

控制工程基础

第七章

控制系统的综合与校正





前六章课的简单回顾

(1) 这门课是研究什么的?

重点研究机电工程的负反馈闭环控制系统。

(2) 用什么工具来研究?

拉普拉斯变换和反变换，时间函数 \leftrightarrow 象函数。

(3) 研究系统的哪些东西?

快速性、稳定性、准确性。

(4) 如何设计与校正系统?

● 频率法

- 串联校正（超前校正PD、滞后校正PI、滞后-超前校正PID）
- 反馈校正
- 最优模型（二阶模型和高阶模型）

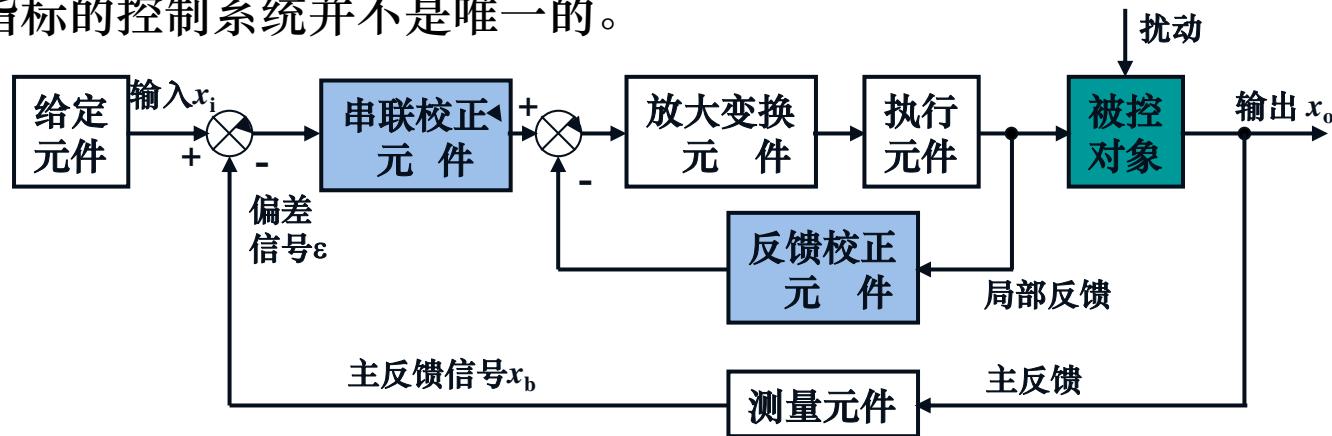


控制系统设计过程

1、控制系统的性能分析（综合）与校正：

- 1) 通过**时域性能指标、频域性能指标或综合性能指标**来评价；
- 2) 确定系统的初步控制器 (**包含**测量、放大、执行元件等**不可变部分**) + 被控对象；
- 3) **控制系统的综合与校正设计**: 增加一些必要的元件或环节 (**合理设计串联或反馈校正元件**)，使重新组合的控制系统能全面满足设计要求的性能指标。

- 2、综合与校正设计主要取决于信号性质、可供采用元件、经济条件及设计者经验等。
- 3、能够全面满足性能指标的控制系统并不是唯一的。





7.1 系统的性能指标

按其类型可分为：

- (1) 时域性能指标，它包括瞬态性能指标和稳态性能指标；
- (2) 频域性能指标：开环频域性能指标，闭环频域性能指标
- (3) 综合性能指标（误差准则）



7.1.1 时域性能指标

1. 常用的时域（阶跃响应、斜坡响应）指标：

最大超调量
或最大百分比超调量

$$M_p = e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

调整时间

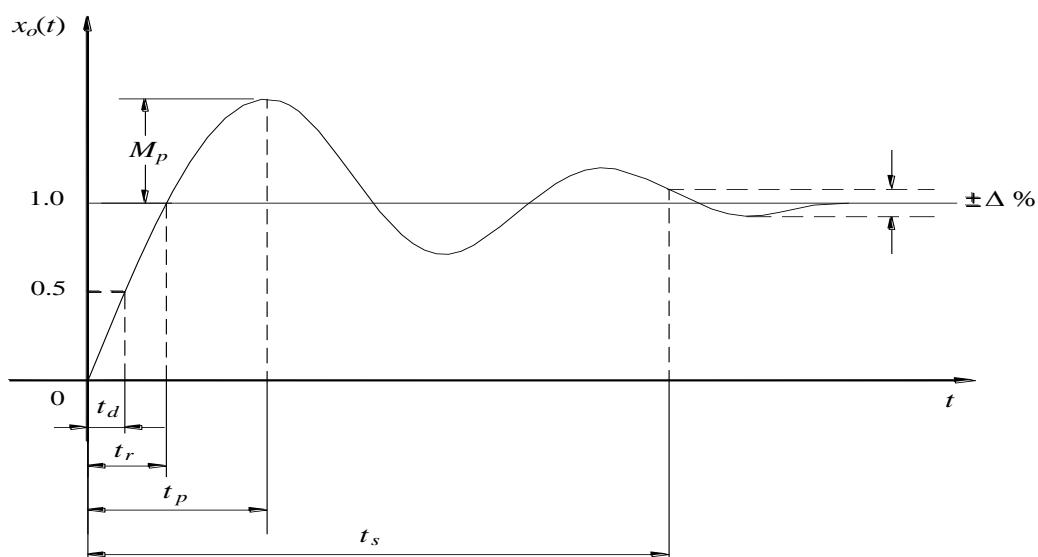
$$t_s = \frac{3}{\xi\omega_n} (\pm 5\%), \frac{4}{\xi\omega_n} (\pm 2\%)$$

峰值时间

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$$

上升时间

$$t_r = \frac{\pi - \cos^{-1} \xi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$$



7.1.2 开环频域指标

2.开环频域指标:

开环剪切频率 ω_c

相位裕量 γ

幅值裕量 K_g

静态误差系数 K

在开环系统频率特性中：

1. 低频段表征闭环系统的**稳态性能**
2. 中频段表征闭环系统的**动态性能**
3. 高频段表征闭环系统的**复杂性和噪声抑制性**

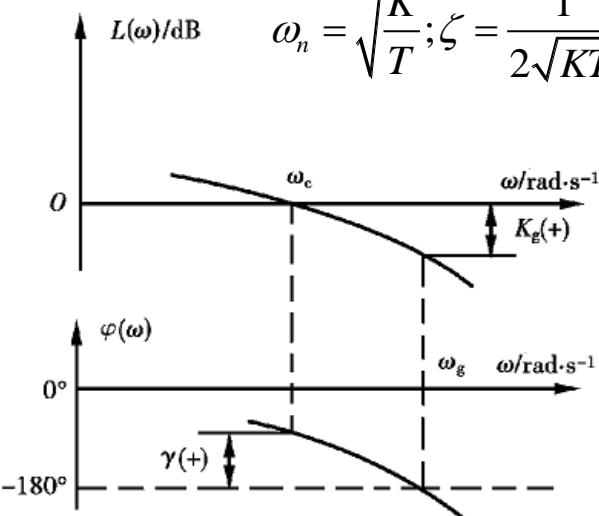
好的系统开环伯德图特点：

1. 低频段增益要高 (**精度好**)
2. 穿越频率 ω_c 要大 (**快速性好**)
3. 穿越剪切率-20dB/dec (**稳定性**)
4. 高频段幅频特性曲线下降要快 (**抗干扰**)

开环二阶系统 $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}$

$$\omega_c = \omega_n \sqrt{\sqrt{1+4\zeta^2} - 2\zeta}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{T}}; \zeta = \frac{1}{2\sqrt{KT}}$$



稳定系统的伯德图



7.1.3 闭环频域指标

3. 闭环频域指标:

谐振角频率

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

相对谐振峰值

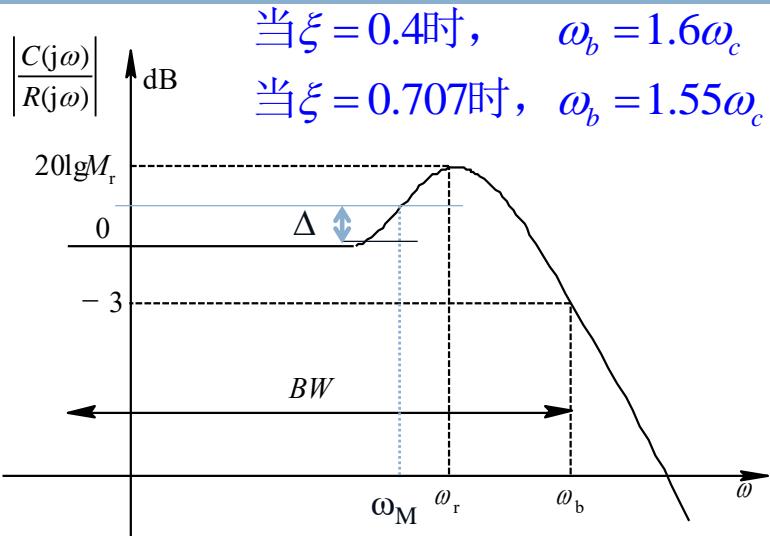
$$M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

复现频率

$$\omega_M$$

闭环截止频率与闭环带宽 ω_b

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{\sqrt{4\xi^4 - 4\xi^2 + 2} + 1 - 2\xi^2}, 0 \leq \xi \leq 0.707$$



7.1.4 综合性能指标（误差准则）

4. 综合性能指标

(1) 误差积分性能指标

$$I = \int_0^{\infty} e(t) dt$$

$$e(t) = x_i(t) - x_o(t)$$

(2) 误差平方积分性能指标

$$I = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

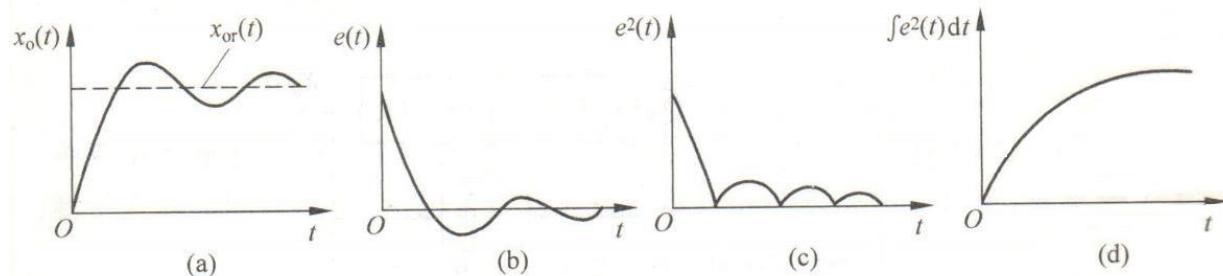


图 7-4 阶跃响应及误差、误差平方、误差平方积分曲线

$$E(s) = \int_0^{\infty} e(t) e^{-st} dt \quad I = \lim_{s \rightarrow 0} \int_0^{\infty} e(t) e^{-st} dt = \lim_{s \rightarrow 0} E(s)$$

- 用来评估系统的优劣，可作为设计最优系统的**目标函数**；
- 该性能指标**重视大误差**（初始段）**忽略小误差**（稳定段）；

(3) 其他综合性能指标

$$I = \int_0^{\infty} t e^2(t) dt \quad (\text{ITSE})$$

$$I = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

$$I = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt$$

- 强调瞬态响应后期出现的误差加权 t ， t 越大，权越大。

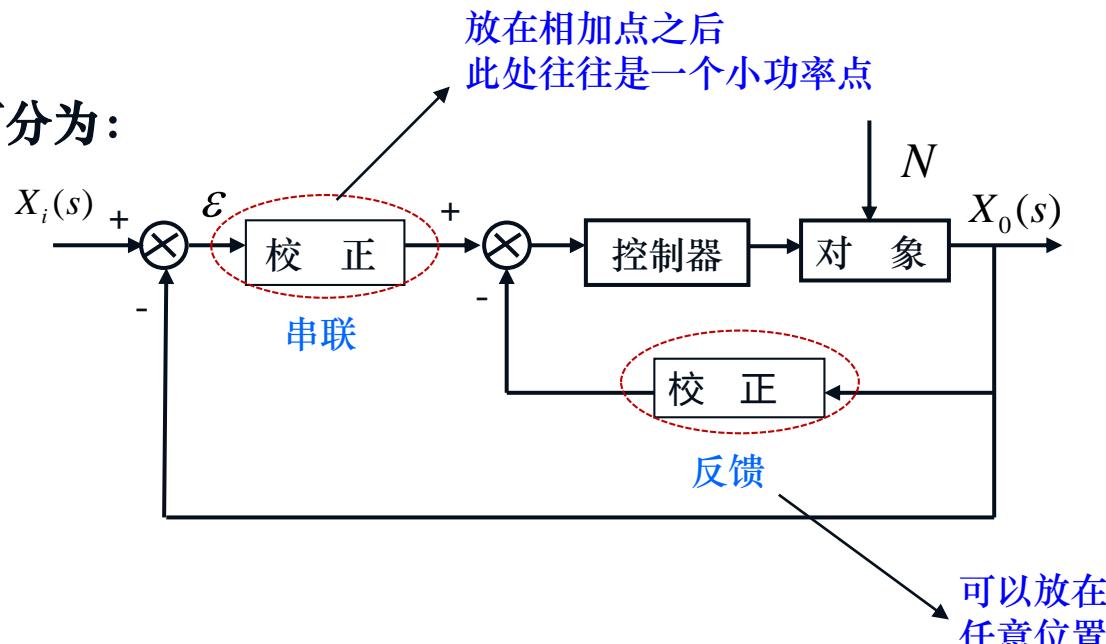
7.2 系统的校正概述

系统校正的矛盾：

- 稳定性与快速性的矛盾；
- 稳定性与控制精度的矛盾

校正装置按在系统中的联结方式可分为：

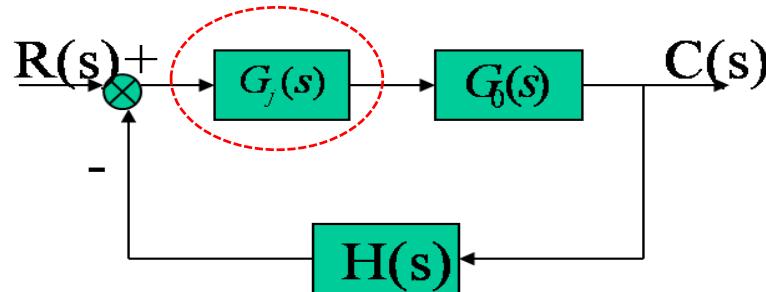
- 串联校正
- 反馈校正
- 顺馈校正
- 干扰补偿



7.3 串联校正

三种校正方式：

- 超前
- 滞后
- 滞后-超前



7.3.1 超前校正

1.超前校正 (PD)

实质：带惯性的比例加微分(PD)环节

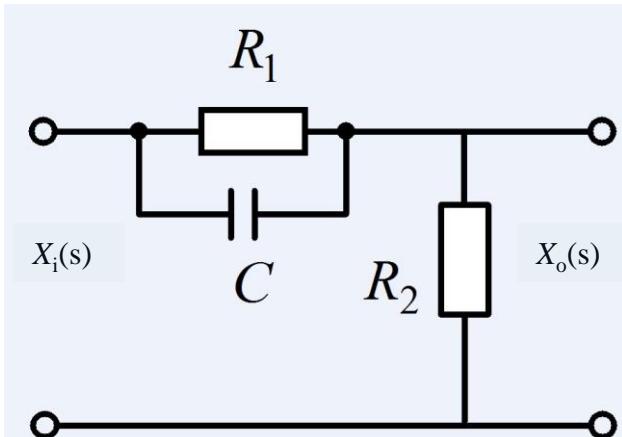
$$G_j(s) = \frac{X_0(s)}{X_i(s)} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_1 Cs + 1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} R_1 Cs + 1}$$

令 $R_1 C = T$; $\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \alpha (\alpha < 1)$

则 $G_j(s) = \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}$ **有增益损失 α**

用来解决稳定性和快速性的矛盾，针对中频段。
可使系统响应加快，超调减小。

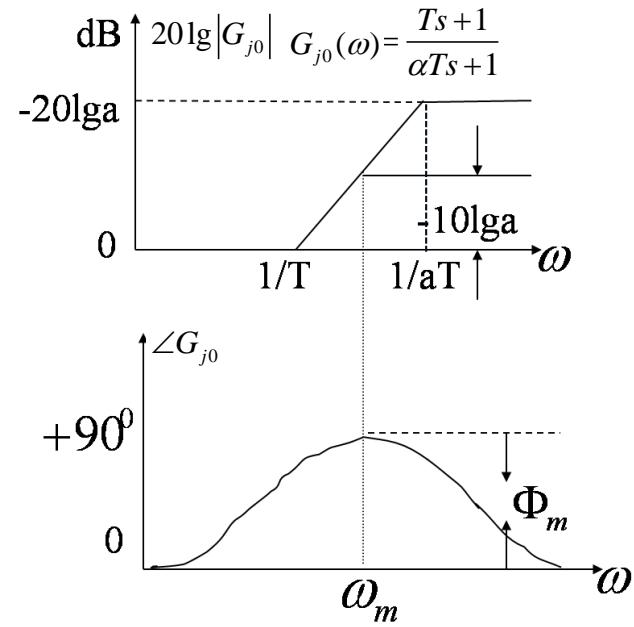
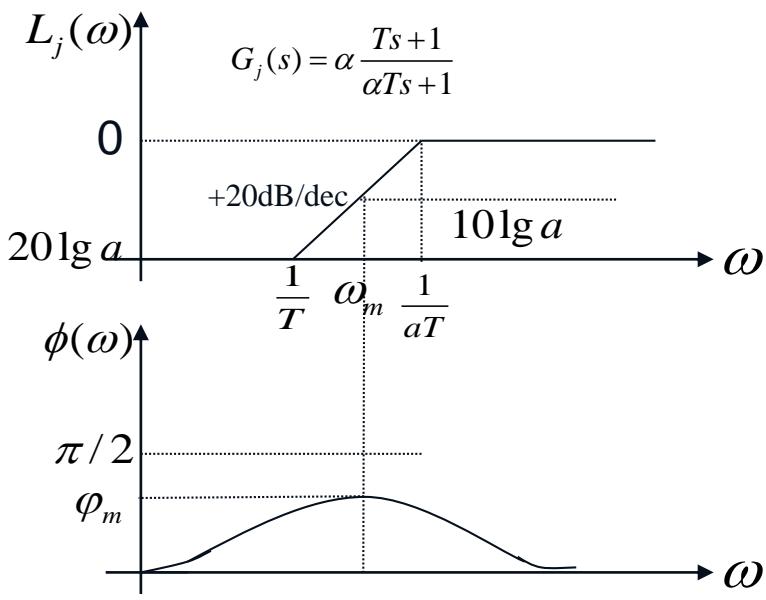
RC超前网络



$$R_{\text{并}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{Cs}}$$



超前校正的频率特性



$$G_j(s) = \alpha \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \Rightarrow \text{超前角 } \theta = \tan^{-1} T\omega - \tan^{-1} \alpha T\omega$$

$$\text{当 } \omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T} \text{ 时: } \theta_{\max} = \sin^{-1} \frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \quad 20\lg|G_j(j\omega_m)| = 10\lg \alpha$$



