



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

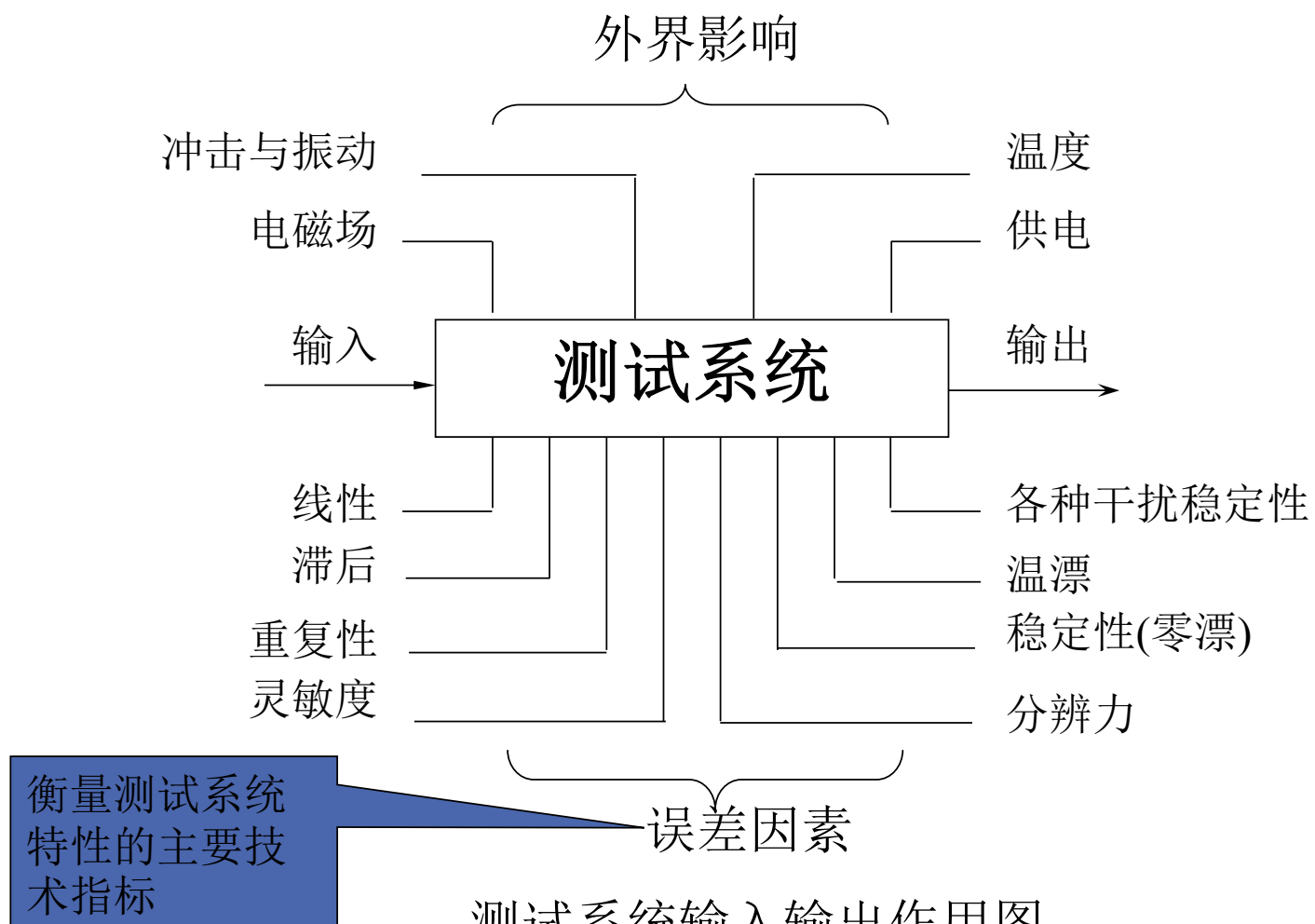
测试系统特性

主讲人：胡松钰

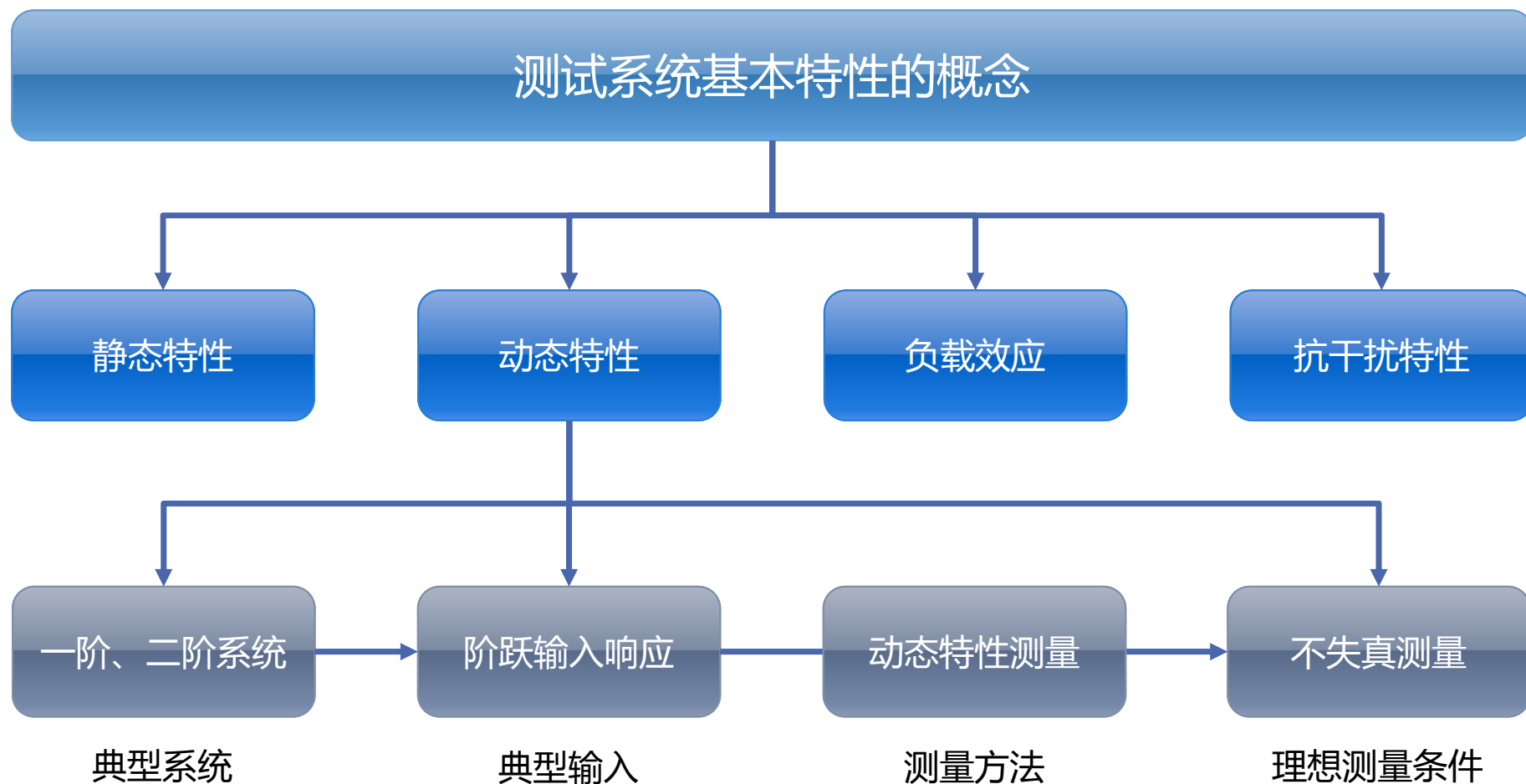
syhu166@zju.edu.cn



测试系统特性



测试系统特性



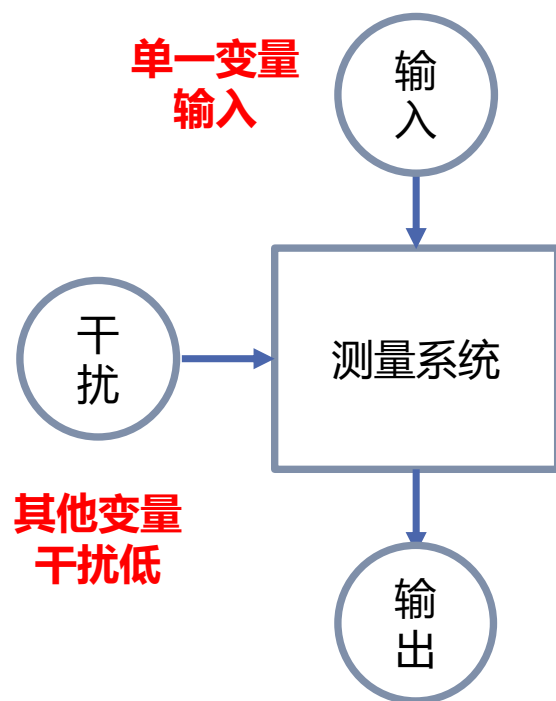
测试系统基本特性的概念



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

测试系统基本特性的概念

对测试系统的基本要求



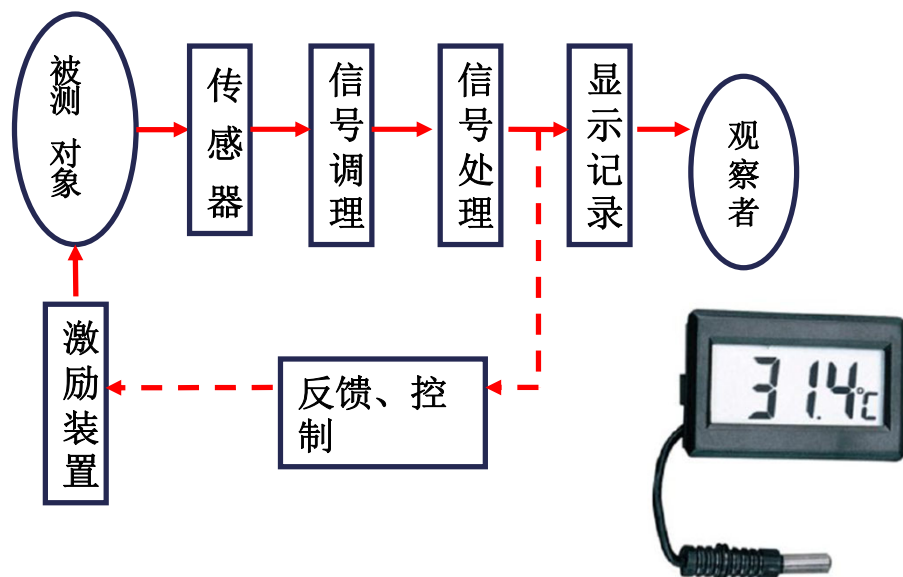
理想的测试装置应该是具有单值的、确定的输入 - 输出关系，即输入输出之间必须一一对应。其中以输入——输出关系为线性最佳。事实上，大多数测试装置都无法在较大工作范围内均呈线性。而只能在一定的范围内，一定的误差范围内满足这项要求。所以必须了解系统的特性，以便能正确选择仪器。

