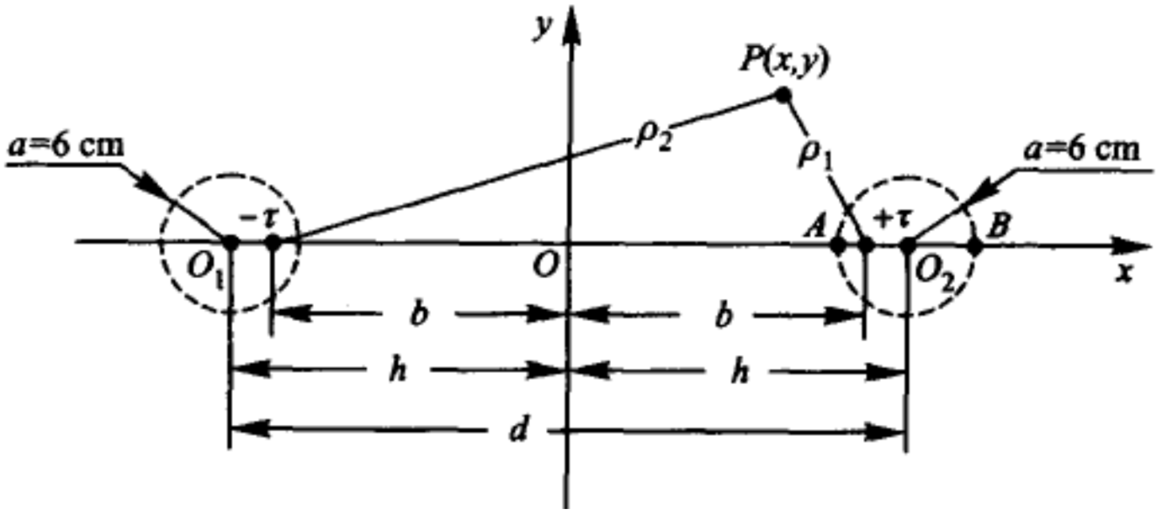
$$\varphi_A=\frac{U_0}{2}=500=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{b+h-a}{b-(h-a)}=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{8+10-6}{8-(10-6)}=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln 3$$

$$\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}=\frac{500}{\ln 3}=455.1$$

1）电场分布（一对电轴产生的电位）

$$\varphi_P=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}=455.1\ln\frac{\sqrt{(x+8\times10^{-2})^2+y^2}}{\sqrt{(x-8\times10^{-2})^2+y^2}}$$

2）最大最小电荷密度分布点A、B



$$E=-\nabla\varphi$$

2）最大最小电荷分布点A、B--“最近”与“最远”距离

$$E_A = E_{\max} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{b-(h-a)}+\frac{1}{b+(h-a)}\right) = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{b}{a(h-a)}$$

$$E_B = E_{\min} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a+h-b}-\frac{1}{b+h+a}\right) = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{b}{h(h+a)}$$

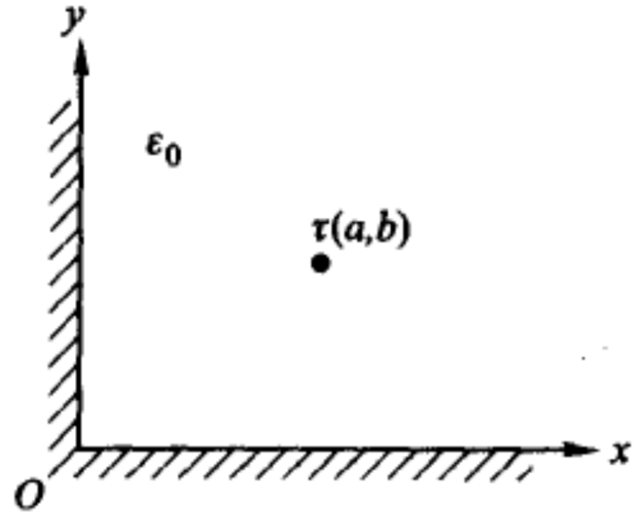
$$\sigma = D \quad \Downarrow$$

$$\sigma_{\max} = \varepsilon_0 E_{\max} = 8.854\times10^{-12}\cdot 455.1\cdot\frac{8}{6(10-6)\times10^{-12}} = 0.134 \ \mu\mathrm{C}/\mathrm{m}^2$$

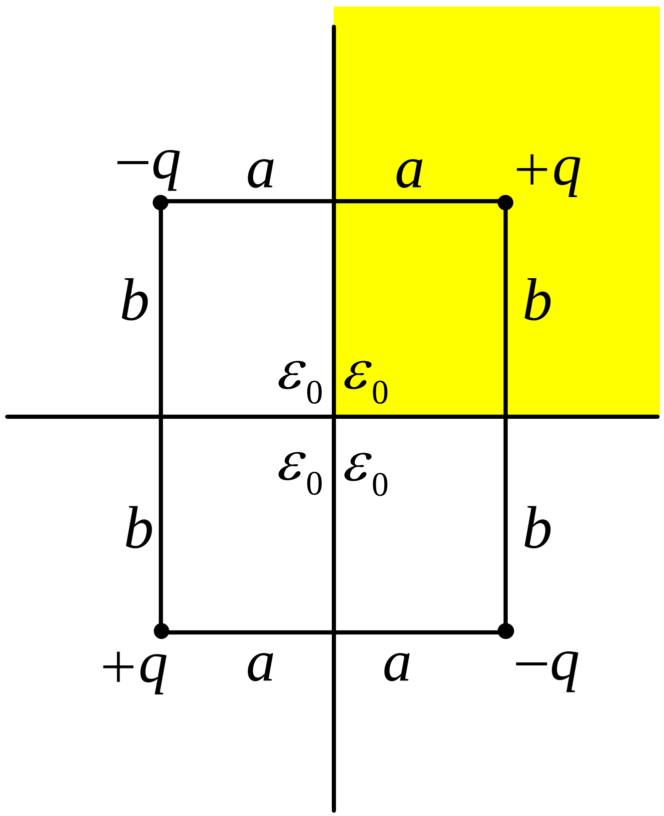
$$\sigma_{\min} = \varepsilon_0 E_{\min} = 8.85\times10^{-12}\cdot 455.1\cdot\frac{8}{6(10+6)\times10^{-2}} = 0.0336 \ \mu\mathrm{C}/\mathrm{m}^2$$