超前校正的频率特性

- ◆ 超前网络的最大超前角 $\theta_m = \arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$
- ◆ 此点位于几何中点上，对应的角频率为 $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}$

为使串联超前校正发挥最大的校正作用，希望与 θ_m 对应的频率 ω_m 与校正后系统的剪切频率 ω_c' 重合。即：如果能使最大超前相位角 θ_m 发生在处 ω_c' ，便可得到最大的相位裕度。

提高系统的开环增益至 $1/\alpha$ 倍，使校正后系统的开环增益与原系统一致，通常取 $1/\alpha=5\sim 20$

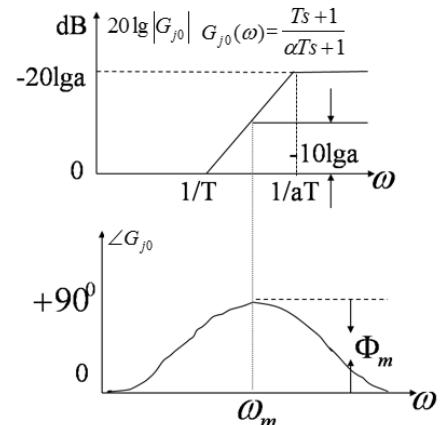
$$L_j(\omega_m) = 20\lg \left| \frac{1}{\alpha} G_j(j\omega_m) \right| = 20\lg \left| \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} \right|_{s=j\omega_m} = -10\lg \alpha$$

$$20\lg \left| \frac{1}{\alpha} G_j(j\omega_m) \right| + 20\lg |G_0(j\omega_m)| = 0,$$

开环传递函数增益为零时的频率 ω_m

$$\therefore 20\lg |G_0(j\omega_m)| = 10\lg \alpha, \text{ 可求得 } \alpha = |G_0(j\omega_m)|^2,$$

$$\text{此时: } \omega_c' = \omega_m = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}, \quad \theta_m = \arcsin \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$$

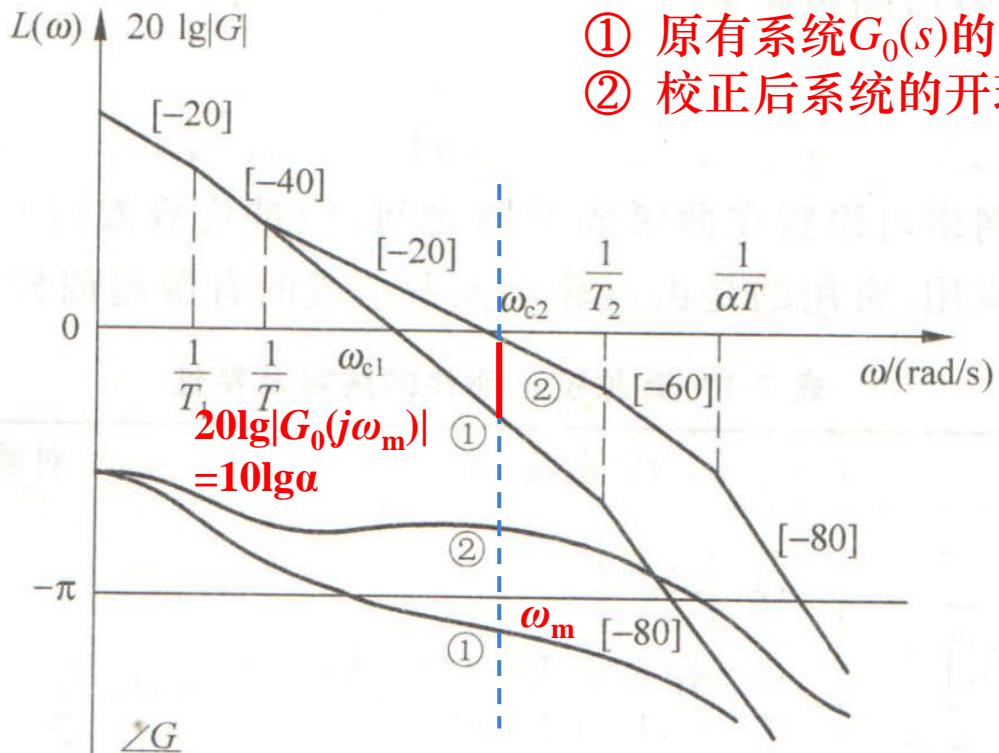


开环系统传递函数：

$$\frac{1}{\alpha} G_j(j\omega_m) G_0(j\omega_m)$$



超前校正的作用



- ① 原有系统 $G_0(s)$ 的开环对数渐近幅频和相频曲线
② 校正后系统的开环对数渐近幅频和相频曲线

图 7-8 超前校正的作用



采用有源校正部件的超前网络

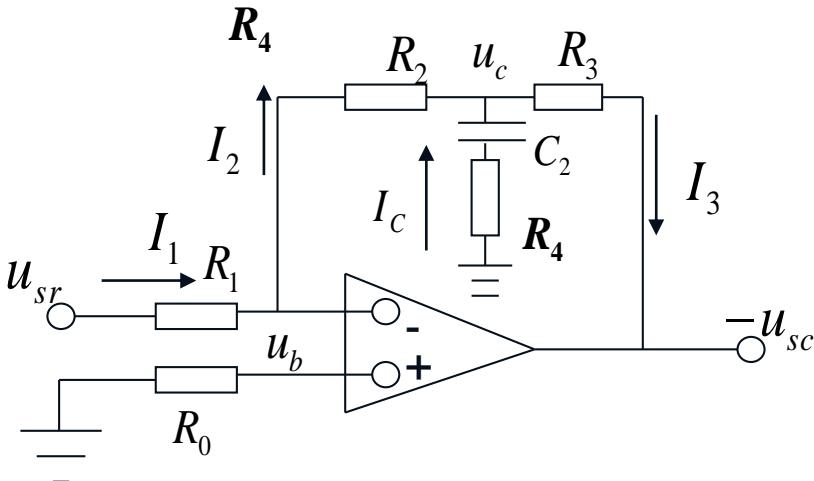
- ❖ 为降低增益损失和负载效应的影响，采用运算放大器组成的**有源超前网络**
- ❖ 超前校正**很难使原系统的低频特性得到改善**。如进一步提高开环增益，使低频段上移，则系统的平稳性将有所下降。幅频特性过分上移，还会削弱系统抗高干扰能力。所以超前校正对提高系统的稳态精度的作用是很小的。
- ❖ 为使系统的**响应快，超调小**，可采用超前串联校正。

$$\frac{u_{sc}}{u_{sr}} = -K \frac{\tau s + 1}{Ts + 1}$$

$$K = \frac{R_2 + R_3}{R_1}$$

$$\tau = \left[R_4 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \right] C_2$$

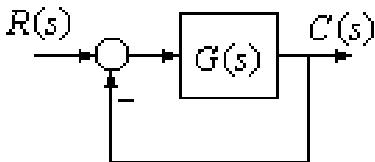
$$T = R_4 C_2, \quad R_0 = R_1$$



超前校正例题

例1：设单位负反馈控制系统的开环传递函数

$$G_0(s) = \frac{k}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$$



系统最大输出速度为 $2r/min$ ，容许的最大稳态误差小于 $2^\circ/\text{秒}$ 。

- (1) 确定满足上述指标的最小 k 值，计算该 k 值下的相位裕度。
- (2) 前向通路中串联超前校正网络 $G_j(s)=(0.4s+1)/(0.08s+1)$ ，试计算相位裕度。

解 (1) $k = \frac{R}{e_{ss}} = \frac{\text{希望的输出速度}}{\text{容许的位置误差}} = \frac{2 \times 360^\circ / 60}{2^\circ} = 6$

故

$$G_0(s) = \frac{6}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$$



超前校正例题

$$G_0(s) = \frac{6}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$$

$$L_0(\omega) = \begin{cases} 14.4, & \omega=1 \\ 5.9, & \omega=2 \\ -10, & \omega=5 \end{cases}$$

令 $L_0(\omega)=0$, 可得 $\omega_{c0} = 2.9\text{rad/s}$

$$\gamma_0 = 180^\circ - 90^\circ - \tan^{-1} 0.2\omega_{c0} - \tan^{-1} 0.5\omega_{c0} = 4.5^\circ$$

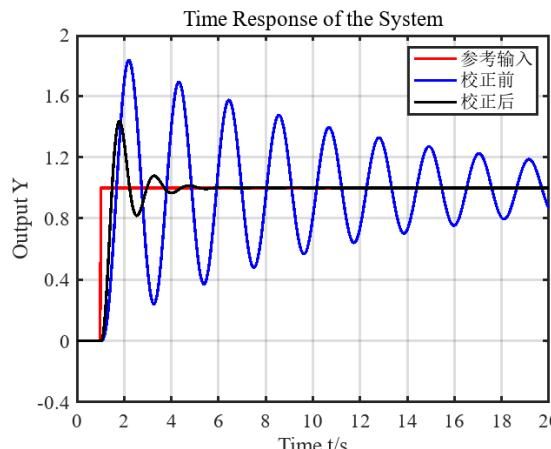
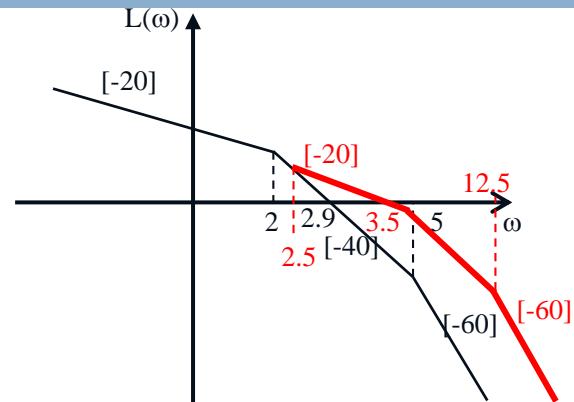
(2) 串联超前校正网络 $G_j(s) = (0.4s+1) / (0.08s+1)$

$$G(s) = \frac{6}{s(0.2s+1)(0.5s+1)} \cdot \frac{0.4s+1}{0.08s+1}$$

同理可得 $\omega_c = 3.5\text{rad/s}$

$$\begin{aligned} \gamma &= 180^\circ - 90^\circ - (\tan^{-1} 0.2\omega_c + \tan^{-1} 0.5\omega_c) + (\tan^{-1} 0.4\omega_c - \tan^{-1} 0.08\omega_c) \\ &= 90^\circ - 95.3^\circ + 40^\circ \approx 35^\circ \end{aligned}$$

可见串入超前校正网络后, γ 增大, 系统变得更稳定。



超前校正例题

例2: $G_0(s) = \frac{6}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$, 试设计一个串联超前校正环节, 使校正后系统的相位裕量 $\gamma \geq 30^\circ$, 剪切频率 $\omega_c \geq 3rad / s$

解: 由题意得 $\omega_{c0} = 2.9rad / s$, $\gamma_0 = 4.5^\circ$

设超前校正环节为 $G_j(s) = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$, $0 < \alpha < 1$, 其相角应为 $\theta_m \geq \gamma^* - \gamma_0 = 25.5^\circ$,

取 $\theta_m = \gamma^* - \gamma_0 + \gamma_e = 30 - 4.5^\circ + (5^\circ \sim 12^\circ) = 35^\circ$

所以 $\alpha = \frac{1 - \sin \theta_m}{1 + \sin \theta_m} \approx 0.2$

(5~12°) 是追加超前相角 $\Delta\theta$

\because 校正后 $\omega_m = \omega_c$ 时, $L(\omega_m) = |G_j(j\omega_m)G_0(j\omega_m)| = 1$

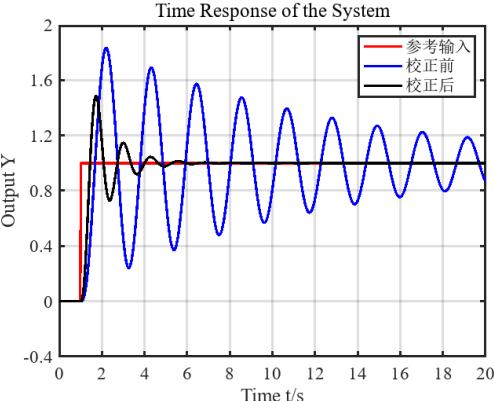
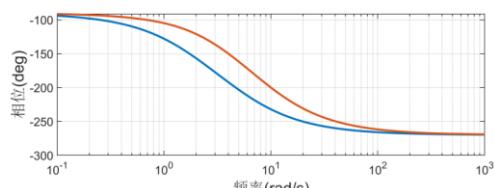
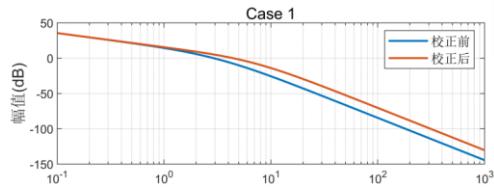
$\therefore L_j(\omega_m) = 20\lg|G_j(j\omega_m)| = -20\lg|G_0(j\omega_m)| = -10\lg\alpha$

求得 $\omega_m = \omega_c \approx 4rad / s$, 所以 $T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} = 0.56(s)$, $G_j(s) = \frac{0.56s+1}{0.11s+1}$

验算: $\gamma = 180^\circ - 90^\circ - (\tan^{-1} 0.2\omega_c + \tan^{-1} 0.5\omega_c) + (\tan^{-1} 0.56\omega_c - \tan^{-1} 0.11\omega_c)$
 $= 90^\circ - 101.1^\circ + 42.2^\circ = 31^\circ \geq 30^\circ$

γ 和 ω_c 均满足要求

$$\therefore G(s) = \frac{6}{s(0.2s+1)(0.5s+1)} \cdot \frac{0.56s+1}{0.11s+1}$$



超前校正例题

例3: $G_0(s) = \frac{6}{s(0.2s+1)(0.5s+1)}$, 试用相消法设计一个串联超前校正环节,

使校正后系统的相位裕量 $\gamma \geq 40^0$, 剪切频率 $\omega_c \geq 4rad / s$

解: 设 $G_j(s) = \frac{0.5s+1}{Ts+1}$, $T < 0.5$

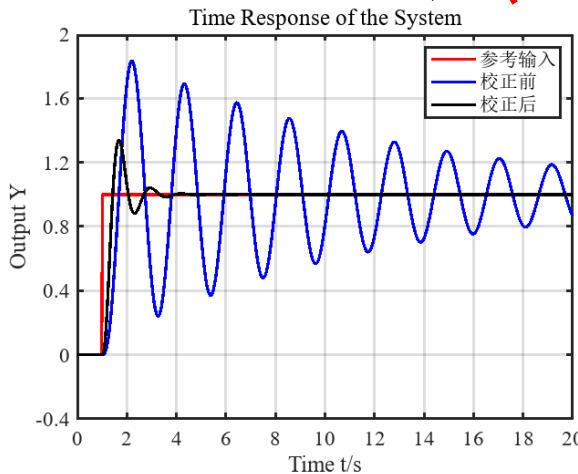
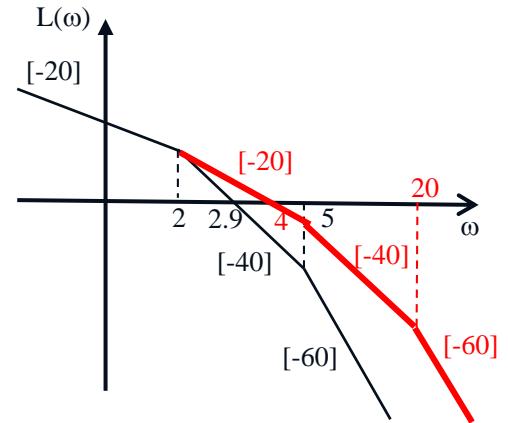
$$\text{校正后: } G_j(s)G_0(s) = \frac{6}{s(0.2s+1)(Ts+1)}$$

$$\gamma = 180^0 - 90^0 - \tan^{-1} 0.2\omega_c - \tan^{-1} T\omega_c \geq 40^0$$

$$\text{即要求 } \tan^{-1} 0.2\omega_c + \tan^{-1} T\omega_c \leq 50^0$$

取 $\omega_c = 4rad / s$, 求得 $T \approx 0.05(s)$

$$\therefore G_j(s) = \frac{0.5s+1}{0.05s+1}$$



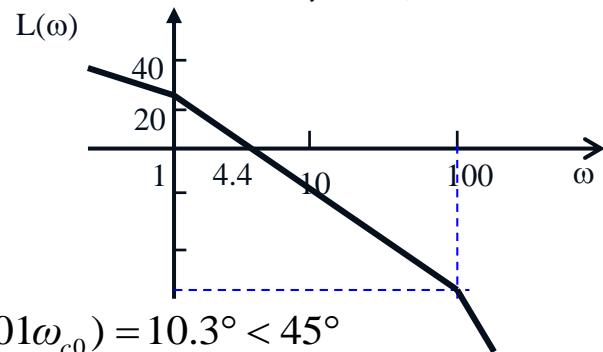
超前校正例题

例4. 设开环传递函数 $G_0(s) = \frac{k}{s(s+1)(0.01s+1)}$

单位斜坡输入 $R(t) = t$, 输入产生稳态误差 $e \leq 0.0625$ 。若使校正后相位裕度 γ^* 不低于 45° , 截止频率 $\omega_c^* > 2(\text{rad/s})$, 试设计校正系统。