- ✓ 用地磅测量体重；
 - ✓ 用米尺测量头发丝直径；
- 合理吗？

测试系统基本特性的概念

• 测试系统：

测试系统指完成测量工作的所有单元，通常包括传感器、信号调理电路和信号处理/显示模块。



□ **静态特性：** 静态测量时输入和输出关系。

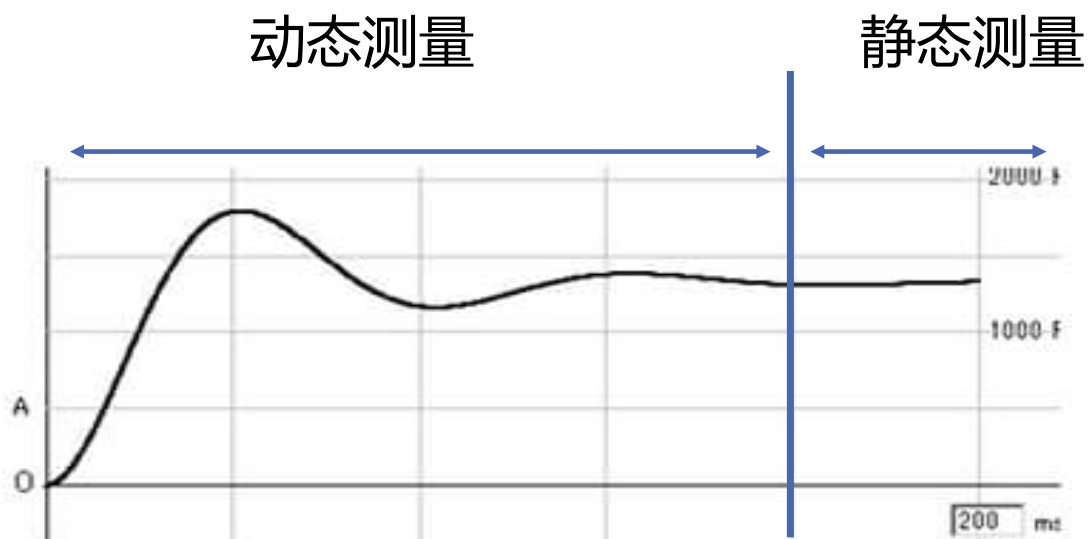
□ **动态特性：** 动态测量时输入和输出关系，如响应速度等。

□ **负载特性：** 所接入的测试装置成为被测对象的负载。

□ **抗干扰特性：** 抵制干扰信号作用的能力，它决定了系统的可靠性。

测试系统基本特性的概念

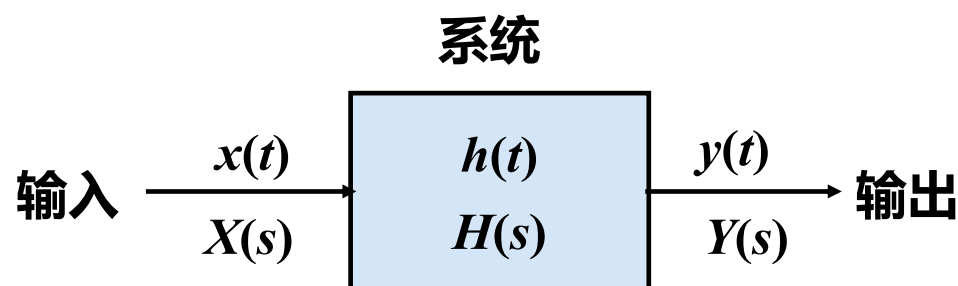
- 动态测量与静态测量



还有一种比较特殊的是以简谐信号为输入，来测试其稳态响应（静态测量）

测试系统基本特性的概念

- 任一测试系统的输入、输出与系统的关系



$x(t)$ —— 输入

$y(t)$ —— 输出

$h(t)$ —— 系统

► 测试内容

- 输入 $x(t)$ 、输出 $y(t)$ 可测（已知），则通过输入、输出估计系统的传输特性 $h(t)$;
- 系统特性 $h(t)$ 已知，输出 $y(t)$ 可测，估计系统的输入 $x(t)$
- 输入 $x(t)$ 及系统特性 $h(t)$ 已知，估计系统的输出 $y(t)$ 。

测试系统基本特性的概念

时不变（定常）线性系统及其主要性质

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ &= b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned} \quad (n \geq m)$$

其中 $x(t)$ 为输入量, $y(t)$ 为输出量

如果 $a_i (i=0,1,\dots,n)$ 、 $b_j (j=0,1,\dots,m)$ 均为常数, 则该方程为常系数微分方程, 所描述的系统为时不变线性系统, 也称为线性定常系统。 (阶数 n)

测试系统基本特性的概念

□ 叠加特性：若 $x_1(t) \rightarrow y_1(t)$, $x_2(t) \rightarrow y_2(t)$,

则： $[x_1(t) \pm x_2(t)] \rightarrow [y_1(t) \pm y_2(t)]$

□ 比例特性：若 $x(t) \rightarrow y(t)$, α 为常数, 则： $\alpha x(t) \rightarrow \alpha y(t)$

叠加特性和比例特性可统一表示为：

$$[\alpha x_1(t) \pm \beta x_2(t)] \rightarrow [\alpha y_1(t) \pm \beta y_2(t)]$$

□ 微分特性：若 $x(t) \rightarrow y(t)$, 则： $dx(t)/dt \rightarrow dy(t)/dt$

□ 积分特性：若系统的初始状态为0, 则： $\int_0^{t_0} x(t)dt \rightarrow \int_0^{t_0} y(t)dt$

测试系统基本特性的概念

□ **频率保持特性**：若系统输入为简谐信号，则其稳态输出也为同频简谐信号。即：

若 $x(t) = X_0 e^{j\omega t}$, 则 $y(t) = AX_0 e^{j(\omega t + \varphi_0)}$

设 ω 为已知频率，则根据线性系统的比例特性和微分特性有

$$\omega^2 x(t) \rightarrow \omega^2 y(t) \qquad \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \rightarrow \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

由线性系统的叠加原理

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) \rightarrow \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \omega^2 y(t)$$

测试系统基本特性的概念

设输入信号 $x(t)$ 为单一频率 ω 的简谐信号, 即 $x(t) = X_o e^{j\omega t}$

则有
$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = (j\omega)^2 X_o e^{j\omega t} = -\omega^2 x(t)$$

即
$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0$$

相应的输出也应为
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \omega^2 y(t) = 0$$

于是输出 $y(t)$ 的唯一的可能解只能是
$$y(t) = y_o e^{j(\omega t + \varphi_o)}$$

测试系统的静态特性



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

测试系统的静态特性

- 静态方程

- 测试装置处于静态测量时，输入量 x 和输出量 y 不随时间而变化，它们的各阶微分等于0。

- 系统微分方程变为：

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} \dots a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \longrightarrow a_0 y(t) = b_0 x(t) \\ & = b_n \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{n-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} \dots b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \end{aligned}$$

\downarrow
 $a_0 y = b_0 x$

测试系统的静态特性

$$y = \frac{b_0}{a_0} x = sx, \quad s = \frac{b_0}{a_0}$$

该方程称为装置的静态（传递）特性方程，简称静态方程。

上式表明理想的测试装置输出 y 与输入 x 是单调、线性比例关系。

实际测量装置往往并非理想的定常线性系统，在静态测量中，上式实际变为：

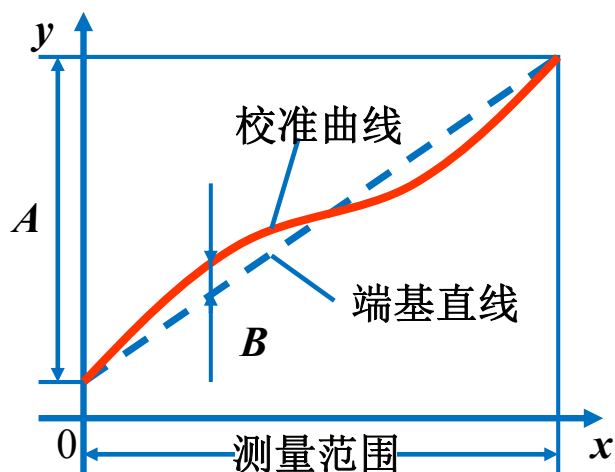
$$y = s_1 x + s_2 x^2 + s_3 x^3 + \cdots = (s_1 + s_2 x + s_3 x^2 + \cdots) x$$

- 上式表明，测试装置输出 y 与输入 x 并不是单调、线性比例关系，而是非线性关系。这就需要有更多的指标对系统的静态特性进行描述。

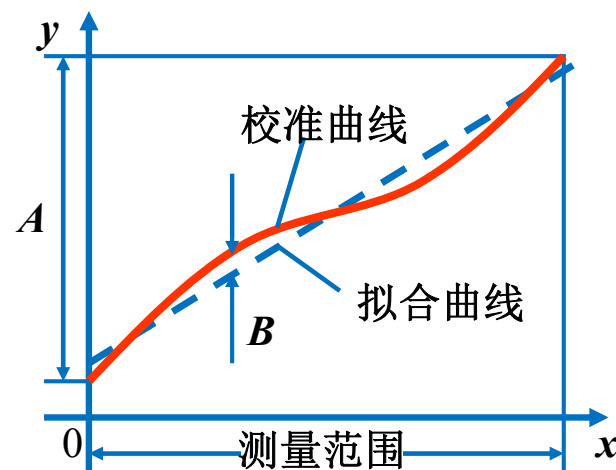
测试系统的静态特性

➤ 定度曲线（校准曲线）

表示静态（或动态）方程的图形称为测试装置的定度曲线（特性曲线、校准曲线、标定曲线）。



- ① 端基直线：零点（下限点）与满量程输出值两点连线。误差大，但较为简单，在要求不是很高时可以采用这种方法。



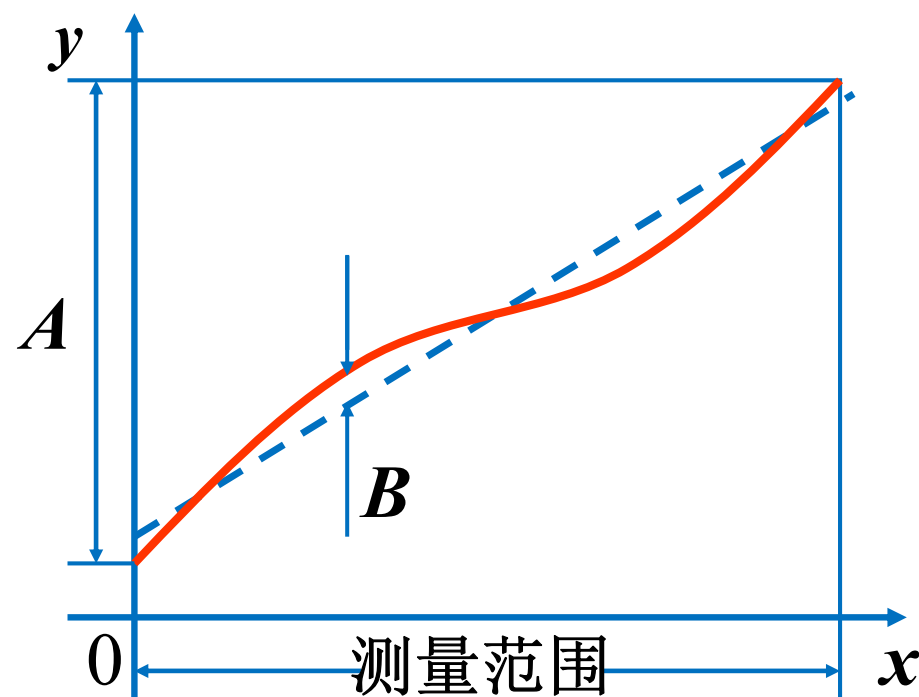
- ② 独立直线（最小二乘法直线）：拟合直线与定度曲线间偏差 B_i 的平方和最小。即： $\sum_i^n B_i^2$ 最小。精度高，较为科学。

测试系统的静态特性

• 线性度

线性度是指测量系统的输入、输出之间的关系与理想比例关系的偏离程度。

线性度 $\gamma_L = \frac{B}{A} \times 100\%$



测试系统的静态特性

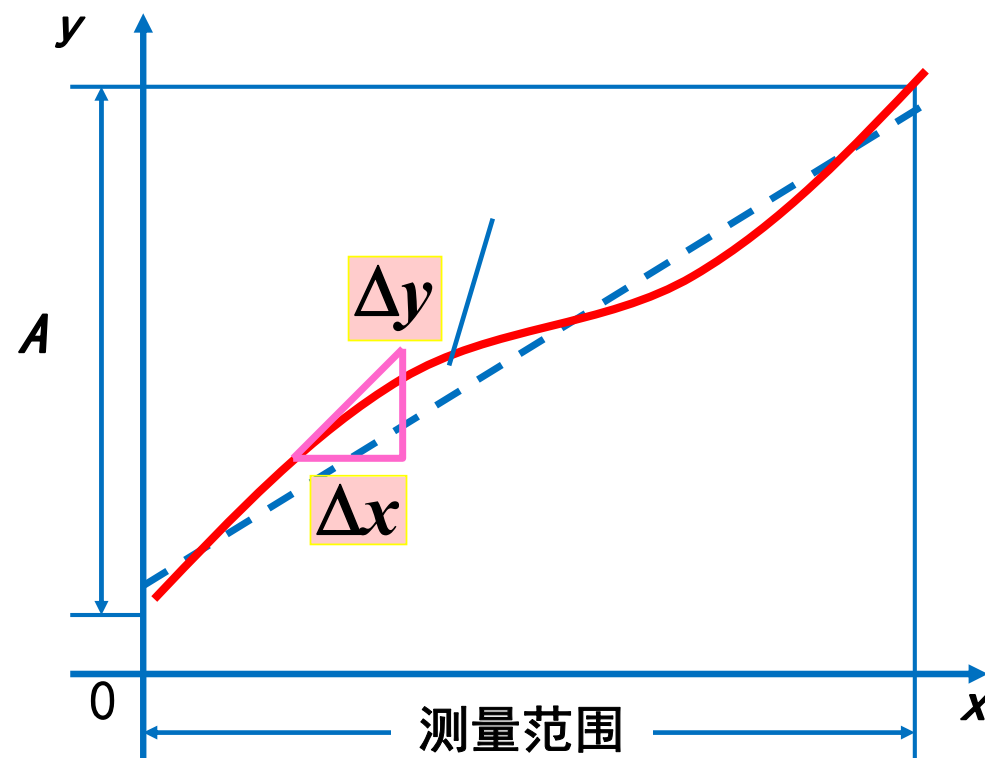
• 灵敏度

□ 灵敏度：输出量的变化 Δy 与引起该变化的输入量的变化 Δx 之比。

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

理想情况下：

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y}{x} = \frac{b_0}{a_0} = \text{constant}$$



