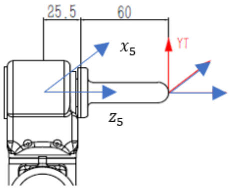
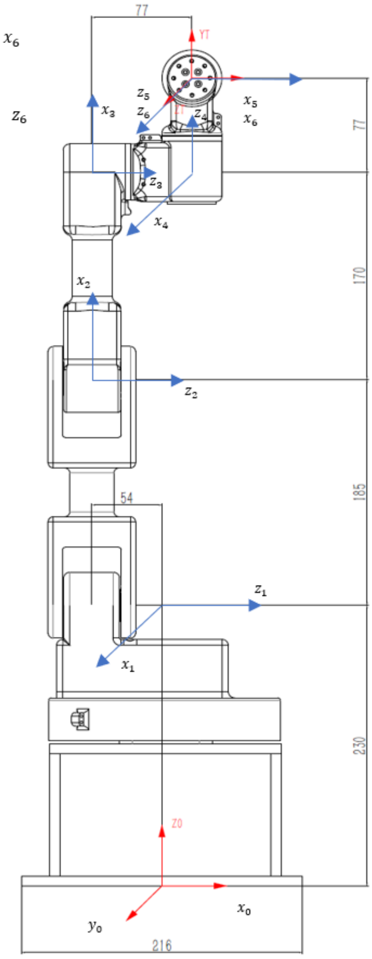
2025 秋冬机器人技术与实践 实验四

1. 写出 ZJU-I 型桌面机械臂的 DH 参数；

建立如右图所示的坐标系，得到该机械臂的**标准** DH 参数表为





$No.$	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	-90°	230mm	θ_1
2	185mm	0	-54mm	$\theta_2(-90°)$
3	170mm	0	0	θ_3
4	0	90°	77mm	$\theta_4(90°)$
5	0	90°	77mm	$\theta_5(90°)$
6	0	0	85.5mm	θ_6

2. 写出 ZJU-I 型机械臂的正运动学解，采用 XY'Z'欧拉角表示末端执行器姿态

$$T_0^1=\begin{bmatrix} c_1 & 0 & -s_1 & 0 \\ s_1 & 0 & c_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 230 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_1^2=\begin{bmatrix} s_2 & c_2 & 0 & 185s_2 \\ -c_2 & s_2 & 0 & -185c_2 \\ 0 & 0 & 1 & -54 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^3=\begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & 170c_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & 170s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_3^4=\begin{bmatrix} -s_4 & 0 & c_4 & 0 \\ c_4 & 0 & s_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 77 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_4^5=\begin{bmatrix} -s_5 & 0 & c_5 & 0 \\ c_5 & 0 & s_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 77 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} T_5^6=\begin{bmatrix} c_6 & -s_6 & 0 & 0 \\ s_6 & c_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 85.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^6=\begin{bmatrix} c_1(s_{234}s_6-c_{234}s_5c_6)-s_1c_5c_6 & c_1(s_{234}c_6+c_{234}s_5s_6)+s_1c_5s_6 & c_1c_{234}c_5-s_1s_5 & 85.5(c_1c_{234}c_5-s_1s_5)+77c_1s_{234}+170c_1s_{23}+185c_1s_2-23s_1 \\ s_1(s_{234}s_6-c_{234}s_5c_6)+c_1c_5c_6 & s_1(s_{234}c_6+c_{234}s_5s_6)-c_1c_5s_6 & s_1c_{234}c_5+c_1s_5 & 85.5(s_1c_{234}c_5+c_1s_5)+77s_1s_{234}+170s_1s_{23}+185s_1s_2+23c_1 \\ s_{234}s_5c_6+c_{234}s_6 & -s_{234}s_5s_6+c_{234}c_6 & -s_{234}c_5 & -85.5s_{234}c_5+77c_{234}+170c_{23}+185c_2+230 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

式中 $s_{12}=\sin(\theta_1+\theta_2), s_{123}=\sin(\theta_1+\theta_2+\theta_3)$，以此类推

3. 将以下 5 组关节角参数带入正运动学解，计算机械臂末端 Tip 点的空间位置，计算末端执行器的姿态，以 XY'Z'欧拉角表示结果，写出计算过程；

MATLAB 计算得到结果：（源代码附尾页）

--- 计算组 1 ---

输入关节角 (rad): [0.5236, 0.0000, 0.5236, 0.0000, 1.0472, 0.0000]

末端位置 (m) [X, Y, Z]: [0.0905, 0.1643, 607.5333]

末端姿态 (XY'Z' 欧拉角, deg) [rx, ry, rz]: [-104.5025, -3.3258, -154.2947]

--- 计算组 2 ---

输入关节角 (rad): [0.5236, 0.5236, 1.0472, 0.0000, 1.0472, 0.5236]

末端位置 (m) [X, Y, Z]: [0.2455, 0.2538, 347.4647]

末端姿态 (XY'Z' 欧拉角, deg) [rx, ry, rz]: [-123.6901, -25.6589, -76.1021]

--- 计算组 3 ---

输入关节角 (rad): [1.5708, 0.0000, 1.5708, -1.0472, 1.0472, 0.5236]

末端位置 (m) [X, Y, Z]: [-0.0970, 0.2455, 460.3090]

末端姿态 (XY'Z' 欧拉角, deg) [rx, ry, rz]: [-120.0000, -60.0000, -150.0000]