解: $e = \frac{1}{k} \leq 0.0625 \quad k \geq 16, \quad \text{取} k = 20$

$$L_0(\omega) = \begin{cases} 23, & \omega=1 \\ -57, & \omega=100 \\ 0, & \omega=4.4 \end{cases} \Rightarrow \omega_{c0} = 4.4 \text{rad/s}$$



不满足性能要求, 需加以校正。

系统中频段以斜率 -40dB/dec 穿越 0dB 线, 试选用超前网络校正。

设超前网络相角为 θ_m , 则 $\theta_m \geq \gamma^* - \gamma_0 + (5 \sim 12^\circ) \geq 45^\circ - 10.3^\circ + 10.3^\circ = 45^\circ$

(5~12°) 是追加超前相角 $\Delta\theta$



超前校正例题

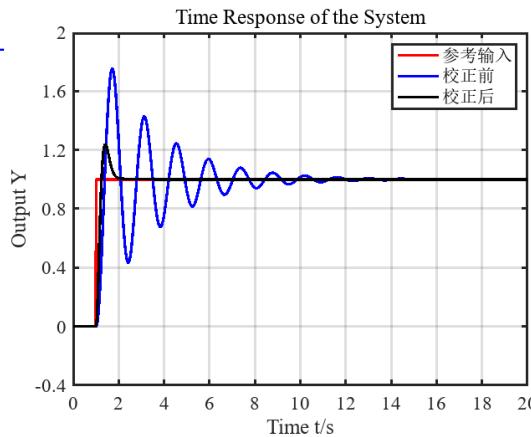
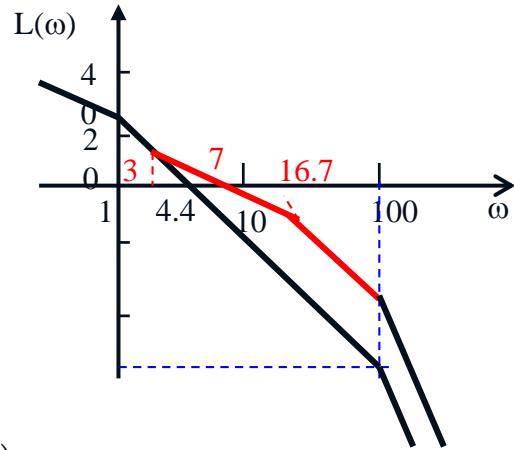
故 $\alpha = \frac{1 - \sin \theta_m}{1 + \sin \theta_m} \approx 0.17$

中频段 $L_j(\omega_m) = 20\lg \left| \frac{1}{\alpha} G_j(j\omega_m) \right| = -20\lg |G_0(j\omega_m)| = -10\lg \alpha$

求得 $\omega_m = \omega_c \approx 7, T = \frac{1}{\omega_m \sqrt{\alpha}} = 0.35$

$$\therefore G_j(s) = \frac{0.35s + 1}{0.06s + 1}$$

验算 $\gamma^* = 180^\circ - 90^\circ + (\tan^{-1} T\omega_m - \tan^{-1} aT\omega_m) - (\tan^{-1} \omega_m + \tan^{-1} 0.01\omega_m)$
 $= 90^\circ + 45^\circ - 86^\circ = 49^\circ > 45^\circ$



所以超前校正后

$$G(s) = \frac{20}{s(s+1)(0.01s+1)} \cdot \frac{0.35s+1}{0.06s+1}$$



超前校正例题

例5. 设某控制系统的不可变部分的传递函数为：

$$G_0(s) = \frac{k}{s(0.001s + 1)(0.1s + 1)}$$

要求该系统具有如下性能指标：

- (1) 响应匀速信号 $r(t) = R_l t$ 的稳态误差不大于 $0.001R_l$, 其中 R_l 为常量
- (2) 剪切频率 $\omega_c = 165\text{rad/s}$
- (3) 相角裕度 $\gamma \geq +45^\circ$
- (4) 幅值裕度 $20\lg K_g \geq 15\text{dB}$

试应用频率响应法确定串联超前校正参数。



超前校正例题

解：设串联超前校正环节的传递函数为：

$$G_c(s) = \frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \quad (\alpha < 1)$$

根据给定的各项性能指标确定串联超前校正参数 α 及T。

- (1) 由于响应匀速信号的稳态误差为常量的系统应为I型，
又由于响应 $r(t) = R_1 t$ 时， $e_{ss}(\infty) = 0.001R_1$

根据

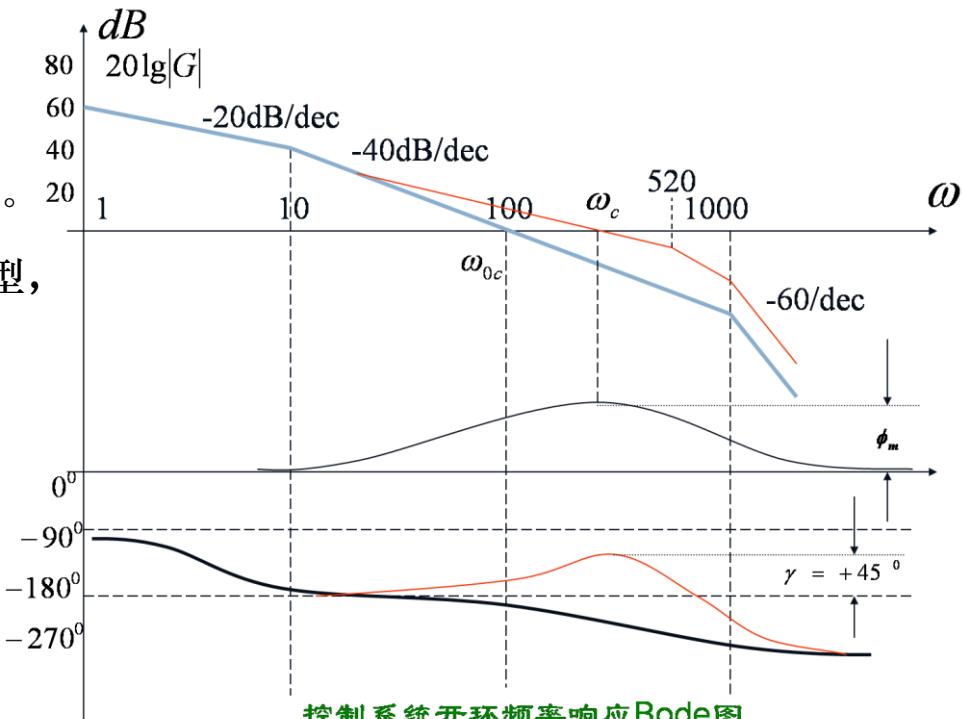
$$e_{ss}(\infty) = \frac{R_1}{K_v}$$

得：

$$K_v = \frac{R_1}{e_{ss}(\infty)} = 1000 \text{ (s}^{-1}\text{)}$$

未校正系统开环频率响应的Bode图如图所示，
由图或通过计算求得未校正系统的剪切频率

$$\omega_{0c} = 100 \text{ rad/s},$$



控制系统开环频率响应Bode图



超前校正例题

(2) 未校正系统的开环频率响应Bode图查出, 或根据 $\angle G_0(j\omega_{0c}) = -90^\circ - \arctg(0.001\omega_{0c}) - \arctg(0.1\omega_{0c})$ 计算出: $\angle G_0(j\omega_{0c}) = -186^\circ$

将要求的 $\gamma^* = 45^\circ$ 带入,

$$\text{得 } \varphi_m = \gamma^* - \gamma_0 = 45^\circ - [-186^\circ - (-180^\circ)] = 51^\circ$$

考虑留有 5° 的裕量, 取最大超前相角 $\varphi_m = 51 + 5 = +56^\circ$

(3) 根据 $\varphi_m = +56^\circ$, 计算串联超前参数 α :

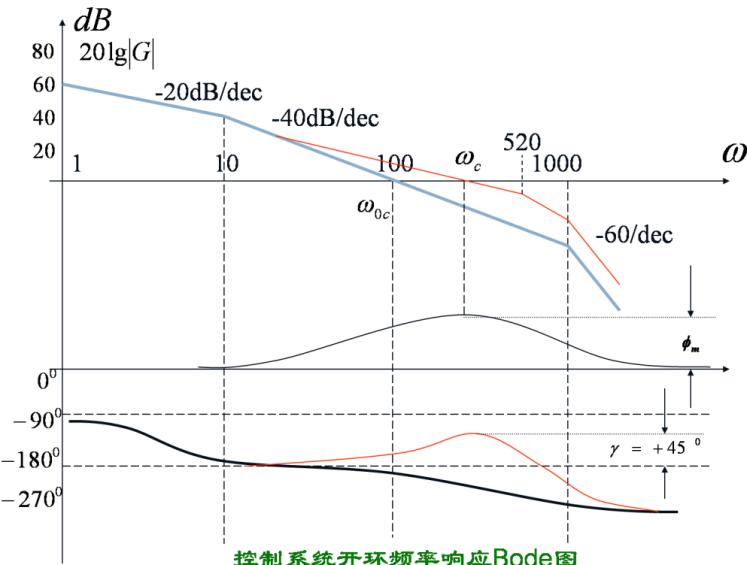
$$\alpha = \frac{1 - \sin\varphi_m}{1 + \sin\varphi_m} = \frac{1}{10.7}, \text{ 这里取 } \alpha = 0.0935$$

(4) 根据未校正系统的开环幅频特性

$$20\lg|G_0(j\omega_m)| = 10\lg\alpha = 10(\text{dB})$$

对应的角频率 $\omega_m = 170 \text{ rad/s}$.

由于 $\omega_m \approx \omega_c = 165 \text{ rad/sec}$, 故可暂取 $\omega_m = 165 \text{ rad/sec}$



超前校正例题

(5)计算 T 值：应用公式 $T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}\omega_m} = 0.00198(s)$ ，求得串联超前校正环节的传递函数为

$$G_c(s) = \frac{1+0.0198s}{1+0.0019s}$$

其转折频率分别为 $1/T = 50.5\text{rad/s}$, $1/T = 526.3\text{rad/s}$.

(6)验算性能指标

求得串联超前校正系统的开环传递函数为：

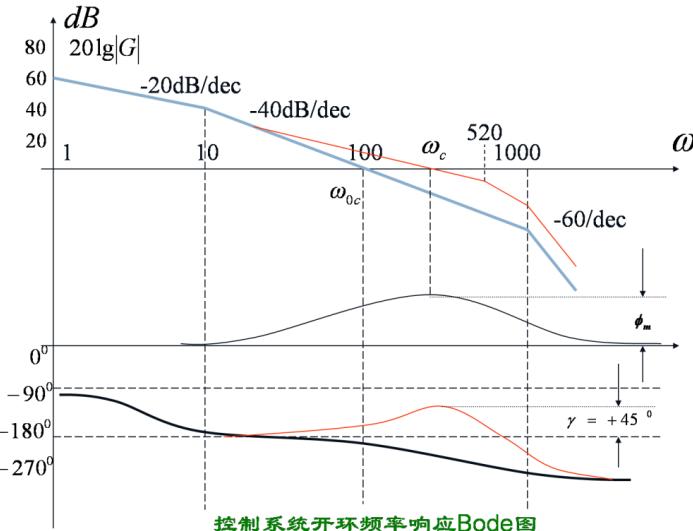
$$G(s) = G_c(s) G_o(s) = \frac{1000}{s(0.001s+1)(0.1s+1)} \times \frac{0.0198s+1}{0.0019s+1}$$

从 $20\lg|G(j\omega)|$ 的中频区特性看到，校正后系统的剪切频率 ω_c 已经按性能指标要求选定为 165rad/s 。根据 $\angle G(j\omega_c) = \angle G(j165)$

$$= -90^\circ - \arctan 0.001 \times 165 - \arctan 0.1 \times 165$$

$$+ \arctan 0.0198 \times 165 - \arctan 0.0019 \times 165 = -131^\circ$$

$$\therefore \gamma = 180^\circ + \angle G(j\omega_c) = +49^\circ \geq +45^\circ$$



超前校正例题

由校正后系统的相频特性 $\angle G(j\omega)$ 得到：

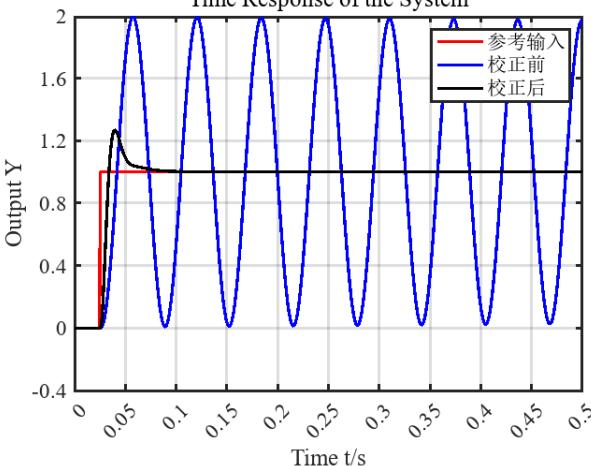
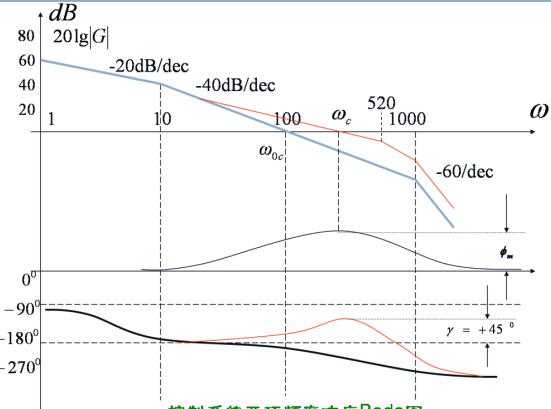
$$\begin{aligned}\angle G(j\omega_g) &= -90^\circ - \arctan 0.001\omega_g - \arctan 0.1\omega_g \\ &\quad + \arctan 0.0198\omega_g - \arctan 0.0019\omega_g \\ &= -180^\circ\end{aligned}$$

解出角频率 $\omega_g = 689\text{rad/s}$,并由此求得校正系统的幅值裕度

$$K_g = \frac{1}{|G(j\omega_g)|} = 7.03$$

或 $20\lg K_g = 17(\text{dB})$

满足性能指标的要求。



超前校正小结

- 超前校正可以提高系统的相对稳定性。为保证系统具备 $+45^\circ \sim +60^\circ$ 的相位裕度，要求剪切斜率等于 -20dB/dec 。系统应用串联超前校正时，在大多数情况下可以达到这个目的，从而可以增大相位裕度 γ ，以及降低系统的相对谐振峰值 M_r 。
- 超前校正可提高 ω_c 、 ω_r 、 ω_b ，扩展系统带宽，加快系统的反应速度。但同时它也减弱了控制系统的抗干扰能力。
- 应用串联超前校正的范围：从系统不可变部分的 $G_0(j\omega)$ 来看，如果在剪切频率附近 ω_c ，相频特性 $\angle G_0(j\omega)$ 的变化率很大，即相角减小得很快，则应用单一的串联超前校正将变得无效。
- 超前校正很难使原系统的低频特性得到改善。如进一步提高开环增益，使低频段上移，则系统的平稳定性将有所下降。幅频特性过分上移，还会削弱系统抗高频干扰能力。所以超前校正对提高系统的稳态精度的作用是很小的。

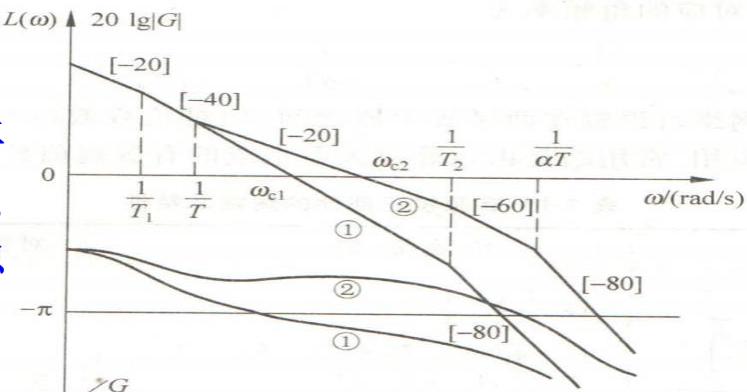


图 7-8 超前校正的作用



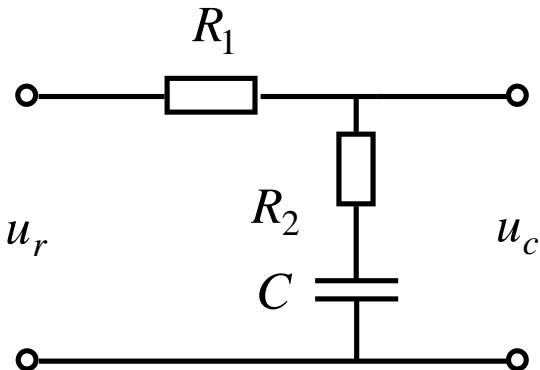
7.3.2 滞后校正

用来提高精度，解决低频段问题。

$$G_j(s) = \frac{X_0(s)}{X_i(s)} = \frac{\frac{R_2 C s + 1}{R_1 + R_2}}{\frac{R_2}{R_2} R_2 C s + 1}$$