灵敏度一般是有量纲的，量纲为输出量的量纲与输入量的量纲之比，但当输入输出量纲一致时，则为无量纲，称为‘放大倍数’

测试系统的静态特性

• 分辨力

引起测量装置输出值产生一个可察觉变化的最小被测量变化值，也称为灵敏阈或灵敏限。用来描述装置对输入微小变化的响应能力。

- 数字仪表显示4.5度，那么分辨力是多少？
- 直尺的最小刻度是1mm，那么分辨力是？
 - 模拟表--最小刻度一半
 - 数字表--最后一位数字

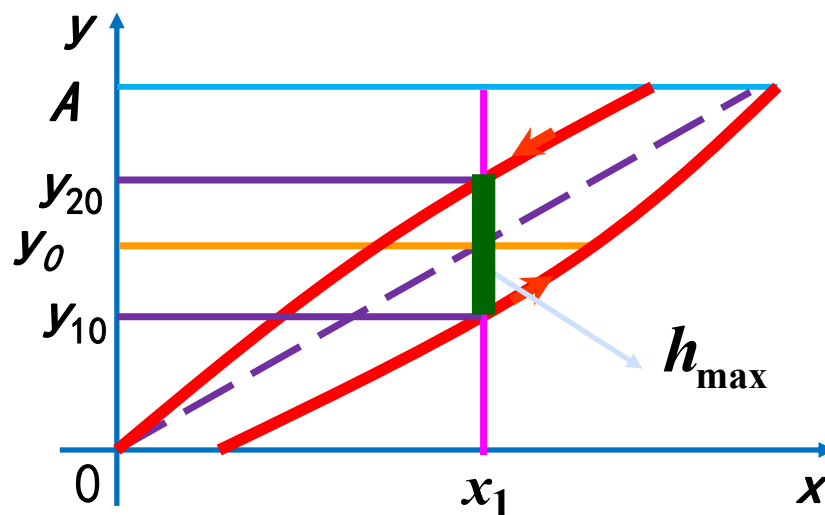
测试系统的静态特性

• 回程误差

- 输入量由小到大与由大到小变化时，测试装置对同一输入量所得输出量不一致的程度。
- 回程误差用全量程范围内，同一输入量下所得输出的最大差值 h_{\max} 与量程 A 之比的百分数表示。

$$\text{回程误差 } \gamma_h = \frac{h_{\max}}{A} \times 100 \%$$

系统内部各种类型的摩擦、间隙以及某些机械材料如弹性元件和电磁元件的（弹性或磁性）滞后。有时装置存在死区也可能产生滞后现象。



测试系统的静态特性

- **漂移**

测量装置的测量特性随时间的缓慢变化（未加载荷）。在规定条件下，对一恒定输入在规定时间内输出变化，称为点漂。标称范围最低值处的点漂，称为零点漂移，简称零漂。

- **稳定度**

测量装置在规定条件下保持其测量特性恒定不变的能力。稳定度通常指时间稳定度。

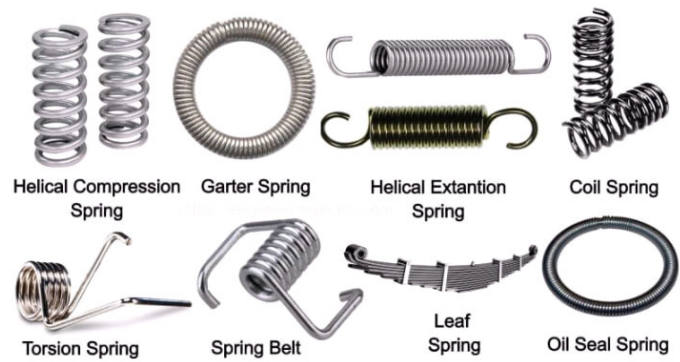
测试系统的动态特性



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

测试系统的动态特性

如何测量低频振动信号？ 如何测量音频振动信号？ 如何测量高频超声振动信号？



测试系统的动态特性

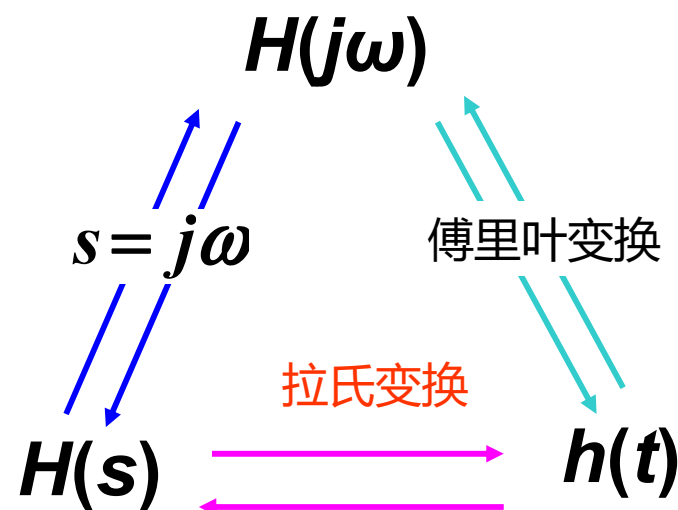
动态特性的数学描述

- 微分方程

- S域：传递函数 $H(s)$

- 频域：频率响应函数 $H(j\omega)$

- 时域：脉冲响应函数 $h(t)$



测试系统的动态特性

- 传递函数

- 通过拉普拉斯变换将 $x(t) \rightarrow X(s)$ $y(t) \rightarrow Y(s)$ 其中 $s = j\omega$

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t)$$



$$[a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0] Y(s) = [b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0] X(s)$$

零初始条件下，定常线性系统输出量的拉氏变换与相应的输入量的拉氏变换之比。

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \quad (n \geq m)$$

测试系统的动态特性

- 频率响应函数

根据时不变线性系统的频率保持特性：

当输入为 $x(t) = X_0 e^{j\omega_0 t}$ ，输出 $y(t) = Y_0 e^{j(\omega_0 t + \varphi)}$ ，则存在 $H(\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$

$H(\omega)$ 为 ω 的函数，反映了测试系统在各个频率正弦信号激励下的稳态响应特性，称之为**频率响应函数**。

测试系统的动态特性

► 频率响应函数的求法

□ 令传递函数中 $s = j\omega$ 的求取; $H(\omega) = H(s)|_{s=j\omega}$

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \cdots + b_1(j\omega) + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0}$$

□ 实验确定频率响应函数（系统初始条件全为0）

依次用不同频率 ω_i 的正弦信号激励被测系统，同时测量激励和系统稳态输出的幅值 X_i 、 Y_i 和相位差 φ_i 。则：

$$A(\omega_i) = \frac{Y_i(\omega)}{X_i(\omega)} \qquad \varphi(\omega_i) = \varphi_i(\omega)$$

测试系统的动态特性

► 频率特性

$H(\omega) = H(s)|_{s=j\omega}$ 为复数, 可以表示为:

$$H(\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

其中, $A(\omega) = |H(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$

$$\varphi(\omega) = \angle H(j\omega) = \arctan \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

$H(\omega)$ 的模 $A(\omega)$ 反映了定常线性系统在正弦信号激励下, 其稳态输出信号与输入信号的幅值比, 称为系统的**幅频特性**;

$H(\omega)$ 的幅角 $\varphi(\omega)$ 反映了稳态输出信号与输入信号的相位差, 称为系统的**相频特性**。

测试系统的动态特性

➤ 幅、相频率特性的图象描述

{ 幅频特性与相频特性图
Bode 图(对数频率特性图)
实频特性与虚频特性图
Nyquist 图(极坐标图)

测试系统的动态特性

- 脉冲响应函数

- 对任意输入 $x(t)$ ，其输出可以由其与系统函数的卷积表示，即： $y(t) = x(t) * h(t)$
- 单位脉冲 $\delta(t)$ 的拉氏变化为1，若系统输入 $x(t) = \delta(t)$ ，则 $X(\omega) = 1$ ，相应输出为：

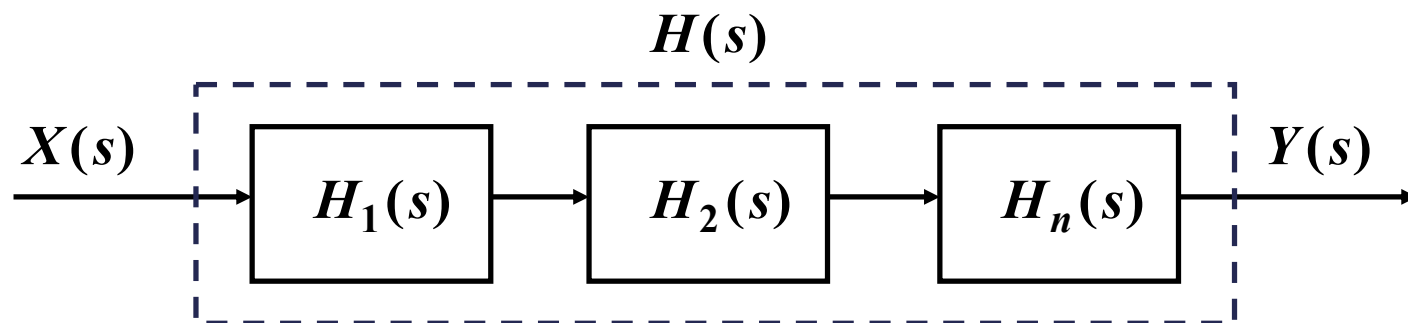
$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) = H(\omega)$$

$$y(t) = F^{-1}[Y(\omega)] = F^{-1}[H(\omega)] = h(t)$$

- $h(t)$ 称为系统的脉冲响应函数或权函数。脉冲响应函数是对系统动态响应特性的一种时域描述。当初始条件为 0 时，给测试系统施加一单位脉冲信号，如果测试系统是稳定的，则经过一段时间后，系统将渐渐恢复到原来的平衡位置。

测试系统的动态特性

- 环节的串联



$$H(s) = H_1(s)H_2(s)\cdots H_n(s) = \prod_{i=1}^n H_i(s)$$

频率响应函数

$$H(\omega) = \prod_{i=1}^n H_i(\omega)$$

幅频特性

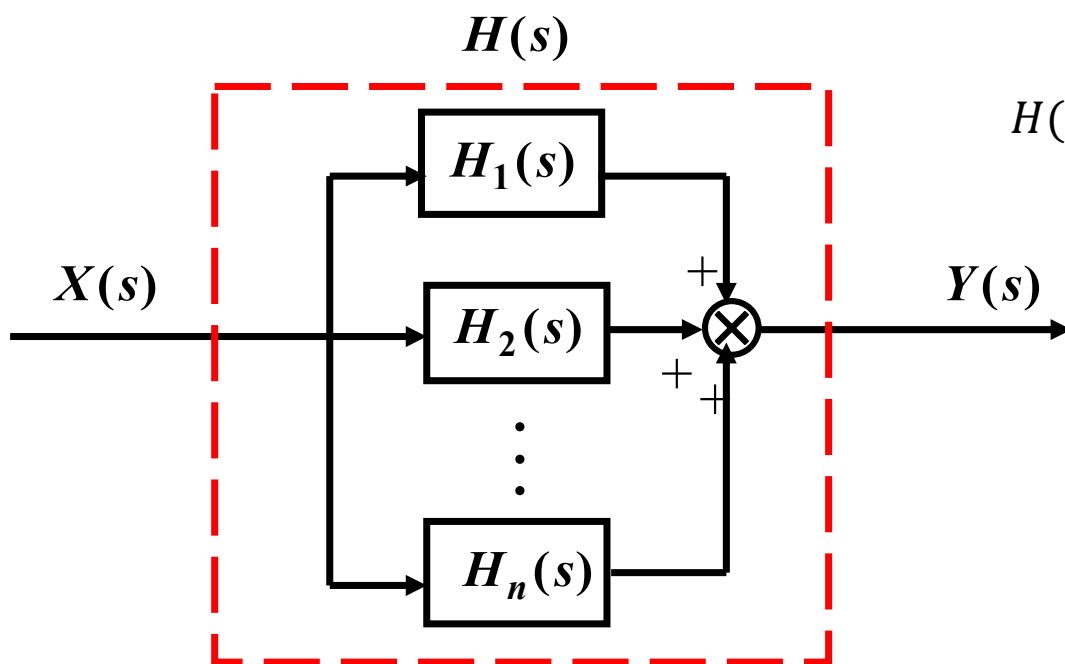
$$A(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega)$$

相频特性

$$\varphi(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)$$

测试系统的动态特性

• 环节的并联



$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = H_1(s) + H_2(s) + \cdots + H_n(s) = \sum_{i=1}^n H_i(s)$$