2-23 一线密度为 τ 的线电荷，置于坐标为 (a, b) 处并靠近成直角的导电平板，如题 2-23 图所示，求：

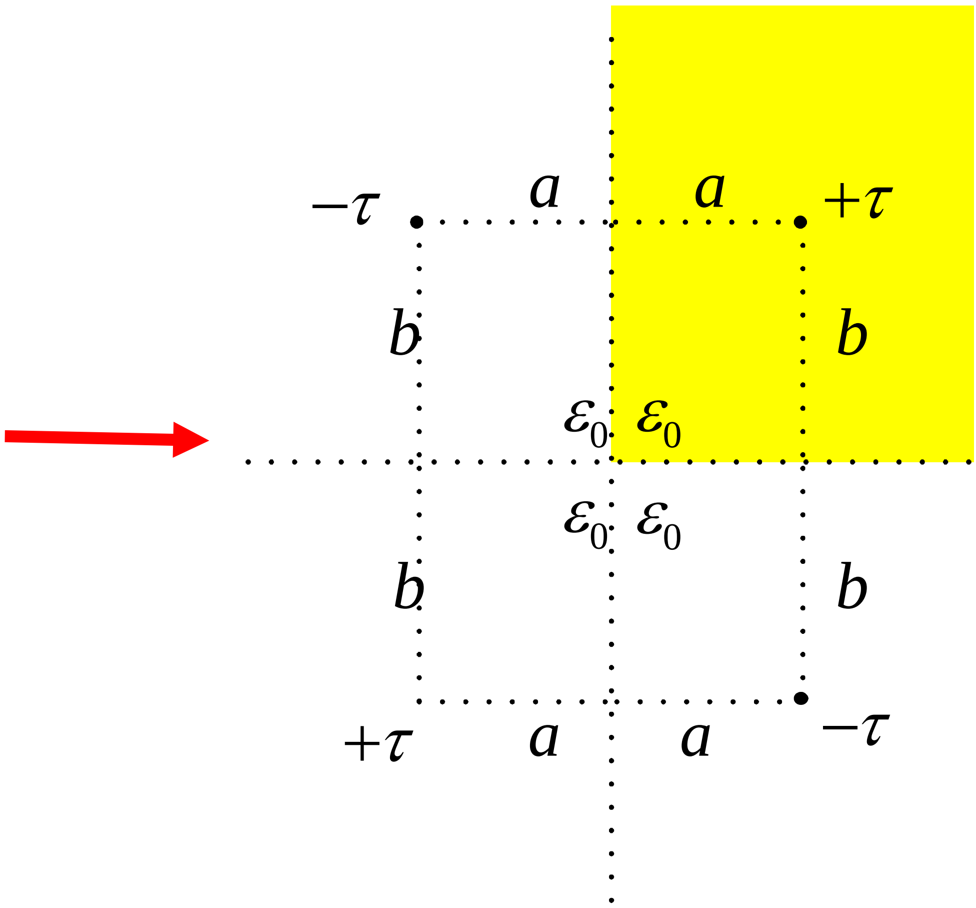
(1) 线电荷每单位长度所受之力；



2-23（1）应用镜像法



$-q$
a
a
$+q$
b
b
ε_0
ε_0
ε_0
ε_0
b
b
$+q$
a
a
$-q$



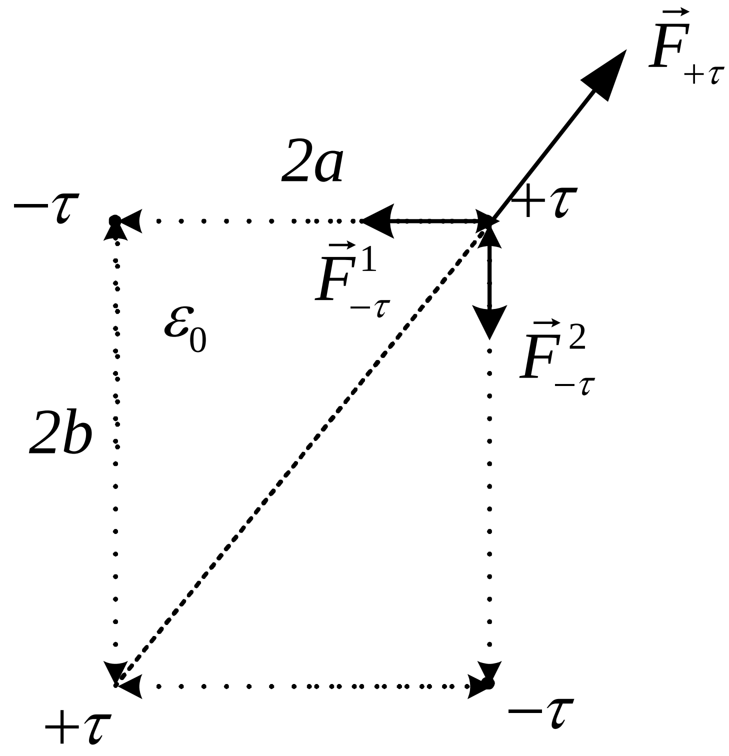
$-\tau$
a
a
$+\tau$
b
b
ε_0
ε_0
ε_0
ε_0
b
b
$+\tau$
a
a
$-\tau$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_{+\tau} = q\vec{E}_{+\tau} = (\tau)\cdot\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0(2\sqrt{a^2+b^2})}\vec{e}_{+\tau}$$

$$\vec{F}^1_{-\tau} = q\vec{E}^1_{-\tau} = (\tau)\cdot\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0(2a)}\vec{e}^1_{-\tau}$$

$$= \frac{-\tau^2}{4\pi\varepsilon_0 a}\vec{e}_x$$



$$\vec{F}^2_{-\tau} = q\vec{E}^2_{-\tau} = (\tau)\cdot\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0(2b)}\vec{e}^2_{-\tau} = \frac{-\tau^2}{4\pi\varepsilon_0 b}\vec{e}_y$$