设 $R_2 C = T$, $\frac{R_1 + R_2}{R_2} = \beta (\beta > 1)$

则 $G_j(s) = \frac{T s + 1}{\beta T s + 1}$



近似比例加积分控制器PI



滞后网络的频率特性

传递函数分母的时间常数大于分子的时间常数，对数渐近幅频曲线具有负斜率段，相频曲线出现**负相移**。在相位上滞后于输入，故称**滞后网络**。

- ❖ 滞后补偿网络相当于一低通滤波器：对低频信号不产生衰减，而对高频信号有衰减作用。

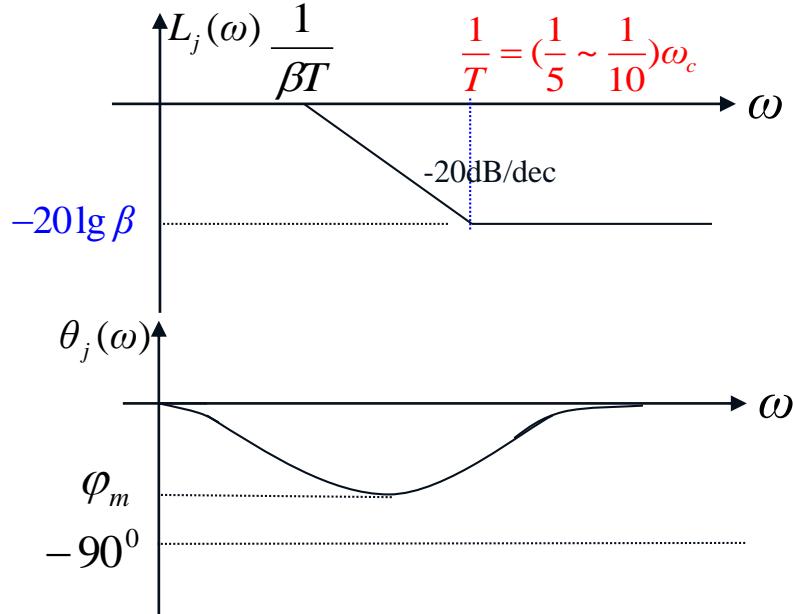
用作串联滞后校正时，

$$\begin{cases} L_c(\omega) < 0 \Rightarrow \omega_c \downarrow \\ \varphi_c(\omega) < 0 \Rightarrow \text{对提高 } \gamma \text{ 不利} \end{cases}$$

为减小其对 γ 的不利影响，在选取参数时，应使： $\omega_m = \frac{1}{T} \ll \omega_c$,

通常取 $\frac{1}{T} = \left(\frac{1}{5} \sim \frac{1}{10}\right)\omega_c$, 此时 $\varphi_c(\omega_c)$ 大约在 -5° 至 -10°

$$L_j(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$$



滞后串联校正的频率特性

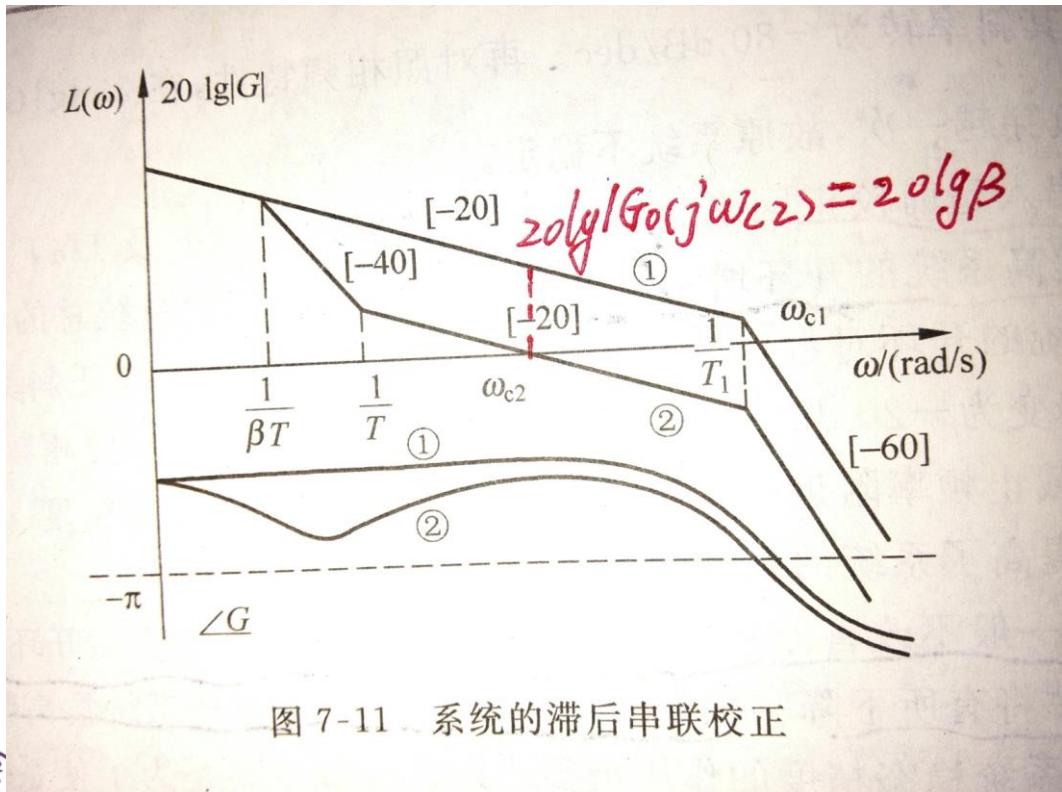


图 7-11 系统的滞后串联校正

- ① 原有系统 $G_0(s)$ 的开环对数渐近幅频和相频曲线
- ② 滞后串联校正后系统的开环对数渐近幅频和相频曲线

串联滞后校正例题

例6. 设单位反馈系统的开环传递函数 $G(s) = \frac{k}{s(s+1)(0.2s+1)}$

试设计串联滞后校正装置，满足 $k_v = 8(\text{rad/s})$ ，相位裕度 $\gamma^* = 40^\circ$ 。

解： $k_v = 8$ ， $v=1$ ， $k = 8$

令 $L_0(\omega_{c0})=0$ ， 可解得 $\omega_{c0} = 2.6\text{rad/s}$

$$\gamma_0 = 180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega_{c0} - \arctan(0.2 \omega_{c0}) = -6.5^\circ < 40^\circ$$

不满足性能要求，需加以校正，选用滞后网络校正。



串联滞后校正例题

$$G_0(s) = \frac{8}{s(s+1)(0.2s+1)}$$

令 $\theta(\omega_c) = \gamma^* + 6^\circ = 46^\circ$

得 $180^\circ - 90^\circ - \arctan \omega_c - \arctan(0.2\omega_c) = 46^\circ$

所以 $\omega_c = 0.7$

根据 $L_0(\omega_c) - 20\lg \beta = 0$

得 $\beta = 1/0.09$

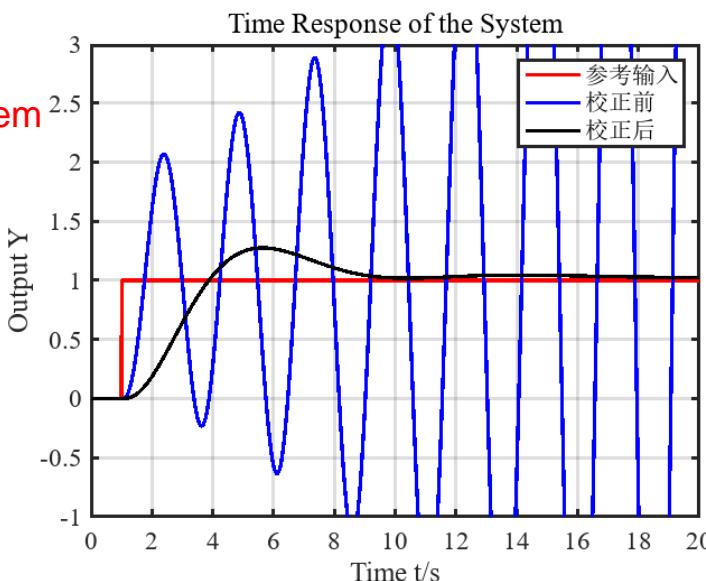
再由 $\frac{1}{T} = (\frac{1}{5} \sim \frac{1}{10})\omega_c = 0.1\omega_c$

得 $T = 13.9$

故选用的串联滞后校正网络为 $G_c(s) = \frac{1+Ts}{1+\beta Ts} = \frac{1+13.9s}{1+154.3s}$

验算 $\gamma = 180^\circ + \arctan(13.9\omega_c) - \arctan(154.3\omega_c) - 90^\circ = 41.7^\circ$

(5~10°) 是追加滞后相角 $\Delta\phi$
为了补偿串联滞后校正网络将在校正后系统的剪切频率上可能产生的相角滞后



串联滞后校正例题

例7：开环系统为 $G_0(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.2s+1)}$ ，设计串联校正器，要求

$$\begin{cases} K_v = 25 \\ \omega_c = 2.5 \\ \gamma \geq 40^\circ \end{cases}$$

要解决：(1)什么情况下适宜采用校正？(2)参数 β 和 T 如何选取？

解：(1)诊断

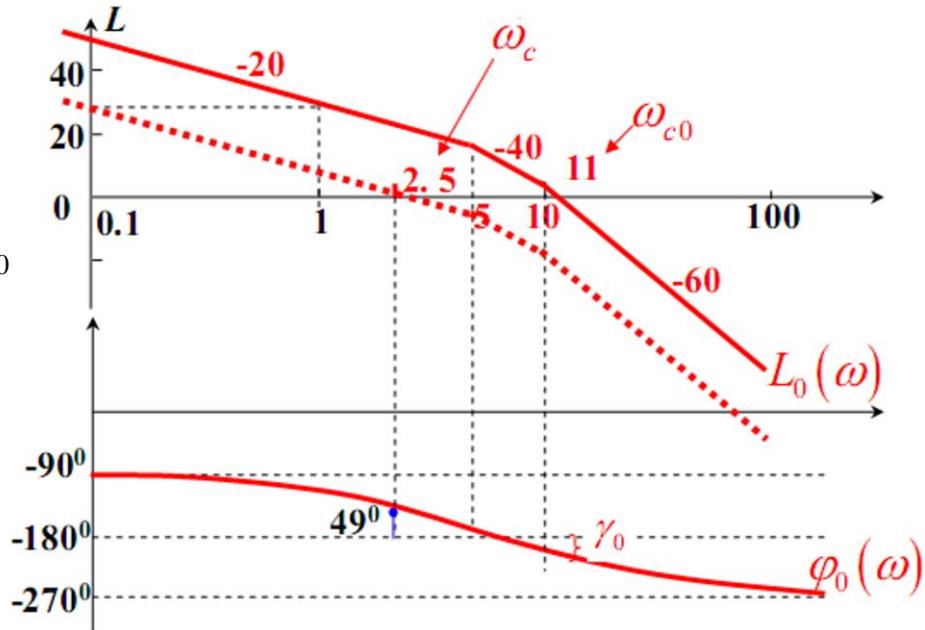
按 $K=25$ 绘出校正前的Bode图，可求出：

$\omega_{c0} \approx 11, \gamma_0 = -22^\circ$ (可从图中读出)，可见 $\omega_c < \omega_{c0}$

设想把 $L_0(\omega)$ 向下平移，使其截止频率为2.5，
可求出 $180^\circ + \varphi_0(\omega_c)$

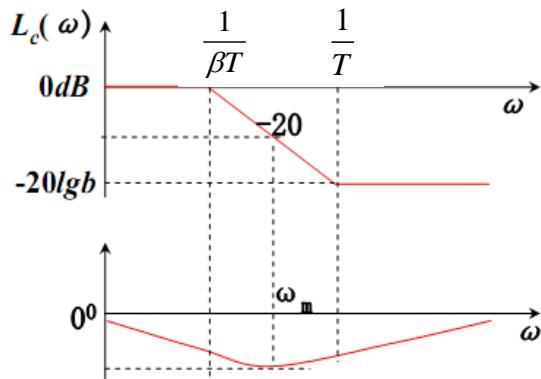
$$= 180^\circ - 90^\circ - \arctg(0.1\omega_c) - \arctg(0.2\omega_c) \approx 49^\circ$$

→比希望值多出 9°

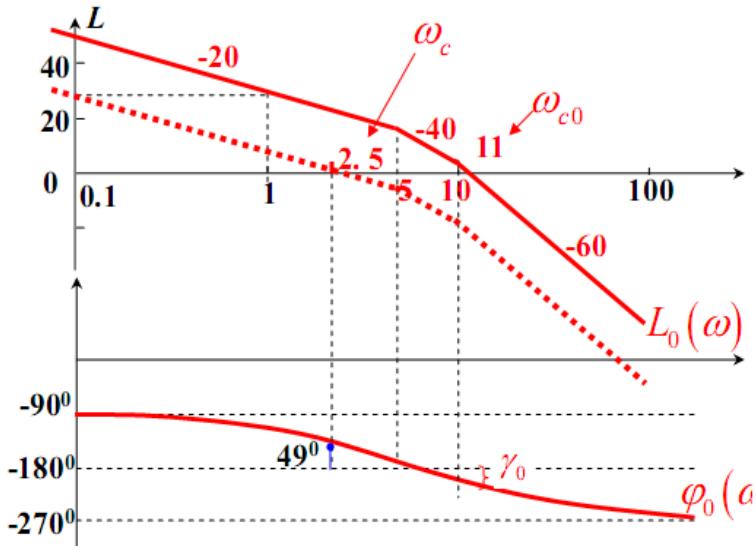


串联滞后后校正例题

回忆滞后网络特性



用 $G_c(s)$ 恰好可以很好的解决这对矛盾.



一般当 $\left\{ \begin{array}{l} 1) \text{固有特性通过调整增益可满足稳态要求} \\ 2) \omega_c < \omega_{c0} \\ 3) \gamma > \gamma_0 \text{ 且 } 180^\circ + \varphi_0(\omega_c) \text{ 比 } \gamma \text{ 大 } 5^\circ \text{ 以上} \end{array} \right\}$ 满足时,

可采用该种滞后校正, 即取 $G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} (\beta > 1)$



串联滞后校正例题

(2) 计算参数 β 和 T ，初选 $G_c(s)$

参数 β : $20\lg \beta = m$ (下移量)

$$G_0(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.2s+1)}$$

$$G_c(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} (\beta > 1)$$

参数 T : $\frac{1}{T} = (\frac{1}{5} \sim \frac{1}{10})\omega_c$

视 $180^\circ + \varphi_0(\omega_c)$ 比 γ 大多少而定，

大的多时， $\frac{1}{T}$ 可离 ω_c 近些。

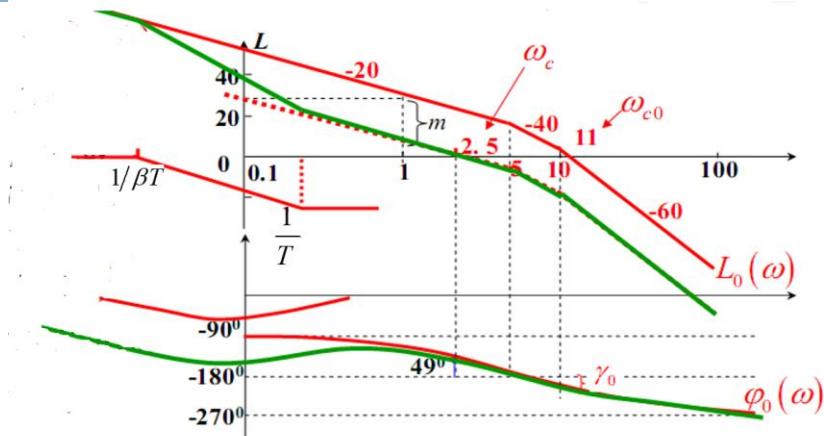
本例中 $\omega_c = 2.5$

$$m = 20\lg \beta = 20\lg \frac{K_v}{\omega_c} \Rightarrow \beta = \frac{K_v}{\omega_c} = \frac{25}{2.5} = 10$$

考虑到 $180^\circ + \varphi_0(2.5) = 49^\circ$ ，比希望值多出 90°

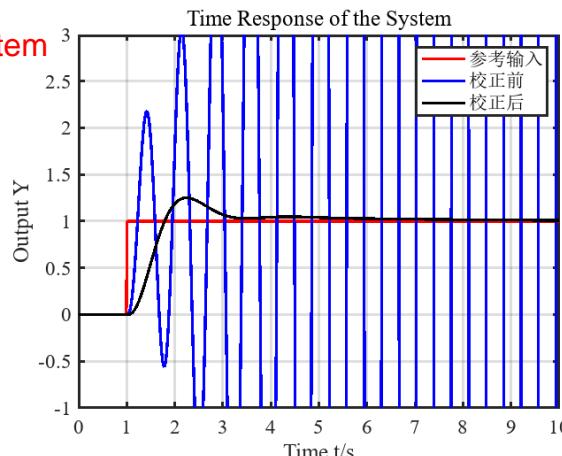
可选 $\frac{1}{T} = \frac{1}{10}\omega_c \Rightarrow T = \frac{10}{2.5} = 4, \beta T = 40 \Rightarrow G_c(s) = \frac{4s+1}{40s+1}$

(3) 校验：根据校正后的Bode图，计算各项指标（大家自行校验）



CL poles of G_0 system

$$\begin{aligned} -16.5445 + 0.0000i \\ 0.7723 + 8.6578i \\ 0.7723 - 8.6578i \end{aligned}$$





滞后校正作用的特点

- 串联滞后校正并没有改变原系统最低频段的特性，故对系统的稳态精度不起破坏作用。相反，还允许适当提高系统的开环增益，进一步改善控制系统的稳态精度。
- 滞后校正并不是利用相角滞后作用来使原系统稳定的，而是利用滞后校正的幅值衰减作用使系统稳定的。
- 串联滞后校正牺牲系统的快速性(减小频宽)来换取稳定性。对于高精度要求较高、而快速性要求不高的系统常采用滞后校正，如恒温控制等。
- 串联滞后校正在低频范围内近似比例加积分控制规律，为防止输入信号的积分效应影响系统稳定性，滞后校正参数 T 应足够大（应大于原系统的全部时间常数中最大者），将滞后校正在剪切频率处造成的相角滞后控制在几度内（ $-5^\circ \sim -10^\circ$ ）。
- 如果未校正系统的相角很负，且在剪切频率附近相角变化明显，采用串联滞后校正。反之，变化不明显时，采用串联超前校正合适。





超前和滞后校正两例比较

从上面二例看，它们都可以达到使 $\gamma \uparrow$ 的目的。

但是它们有如下不同之处：

1. 超前校正利用的是超前网络的相角超前特性，所以在设计时取 $\omega_m = \omega_c$ ，滞后校正则是利用滞后网络的高频衰减特性，使得 $L_0(\omega)$ 下移。而滞后网络本身的相角特性则是不利的。所以，在设计时取 $\omega_m << \omega_c$ ，通常取 $\frac{1}{T} = (\frac{1}{5} \sim \frac{1}{10})\omega_c$
2. 当用无源网络实现时，为满足稳态要求，超前校正往往要求一定的附加增益，而滞后校正则不需要。
3. 对于同一系统，采用超前校正的带宽比采用滞后校正的带宽要大，因此，快速性好，但易受高频干扰的影响。