频率响应函数

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^n H_i(\omega)$$

任何的高阶系统都可以看成若干个一阶环节和二阶环节的串联或并联。因此必须深刻理解一阶系统和二阶系统的传输性质，它是高阶系统分析的基础。

一阶、二阶系统的动态特性

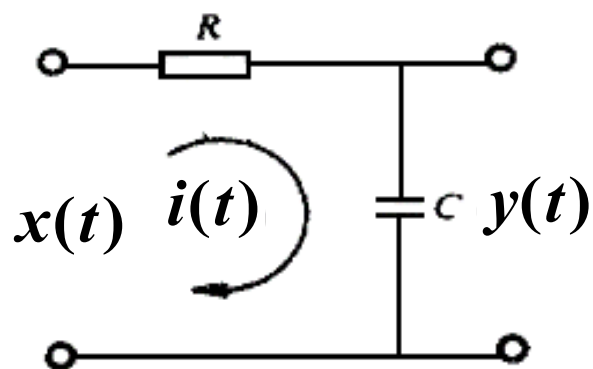


浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

一阶、二阶系统的动态特性

• 一阶系统

以RC串联电路的一阶系统为例。



R 、 C 串联电路

$$\begin{cases} x(t) = iR + y(t) \\ y(t) = \frac{1}{C} \int i dt \end{cases}$$

$$\Rightarrow x(t) = RC \frac{dy(t)}{dt} + y(t)$$

$$X(s) = (RCs + 1)Y(s)$$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + RCs} = \frac{1}{1 + \tau s}$$

$$\tau = RC$$



$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

一阶、二阶系统的动态特性

• 一阶系统的特性

□ 传递函数: $H(s) = \frac{1}{1 + \tau s}$ (极点位于负实轴)

□ 频率特性: $H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} e^{-j \arctan \omega\tau}$

□ 实频特性: $P(\omega) = \frac{1}{1 + (\omega\tau)^2}$

□ 虚频特性: $Q(\omega) = \frac{-\tau\omega}{1 + (\omega\tau)^2}$

幅频特性

相频特性

一阶、二阶系统的动态特性

□ 幅频特性:

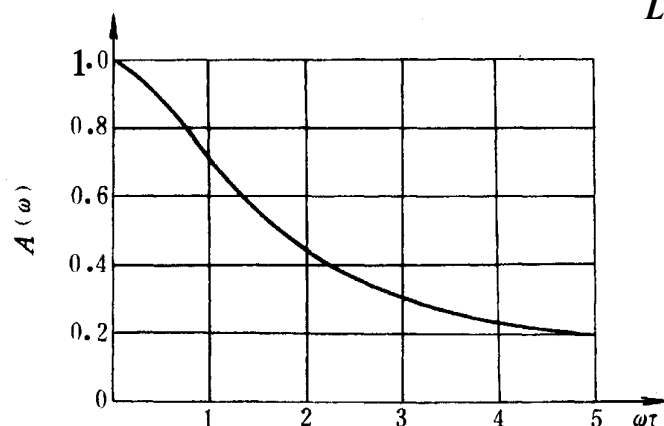
$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

□ 相频特性:

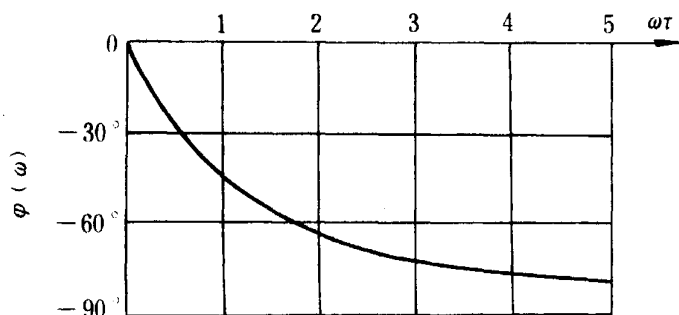
$$\varphi(\omega) = -\arctan \omega\tau$$

□ 对数幅频特性:

$$L(\omega) = -20 \log \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}$$

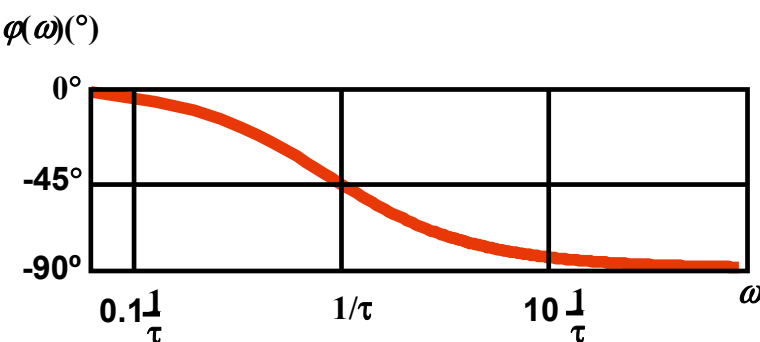
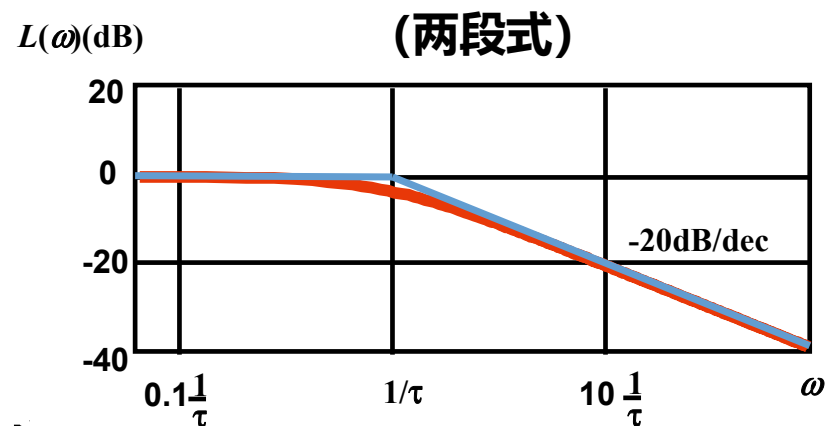


a)



b)

幅频、相频曲线



Bode图 (对数幅频、相频曲线)

一阶、二阶系统的动态特性

□ 一阶系统的特点

❖ 当激励频率 ω 远小于 $1/\tau$ 时（约 $\omega < \frac{1}{5\tau}$ ）， $A(\omega) \approx$ （误差不超过2%），输出、输入幅值几乎相等；

❖ 当 $\omega\tau \gg 1$ 时， $H(\omega) \approx \frac{1}{j\omega\tau}$ ，即：
$$y(t) \approx \frac{1}{\tau} \int_0^t x(t) dt$$

此时，系统相当于一个积分器。其中 $A(\omega)$ 几乎与激励频率成反比，相位滞后近 90° 。

一阶系统适用于测量缓变或低频被测量。

❖ 一阶系统的幅度误差
$$\gamma = \frac{A(\omega) - A_0}{A_0} \times 100\% = \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} - 1 \right] \times 100\%$$

测试系统对阶跃输入响应

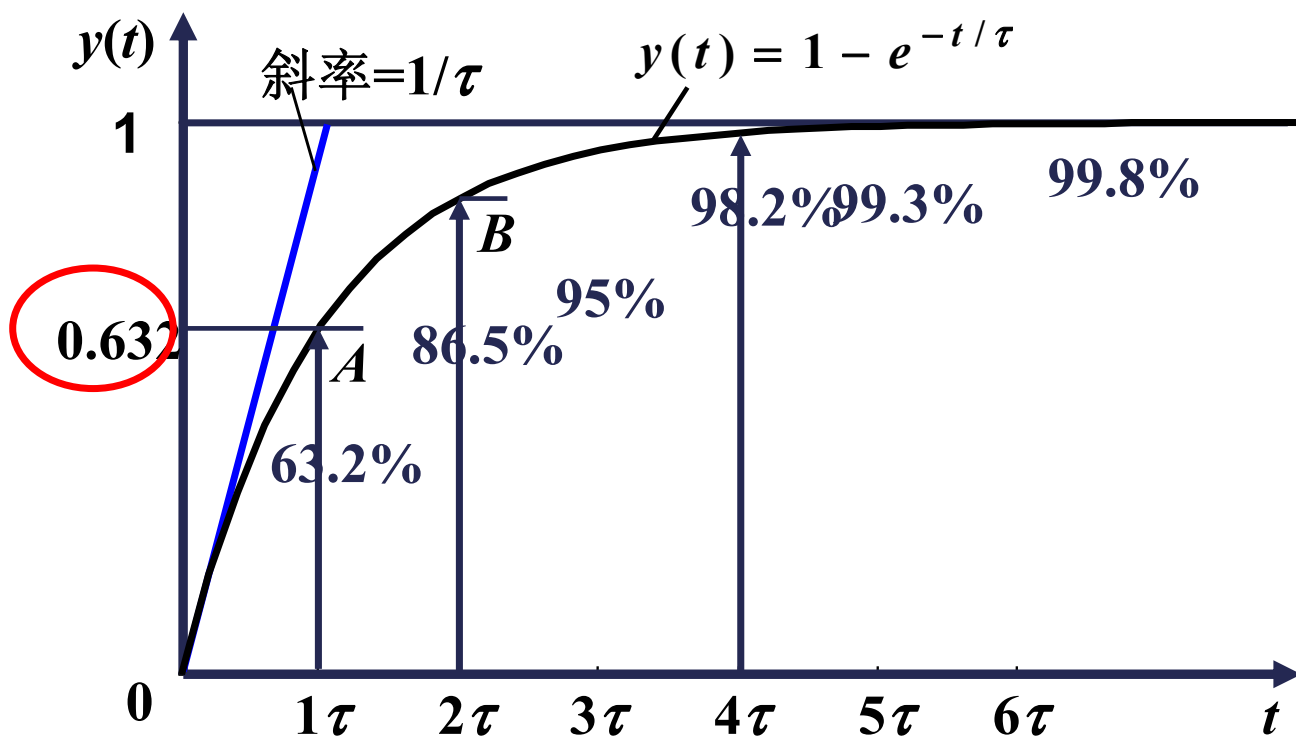
□ 单位阶跃信号

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow X(s) = \frac{1}{s}$$

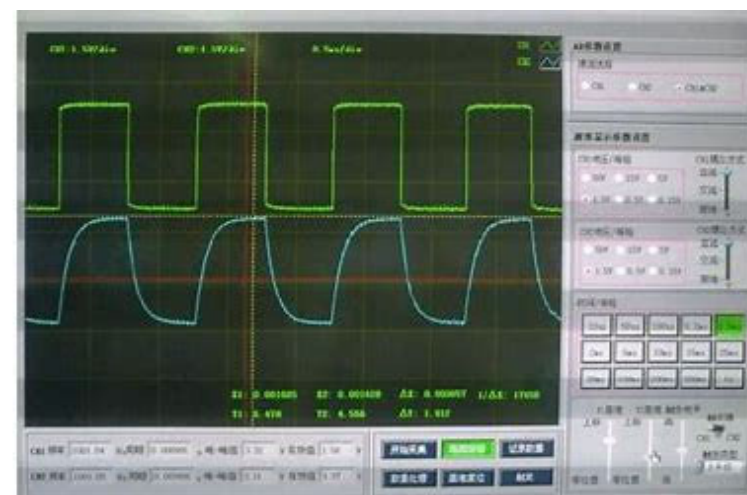
□ 一阶系统的单位阶跃响应

$$Y(s) = H(s)X(s) = \frac{1}{s(\tau s + 1)} \Rightarrow y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$

测试系统对阶跃输入的响应



一阶系统单位阶跃响应曲线



测试系统对阶跃输入响应

• 一阶系统的单位阶跃响应的特点

✓ $y(t)$ 指数增大, 且无振荡;