$$\vec{F} = \vec{F}_{+\tau} + \vec{F}^1_{-\tau} + \vec{F}^2_{-\tau}$$

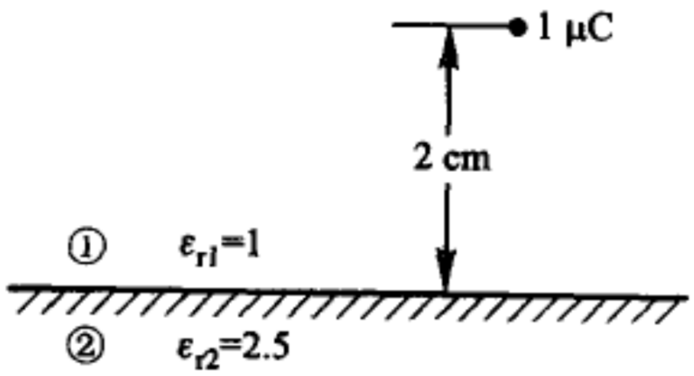
2-26 参阅题2-26图，求：

(1) 点电荷所受之力；

(2) 区域2中，镜像电荷所在处的电场强度及边界上的最大场强；

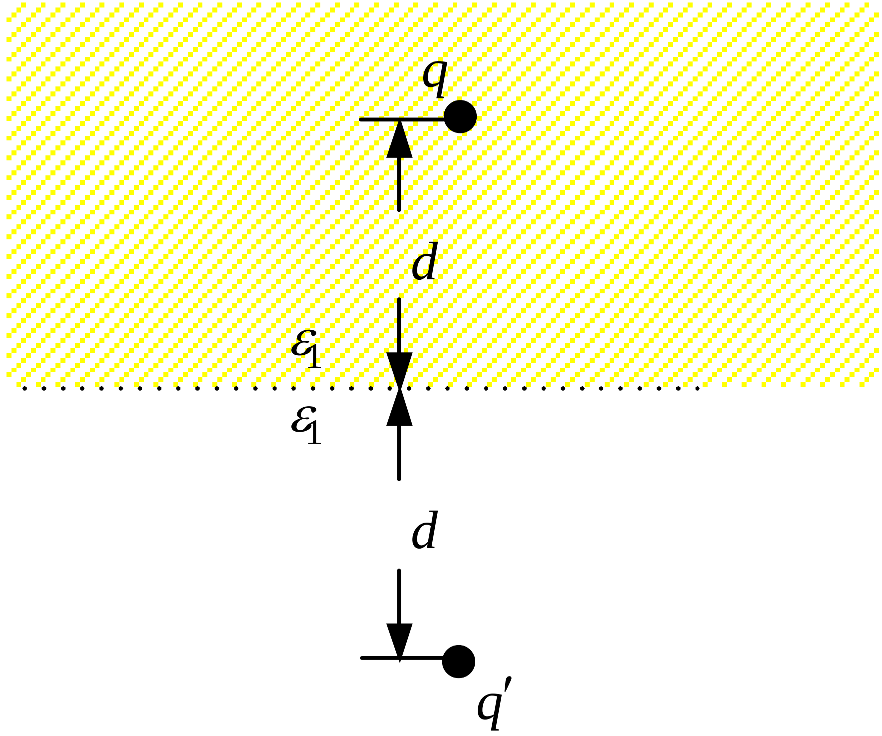
(3) 在点电荷与边界距离一半处的电位；

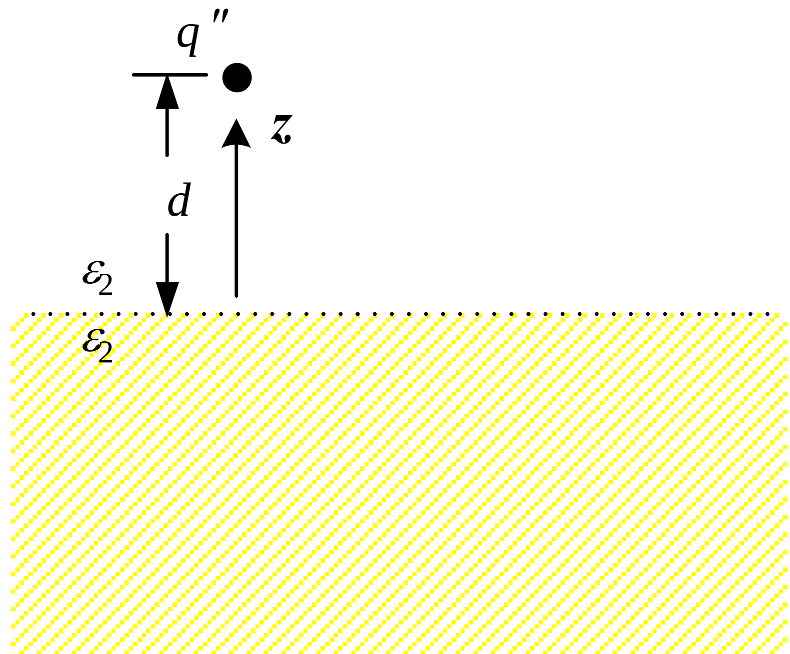
(4) 透入到区域2的 $\boldsymbol{D}$ 通量。



2-26 解：

计算上、下半空间的镜像法模型





按镜像法分析，可得：

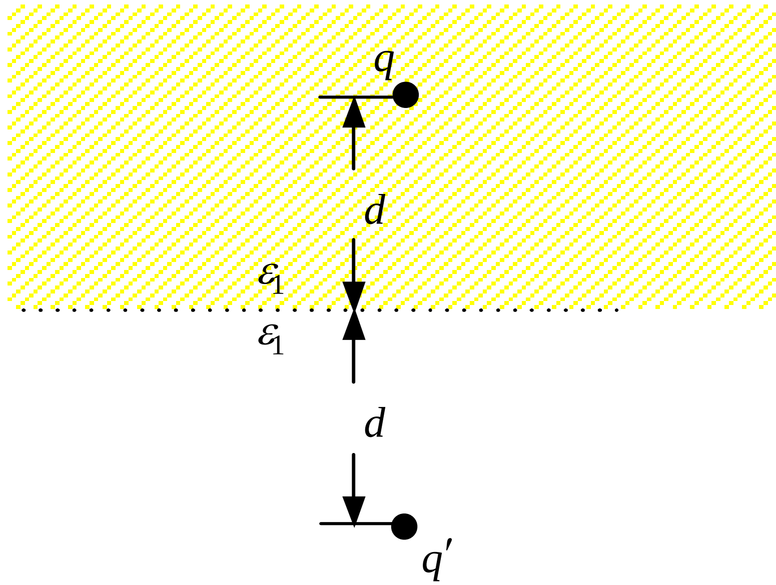
$$q' = \frac{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}} q = -\frac{3}{7} q, \quad q'' = \frac{2\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}} q = \frac{10}{7} q$$

（1）点电荷***q***受力 ***F*=q*E*** **(*E*是 *q'*产生的）**

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E} = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_{r_1}\varepsilon_0(2d)^2}\boldsymbol{e}_z$$

$$= \frac{-\frac{3}{7}(10^{-6})^2}{4\pi\times 8.85\times 10^{-12}\times(2\times 2\times 10^{-2})^2}\boldsymbol{e}_z$$

$$= -2.41\boldsymbol{e}_z \ \ (\mathrm{N})$$

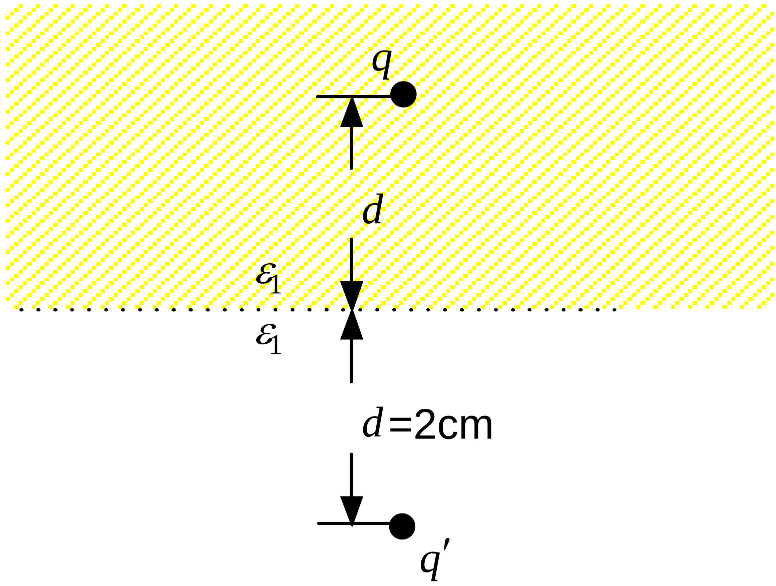


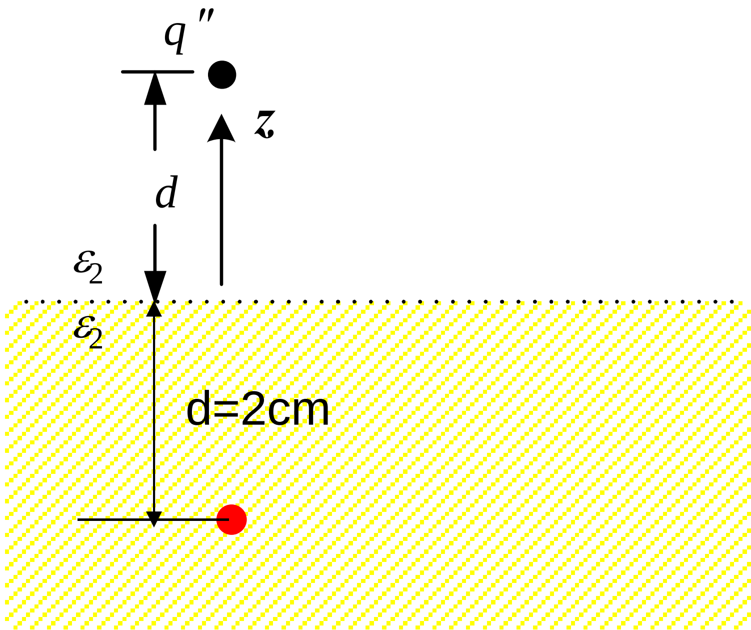
（2） 区域2中，镜像电荷所在处的电场强度为:

$$\boldsymbol{E}(0,0,-2)=\frac{q''}{4\pi\varepsilon_{r2}\varepsilon_0(2d)^2}(-\boldsymbol{e}_z)=-3211.4\ \boldsymbol{e}_z\ \mathrm{kV/m}$$