超前和滞后校正比较

	超前校正(近似PD)	滞后校正(近似PI)
表达式	$G_j(s) = \frac{Ts+1}{aTs+1}, \quad 0 < a < 1$	$G_j(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}, \quad \beta > 1$
作用频段	中频段	低频段
校正原理	控制器的相角超前作用	控制器的幅值衰减作用
校正效果	加快响应，减小超调，增大频宽，提高相对稳定性；抗干扰能力减弱	低通滤波，提高稳态精度；快速性降低，频带变窄
开环增益的作用	提高K会降低稳定性，不能提高稳态精度	允许适当提高K，以改善稳态精度
追加相角的作用	补偿原系统因为 ω_c 增大引起的相角减小。当此相角减小得很多时，常采用相消法	补偿滞后环节带来的相角减小，常取 $1/T = (0.1 \sim 0.2) \omega_c$ ，以控制相角减小值在 $(5^\circ \sim 10^\circ)$
应用范围	快速系统；系统相角在 ω_c 附近下降平缓时	高精度系统；系统相角在 ω_c 附近下降很快时

7.3.3 滞后 - 超前校正

- 超前网络串入系统，可增加频宽提高快速性，但损失增益，不能提高稳态精度；
- 滞后校正则可提高平稳性及稳态精度，而降低了快速性。
- 若同时采用滞后和超前校正，将可全面提高系统的控制性能。

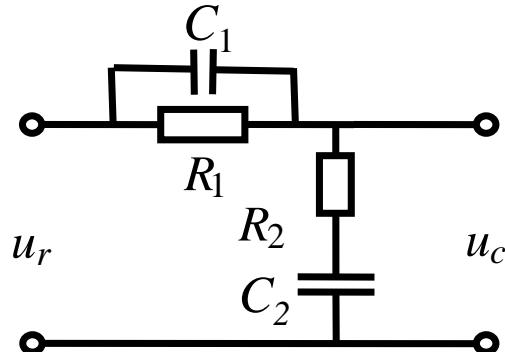
$$G_j(s) = \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1) + R_1 C_2 s}$$

$$G_j(s) = \frac{\tau_1 s + 1}{T_1 s + 1} \cdot \frac{\tau_2 s + 1}{T_2 s + 1} = \left[\frac{1}{\beta} \cdot \frac{\tau_1 s + 1}{\frac{\tau_1}{\beta} s + 1} \right] \left[\beta \cdot \frac{\tau_2 s + 1}{\beta \tau_2 s + 1} \right]$$

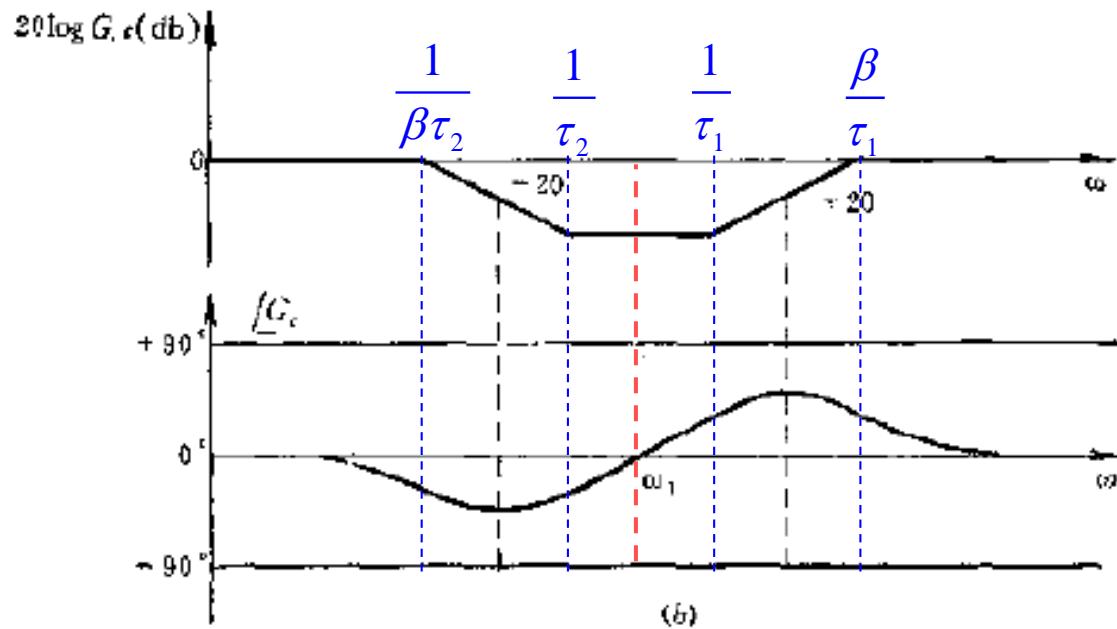
其中： $R_1 C_1 = \tau_1, R_2 C_2 = \tau_2,$

$$T_1 = \frac{\tau_1}{\beta}, T_2 = \beta \tau_2, \beta > 1$$

超前网络
滞后网络



滞后 - 超前校正的频率特性



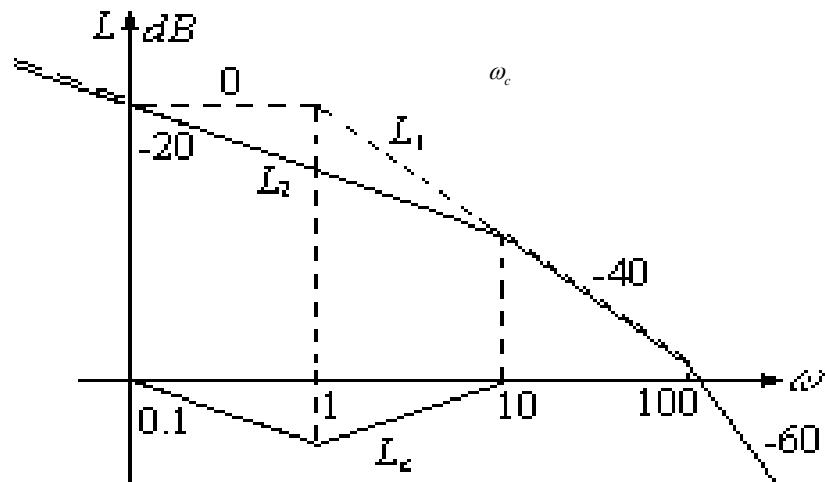
$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \tau_2}}$$



滞后 - 超前校正例题

例8. 某系统的开环对数幅频特性曲线如图所示，其中虚线表示校正前的，实线表示校正后的，求解：

- 1) 确定所用的是何种串联校正，并写出校正装置的传递函数 $G_c(s)$ ；
- 2) 确定校正后系统稳定时的开环增益；
- 3) 当开环增益 $k=1$ 时，求校正后系统的相位裕度 γ ，幅值裕度 K_g 。



滞后 - 超前校正例题

解：（1）由系统校正前、后对数幅频特性曲线可得校正装置的对数幅频特性曲线。如图所示可看出所用的是串联滞后-超前校正。

由系统对数幅频特性曲线可知，校正前系统开环传递函数为

$$G_0(s) = \frac{k(10s+1)}{s(s+1)^2(0.01s+1)}$$

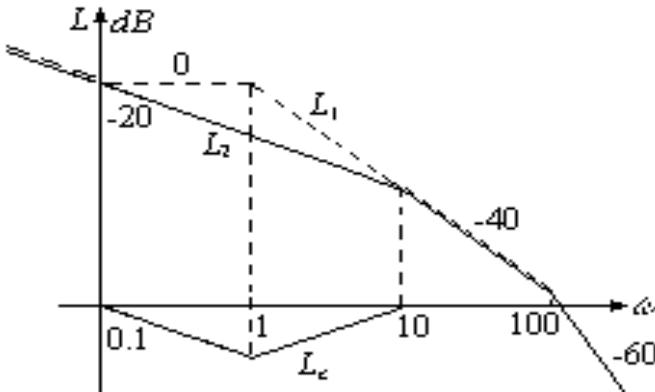
校正后系统开环传递函数为

$$G(s) = \frac{k}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$$

由 $G(s) = G_c(s)G_0(s)$ ，可得

$$G_c(s) = \frac{(s+1)^2}{(10s+1)(0.1s+1)}$$

为一个滞后—超前校正网络。



滞后 - 超前校正例题

(2) 由校正后系统开环传递函数

$$G(s) = \frac{k}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$$

可得其闭环特征方程 $s^3 + 110s^2 + 1000s + 1000k$

列出劳斯表如下：

s^3	1	1000
s^2	110	$1000k$
s^1	$\frac{110000 - 1000k}{110}$	
s^0	1000k	

系统要稳定，劳斯表第一列全为正，因而 $110000 - 1000k > 0$
 $1000k > 0$

可得 $0 < k < 110$



滞后 - 超前校正例题

$G(s) = \frac{1}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$

(3) 当 $k=1$ 时,

$$\text{其对数幅频特性 } L(\omega) = \begin{cases} 20\lg \frac{1}{\omega} & \omega < 10 \\ 20\lg \frac{10}{\omega^2} & 10 \leq \omega < 100 \\ 20\lg \frac{1000}{\omega^3} & \omega \geq 100 \end{cases}$$

$$|L(\omega_c)| = 1 \Rightarrow \omega_c = 1$$

相位裕度 $\varphi(\omega_c) = -90^\circ - \arctan(0.1\omega_c) - \arctan(0.01\omega_c)$

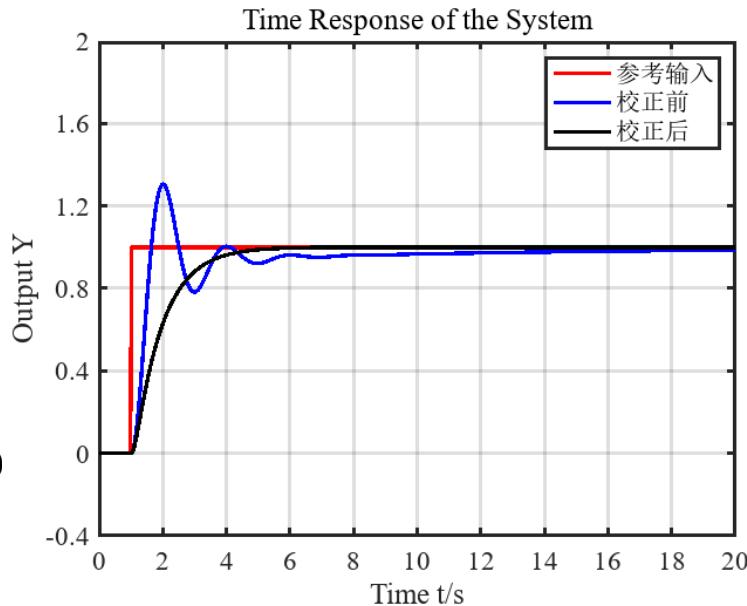
$$\Rightarrow \varphi(\omega_c) = -96.28^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ + \varphi(\omega_c) = 83.72^\circ$$

幅值裕度

$$\varphi(\omega_{-\pi}) = -180^\circ \Rightarrow \omega_{-\pi} = 31.6\text{rad/s}$$

$$\Rightarrow K_g = \frac{1}{|G_2(j\omega_{-\pi})|} = 109.8$$



$$\text{校正前开环传函: } G_0(s) = \frac{10s+1}{s(s+1)^2(0.01s+1)}$$

$$\text{校正后开环传函: } G(s) = \frac{1}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$$





7.3.4 PID调节器

在机电控制系统中，为了改进反馈控制系统的性能，最简单最通用的校正装置是比例—积分—微分校正装置，简称为PID控制器。

- P代表比例
- I代表积分
- D代表微分



比例调节器(P调节)

比例控制器形式 $u = K_p \varepsilon$

式中， K_p 称为比例增益。

比例控制器传递函数

$$G_j(s) = K_p$$

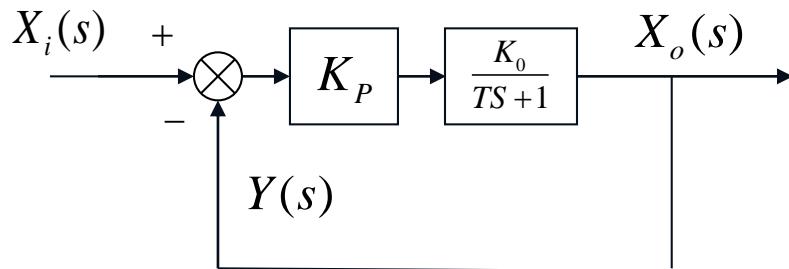
P控制的闭环传递函数

$$\frac{X_0(s)}{X_i(s)} = \frac{\frac{K_p K_0}{(1 + K_p K_0)}}{\frac{T}{1 + K_p K_0} s + 1}$$

稳态误差：

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{1}{1 + K_p K_0}$$

通常通过增加 K_p ，以减小偏差。但过大的 K_p 会影响系统的稳定性，使系统产生激烈的震荡和不稳定。同时，P调节还可以降低一阶系统的惯性。所以，设计时必须合理优化 K_p ，在满足精度的要求下选择适当的 K_p 值。



积分调节器(I调节)

积分控制器形式

$$u = K_I \int_0^t \varepsilon dt$$

式中， K_I 称为比例增益。

积分控制器传递函数

$$G_j(s) = \frac{K_I}{s}$$

积分控制器的显著特点是无差调节，即系统平衡后，阶跃信号稳态设定值和被调量无差，偏差 $\varepsilon = 0$ 。





微分调节器(D调节)

微分控制器形式

$$u = K_D \frac{d\varepsilon}{dt}$$

式中， K_D 称为比例增益。

微分控制传递函数

$$G_j(s) = K_D s$$

微分控制器的特点是对被调量的变化趋势进行调节，及时**避免出现大的偏差**。



比例-积分-微分控制器（PID调节）

比例—积分—微分控制器形式

$$u = K_P \varepsilon + K_I \int_0^t \varepsilon dt + K_D \frac{d\varepsilon}{dt}$$

传递函数

$$G_j = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}{s}$$

PID调节的组合作用：其作用相当于滞后—超前校正。

PID调节器的控制品质对环境变化和被控对象参数的变化不太敏感，其**鲁棒性较强**。



比例-积分控制器 (PI调节)

比例积分控制器传递函数

$$G_j(s) = K_P + \frac{K_I}{s}$$

PI控制器作用相当于滞后校正。

PI控制器综合了P、I两种控制器的优点：利用P调节使系统稳定，利用I调节消除残差。



比例-微分控制器(PD调节)

比例微分控制器传递函数

$$G_j(s) = K_D s + K_P$$

又可改写

$$G_j(s) = K_P \left(\frac{K_D}{K_P} s + 1 \right) = K_P (Ts + 1)$$

比例微分控制器作用相当于超前校正。利用P调节使系统稳定性，利用D调节提高响应快速性。



7.3.5 确定PID控制器参数的方法(书7.7)

PID校正传递函数中有 K_P 、 K_I 、 K_D 三个系数待定

$$G_j(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

1.任意极点配置法 (适用一阶、二阶原系统)

设系统固有开环传递函数为 $G_0(s) = \frac{n_0(s)}{d_0(s)}$

系统的特征方程为 $1 + G_j(s)G_0(s) = 0$

$$\text{或 } sd_0(s) + (K_D s^2 + K_P s + K_I) n_0(s) = 0$$

通过对三个系数的不同赋值，可改变闭环系统的全部或部分**极点的位置**，从而改变系统的动态性能。



PID参数确定的任意极点配置法

(1) 设原系统为一阶系统，其开环固有传递函数和PI校正环节传递函数分别为

$$G_0(s) = \frac{1}{s+a} \quad \text{和} \quad G_j(s) = \frac{K_P s + K_I}{s}$$

那么系统闭环传递函数为

$$\frac{X_0(s)}{X_i(s)} = \frac{K_P s + K_I}{s^2 + (K_P + a)s + K_I}$$

为了使该系统校正后的阻尼比为 ζ ，无阻尼自振角频率为 ω_n ，

选择 $K_I = \omega_n^2$, $K_P = (2\zeta\omega_n - a)$



PID参数确定的任意极点配置法

(2) 设原系统为二阶系统，必须采用完整的PID校正才能实现任意极点配置。设二阶系统开环固有传递函数和校正环节传递函数分别为

$$G_0(s) = \frac{1}{s^2 + a_1 s + a_0} \quad \text{和} \quad G_j(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

那么系统闭环传递函数为

$$\frac{X_0(s)}{X_i(s)} = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s^3 + (K_D + a_1)s^2 + (K_P + a_0)s + K_I}$$

若要求校正后的闭环为极点 $s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2}$, $s_3 = -\beta$

$$(s + \beta)(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2) = s^3 + (2\xi\omega_n + \beta)s^2 + (2\xi\omega_n\beta + \omega_n^2)s + \beta\omega_n^2$$

令对应项系数相等，有 $K_D + a_1 = 2\xi\omega_n + \beta$

$$K_P + a_0 = 2\xi\omega_n\beta + \omega_n^2$$

$$K_I = \beta\omega_n^2$$



PID控制器习题

习题7-20 单位负反馈系统的开环传递函数 $G_0(s) = \frac{100}{s(10s+1)}$ ，试设计PID控制器，使系统的闭环极点为 $s_{1,2} = -2 \pm j1$ 和 $s_3 = -10$ 。

PID控制器的传递函数为 $G_j(s) = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$

校正后系统的闭环传递函数为

$$\frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{\frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \frac{100}{s(10s+1)}}{1 + \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \frac{100}{s(10s+1)}} = \frac{10(K_D s^2 + K_P s + K_I)}{s^3 + \frac{(1+100K_D)}{10} s^2 + 10K_P s + 10K_I}$$