$y(\infty)=1$, 无稳态误差。

✓ $y(\tau)=0.632$, 即经过时间 τ , 系统响应达到其稳态输出的63.2%

✓ 时间常数 τ 反映系统响应的快慢。

$$\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0} = \frac{1}{\tau}$$

工程中, 当响应曲线达到并保持在稳态值的95%~98%时, 认为系统响应过程基本结束, 从而一阶系统的过渡过程时间为 $3\tau \sim 4\tau$ 。

一阶、二阶系统的动态特性

□ 二阶系统

以弹簧振子的二阶系统为例

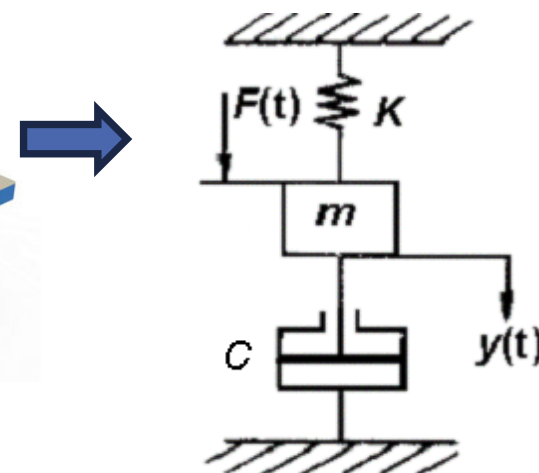
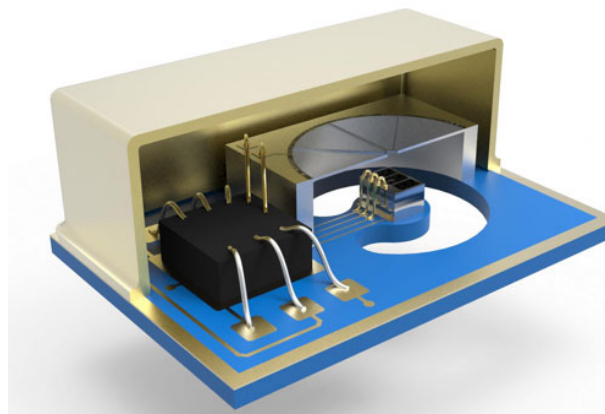
系统的微分方程为：

$$F(t) - C \frac{dy(t)}{dt} - Ky(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

拉氏变换： $(ms^2 + cs + k)Y(s) = F(s)$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k} = \frac{\frac{1}{k} \cdot \frac{k}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{A_0 \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad \omega_n^2 = \frac{k}{m}, \zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}, A_0 = \frac{1}{k}$$



m ——薄膜质量；
 k ——弹性系数；
 c ——阻尼系数；
 r ——圆片半径

一阶、二阶系统的动态特性

□ 标准二阶传递函数：

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

其中， ω_n 为系统固有频率， ζ 为系统阻尼比。

阻尼范围	闭环特征根分布
负阻尼 $\xi < 0$	有一对正实部的共轭复根，系统发散
零阻尼 $\xi = 0$	有一对纯虚根，系统等幅振荡
欠阻尼 $0 < \xi < 1$	有一对实部为负的共轭复根，系统时间响应具有振荡特性
临界阻尼 $\xi = 1$	有一对相等的负实根(重根)，响应无振荡，无超调
过阻尼 $\xi > 1$	有两个不相等的负实根，等价于两个一阶环节串联，响应无振荡，无超调

□ 频率特性：

$$H(\omega) = \frac{\omega_n^2}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2} = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + j2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}}$$

一阶、二阶系统的动态特性

□ 幅频特性:

$$A(\omega) = |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

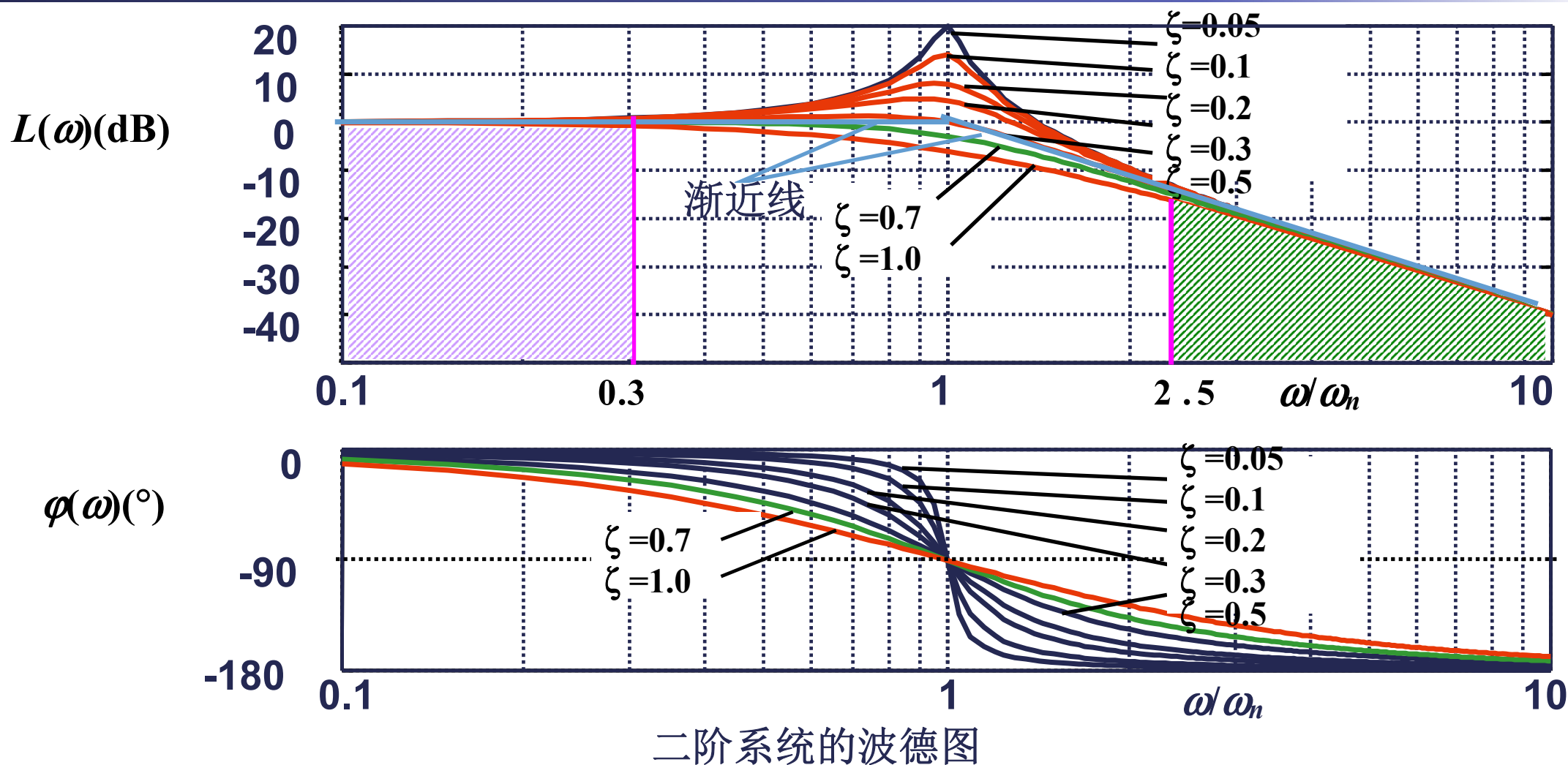
□ 相频特性:

$$\varphi(\omega) = -\arctan \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

□ 脉冲响应函数
(欠阻尼):

$$h(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1 - \zeta^2}} e^{-\zeta \omega_n t} \sin(\sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n t), \quad (t \geq 0, \quad 0 \leq \zeta < 1)$$

一阶、二阶系统的动态特性



一阶、二阶系统的动态特性

□ 二阶系统的特点

❖ $\omega \ll \omega_n$ 时, $H(\omega) \approx 1$,
 $\omega \gg \omega_n$ 时, $H(\omega) \rightarrow 0$ 。

❖ ω_n 和 ζ 的大小影响二阶系统的动态特性, 且在通常使用的频率范围中, 固有频率 ω_n 的影响最为重要。

❖ $\omega = \omega_n$ 时, $A(\omega) = \frac{1}{2\xi}$, $\varphi(\omega) = 90^\circ$, 且在 $\omega = \omega_n$ 附近, 系统发生共振, 实际使用中一般应该避免, 但是可利用此特性测量系统本身的参数。

❖ $\omega < 0.5\omega_n$ 时, 二阶系统Bode图可用 $0dB$ 线近似; $\omega > 2\omega_n$ 时, 可用斜率为 $-40dB/dec$ 的直线近似; 而 $\omega = (0.5 \sim 2)\omega_n$ 时, 因共振, 近似线误差较大, 在 $\omega \approx \omega_n$ 处误差最大 (误差大小与 ξ 有关)。

一阶、二阶系统的动态特性

❖ $\omega \ll \omega_n$ 时, $\varphi(\omega)$ 很小, 且和频率近似成正比增加; $\omega \gg \omega_n$ 时, $\varphi(\omega) \rightarrow -180^\circ$ 。 ω 靠近 ω_n 时, $\varphi(\omega)$ 变化剧烈, 且 ξ 越小, 变化越剧烈。

❖ 二阶系统是振荡环节, 对测试系统而言, 为了减少频率特性不理想所引起的误差, 一般取 $\omega \leq 0.5\omega_n$, $\zeta = 0.65 \sim 0.7$ 。此时, $\varphi(\omega)$ 与 ω/ω_n 近似成线性关系, 系统响应速度较快且误差较小。

最佳阻尼比: $\zeta = 0.707$

测试系统对阶跃输入响应

- 二阶系统的单位阶跃响应

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \varphi) \quad 0 < \zeta < 1$$

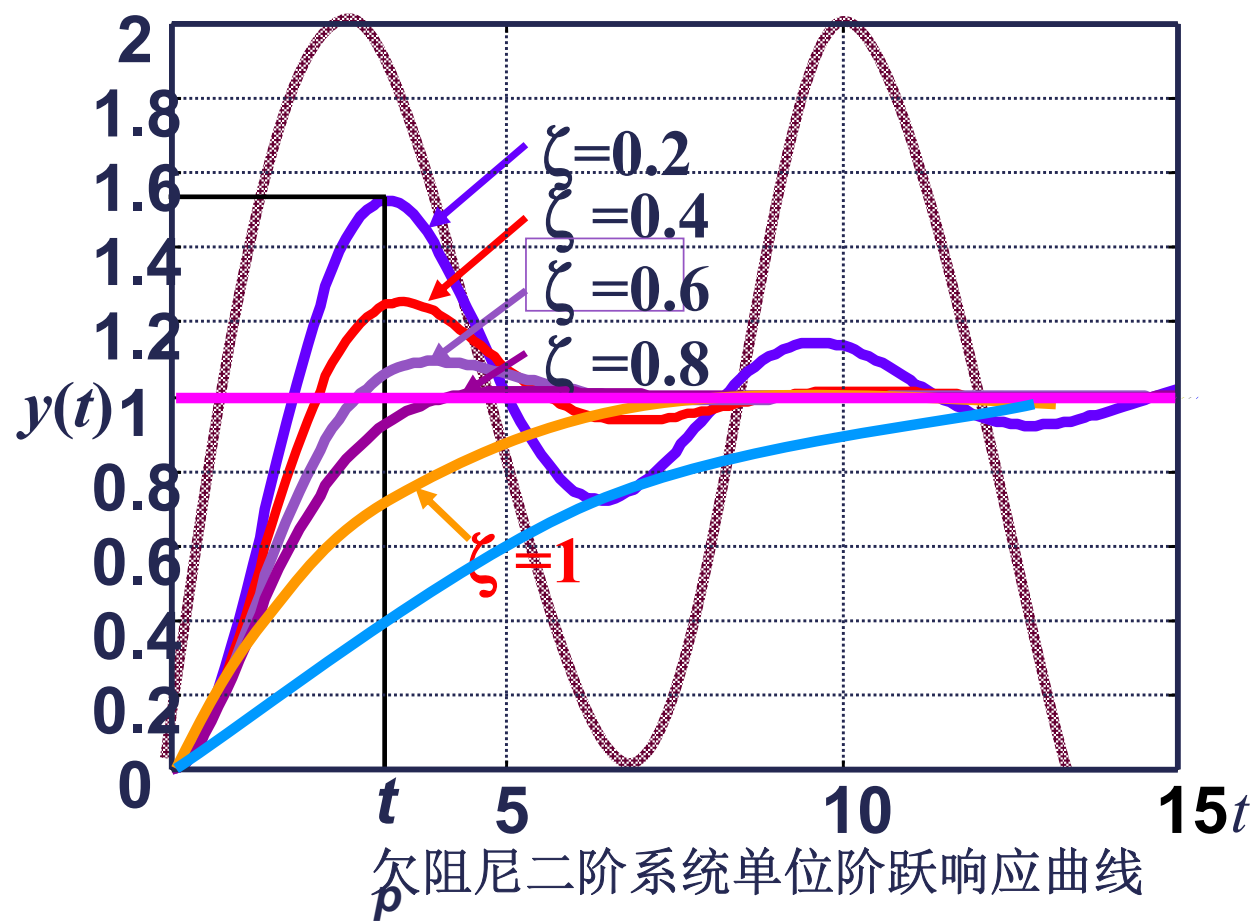
$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}, \quad \varphi = \arctan \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

系统的有阻尼固有频率

□ 二阶系统单位阶跃响应的特点

① $y(\infty) = 1$, 稳态误差为0。

测试系统对阶跃输入的响应



测试系统对阶跃输入的响应

②二阶系统 ($0 < \zeta < 1$) 瞬态输出分量为振幅等于:

$$e^{-\zeta\omega_n t} / \sqrt{1-\zeta^2}$$

的阻尼正弦振荡, 阻尼振荡频率:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

振幅衰减的快慢由 ζ 和 ω_n 决定, 振荡幅值随 ζ 减小而加大, $\zeta = 0$ 时, 系统振幅超调量为 100%, 且持续不断作等幅振荡, 达不到稳态。