在边界上（0，0，0）点处，场强最大，无水平分量。

$$\boldsymbol{E}_{\max}=\frac{q''}{4\pi\varepsilon_{r_2}\varepsilon_0 d^2}(-\boldsymbol{e}_z)=-12845.6\boldsymbol{e}_z\ \left(\mathrm{kV}/\mathrm{m}\right)$$

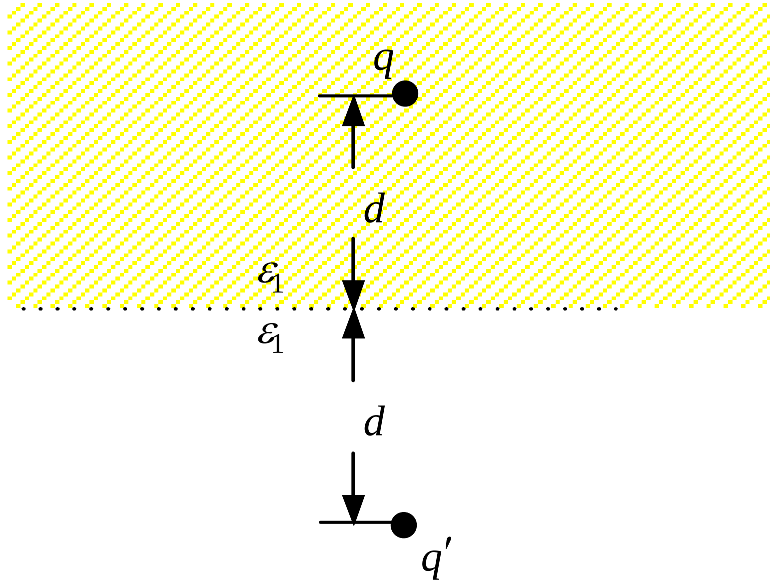




(3) 由图(a)计算模型,可计算点电荷与边界距离一半处的电位为

$$\varphi(0,0,1)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{(d/2)}+\frac{q'}{(3d/2)}\right]$$

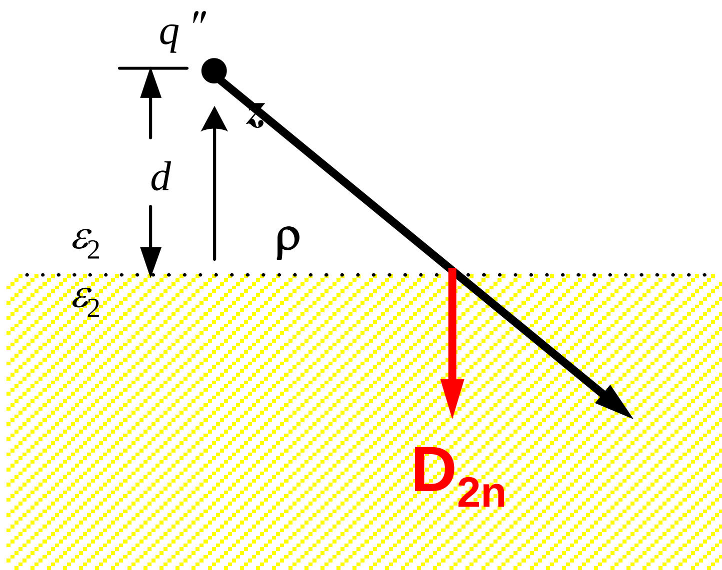
$$=9\times10^9\times\left(\frac{1}{10^{-2}}+\frac{-\frac{3}{7}}{3\times10^{-2}}\right)\times10^{-6}\ \mathrm{V}=771.43\ \mathrm{kV}$$



（4）透入到区域2的$\boldsymbol{D}$通量

根据（b)的模型，计算电位移通量的法向分量

$$D_{2n}=\frac{q''}{4\pi(\rho^2+d^2)}\cdot\frac{d}{\sqrt{\rho^2+d^2}}=\frac{dq''}{4\pi(\rho^2+d^2)^{3/2}}$$



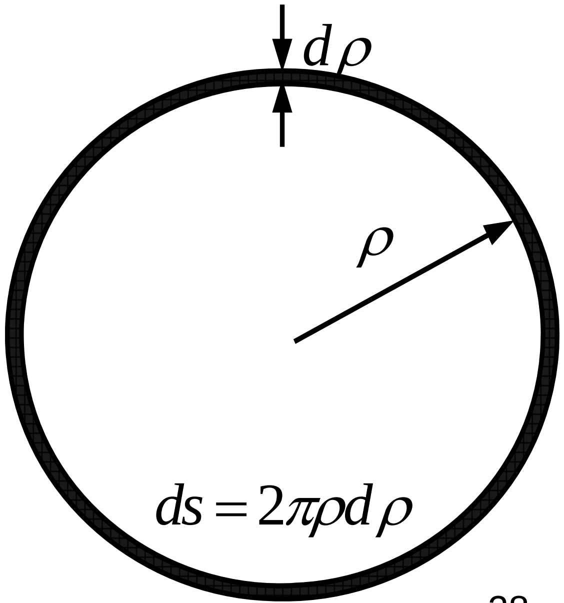
$$\int_s \boldsymbol{D}_2\bullet\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_s D_{2n}\mathrm{d}S=\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\frac{\mathrm{d}q''}{4\pi(\rho^2+d^2)^{3/2}}\rho\mathrm{d}\rho\mathrm{d}\phi$$

$$=0.714\mu\mathrm{C}=\frac{q''}{2}$$

或另一种方法：

$$\int_s \boldsymbol{D}_2\bullet\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\int_s D_{2n}\mathrm{d}S$$

$$=\int_0^{\infty}D_{2n}\cdot 2\pi\rho\mathrm{d}\rho=0.714\ \ \mu\mathrm{C}=\frac{q''}{2}$$



2-27 真空中一点电荷 $q=10^{-6}$ C,放在距金属球壳(半径为 5 cm)的球心 15 cm 处,求:

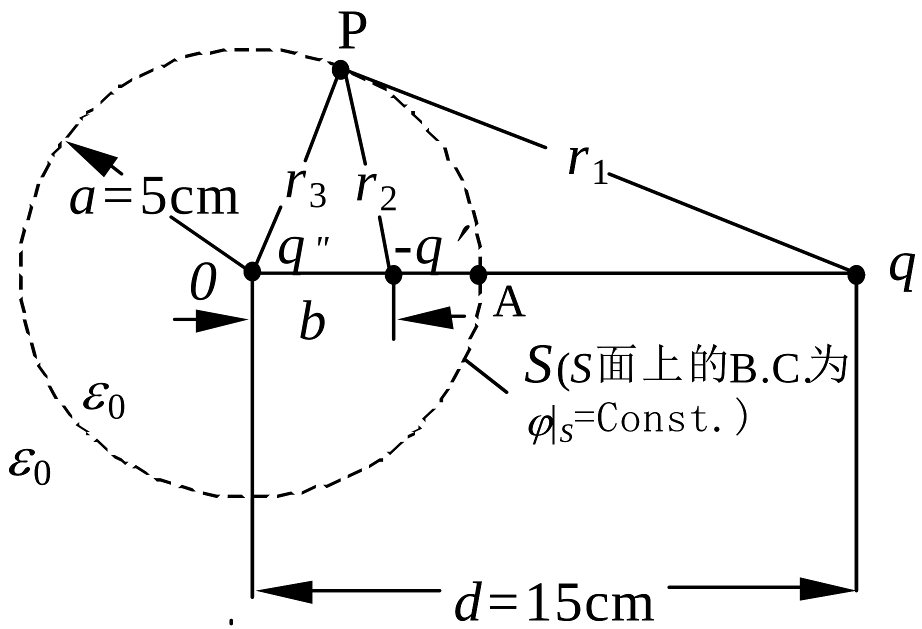
(1) 球面上各点的 φ、$\boldsymbol{E}$ 表达式。何处场强最大,数值如何?

(2) 若将球壳接地,情况如何?

(3) 若将该点电荷置于球壳内距球心 3 cm 处,求球内的 φ 和 $\boldsymbol{E}$。

2-27 解：

金属球壳呈电中性，镜像电荷为**-*q*', *q*"**



$$q' = \frac{a}{d} q = 0.3\ \mu\text{C}$$

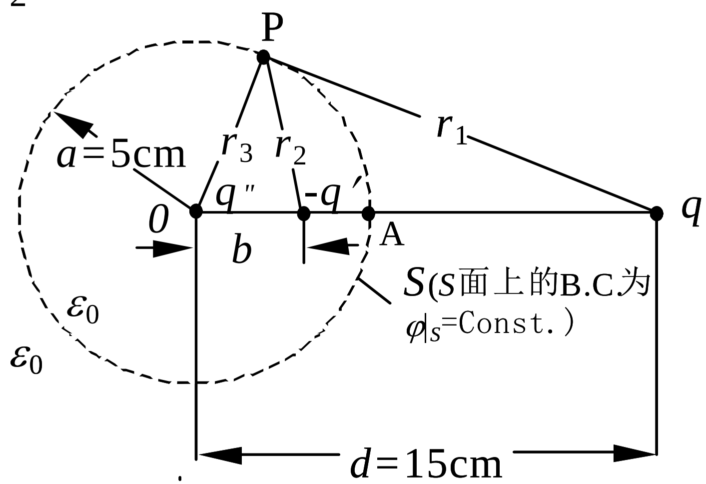
$$q'' = q'$$

（1）球壳电位

$$\varphi=\frac{q''}{4\pi\varepsilon_0 a}=\frac{0.3\times10^{-6}}{4\times3.14\times8.85\times10^{-12}\times5\times10^{-2}}=60\ \text{kV}$$

球壳上电场强度

$$\vec{E}_P=\frac{q}{4\pi\varepsilon r_1^2}\vec{e}_{r_1}-\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}\vec{e}_{r_2}+\frac{q''}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\vec{e}_{r_3}$$



在球表面点 A 处场强最大，其值为

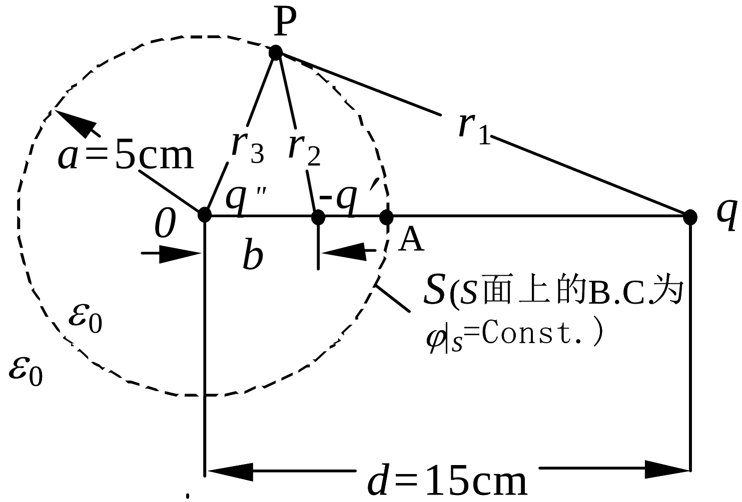
$$E_{\max}=9\times10^9\left\{\frac{10^{-6}}{[(15-5)\times10^{-2}]^2}+\frac{\frac{1}{3}\times10^{-6}}{\left[\left(5-\frac{5^2}{15}\right)\times10^{-2}\right]^2}-\frac{\frac{1}{3}\times10^{-6}}{5^2\times10^{-4}}\right\}\ \text{V/m}$$

$$=2.43\times10^6\quad\text{V/m}$$

（2）将球壳接地，镜像电荷只有 $-q'$

球壳电位 $\varphi_P = 0\ \text{V}$

球壳上电场强度



$$\vec{E}_P = \frac{q}{4\pi\varepsilon r_1^2}\vec{e}_{r_1} - \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}\vec{e}_{r_2}$$

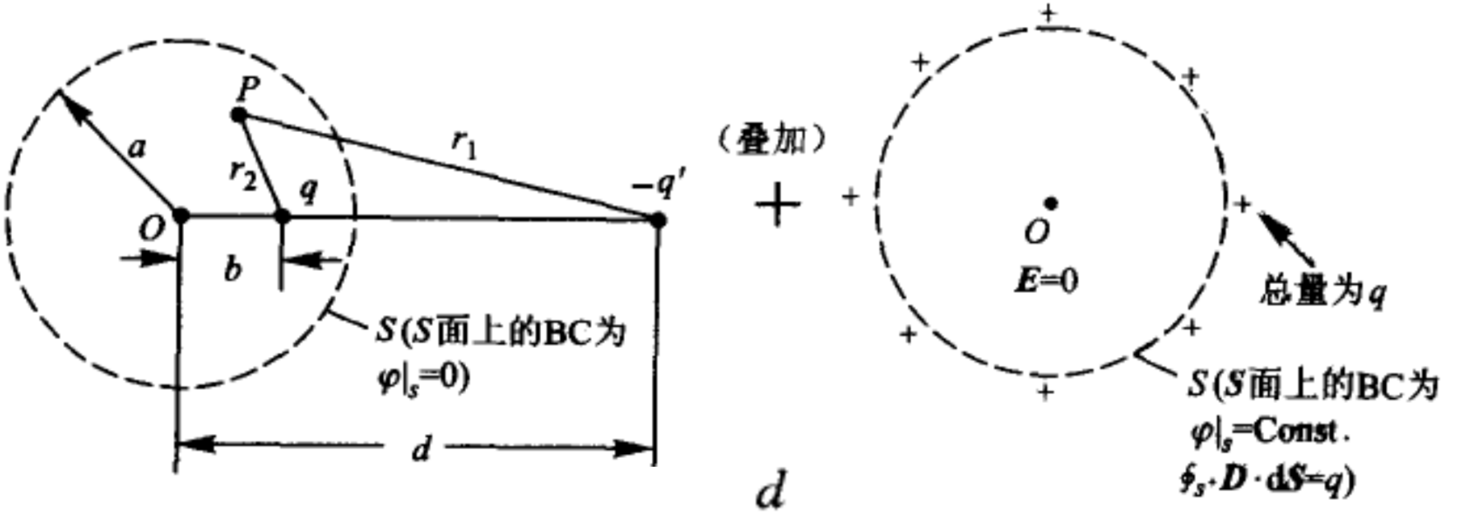
$$E_{\max} = 9\times10^9\left\{\frac{10^{-6}}{[(15-5)\times10^{-2}]^2} + \frac{\frac{1}{3}\times10^{-6}}{\left[\left(5-\frac{5^2}{15}\right)\times10^{-2}\right]^2}\right\}\ \text{V/m} = 3.6\times10^6\ \text{V/m}$$