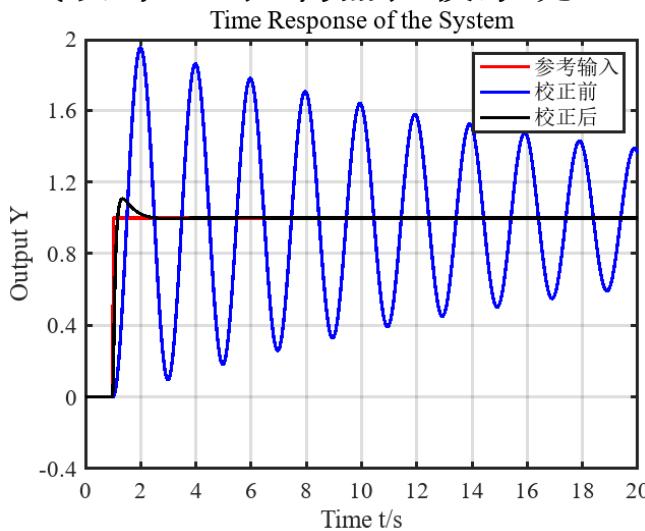
由下式对应系数相等

$$(s+10)(s+2-j)(s+2+j) = s^3 + 14s^2 + 45s + 50 = s^3 + \frac{(1+100K_D)}{10} s^2 + 10K_P s + 10K_I$$

得 $K_D = 1.39, K_P = 4.5, K_I = 5$

所以

$$G_j(s) = \frac{1.39s^2 + 4.5s + 5}{s}$$



PID参数确定的高阶系统累试法

2. 高阶系统累试法

对于固有开环传递函数是**高于二阶的高阶系统**，PID校正不可能做到全部闭环极点的任意配置。但可以控制部分极点，以达到系统预期的性能指标。

要求校正后开环系统的剪切频率为 ω_c ，相位裕度为 γ ，则

$$G_j(j\omega_c)G_0(j\omega_c) = 1 \angle (-180^\circ + \gamma)$$

所以

$$\begin{cases} |G_j(j\omega_c)| = \frac{1}{|G_0(j\omega_c)|} \\ \theta = \angle G_j(j\omega_c) = -180^\circ + \gamma - \angle G_0(j\omega_c) \end{cases}$$

则PID控制器在剪切频率处的频率特性可表示为

$$K_P + j \left(K_D \omega_c - \frac{K_I}{\omega_c} \right) = |G_j(j\omega_c)| (\cos \theta + j \sin \theta)$$



$$K_P = \frac{\cos \theta}{|G_0(j\omega_c)|}, \quad K_D \omega_c - \frac{K_I}{\omega_c} = \frac{\sin \theta}{|G_0(j\omega_c)|}$$

K_p 可独立接解出， K_I, K_D 可根据
稳态误差要求与此式联合解出。



例题

例7-7 设单位负反馈系统的开环传递函数 $G_0(s) = \frac{4}{s(s+1)(s+2)}$ ，试设计PID控制器，实现剪切频率 $\omega_c = 1.7\text{rad/s}$ ，相角裕量 $\gamma = 50^\circ$ ，单位加速度输入信号的稳态误差 $e_{ss} = 2.5$ 。

解：由题意得 $G_0(j\omega_c) = 0.454\angle -190^\circ, \gamma_0 = -10^\circ$ ，所以PID的补偿相角为 $\theta = \gamma^* - \gamma_0 = 60^\circ$

$$\text{设PID控制器为 } G_j(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s, \text{ 则有 } K_P + j \left(K_D \omega_c - \frac{K_I}{\omega_c} \right) = |G_j(j\omega_c)| (\cos \theta + j \sin \theta)$$

$$\therefore G_j(j\omega_c)G_0(j\omega_c) = 1\angle(-180^\circ + \gamma), \therefore K_P = |G_j(j\omega_c)| \cos \theta = \frac{\cos \theta}{|G_0(j\omega_c)|} = \frac{\cos 60^\circ}{0.454} = 1.1$$

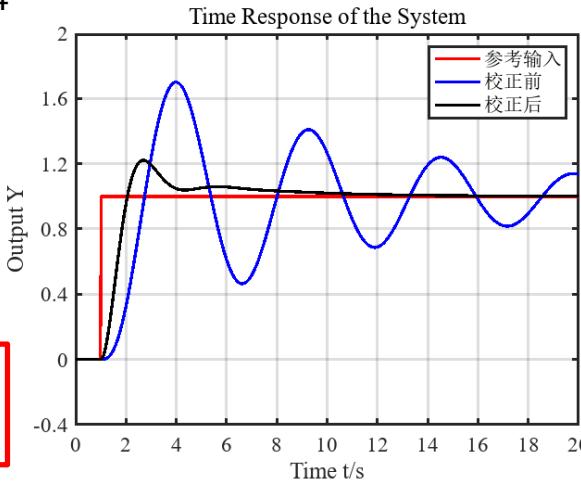
$$\because e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \left(K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s \right) \frac{4}{s(s+1)(s+2)}} X_i(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s^2(s+1)(s+2)}{s^4 + 3s^3 + (4K_D + 2)s^2 + 4K_P s + 4K_I} \frac{1}{s^3} = 2.5,$$

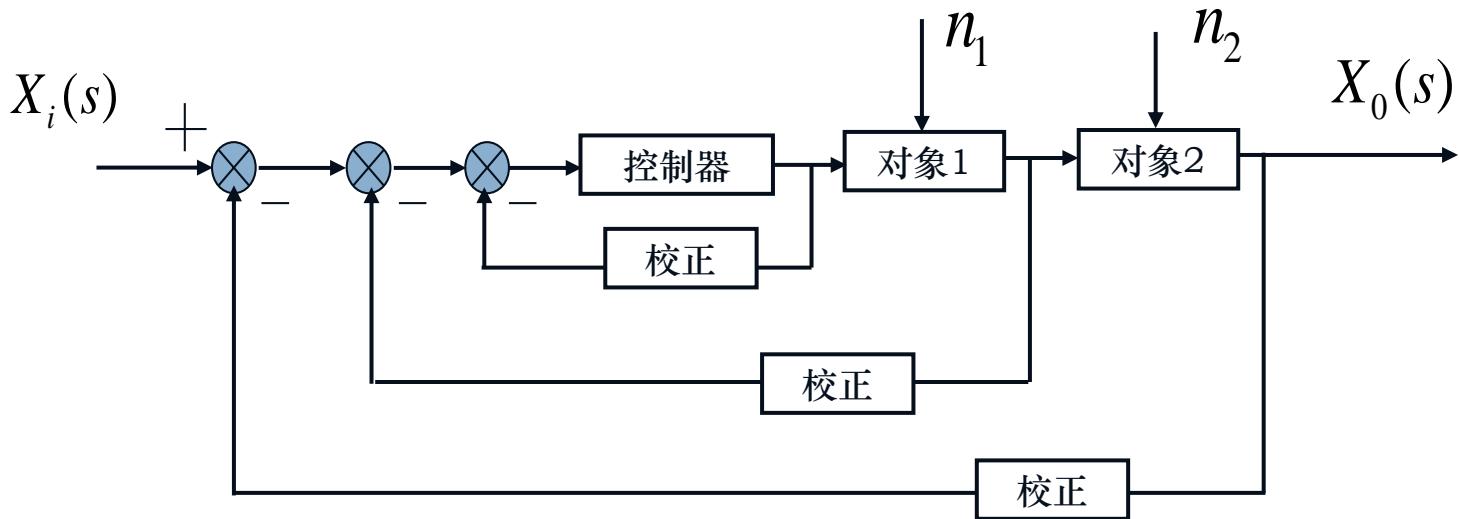
求得 $K_I = 0.2$

$$K_D = \frac{1}{\omega_c} \left(\frac{\sin \theta}{|G_0(j\omega_c)|} + \frac{K_I}{\omega_c} \right) = \frac{1}{1.7} \left(\frac{\sin 60^\circ}{0.454} + \frac{0.2}{1.7} \right) = 1.2$$

$$\therefore G_j(s) = 1.1 + \frac{0.2}{s} + 1.2s$$



7.4 反馈校正



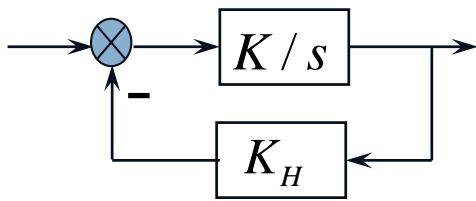
常见的应用反馈校正的被控量有：速度、加速度及复杂系统的中间变量。

图7-20 反馈校正的联结形式



7.4.1 利用反馈校正改变局部结构和参数

1、比例反馈包围积分环节



$$G_1(s) = \frac{K}{s}, H_c(s) = K_H,$$

$$G(s) = \frac{\frac{1}{K_H}}{1 + \frac{s}{KK_H}}$$

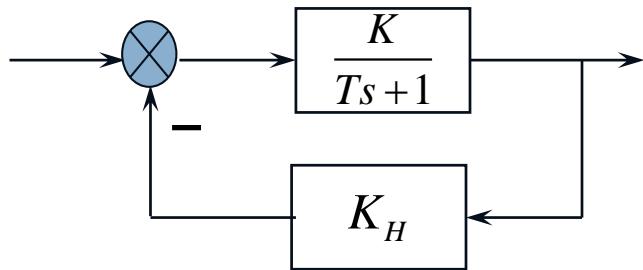
由积分环节变为了惯性环节

时间常数 $\rightarrow \frac{1}{K \cdot K_H}$



利用反馈校正改变局部结构和参数

2、比例反馈包围惯性环节



$$G_1(s) = \frac{K}{1+Ts}, H_c(s) = K_H,$$

$$G(s) = \frac{\frac{K}{1+KK_H}}{1+\frac{T}{1+KK_H}s}$$

时间常数变小，惯性减小，响应变快

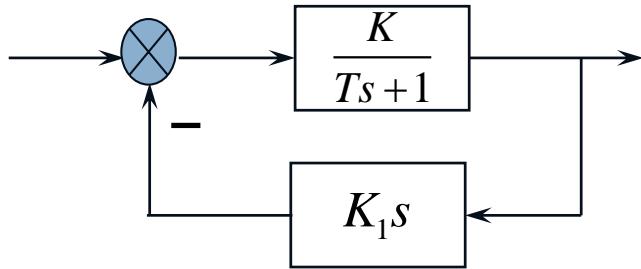
反馈系数 K_H 越大，时间常数越小

静态放大倍数减小了同样的倍数



利用反馈校正改变局部结构和参数

3、微分反馈包围惯性环节



$$G_1(s) = \frac{K}{1+Ts}, H_c(s) = K_1 s,$$

$$G(s) = \frac{K}{1 + (T + KK_1)s}$$

时间常数变大，即响应变慢

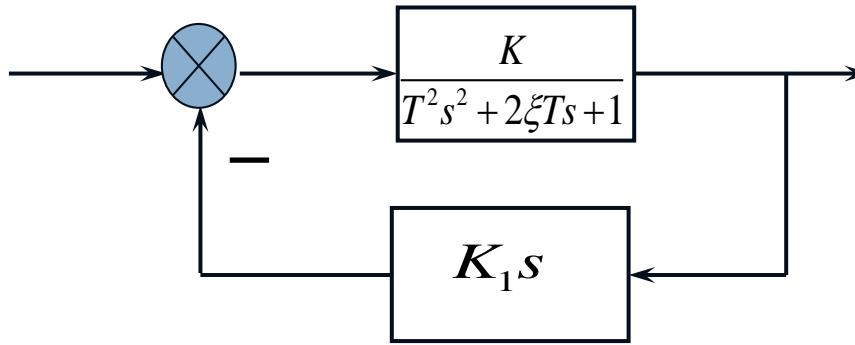
反馈系数 K_1 越大，时间常数越大

主要用于拉开各环节的时间常数，改善系统的动态平稳性



利用反馈校正改变局部结构和参数

4、微分反馈包围振荡环节



$$G_1(s) = \frac{K}{1 + 2\xi Ts + T^2 s^2}, H_c(s) = K_1 s,$$

$$G(s) = \frac{K}{1 + (2\xi T + KK_1)s + T^2 s^2}$$

结果仍为振荡环节

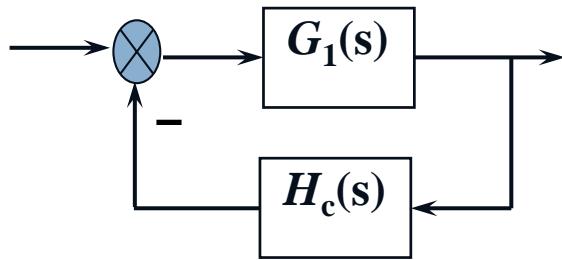
但阻尼比却显著加大

提高系统相对稳定性

改善阻尼过小的影响



利用反馈校正取代局部结构



$$G(s) = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)H_c(s)}$$

在工作频率范围内，如能选择结构参数，
使得 $|G_1(j\omega)H_c(j\omega)| \gg 1$

则表明整个反馈回路的传递函数为

$$G(j\omega) \approx \frac{1}{H_c(j\omega)}$$

和被包围环节 $G_1(s)$ 全然无关，达到了以 $1/H_c(s)$ 取代 $G_1(s)$ 的效果。

在系统设计和优化中，利用反馈校正取代局部结构常被用来改造不希望有的某些环节，以及消除非线性、变参量的影响和抑止干扰。





反馈校正的特点

反馈校正的突出特点：

- 能有效地改变被包围环节的动态结构和参数
 - 比例负反馈可以减弱为其包围环节的惯性，从而将扩展该环节的带宽
 - 负反馈可减弱参数变化对控制性能的影响,消除系统不可变部分中不希望有的特性
- 在一定的条件下，反馈校正甚至能完全取代被包围环节，从而可以大大减弱这部分环节由于特性参数变化及各种干扰给系统带来的不利影响。



反馈校正与串联校正的联系

图示闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_c(s)G_2(s) + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

特征方程为

$$1 + G_1(s)G_2(s)H(s) + G_c(s)G_2(s) = 0$$

上式变换处理

$$1 + \frac{G_c(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} = 0$$

令

$$G_0(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

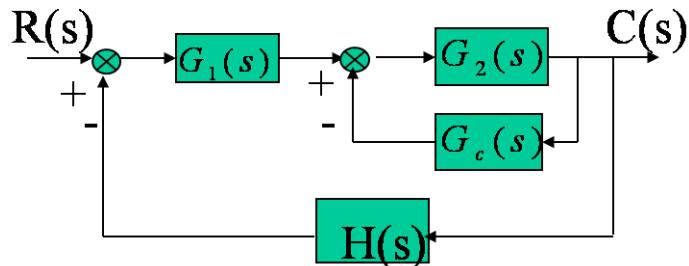
则有

$$1 + G_c(s)G_0(s) = 0$$

对应串联校正，则有

$$G_j(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_c(s)G_2(s)}$$

对照7.4.2 速度反馈
和加速度反馈



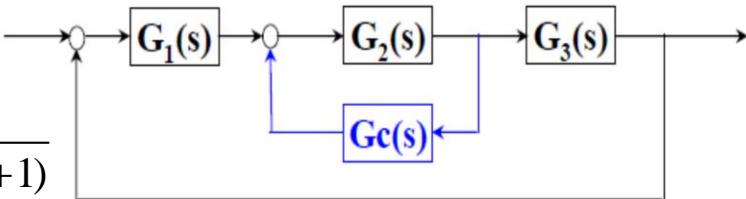
因为 $G_0(s)$ 是一个固定的传递函数，是不变的，所以 $G_c(s)$ 的设计就变成了与串联校正相同时的情况



校正设计例题

例9(补充)

$$G_1(s) = \frac{K}{0.014s+1} \quad G_3(s) = \frac{0.0025}{s} \quad G_2(s) = \frac{12}{(0.1s+1)(0.02s+1)}$$



设计反馈校正，使：1)静态速度误差系数 $K_v \geq 150$ ；

2)单位阶跃输入下的超调量 $\sigma\% \leq 40\%$

3)单位阶跃输入下的调节时间 $t_s \leq 1s$

解：由图可知原有系统传函： $G_0(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s) = \frac{0.03K}{s(0.014s+1)(0.1s+1)(0.02s+1)}$

欲使 $K_v \geq 150$ ：

应有 $K \geq 5000$

取 $K=5000$



$$G_0(s) = \frac{150}{s(0.014s+1)(0.1s+1)(0.02s+1)}$$

满足稳态要求。



校正设计例题

1) 绘制满足稳态要求的 $L_0(\omega)$

2) 绘制希望特性

$$M_r = 0.6 + 2.5M_p$$

$$t_s = \frac{\pi [2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2]}{M_r}$$

由 $\sigma\% \leq 40\%$ $t_s \leq 1\text{s}$ $\Rightarrow M_r = 1.6, \omega_c = 13$

$$\frac{M_p}{\omega_c} = \frac{M_r + 1}{M_r} = \frac{2h}{h+1}, \quad \frac{\omega_c}{\omega_2} = \frac{M_r}{M_r - 1} = \frac{h+1}{2}$$

$$h = \frac{M_r + 1}{M_r - 1} = \frac{2.6}{0.6} = 4.33 \Rightarrow \omega_2 \leq 4.88, \omega_3 = 21.13$$

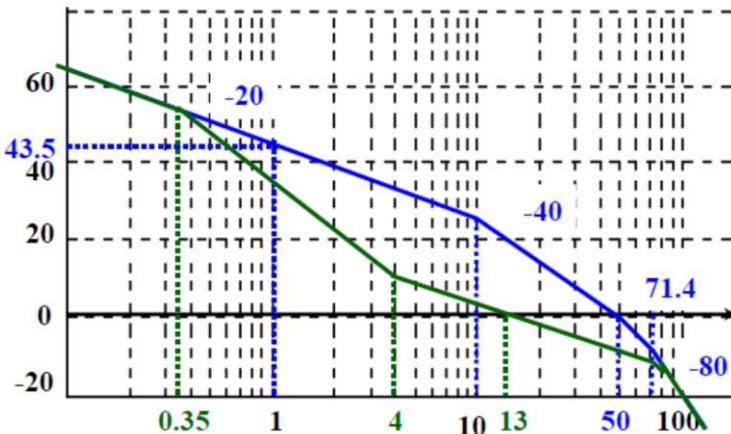
过 $\omega_c = 13$ 作 -20dB/dec 的直线，然后分别作 -40 的连接段，往前交于 $\omega_1 \approx 0.35$ ，往后交于 $\omega_4 \approx 75$ ；