③ 一定时, 固有频率 ω_n 越高, 系统响应越快。

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} \quad e^{-\zeta\omega_n t} / \sqrt{1-\zeta^2}$$

测试系统动态特性的测定



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

测试系统动态特性的测定

根据输入、输出和系统特性间的关系，我们可以通过测量标准信号下系统的响应，来确定系统的动态特性参数。

1. 脉冲响应函数法
2. 阶跃响应函数法
3. 频率响应函数法
4. 白噪声激励识别法

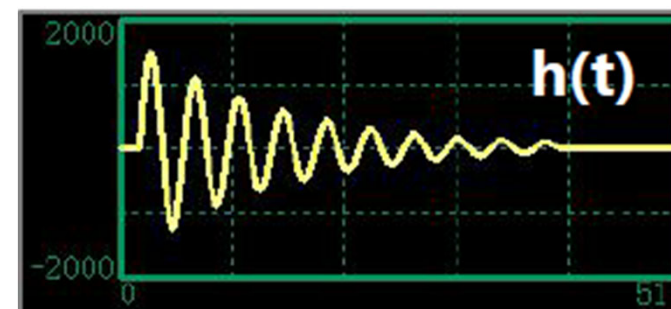
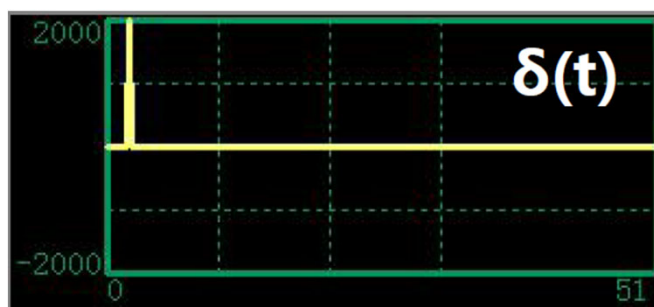
测试系统动态特性的测定

• 脉冲响应函数法

装置的输入信号为单位脉冲 $\delta(t)$, 直接测量系统的脉冲响应函数

$$y(t) = h(t), Y(f) = H(f)$$

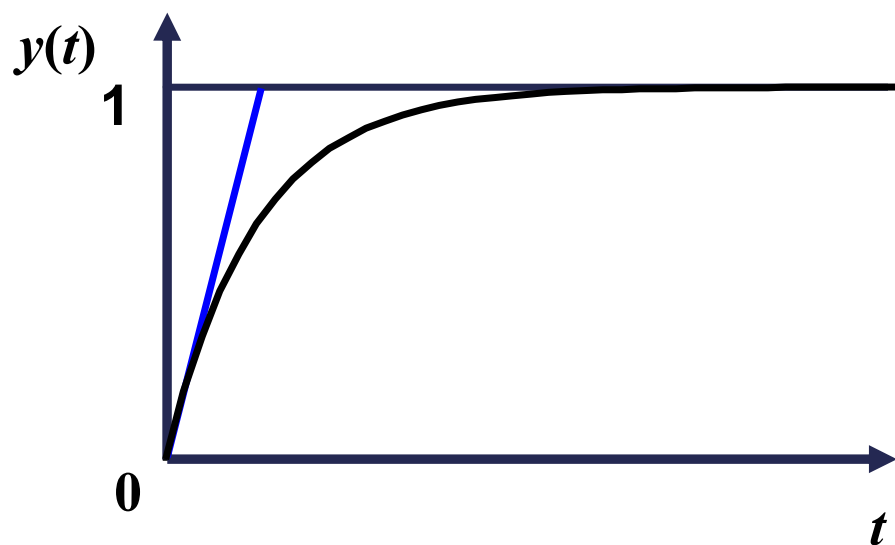
优点：简单、直观； **缺点：**激励能量小、单位脉冲的脉宽要足够窄；



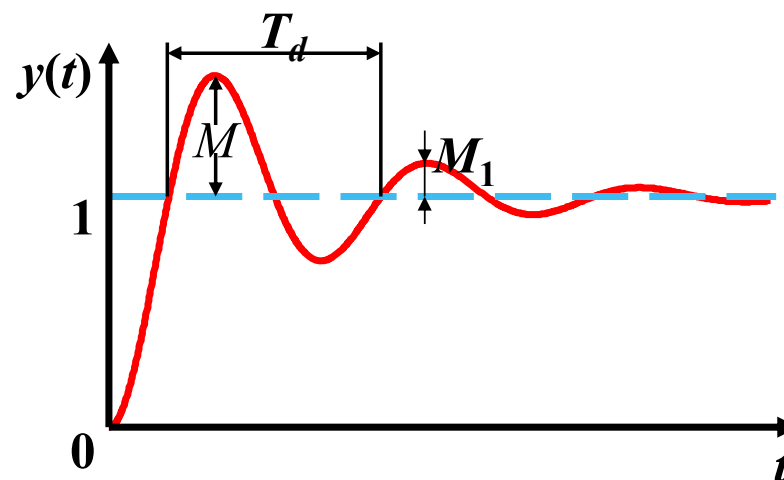
测试系统动态特性的测定

• 阶跃响应函数法

通过对曲线中的关键参量求解来测定系统的动态特性



一阶系统的阶跃响应



欠阻尼二阶系统的阶跃响应

优点：相较于脉冲响应函数法更易于实施； **缺点：**需要了解系统模型

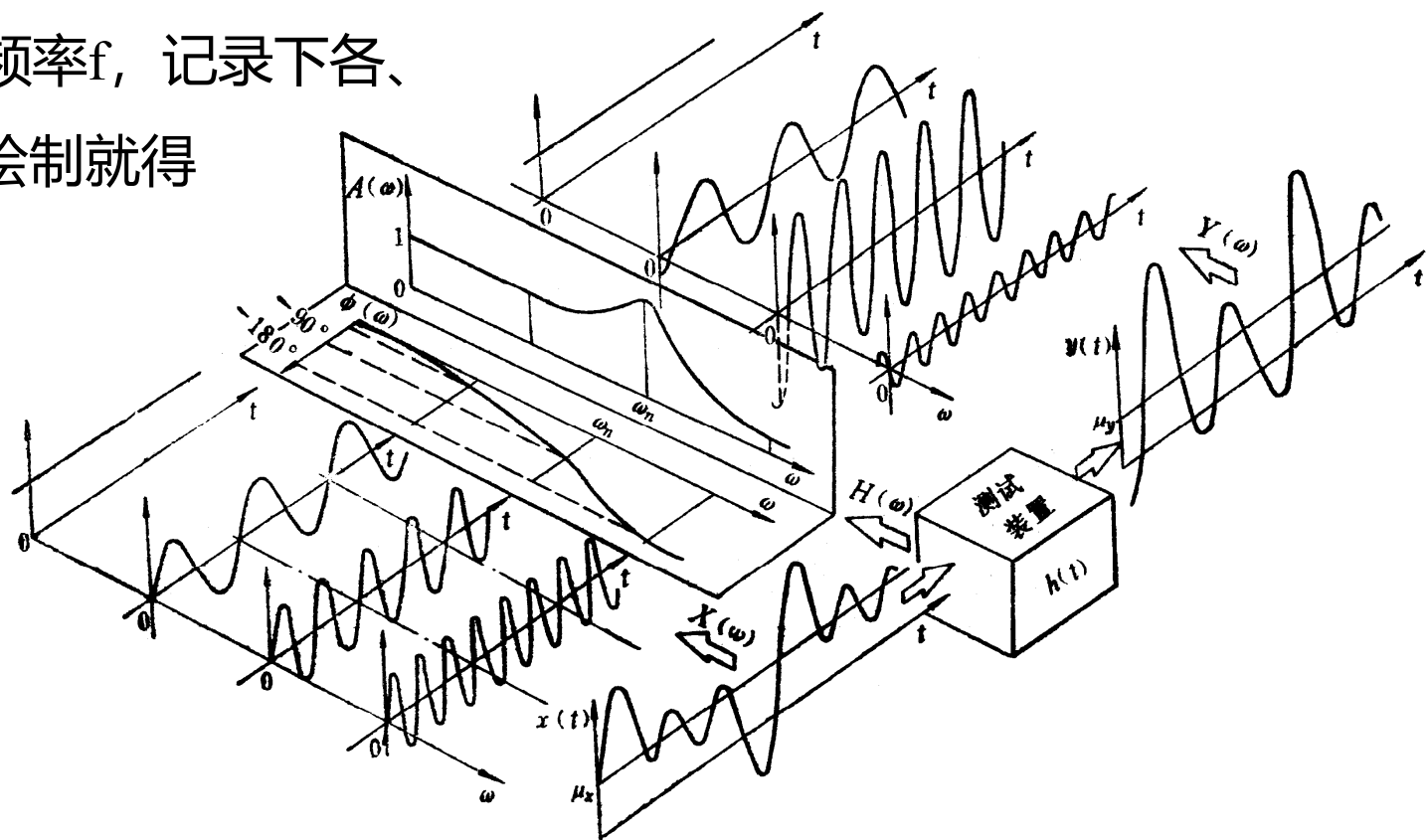
测试系统动态特性的测定

• 频率响应函数法

通过稳态正弦激励试验来求得系统的动态特性。从最低测量频率 f_{\min} 到最高测量频率 f_{\max} ，逐步增加正弦激励信号频率 f ，记录下各、频率对应的幅值比和相位差，绘制就得到系统幅频和相频特性。

优点：信号能量大，设备要求低（信号发生器，双踪示波器）；

缺点：较为费时



测试系统动态特性的测定

- 白噪声激励识别法

随机白噪声 $x(t)$ 的自功率谱是宽频，即 $S_{xx}(f) = 1$ ，因此将白噪声作为输入可用于测量系统的动态特性。

输入输出的互功率谱： $S_{xy}(f) = Y(f)X(f)$ ，频率响应函数： $H(f) = S_{xy}(f) / S_{xx}(f)$



优点：效率高； **缺点：**宽频的白噪声，需要FFT变换，设备相对复杂

实现不失真测量的条件



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

实现不失真测试的条件

不失真测试的概念

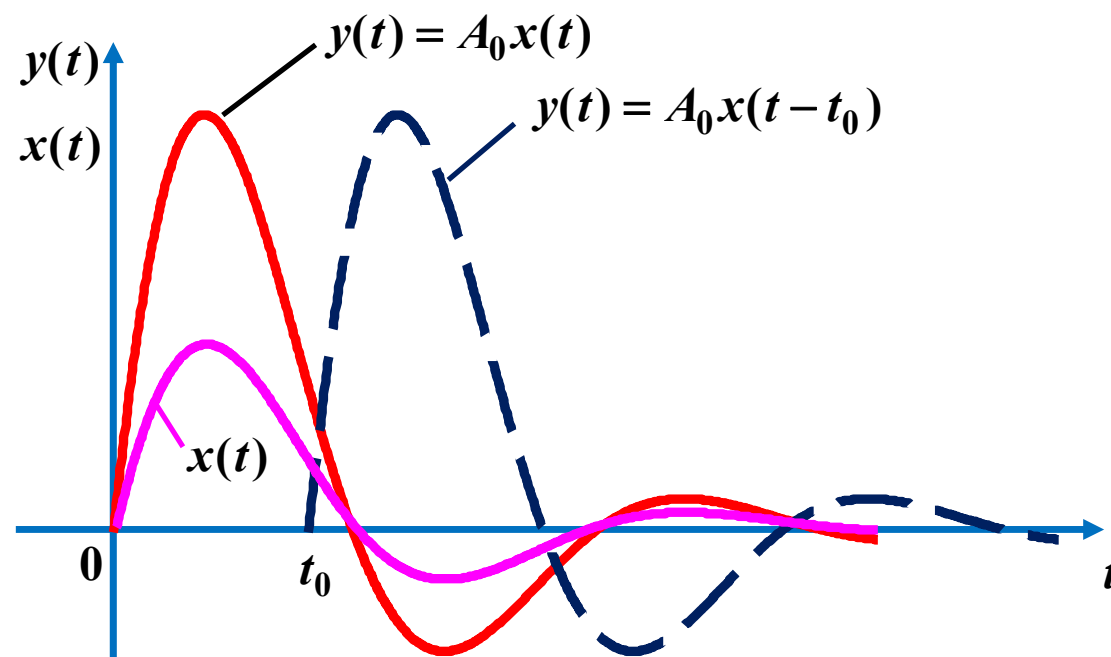
信号不失真测试指系统的响应 $y(t)$ 的波形和输入 $x(t)$ 的波形完全相似，从而保留原信号的特征和全部信息。即：