（3）电荷在球内，求球内的 φ 和 E 。

已知b和a，现求d和q

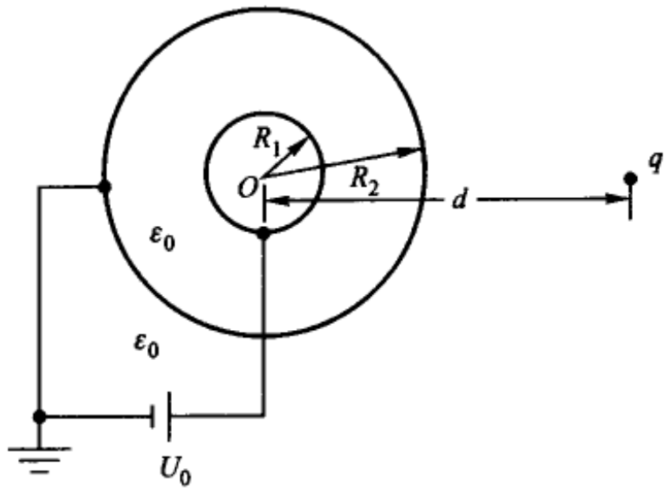
$$d=\frac{a^2}{b} \qquad q'=\frac{d}{a}q$$

$$\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}-\frac{\frac{d}{a}q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} \qquad \boldsymbol{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}\boldsymbol{e}_{r_2}-\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}\boldsymbol{e}_{r_1}$$

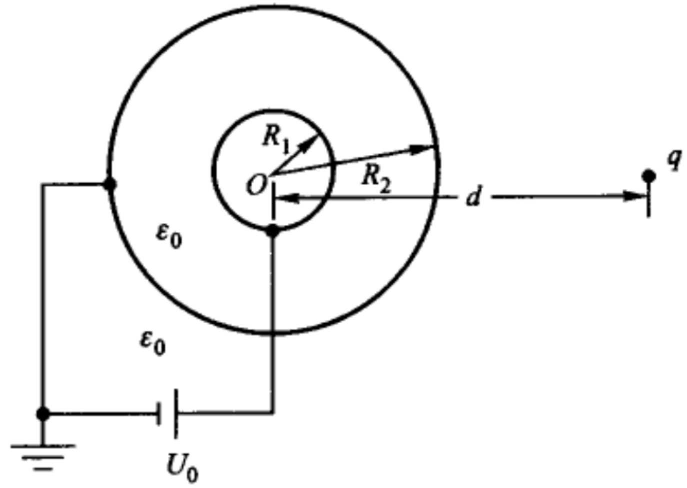


若球壳接地， $\varphi=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2}-\frac{\frac{d}{a}q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$ $\boldsymbol{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}\boldsymbol{e}_{r_2}-\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2}\boldsymbol{e}_{r_1}$

2－29 两同心球壳间的电压为 U_0，外球壳接地，且与球心 O 相距 d 处有一点电荷 q。求球内外各点的电场强度 $\boldsymbol{E}$ 和电位 φ。



2-29 解： 接地的外球壳将问题分离为两个静电独立系统，球壳内外的电场可分别研究



先求球内 $\boldsymbol{E}$ 和 φ

设内球壳带电量为**Q**，

$$\boldsymbol{E}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\boldsymbol{e}_r$$ 高斯定理

$$U_0=\int_{R_1}^{R_2}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathrm{d}r}{r^2}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

$$\boldsymbol{E}=\frac{R_1R_2U_0}{(R_2-R_1)r^2}\boldsymbol{e}_r$$

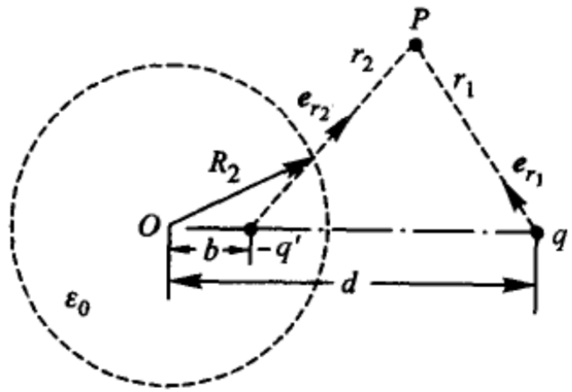
$$\varphi=\int_r^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\frac{R_1R_2U_0}{(R_2-R_1)}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_2}\right)$$

(2) 球外电场如图示,引入镜像电荷 $-q' = -\frac{R_2}{d}q$,其位置 $b = \frac{R_2^2}{d}$,

点 P 处的电场强度和电位分别为:

$$\boldsymbol{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1^2}\boldsymbol{e}_{r_1} - \frac{R_2}{dr_2^2}\boldsymbol{e}_{r_2}\right)$$

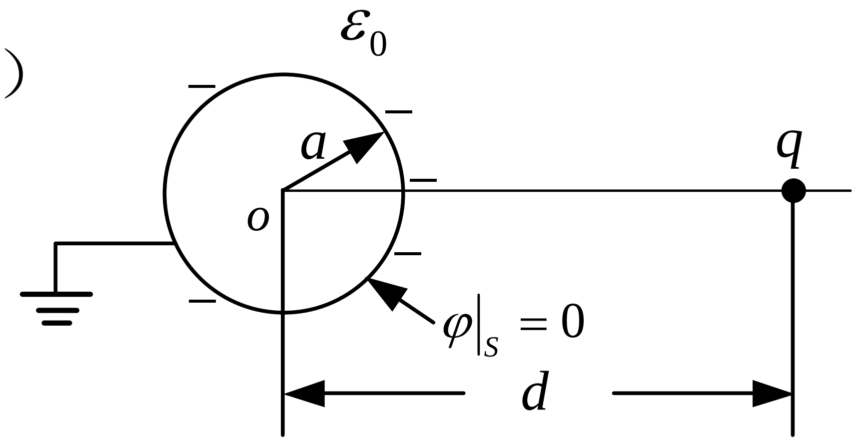
$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{R_2}{dr_2}\right)$$



基本问题:

$$\nabla^2\varphi = 0 \text{(除点电荷所在的点外)}$$

$$\varphi\big|_{球面} = 0 \quad \text{(接地)}$$



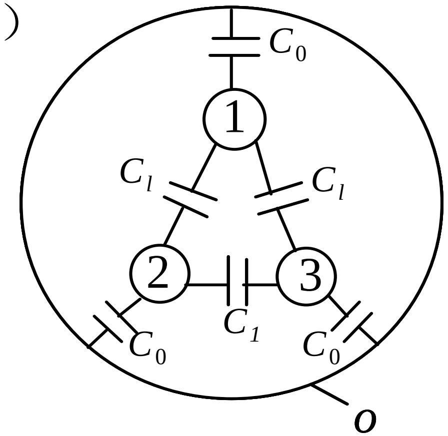
2－34 若将某线长为 l 的对称三芯电缆中三个导体相连，测得导体与铅皮间的电容为 0.051 μF，若将电缆中的两导体与铅皮相连，它们与另一导体间的电容为 0.037 μF，求：