希望特性的高频段和低频段与固有特性重合

希望特性对应的传递函数为：

$$G(s) = \frac{150(0.25s + 1)}{s(2.86s + 1)(0.013s + 1)^2(0.014s + 1)}$$

$$G_0(s) = \frac{150}{s(0.014s + 1)(0.1s + 1)(0.02s + 1)}$$



校正设计例题

通过设计，使 $\frac{G_2(s)}{1+G_2(s)G_c(s)} \approx \frac{1}{G_c(s)}$

3) 求出 $G_2(s)G_c(s)$ 所对应的特性

在 $L_0(\omega) > L(\omega)$ 的区域内

$$G(j\omega) = \frac{G_1(j\omega)G_3(j\omega)}{G_c(j\omega)} = \frac{G_0(j\omega)}{G_2(j\omega)G_c(j\omega)}$$

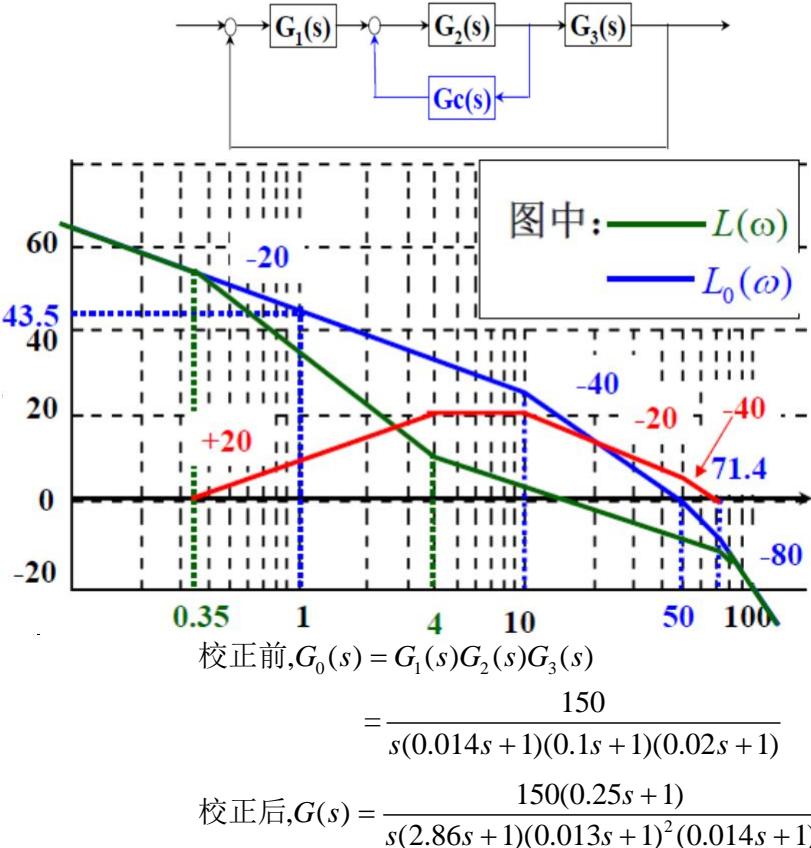
$$\Rightarrow 20\lg|G_2(s)G_c(s)| = 20\lg|G_0(s)| - 20\lg|G(s)|$$

$$G_2(s)G_c(s) = \frac{(2.86s + 1)(0.013s + 1)^2}{(0.25s + 1)(0.1s + 1)(0.02s + 1)}$$

选取原则:(1)要使近似条件满足；
(2)要使 $G_c(s)$ 尽可能简单。

绘制 $20\lg|G_2(s)G_c(s)|$, 为使 $G_2(s)G_c(s)$ 简单, 取

$$G_2(s)G_c(s) \approx \frac{2.86s}{(0.25s + 1)(0.1s + 1)(0.02s + 1)}$$



校正设计例题

4) 检验小闭环(开环传函是 $G_2(s)G_c(s)$)的稳定性。

$$\therefore \gamma(\omega_4) = 180^\circ + 90^\circ - \arctg 0.25\omega_4$$

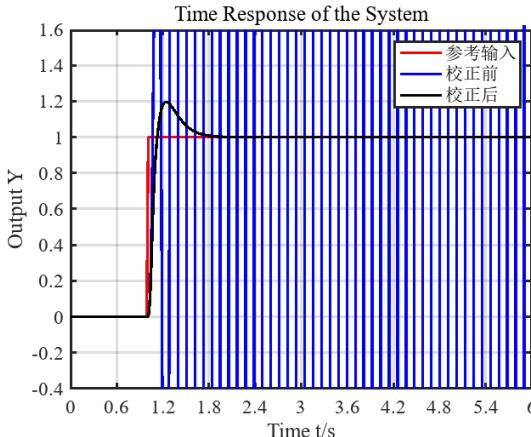
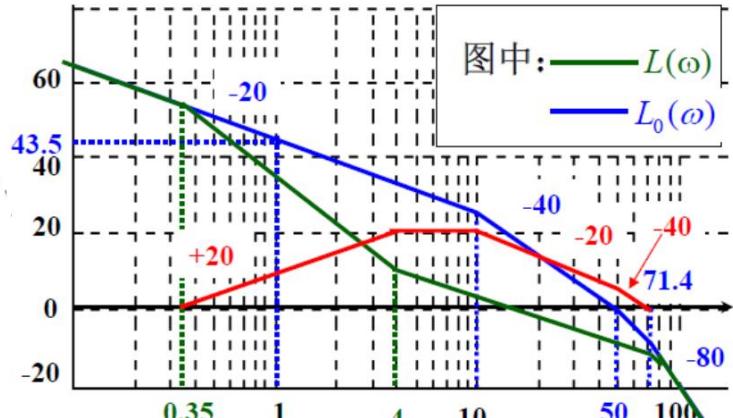
$$-\arctg 0.1\omega_4 - \arctg 0.02\omega_4 \approx 44^\circ$$

5) 求 $G_c(s)$ 故小闭环是稳定的。

$$G_c(s) = \frac{G_2(s)G_c(s)}{G_2(s)} = \frac{0.238s}{0.25s+1}$$

$$G_2(s)G_c(s) \approx \frac{2.86s}{(0.25s+1)(0.1s+1)(0.02s+1)}$$
$$G_2(s) = \frac{12}{(0.1s+1)(0.02s+1)}$$

6) 校验：由于近似条件可以很好的满足，故可直接按希望特性来验算。



7.5 用频率法对控制系统进行综合与校正

前面介绍的串联校正实际上就是改变系统的开环频率特性（即伯德图）的形状，使之满足希望的性能指标要求，达到足够的**稳定储备和快速性**。

- 稳定性要求：开环对数幅频特性的**中频段应是 -20dB/dec 的斜率**；
- 准确性要求：开环对数幅频特性的**低频段应尽量高**；
- 抗干扰要求：开环对数幅频特性的**高频段应尽量锐截止**。

工程上常采用的典型系统的希望对数频率特性（即开环最优模型）有两种：**二阶最优模型**和**高阶最优模型**。



7.5.1 典型系统希望对数频率特性：二阶最优模型

开环传递函数 $G(s) = \frac{K_v}{s(Ts + 1)}$

其闭环传递函数

$$\varphi(s) = \frac{K_v/T}{s^2 + \frac{1}{T}s + \frac{K_v}{T}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

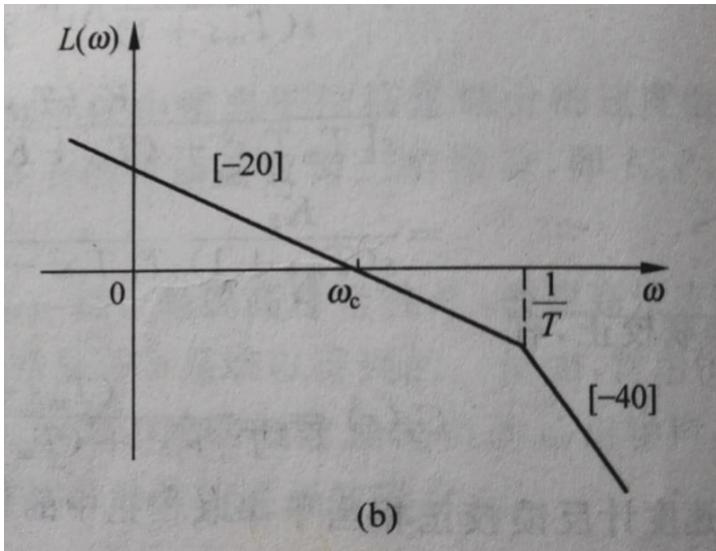
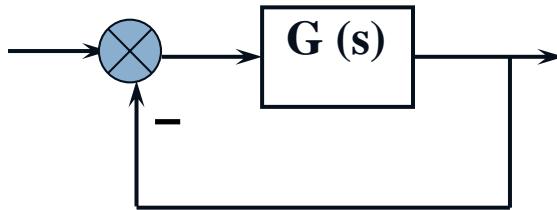
其中

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_v}{T}} \rightarrow \text{无阻尼自振角频率}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{K_v T}} \rightarrow \text{阻尼比}$$

最佳阻尼比是0.707，此时 $1/T=2\omega_c$

工程应用时推荐选取 $\zeta=0.5\sim1$ ，对应的相位裕度 $\gamma=50^\circ\sim76^\circ$ 。
二阶系统的幅值裕度 $K_g \rightarrow \infty$



校正设计习题

习题7-17： 单位负反馈系统的开环传函 $G_0(s) = \frac{K}{s(0.5s+1)}$ ，欲使开环增益 $K=20s^{-1}$ ，相位裕量 $\gamma \geq 50^0$ ，幅值裕度 $20\lg K_g \geq 10dB$ ，试求系统的校正装置。

解： 根据二阶最优模型，校正后的开环传递函数为

$$G(s) = \frac{K}{s(Ts+1)} = \frac{20}{s(Ts+1)}$$

由 $\gamma = 180^0 - 90^0 - \arctan(T\omega_c) \geq 50^0$ ，其中， $\omega_c \approx K_v = K = 20$ ，求得 $T \leq 0.044$ 。

$$\text{取 } T = 0.04 \therefore G_j(s) = \frac{G(s)}{G_0(s)} = \frac{0.5s+1}{0.04s+1}$$



超前校正

已知二阶系统 $K_g = \infty > 10dB$



7.5.1 典型系统希望对数频率特性：高阶最优模型

典型三阶系统也叫典型II型系统：

$$G(s) = \frac{K(T_2 s + 1)}{s^2(T_3 s + 1)} \quad (T_2 > T_3)$$

其开环频率特性为

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K(j\omega T_2 + 1)}{(j\omega)^2(j\omega T_3 + 1)}$$

其相位裕度为

$$\gamma = \arctan(T_2 \omega_c) - \arctan(T_3 \omega_c)$$

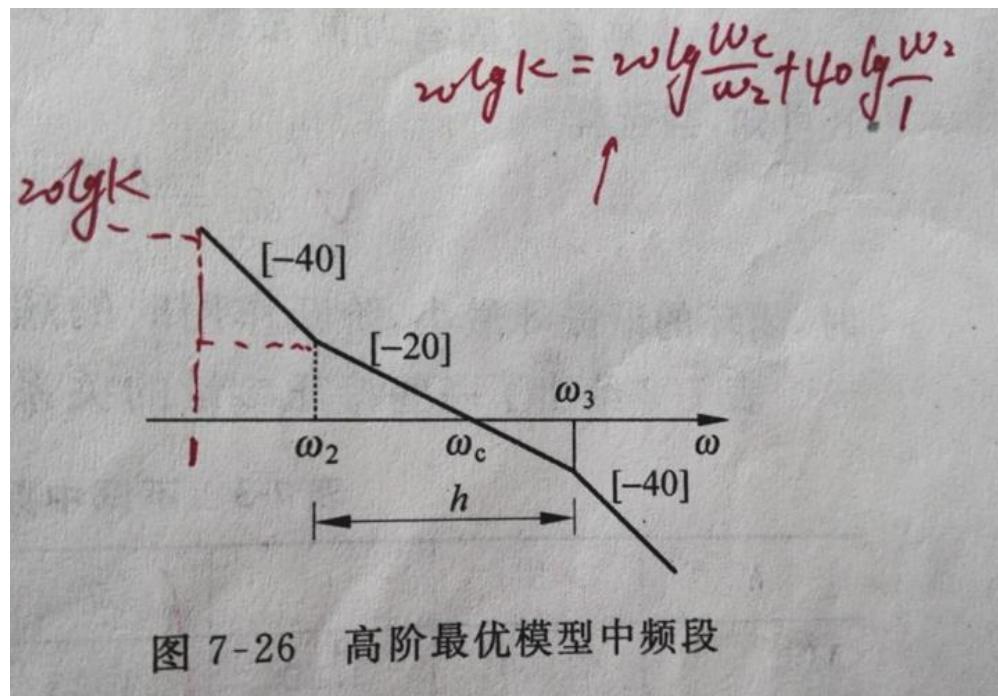


图 7-26 高阶最优模型中频段

这个模型既保证了 ω_c 附近的斜率为 -20dB/dec ，又保证了低频段有高增益，即保证了稳、准。



高阶最优模型的重要参数

$$\text{中频宽: } h = \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_3}$$

一般情况下, T_3 是调节对象的固有参数,
通过改变 T_2 和 K 来设计 h 和 ω_c

$$20\lg K = 20\lg \omega_2 \omega_c \Rightarrow K = \omega_2 \omega_c, \omega_c = \frac{K}{\omega_2}$$

如果已知系统固有时间常数 T_3 , 给定中
频宽 h , ω_c 随 K 的增大而增大。

表7-3: 中频宽 $h=5\sim 18$, 一般选7~12

高阶最优模型最佳频比 $\omega_c = \frac{h+1}{2h} \omega_3$ 或 $\omega_c = \frac{h+1}{2} \omega_2$

闭环系统的谐振峰最小, 阶跃作用时的超调
最小, 相对稳定性最好。

初步设计时: $M_r \approx \frac{1}{\sin \gamma}$

近似二阶最优模型, 取 $\omega_c = \frac{1}{2} \omega_3$

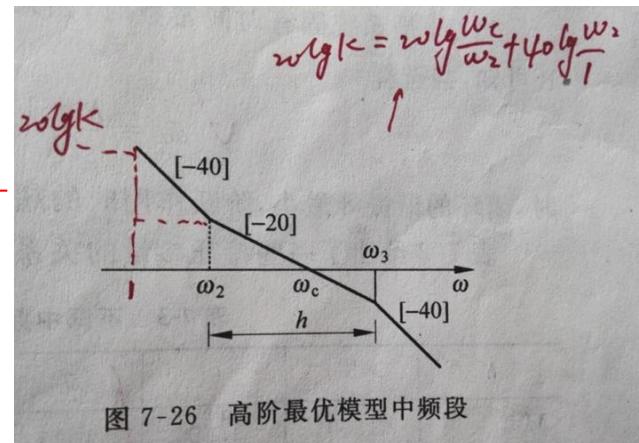


图 7-26 高阶最优模型中频段

$$G(s) = \frac{K(T_2 s + 1)}{s^2 (T_3 s + 1)} (T_2 > T_3)$$

7.5.2 希望对数频率特性与系统性能指标的关系

系统综合时，常需要时域、频域性能指标互相转换。

中频段为高阶最优模型时，转换经验公式如下

1、相对稳定性经验公式

$$M_r = \frac{1}{\sin \gamma}, \quad M_r = \frac{h+1}{h-1} \text{ 或 } h = \frac{M_r + 1}{M_r - 1}$$

$$M_r = 0.6 + 2.5M_p \quad \text{或} \quad M_p = 0.16 + 0.4(M_r - 1) \quad (\text{当} 1.1 \leq M_r \leq 1.8)$$

2、快速性经验公式

$$t_s = \frac{\pi [2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2]}{\omega_c} \quad (\text{当} 1.1 \leq M_r \leq 1.8) \quad \text{或} \quad t_s = \frac{1}{\omega_c} (4 \sim 9)$$

3、其他经验公式

$$\frac{\omega_3}{\omega_c} = \frac{M_r + 1}{M_r} = \frac{2h}{h+1}, \quad \frac{\omega_c}{\omega_2} = \frac{M_r}{M_r - 1} = \frac{h+1}{2}$$

$$\omega_r = \sqrt{\omega_2 \omega_3}, \quad \omega_b = \omega_3$$



习题

习题7-4 某单位负反馈系统的开环传递函数 $G(s) = \frac{K}{s(0.1s+1)(0.01s+1)}$ ，欲使闭环 $M_r \leq 1.5$ ，
 K 应为多少？此时剪切频率和相位裕度各为多少？ M_p 和 t_s 各为多少？

解：由 $M_r \approx \frac{1}{\sin \gamma} \leq 1.5$ ，得 $\gamma \geq 42^\circ$

由 $\gamma = 180 - 90 - \arctan(0.1\omega_c) - \arctan(0.01\omega_c)$ ，得 $\omega_c \leq 9.2 \text{ rad/s}$

在低频时 $K_v \approx \omega_c$ ，取 $K = K_v = \omega_c = 9 \text{ rad/s}$

$$\therefore M_p = [0.16 + 0.4(M_r - 1)] \leq 36\%$$

$$t_s = \frac{\pi[2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2]}{\omega_c} \geq 1.2(s)$$

习题7-8(2):某单位负反馈系统的开环传递函数 $G(s) = \frac{K}{s(s+1)(0.1s+1)}$ ，确定 K 值，使其增益裕量为 0dB，此时 M_r 为多少？

要点：先求解 $\omega_{-\pi}$ ， $\angle G(j\omega_{-\pi}) = -90^\circ - \arctan(\omega_{-\pi}) - \arctan(0.1\omega_{-\pi}) = -180^\circ$ ，要想使 $20\lg K_g = 0 \text{ dB}$

$$\text{则 } K_g = \frac{1}{|G(j\omega_{-\pi})|} = 1 \Rightarrow \text{求得 } K, \text{ 同时求得 } \gamma = 0^\circ \Rightarrow M_r = \infty$$



典型变型系统1

将Π型系统改为I型系统：

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K(j\omega T_2 + 1)}{(j\omega)(j\omega T_1 + 1)(j\omega T_3 + 1)}, \quad T_1 > T_2 > T_3 \text{ (即 } \omega_l \text{ 在低频段)}$$

其幅频由2-1-2型对数幅频特性变化为1-2-1-2型(图7-28), 其相位裕度为

$$\gamma = 180^\circ + [-90^\circ - \arctan(\omega_c T_1) + \arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_3)]$$

$$= \arctan \frac{1}{\omega_c T_1} + [\arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_3)]$$

该I型系统的相位裕度比Π型的增加了, 闭环系统相对稳定性更好了.