$$y(t) = A_0 x(t - t_0)$$

其中， A_0 、 t_0 为常数。

上式表明，若输入与输出间仅幅值不同和存在时间滞后，则表明系统实现了不失真测试。所说的不失真测试指输出信号“再现”了原来的输入信号，但二者有两个方面的不同：

- ❖ 幅值放大（或缩小）了 A_0 倍；
- ❖ 时间上延迟了 t_0



波形不失真复现

实现不失真测试的条件

$$y(t) = A_0 x(t - t_0)$$

系统初态为0时，对上式进行傅氏变换，可得不失真测试装置的频率响应函数为：

$$Y(\omega) = A_0 X(\omega) e^{-j\omega t_0}$$

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = A_0 e^{-j\omega t_0}$$

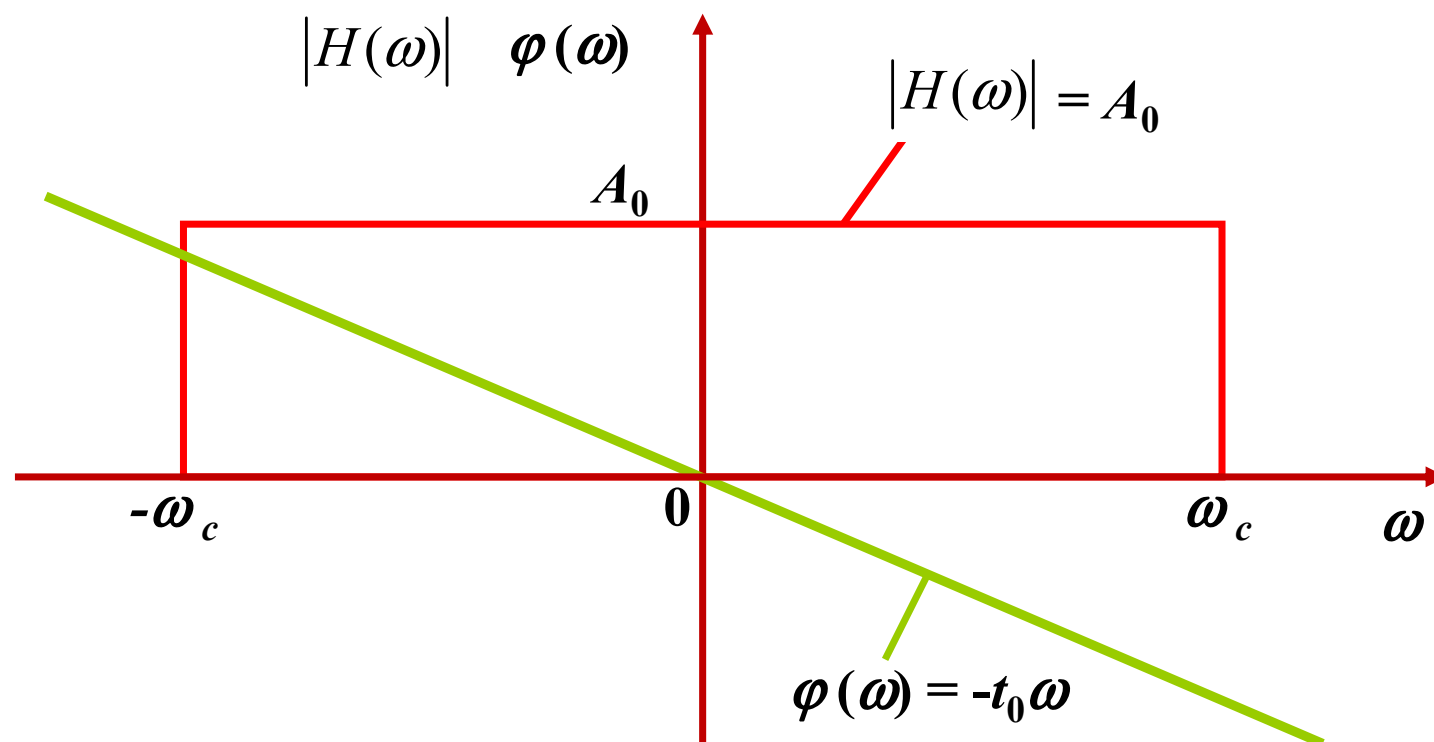


$$\begin{cases} |H(\omega)| = A_0 \\ \phi(\omega) = -\omega t_0 \end{cases}$$

- 幅频特性 $|H(\omega)|$ 在 $x(t)$ 的频谱范围内为常数；
- 相频特性 $\phi(\omega)$ 与 ω 成线性关系，为一经过原点的直线。

实现不失真测试的条件

$$\begin{cases} |H(\omega)| = A_0 \\ \phi(\omega) = -\omega t_0 \end{cases}$$

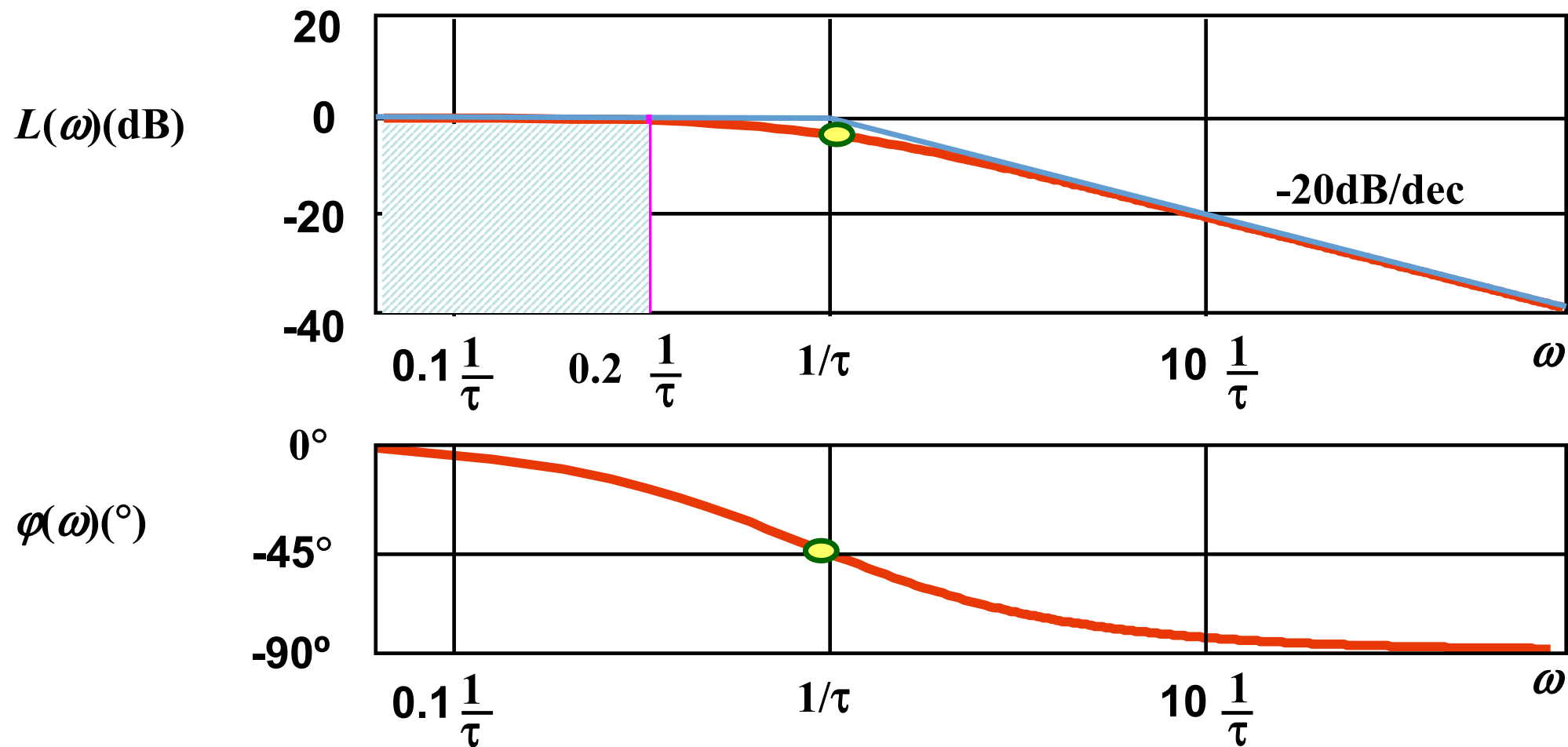


不失真测试系统的频率特性图

实现不失真测试的条件

- ❑ 上述不失真测试条件只适用于一般的测试目的。对于用于反馈控制系统中的测试装置，时间滞后可能造成系统不稳定，因根据具体要求，尽量减少时间滞后。
- ❑ 实际测量中，绝对的不失真测试是不可能实现的，只能把失真的程度控制在允许范围内。
 - 幅值失真： $|H(\omega)|$ 不等于常数时引起的失真。
 - 相位失真： $\varphi(\omega)$ 与 ω 间的非线性引起的失真。
- ❑ 实际的测试装置，即使在某一频段内工作，也难以完全理想地实现不失真测试，而只能将波形失真限制在一定的误差范围内。

实现不失真测试的条件



一阶系统的Bode图

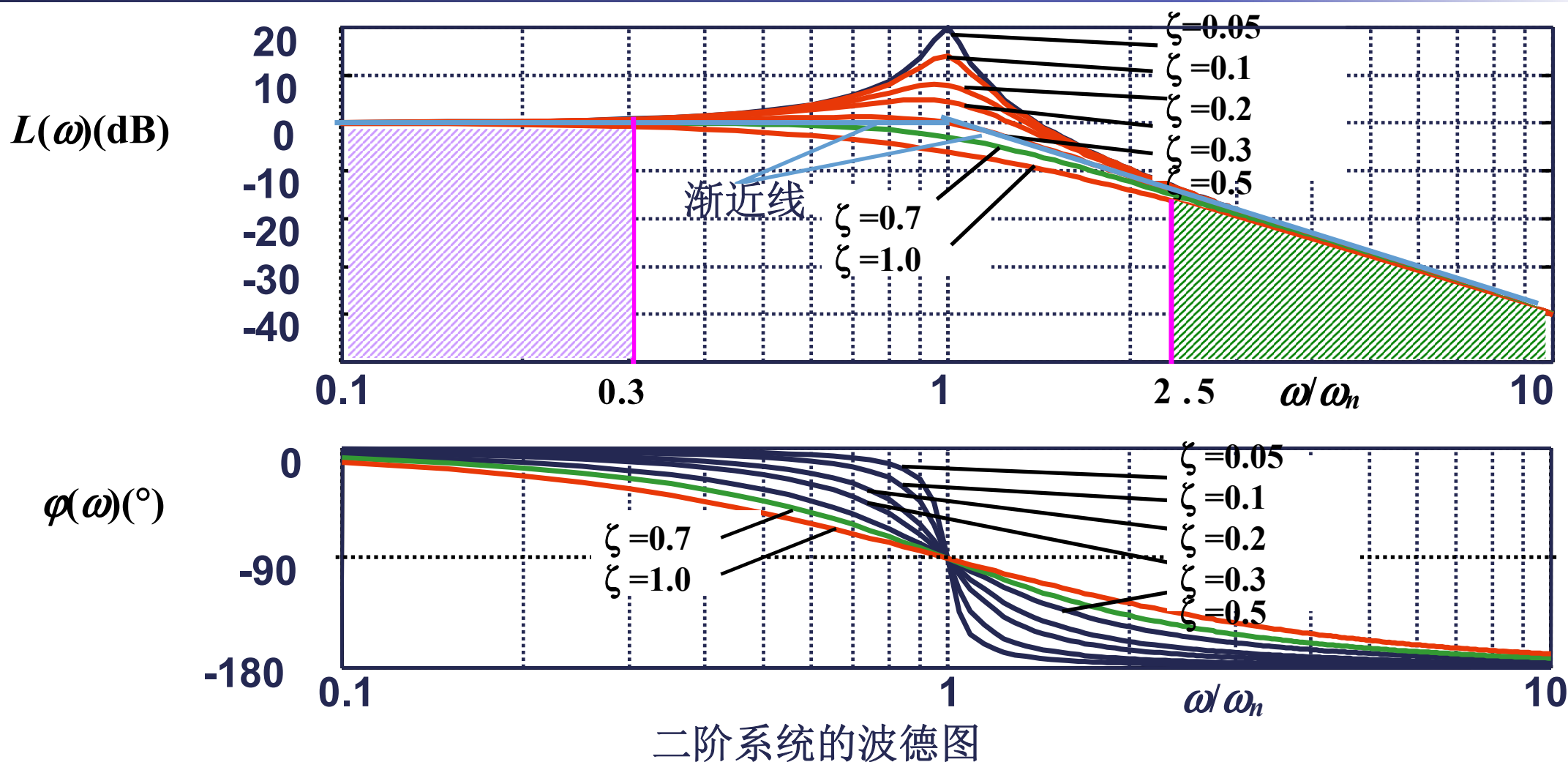
实现不失真测试的条件

一阶系统的时间常数 τ 越小越好。

不失真测试的频率上限 f_{\max} 是由误差要求决定的。

$$\gamma = \frac{A(\omega) - A_0}{A_0} \times 100\% = \left[\frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_{\max} \tau)^2}} - 1 \right] \times 100\%$$