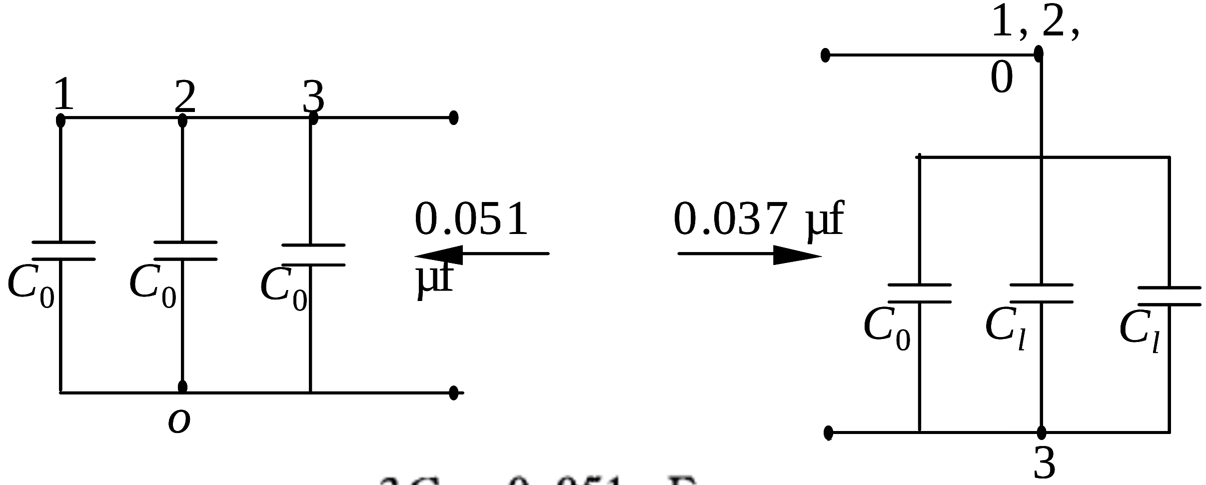
（1）电缆的各个部分电容；

（2）每一相的工作电容；

（3）若在导体 1、2 之间加直流电压 100 V，求导体每单位长度的电荷。

（1）





$$C_{n+1}^2 = \frac{n(n+1)}{2} = 6$$

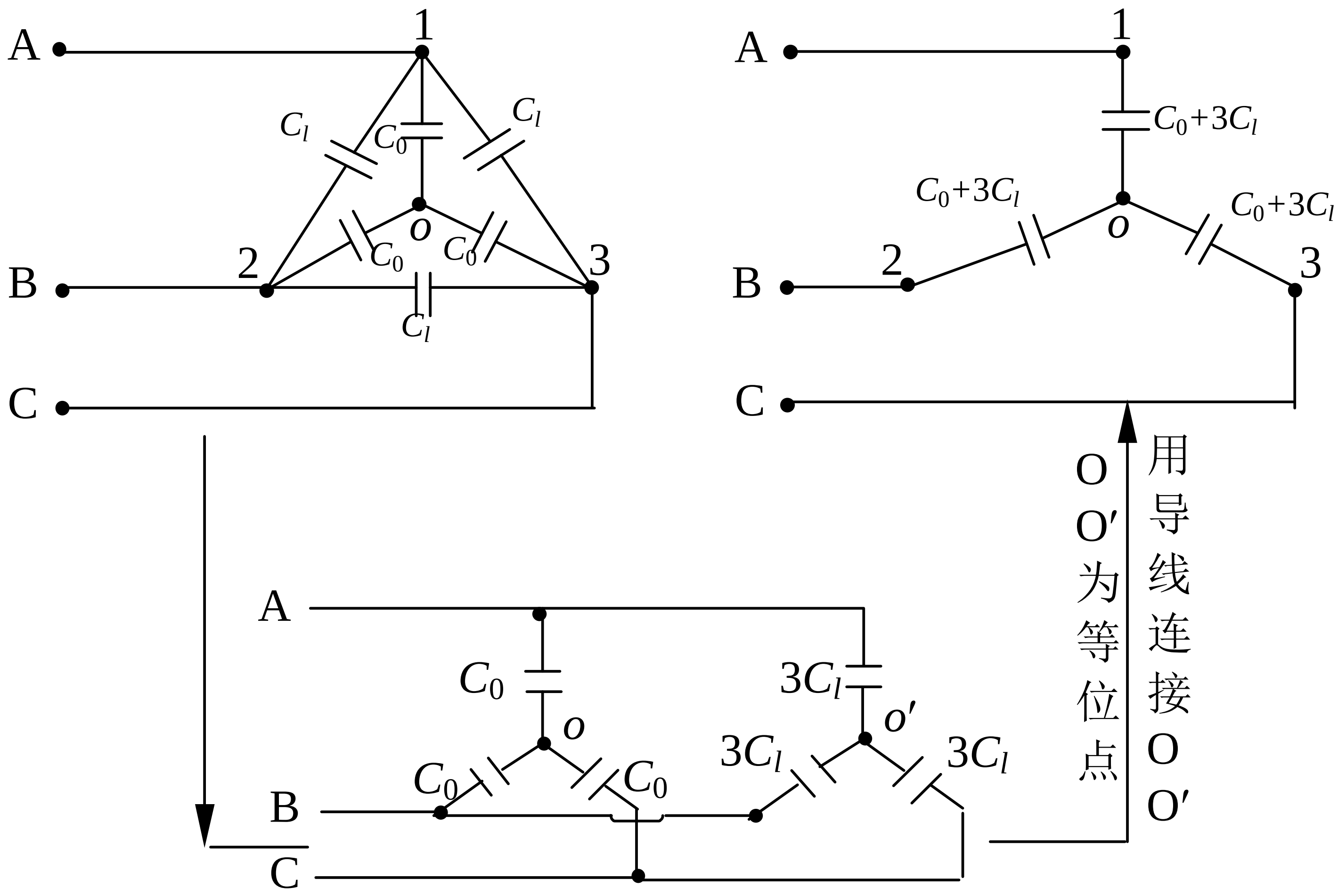
$$3C_0 = 0.051\ \mu F$$

$$C_0 = 0.017\ \mu F$$

$$C_0 + C_l + C_l = 0.037\ \mu F$$

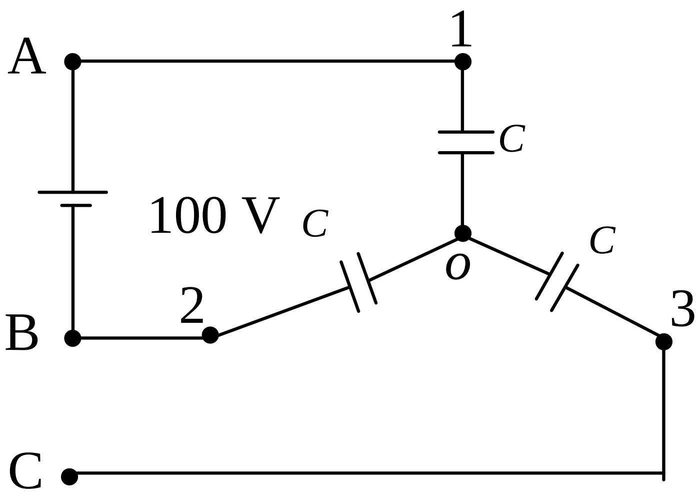
$$C_l = 0.010\ \mu F$$

2-34 （2）



故一相的工作电容(相电容)为 $C = C_0 + 3C_l = 0.047\ \mu\text{F}$

2-34（3）若在导体 1、2 之间加直流电压 100 V，求导体每单位长度的电荷。



$$C_{12}=\frac{C}{2}=0.0235\ \mu\text{f}$$

$$\tau=\frac{Q}{l}=\frac{C_{12}U_{12}}{l}=\frac{0.0235\times 100}{l}=\frac{2.35}{l}\ \left(\mu\text{c/m}\right)$$

