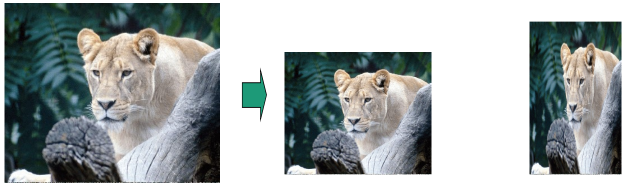
图像缩放技术

- 图像缩放技术即将图像放大、缩小的技术，也叫图像重采样、图像分辨率转换。图像缩放包括图像放大和图像缩小两部分，图像放大是对于图像的升采样，是把低分辨率图像放大为高分辨率图像的过程；图像缩小是对于图像的降采样，是把高分辨率图像缩小为低分辨率图像的过程。

- 图像缩放的主要目的是通过改变图像分辨率使图像能够在输出终端上得到更好的显示效果，它在军事、医学图像和消费类电子等多个领域应用广泛。

- 在进行图像缩放时，产生新图片的过程主要有两步，一是创立新的像素位置，二是对这些新位置赋上像素值。处理这一过程的算法有最邻近法、双线性法、样条近似、分段抛物线、双三次卷积、样条插值等等。

- 图像缩小有按比例缩小和不按比例缩小两种情况

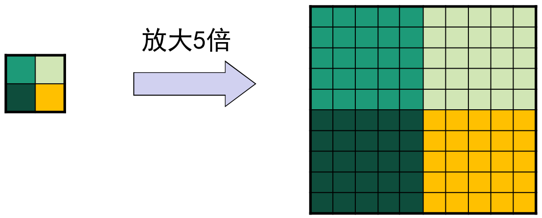


(a) 按比例缩放　　(b) 不按比例缩放

一、 最邻近插值法

这是最简单最直观的一种插值方法。

基本思想是：如果需要将原图像放大k倍，则将原图像中的每个像素值，填在新图像中对应的k×k大小的子块中。当图像放大 k1×k2倍，就好像每个像素放大了 k1×k2倍。



算法描述：

设原图像大小为M×N，放大为$k_1M\times k_2N$，（$k_1>1$，$k_2>1$）。算法步骤如下：

1）设原图像是F(i, j)：i=1,2,…,M；j=1,2,…,N.

新图像是G(i, j)：i=1,2,…,k_1M；j=1,2,…,k_2N.

2）计算采样间隔：$\Delta i=1/k_1$ $\Delta j=1/k_2$

3）$G(i, j)=f(\Delta i\times i, \Delta j\times j)$

算法评价：

最邻近元法计算量较小速度快，但效果差，可能会造成插值生成的图像灰度上的不连续，在灰度变化的地方可能出现明显的锯齿状。

二、 双线性内插法

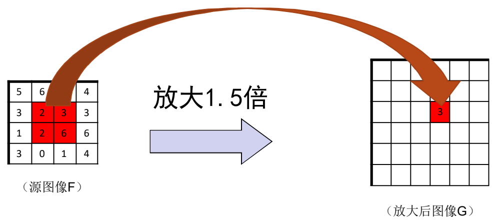
作为对最近邻点法的一种改进,这种方法是“利用周围4个邻点的灰度值在两个方向上作线性内插以得到待采样点的灰度值”。

算法描述：

假设源图像大小为M×N, 放大为k_1M×k_2N。对新图中的待求像素点G(i', j')，通过反向映射后，对应的原图坐标为F(i'/k1,j'/k2) 。设i、j原图坐标的整数部分，u、v为坐标的小数部分。则像素G(i', j')的值 可由原图像中坐标为 (i,j)、(i+1,j)、(i,j+1)、(i+1,j+1)所对应的周围四个像素的值决定，即：

G(i, j)= (1-u)(1-v)F(i,j) + (1-u)v*F(i,j+1) + u(1-v)F(i+1,j) + u*v*F(i+1,j+1)

其中F(i,j)表示源图像(i,j)处的的像素值，以此类推。



以放大后的图像G为例，求取第三行第四列像素G(3,4)的值。

1）G(3,4)对应的原图像素点为F(i'/k_1,j'/k_2)F(2,2.67)。

i=2, u=0, j=2, v=0.67

2）G(i', j')= (1-u)(1-v)F(i,j) + (1-u)v*F(i,j+1) + u(1-v)F(i+1,j) + u*v*F(i+1,j+1)= (1-0)*(1-0.67)*F(2,2) +0.67 *(1-0)*F(2,3) +0*(1-0.67)*F(3,2) + 0*0.67*F(3,3)