实现不失真测试的条件



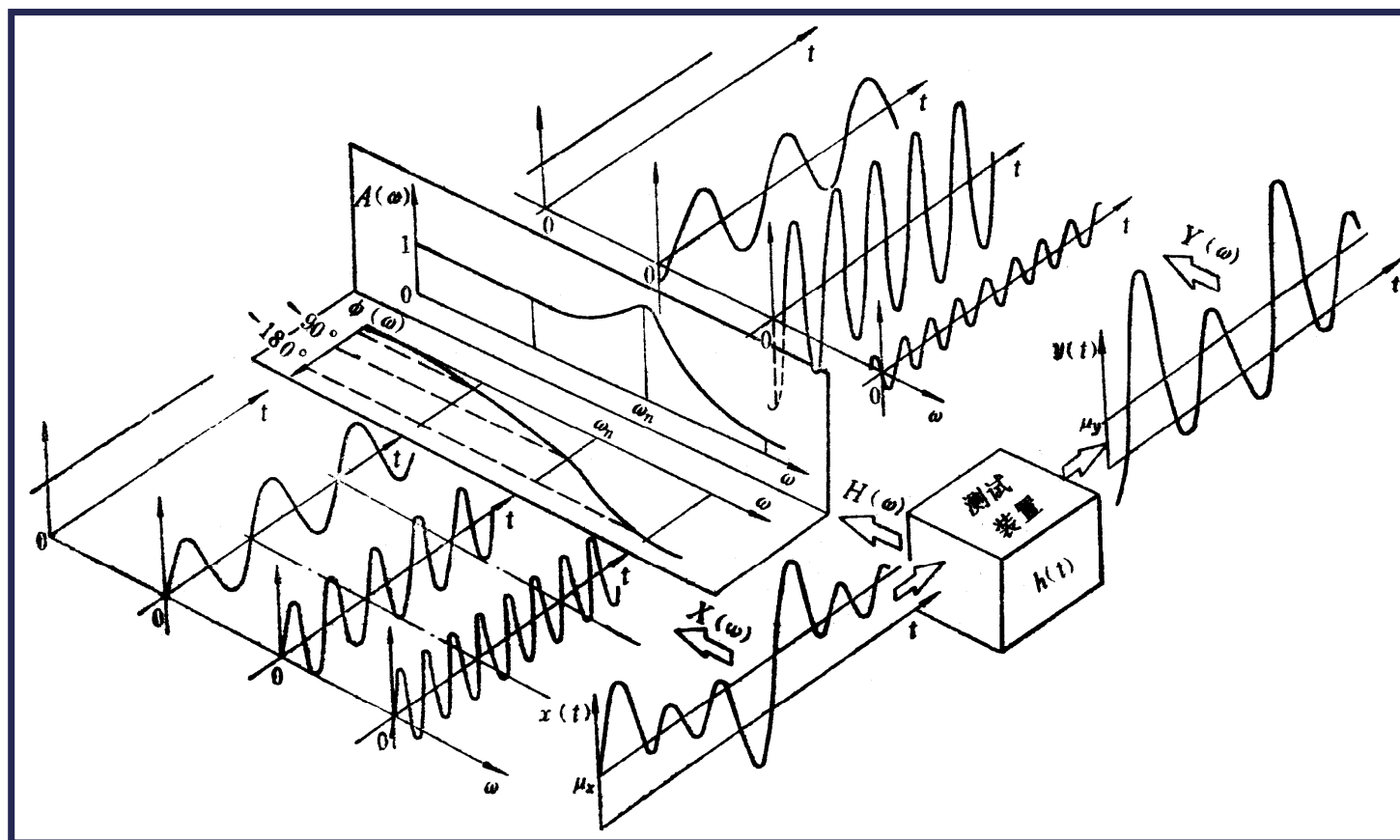
实现不失真测试的条件

- ① $\omega < 0.3\omega_n$, $A(\omega)$ 较为平直, $j(\omega)$ 近于直线, 基本满足不失真测试条件, 幅值误差小;
- ② $\omega > 2.5 \sim 3\omega_n$, $A(\omega)$ 较小, 但关系基本保持在 -180° , 可将测试信号反相----反相器 (幅值输出小要加以放大);
- ③ $0.3\omega_n < \omega < 2.5\omega_n$, $A(\omega)$ 与 $j(\omega)$ 受 ζ 的影响大, 做动态特性参数测试。
- ④ $\zeta = 0.6 \sim 0.8$ 时, 可以获得较为合适的综合特性, 在幅值误差 $g \leq 5\%$ 时, 不失真测试的频段为 $0 \sim 0.58\omega_n$

实现不失真测试的条件

一般对于单频率成分的信号，只要其幅值处于系统的线性区，输出信号无所谓失真问题；

对于含有多种频率成分的信号，既存在幅值失真，也存在相位失真。



信号中不同频率成分通过测试装置后的输出

实现不失真测试的条件

★ 减少失真的措施

- 根据测试信号的频带选择合适的测试装置;
- 信号预处理, 如消除处于测试系统共振区的噪声;
- 一阶系统: 时间常数 τ 越小, 响应越快, 近于满足不失真测试条件的通频带越宽。
- 二阶系统
 - $\omega < 0.3\omega_n$ 段, $\varphi(\omega)$ 较小, 且与 ω 近似线性; $A(\omega)$ 变化不超过10%, 用于测试时, 波形失真很小;
 - $\omega > (2.5 \sim 3)\omega_n$ 段, $\varphi(\omega)$ 接近 180° , 且随 ω 变化很小, 若在实际测试电路或在数据处理中减去固定的相位差; 或对测试信号反相, 则相位失真很小, 但此时 $A(\omega)$ 过小, 输出幅值衰减太大;

实现不失真测试的条件

❑ $\omega=(0.3\sim 2.5)\omega_n$ 段，装置频率特性受 ζ 影响很大。

❑ 分析表明：

当 $\zeta=0.6\sim 0.8$ 时，可以获得较为合适的综合特性。当 $\zeta=0.7$ 时，在 $\omega=(0\sim 0.58)\omega_n$ 的频段内， $A(\omega)$ 变化小于5%，而 $\varphi(\omega)$ 也接近直线，产生的相位失真也很小。

注意：

- ✓ 幅值失真与相位失真的影响应权衡考虑，如在振动测试中，有时仅关心振动的频率成分及其强度，则可以允许有相位失真。而如若需要测量特定波形的延迟时间，则需要满足相位不失真条件。甚至，在某些测试情形下，可能并不关心幅值失真问题，如两个输入信号间相位差的测量。
- ✓ 原则上构成一个测试系统的每个环节都应当基本满足不失真测试条件。

负载效应



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

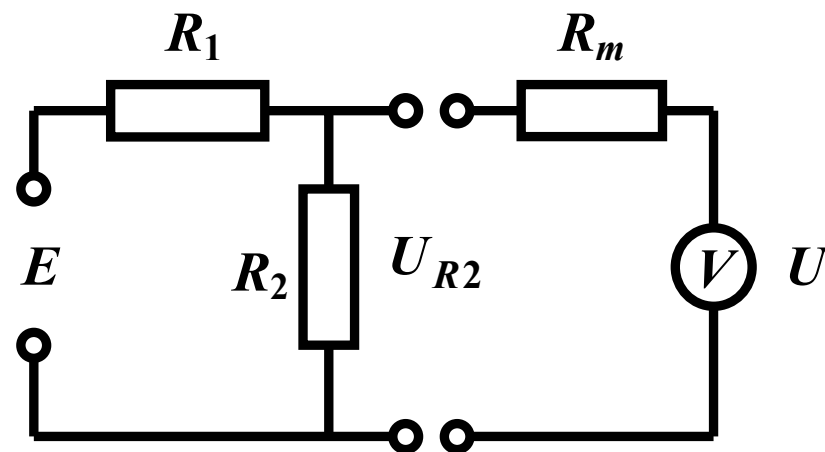
负载效应

- 直流电压测量

- 未接入电压表时：
$$U_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

- 接入内阻为 R_m 的电压表后：

$$U = \frac{R_m R_2}{R_1 (R_m + R_2) + R_m R_2} E \neq U_{R_2}$$



如果 $R_1 = 100\text{k}\Omega$, $R_m = R_2 = 150\text{k}\Omega$, $E = 150\text{V}$, 则: $U_{R_2} = 90\text{V}$, $U = 64.3\text{V}$, 误差: 28.6%。

若 $R_m = 1\text{M}\Omega$, 则 $U = 84.9\text{V}$, 误差: 5.7%。

负载效应

- 测试装置和被测对象之间，以及测试装置内部各环节之间的相互连接会产生相互作用，一般后接环节总是成为前面环节的**负载**，两者总是存在能量交换和相互影响，这会或多或少地改变被测量的数值，这种效应称为装置的**负载效应**。
- **负载效应会导致两种现象：**
 - 前一装置的联接处甚至整个装置的状态和输出均将发生变化；
 - 两装置共同形成新的整体，虽保留了原有装置的某些主要特征，但频响函数已不能由原装置的频响函数通过串、并联公式表达。

负载效应

• 减轻负载效应的措施：

- ❑ 提高仪表或装置（负载）的输入阻抗；
- ❑ 环节间通过辅助能源放大器实现互联，进行阻抗变换。
- ❑ 利用负反馈技术实现零位测量，如电位差计。

为了比较各种仪表的负载效应，在电测仪表中常用输入阻抗 Z 来表示。输入阻抗定义为：

$$Z = \frac{q_{i1}}{q_{i2}} \quad \text{其中} \quad q_{i1} \cdot q_{i2} = P \quad (\text{功率})$$

依次，可以将阻抗的定义进一步推广，对于电能， q_{i1} 为电压， q_{i2} 为电流；对于热能， q_{i1} 为温度， q_{i2} 为传热系数等。（阻是对能量的消耗，抗是对能量的保存）

测试系统的抗干扰性



浙江大学
ZHEJIANG UNIVERSITY

测试系统的抗干扰性

➤电磁干扰

干扰以电磁波辐射的方式经空间窜入测量装置。

➤信道干扰

信号在传输过程中，通道中各元器件产生的噪声或非线性畸变所造成的干扰。

➤电源干扰

由电源波动、市电干扰信号窜入以及装置供电电源电路内阻引起各单元电路相互耦合造成的干扰。

测试系统的抗干扰性

- 供电系统的干扰及其抗干扰

- **供电系统的干扰**

尖峰电压（持续时间很短的电压跳变）的存在会极大地干扰测量装置的正常工作。

如：过压和欠压噪声：持续时间 $>1s$

尖峰噪声：持续时间 $<1ms$

浪涌和下陷噪声： $1ms < \text{持续时间} < 1s$

- **抗干扰措施**

1) 交流稳压器

2) 隔离稳压器

3) 低通滤波器

4) 独立功能块单独供电

测试系统的抗干扰性

- 信道通道的干扰及其抗干扰

- 信道干扰的种类

- 1) 信道通道元器件噪声干扰→元器件产生的热噪声造成的。
- 2) 信号通道中信号的窜扰→元器件位置或信号走向不合理造成。
- 3) 长线传输干扰→传输距离过长。

- 抗干扰措施

- 1) 合理选用元器件和设计方案。
- 2) 优化电路板设计
- 3) 长距离传输时，可采用光耦合隔离技术、双绞线传输等方法。

测试系统的抗干扰性

- **接地设计**

- 测量装置中的地线是所有电路公共的零电平参考点。
 - 1) 各接地点之间连接导线的电阻影响。
 - 2) 接地点为公共点，所有信号电流均要经过，会产生公共地电阻的耦合干扰；
 - 3) 地线的多点相连会产生环路电流，并与其它电路产生耦合

- **接地方法**

- 1) 单点接地
- 2) 串联接地
- 3) 多点接地

- **模拟地与数字地的隔离**

谢谢

知识点

	知识点	备注
测试系统基本特性的概念	测试系统的特性	静态、动态、负载、抗干扰特性
	线性时不变系统	定义、基本特性（比例叠加，积分微分以及频率保持特性）
测试系统的静态特性	线性度、 灵敏度 、 分辨力 、回程误差、零漂、稳定性	尤其要区分灵敏度和分辨力
测试系统的动态特性	传递函数	会求解传递函数
	频率响应	会求解频率响应函数
	脉冲响应	
一阶、二阶系统的动态特性	一阶、二阶系统的幅频相频特性	
测试系统动态特性的测定	测试系统动态测量的方法	阶跃响应函数法、频率响应函数法等
实现不失真测量的条件	不失真测量的定义	
	不失真测量的条件	幅频特性和相频特性；
负载效应	负载效应的定义	
测试系统的抗干扰特性	干扰源以及抗干扰的措施	电磁、信道、电源干扰；