2-35 一同轴电缆,内外导体的直径分别为 10 mm 和 20 mm,其中介质的介电常数为 $5\varepsilon_0$,击穿场强为 200 kV/cm。试问此电缆每公里长度能储存的最大静电能量是多少?

2-35 两导体系统静电场能量的计算关系式

$$W_e = \frac{1}{2}\int_V \vec{D}\bullet\vec{E}\mathrm{d}V \qquad W_e = \frac{qU}{2}$$

需要计算同轴电缆内的电场分布

题2-6

$$\vec{E} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\rho}\vec{e}_\rho \qquad \vec{E}_{\max} = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon R_1}\vec{e}_\rho$$

$$\frac{\tau}{2\pi\varepsilon} = R_1 E_{\max}$$

2-35

$$U=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{R_2}{R_1}=R_1E_{\max}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

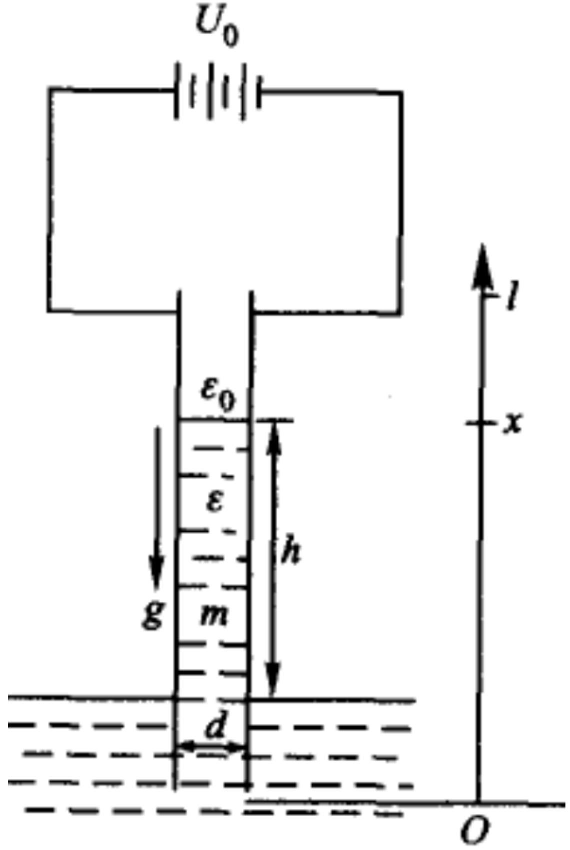
$$W_{e\max}=\frac{1}{2}\tau U=\pi\varepsilon(R_1E_{\max})^2\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$=\pi 5\varepsilon_0(5\times10^{-3})^2(2\times10^{7})^2\ln\left(\tfrac{10}{5}\right)(\mathrm{J/m})$$

$$=963.58\ \left(\mathrm{J}/\mathrm{km}\right)$$

2-36 参见Part10电场能力部分的课堂例题

2-39 板间距离为 d，电压为 U_0 的两平行板电极，浸于介电常数为 ε 的液态介质中。如题 **2-39** 图所示。已知介质液的质量密度是 m，试问两极板间的液体将升高多少？



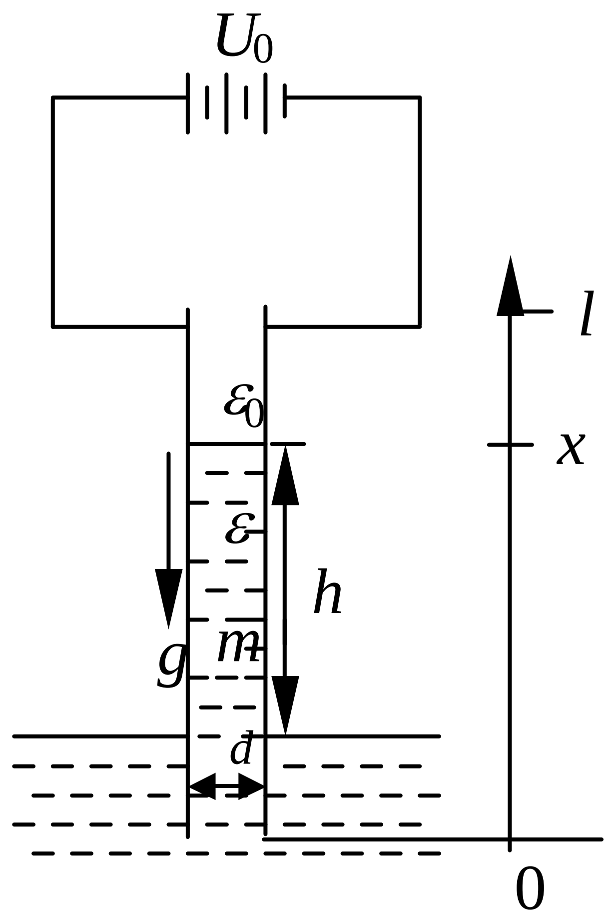
关键：交界面所受电场力

=液体升高部分的重力

2-39解： 不同媒质交界面上的电场力的计算

方法1：应用虚位移法

此时可看成**2**平行板电容器并联



$$C(x)=\frac{\varepsilon xw}{d}+\frac{\varepsilon_0(l-x)w}{d}$$ ***w***为极板宽

$$W_e=\frac{1}{2}CU_0^2=\frac{wU_0^2}{2d}\left[\varepsilon_0 l+\left(\varepsilon-\varepsilon_0\right)x\right]$$

$$f_x=\left.\frac{\partial w_e}{\partial x}\right|_{\varphi_k=c}=\frac{U_0^2}{2d}\left(\varepsilon-\varepsilon_0\right)w$$

交界面所受电场力=液体升高部分的重力

$$\frac{U_0^2}{2d}(\varepsilon-\varepsilon_0)w=mgdhw \qquad h=\frac{U_0^2}{2mgd^2}(\varepsilon-\varepsilon_0)$$

2-39 方法2：应用法拉第观点

可得交界面上单位面积受力为

$$f=\frac{E^2}{2}(\varepsilon-\varepsilon_0)=\frac{U_0^2}{2d^2}(\varepsilon-\varepsilon_0)$$

交界面所受电场力

$$F=f\,S=fdw=\frac{U_0^2}{2d}(\varepsilon-\varepsilon_0)w$$

交界面所受电场力=液体升高部分的重力

$$\frac{U_0^2}{2d}(\varepsilon-\varepsilon_0)w=mgdhw$$

$$h=\frac{U_0^2}{2mgd^2}(\varepsilon-\varepsilon_0)$$