=0.33*2+0.67*3

=2.67

算法评价：

与最邻近法相比，双线性内插法由于考虑了待采样点周围四个直接邻点对待采样点的影响，因此基本克服了前者灰度不连续的缺点，其计算量有所增大。

进一步看，由于此方法仅考虑四个直接邻点灰度值的影响，而未考虑到各邻点间灰度值变化率的影响，因此具有低通滤波器的性质，使缩放后图像的高频分量受到损失，图像的轮廓变得较模糊。用此方法缩放后的图像与原图像相比，仍然存在由于计算模型考虑不周而产生的图像质量退化与精度降低的问题。

总的来说是计算速度和效果折中选取的算法。

三、 立方卷积插值法

立方卷积插值是一种应用较广泛的插值方式，不仅考虑到四个直接邻点灰度值的影响，还考虑到各邻点间灰度值变化率的影响，双立方插值计算涉及到16个像素点，利用了待采样点周围更大邻域内像素的灰度值作三次插值。

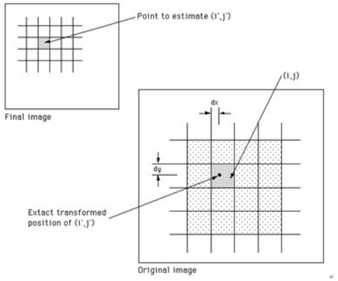
算法评价：

与双线性内插法相比，立方卷积法不仅考虑了直接邻点的灰度值对待采样点的影响，还考虑了邻点间灰度值变化率的影响，因此具有更高的插值精度。但计算量大，计算速度慢。

算法描述：

双立方插值计算涉及到16个像素点,假设源图像大小为M×N, 放大为$k_1M\times k_2N$。对新图中的待求像素点G(i', j')，通过反向映射后，对应的原图坐标为F(i'/k1,j'/k2) 。设i、j为原图坐标的整数部分，dx、dy为坐标的小数部分。则待求像素点的值由卷积公式可得：

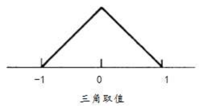
$$G(i',j')=\sum_{m=-1}^{2}\sum_{n=-1}^{2}F(i+m,j+n)R(m-dx)R(dy-n)$$



其中R(x)表示插值表达式，可以根据需要选择不同的表达式。常见有基于三角取值、Bell分布表达、B样条曲线表达式。

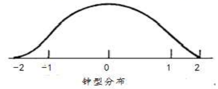
1. 基于三角形采样数学公式如下：

$$R(x)=\begin{cases} x+1 & -x\le x\le 0 \\ 1-x & 0<x\le 1 \end{cases}$$



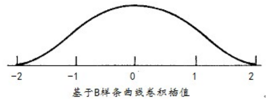
2.基于Bell分布采样的数学公式如下：

$$R(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}(x+\frac{3}{2})^2 & -\frac{3}{2}\le x\le -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{4}-(x)^2 & -\frac{1}{2}<x\le \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}(x-\frac{3}{2})^2 & \frac{1}{2}<x\le \frac{3}{2} \end{cases}$$



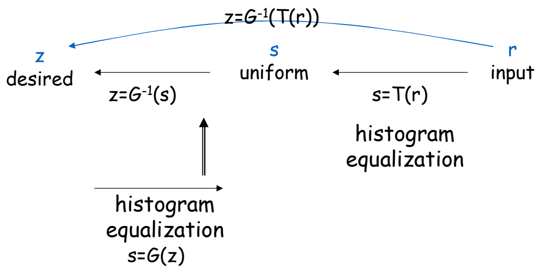
3.基于B样条曲线采样的数学公式如右：

$$R(x)=\begin{cases} \frac{2}{3}+\frac{1}{2}|x|^3-(x)^2 & 0\le |x|\le 1 \\ \frac{1}{6}(2-|x|)^3 & 1\le |x|\le 2 \end{cases}$$



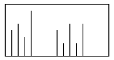
Histogram matching

- The desired shape of histogram is specified (not necessarily uniform)
- Derivation of histogram matching function:



Histogram statistics

- Take pixel value r as a random variable



Normalized histogram of an image
=> probability distribution function of r

- Some measure about pdf

$$m=\sum_{i=0}^{L-1} r_i\, p(r_i) \qquad \text{mean}$$

$$\mu_2(r)=\sum_{i=0}^{L-1}(r_i-m)^2\, p(r_i) \qquad \text{variance}$$

mean => average gray level
variance => average contrast