--- 计算组 4 ---

输入关节角 (rad): [-0.5236, -0.5236, -1.0472, 0.0000, 0.2618, 1.5708]

末端位置 (m) [X, Y, Z]: [-0.2715, 0.2088, 472.8014]

末端姿态 (XY'Z' 欧拉角, deg) [rx, ry, rz]: [-13.0643, 7.4355, 150.8526]

--- 计算组 5 ---

输入关节角 (rad): [0.2618, 0.2618, 0.2618, 0.2618, 0.2618, 0.2618]

末端位置 (m) [X, Y, Z]: [0.2257, 0.1072, 551.9702]

末端姿态 (XY'Z' 欧拉角, deg) [rx, ry, rz]: [-148.0010, 36.3526, -106.9990]

4. 将以上 5 组关节角分别输入仿真程序，将仿真得到的末端位姿与第 3 步得到的计算结果进行比对；

--- 计算组 1 ---

x: +0.09049 y: +0.1643 z: +0.60752
a: -104.502 b: -3.326 g: -154.295

--- 计算组 2---

x: +0.24548 y: +0.25379 z: +0.34747
a: -123.69 b: -25.659 g: -76.102

--- 计算组 3 ---

x: -0.09705 y: +0.24551 z: +0.4603
a: -120.00 b: -60.00 g: -150.00

--- 计算组 4 ---

x: -0.27144 y: +0.20885 z: +0.4728
a: -13.064 b: +7.435 g: +150.853

--- 计算组 5 ---

x: +0.22566 y: +0.10719 z: +0.55196
a: -148.001 b: +36.353 g: -106.999

与第 3 步得到的计算结果一致

附：MATLAB 正运动学计算源代码

```
定义 DH 参数  (单位: mm, deg)
a_i = [0; 185; 170; 0; 0; 0];
alpha_i_deg = [-90; 0; 0; 90; 90; 0];
d_i = [230; -54; 0; 77; 77; 85.5];
theta_offset_deg = [0; -90; 0; 90; 90; 0];

% 将角度转换为弧度 (rad)
alpha_i = deg2rad(alpha_i_deg);
theta_offset = deg2rad(theta_offset_deg);

theta_sets = {
    [pi/6, 0, pi/6, 0, pi/3, 0];                         % 组 1
    [pi/6, pi/6, pi/3, 0, pi/3, pi/6];                    % 组 2
    [pi/2, 0, pi/2, -pi/3, pi/3, pi/6];                   % 组 3
    [-pi/6, -pi/6, -pi/3, 0, pi/12, pi/2];                % 组 4
    [pi/12, pi/12, pi/12, pi/12, pi/12, pi/12]             % 组 5
};

fprintf('=== 机器人正运动学计算 ===\n');
fprintf('使用 DH 参数表 (a, alpha, d, theta_offset):\n');
disp('   No. |     a_i    | alpha_i(rad) |     d_i    | theta_offset(rad)');
disp('--------------------------------------------------------------');
for k=1:6
    fprintf('    %d   | %7.1f | %12.4f | %7.1f | %16.4f\n', k, a_i(k), alpha_i(k), d_i(k),
theta_offset(k));
end
fprintf('\n');

for i = 1:length(theta_sets)
    % 获取当前组的关节变量 (转为列向量)
    q_variable = theta_sets{i}';

    % 计算总的关节角 (变量 + 偏移)
    q_total = q_variable + theta_offset;

    % 初始化总变换矩阵为单位矩阵
    T06 = eye(4);
```

```
    %计算 T06 = A1 * A2 * A3 * A4 * A5 * A6
    for j = 1:6
        Ai = get_A_i(q_total(j), d_i(j), a_i(j), alpha_i(j));
        T06 = T06 * Ai;
    end

    % 提取位置向量 (单位: mm)
    Position_mm = T06(1:3, 4);

    % 提取旋转矩阵
    Rotation = T06(1:3, 1:3);

    % 转换姿态为 XY'Z'' 欧拉角 (intrinsic 'xyz'), 单位为弧度 (rad)
    eul_xyz_rad = rotm2eul(Rotation, 'xyz');

    % 将弧度转换为角度
    eul_xyz_deg = rad2deg(eul_xyz_rad);

    % 打印计算结果
    fprintf('--- 计算组 %d ---\n', i);
    fprintf('输入关节角 (rad): [%.4f, %.4f, %.4f, %.4f, %.4f, %.4f]\n', q_variable);
    fprintf('末端位置 (m) [X, Y, Z]:   [%.4f, %.4f, %.4f]\n', Position_mm(1)/1000,
Position_mm(2)/1000, Position_mm(3))/1000;
    fprintf('末端姿态 (XY''Z'' 欧拉角, deg) [rx, ry, rz]: [%.4f, %.4f, %.4f]\n\n',
eul_xyz_deg(1), eul_xyz_deg(2), eul_xyz_deg(3));
end


%辅助函数: 计算单个齐次变换矩阵 A_i
function A = get_A_i(theta, d, a, alpha)
    % A_i = Rot(z, theta) * Trans(z, d) * Trans(x, a) * Rot(x, alpha)

    cT = cos(theta);
    sT = sin(theta);
    cA = cos(alpha);
    sA = sin(alpha);

    A = [ cT,  -sT*cA,   sT*sA,   a*cT;
          sT,   cT*cA,  -cT*sA,   a*sT;
           0,      sA,      cA,      d;
           0,       0,       0,      1];
end
```