当 $\omega_c \gg \omega_l$ 时, $\Delta\gamma = \arctan \frac{1}{\omega_c T_1} \approx \frac{1}{\omega_c T_1} = \frac{\omega_1}{\omega_c}$ 很小可忽略,

$$\text{此时 } L(\omega_l) = 20\lg \frac{K}{\omega_l} = 20\lg \frac{\omega_c}{\omega_2} + 40\lg \frac{\omega_2}{\omega_l} \Rightarrow \omega_l = \omega_2 \omega_c / K$$

ω₁可保证所要求的开环增益, 进而保证稳态精度。

在中频段的基础上改变低频段特性, 保证稳态精度

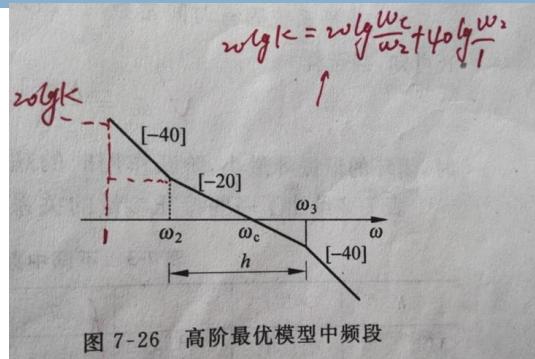


图 7-26 高阶最优模型中频段

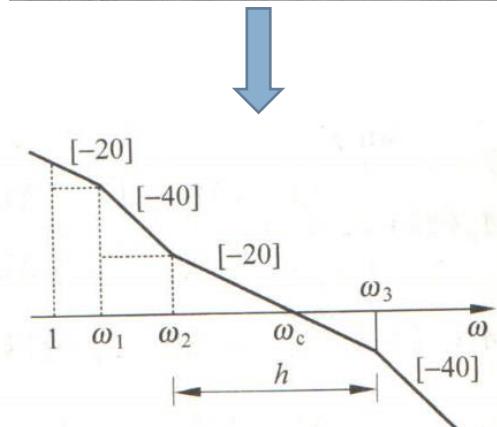


图 7-28 I 型系统对系统动态特性的影响



习题

习题7-7 某单位负反馈系统的开环传递函数 $G_0(s) = \frac{1}{s(2.5s+1)(0.5s+1)}$ ，欲使速度误差系数 $K_v \geq 10\text{s}^{-1}$ ，剪切频率 $\omega_c > 1\text{rad/s}$ ，相位裕度 $\gamma > 35^0$ ，试应用频率法确定系统校正网络的传递函数。

(1) 计算 h 由 $M_r \approx \frac{1}{\sin \gamma} \leq \frac{1}{\sin 35^0} = 1.743$ ，得 $h \approx \frac{M_r + 1}{M_r - 1} \geq 3.7$

(2) 计算 $\omega_c, \omega_2, \omega_3$

取 $h = 5$, $\omega_3 = \frac{1}{0.5} = 2\text{rad/s}$, 则 $\omega_c = \frac{h+1}{2h}\omega_3 = 1.2\text{rad/s}$, $\omega_2 = \frac{\omega_3}{h} = 0.4\text{rad/s}$

(3) 计算 ω_1

为了保证稳态精度, 需使 $\omega_1 = \frac{\omega_c \omega_2}{K_v} < \frac{1.2 \times 0.4}{10} = 0.048\text{rad/s}$,

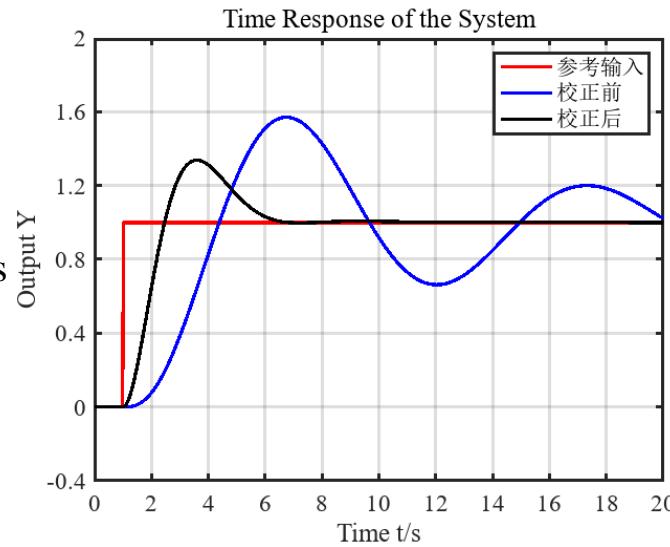
取 $\omega_1 = 0.04\text{rad/s}$, 则 $K_v = \frac{\omega_c \omega_2}{\omega_1} = \frac{1.2 \times 0.4}{0.04} = 12$ $\omega_c = 30\omega_1$, 显然 $\omega_c \gg \omega_1$

(4) 计算 $G_j(s)$

$$\therefore G(s) = \frac{12(T_2 s + 1)}{s(T_1 s + 1)(T_3 s + 1)} = \frac{12(2.5s + 1)}{s(25s + 1)(0.5s + 1)}, \text{ 得 } G_j(s) = \frac{12(2.5s + 1)^2}{25s + 1}$$

(5) 验算

$$\gamma = 180^0 - 90^0 - \arctan(25\omega_c) + \arctan(2.5\omega_c) - \arctan(0.5\omega_c) = 42.5^0$$



习题

习题7-6 某系统的开环传递函数 $G_0(s) = \frac{360(0.1s+1)}{s(0.9s+1)(0.007s+1)(0.005s+1)}$ ，要求近似保持上述系统的过渡过程时间和稳定裕度不变，使它的速度误差=1/1000。试设计校正环节的传递函数。

解：(1)原有系统 ω_c $\omega_1 = \frac{1}{0.9} = 1.1$, $\omega_2 = \frac{1}{0.1} = 10$, $\omega_3 = \frac{1}{0.007} = 143$, $\omega_4 = \frac{1}{0.005} = 200$, 求得 $\omega_c = 40$

(2)保持系统的过渡过程时间和稳定裕度不变，使速度误差=1/1000

则只需改变低频段高度：这时 $K_v = 1000$ ，且

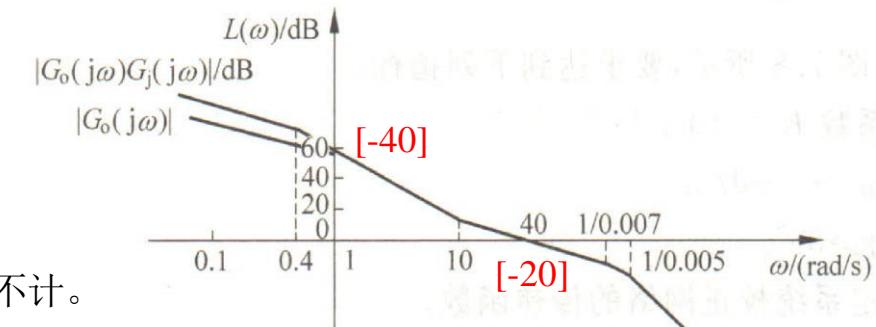
$$\omega_1' = \frac{\omega_c \omega_2}{K_v} = \frac{40 \times 10}{1000} = 0.4$$

由此引起的相位裕度变化量为

$$\Delta\gamma = -\arctan\left(\frac{\omega_c}{\omega_1'}\right) - \left[-\arctan\left(\frac{\omega_c}{\omega_1}\right)\right] \approx 0.7^\circ \text{ 可以忽略不计。}$$

(3)校正网络的传递函数

$$G_j(s) = \frac{1000(0.9s+1)}{360(2.5s+1)}$$



滞后校正



典型变型系统2

含多个时间常数环节的I型，II型系统：

$$G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K(j\omega T_2 + 1)}{(j\omega)(j\omega T_1 + 1)(j\omega T_3 + 1)(j\omega T_4 + 1)\dots}$$

或者 $G(j\omega)H(j\omega) = \frac{K(j\omega T_2 + 1)}{(j\omega)^2(j\omega T_3 + 1)(j\omega T_4 + 1)\dots}$

这里, $T_1 > T_2 > T_3 > T_4 > T_5 > \dots$ (即 $\omega_5 > \omega_4 > \omega_3 > \omega_2 > \omega_1$)

在大于 ω_3 的高频区, 伯德图呈现 -40, -60, -80\dots /dec 的斜率的低通滤波器

$$\begin{aligned}\gamma &= 180^\circ + [-90^\circ - \arctan(T_1\omega_c) + \arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_3) - \arctan(\omega_c T_4) - \dots] \\ &= \arctan\left(\frac{1}{T_1\omega_c}\right) + [\arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_3)] - \arctan(\omega_c T_4) - \dots\end{aligned}$$

其幅频特性分别呈 1-2-1-2-3-4\dots 型, 2-1-2-3-4\dots 型。

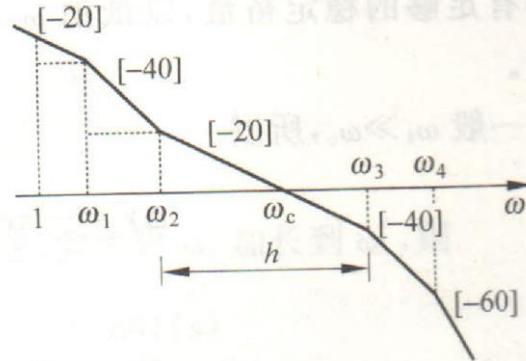


图 7-30 系统的高频段

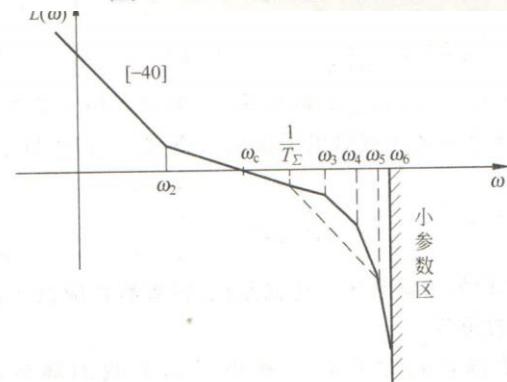


图 7-31 系统的高频段



典型变型系统2

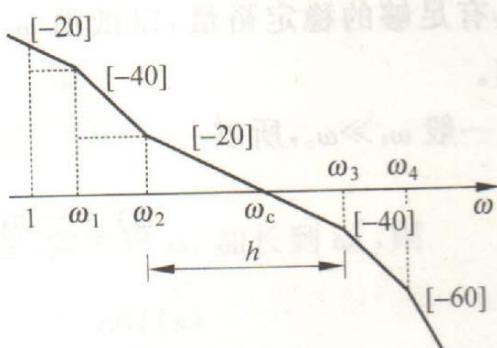


图 7-30 系统的高频段

$$\begin{aligned}\gamma &= \arctan \frac{\omega_1}{\omega_c} + [\arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_3)] - \arctan(\omega_c T_4) - \dots \\ &\approx [\arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_3)] - \arctan\left(\frac{\omega_c}{\omega_4}\right) - \dots \quad (\text{须满足 } \omega_c \gg \omega_1)\end{aligned}$$

(1) 当满足 $\underline{\omega_c < \omega_3, \omega_c \ll \omega_4}$ 时，记 $T_\Sigma = T_3 + T_4 + T_5 + \dots$

这时 $\arctan\left(\frac{\omega_c}{\omega_4}\right) \approx 0^0$, $\gamma \approx \arctan(\omega_c T_2) - \arctan(\omega_c T_\Sigma)$

例如 $\omega_4 = 10\omega_c$ 时， $\Delta\gamma = \tan^{-1} 0.1 = 5.7^0$
 $\omega_4 = 20\omega_c$ 时， $\Delta\gamma = \tan^{-1} 0.05 = 2.86^0$

(2) 当不满足 $\omega_c \ll \omega_4$ 时，则 $\Delta\gamma = \arctan\left(\frac{\omega_c}{\omega_4}\right) + \arctan\left(\frac{\omega_c}{\omega_5}\right) + \dots$ 不能忽略

因此为了还使用高阶最优模型的各项公式，需修正设计，
 这时加长 ω_3 到 ω'_3 ，以保证系统具有足够的稳定裕度。

补偿高频段对中频段的影响

$$T'_3 = T_3 - (T_4 + T_5 + T_6 + \dots + T_n) = T_3 - \sum_{i=4}^n T_i, \quad \omega'_3 = \frac{1}{T'_3}$$

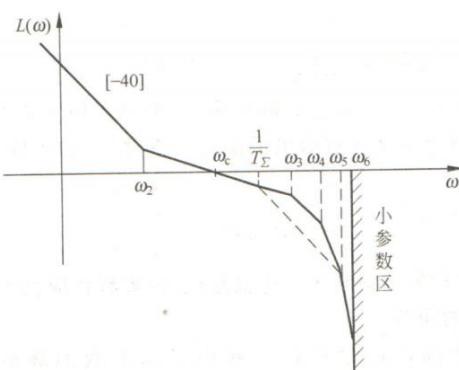


图 7-31 系统的高频段

例题

例7-5 某角度随动系统性能指标要求为：在输入信号为 $60^\circ/\text{s}$ 时速度误差小于 $7.2'$ ，超调量小于25%，过渡过程时间小于0.2s。已知该系统在高频处有一个小时常数0.005s，试设计满足上述性能指标的系统开环对数幅频特性。

$$\text{高阶最优变系统模型 } G(s) = \frac{K(T_2 s + 1)}{s(T_1 s + 1)(T_3 s + 1)}$$

解：采用I型系统跟踪速度信号： $K_v > \frac{60 \times 60}{7.2} = 500$ ，取 $K_v = 550$, $20\lg K_v \approx 55\text{dB}$

已知 $M_p < 25\%$, $\therefore M_r = 0.6 + 2.5M_p < 1.225$, 取 $M_r = 1.2$,

由于 $t_s < 0.2\text{s}$, 即 $t_s = \frac{\pi \left[2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2 \right]}{\omega_c} < 0.2$, 可求得 $\omega_c > 37.7\text{rad/s}$,

取 $\omega_c = 40\text{rad/s}$, 此时 $h = \frac{M_r + 1}{M_r - 1} = 11$, $\omega_3 = \omega_c \frac{M_r + 1}{M_r} = 73.3\text{rad/s}$,

$$\omega_2 = \omega_3 / h = 6.67\text{rad/s}, \quad \omega_1 = \frac{\omega_2 \omega_c}{K_v} = 0.45\text{rad/s}$$

要求相位裕度 $\gamma = \arctan \frac{\omega_c}{\omega_2} - \arctan \frac{\omega_c}{\omega_3} \approx 52^\circ$, ω_1 带来的相位变化: $\Delta\gamma_1 = \arctan \frac{\omega_1}{\omega_c} = 0.7^\circ$, 可忽略

小时常数0.005s带来的相位变化: $\Delta\gamma_4 = -\arctan \frac{\omega_c}{\omega_4} = -11.3^\circ$

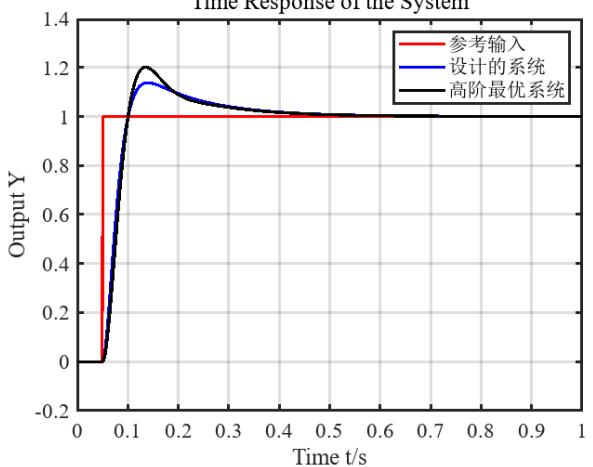


例題

修正: $T_3' = T_3 - T_4 = \frac{1}{73.3} - 0.005 = 0.0086s$

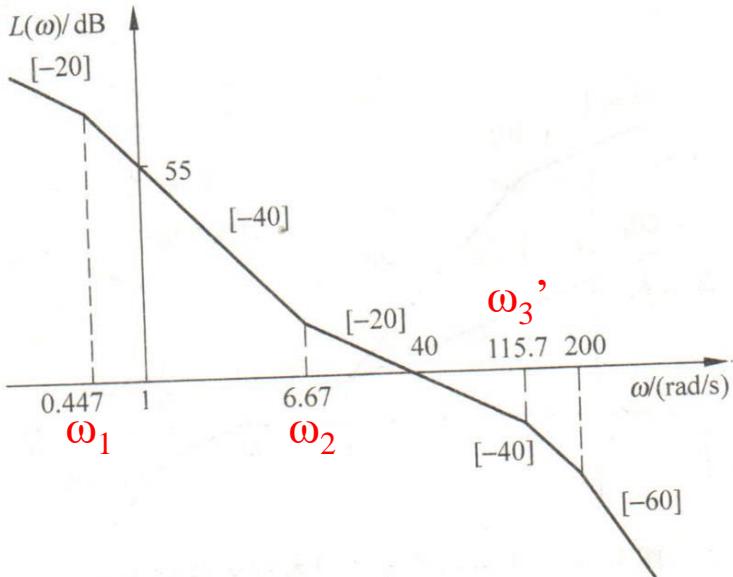
$$\omega_3' = \frac{1}{T_3'} = \frac{1}{0.0086} = 115.7 \text{ rad/s}$$

$$G(s) = \frac{550 \left(\frac{1}{6.67} s + 1 \right)}{s \left(\frac{1}{0.45} s + 1 \right) \left(\frac{1}{115.7} s + 1 \right) \left(\frac{1}{200} s + 1 \right)}$$



修正带来的 $\Delta\gamma = \arctan \frac{\omega_c}{\omega_3} - \arctan \frac{\omega_c}{\omega_3'} = 9.6^\circ$

$$\gamma = \arctan \frac{\omega_c}{\omega_2} - \arctan \frac{\omega_c}{\omega_3} - \arctan \frac{\omega_c}{\omega_4} = 50.3^\circ$$



7.5.3 用希望对数频率特性进行校正装置的设计

固有频率特性是尚未加校正时系统的开环频率特性 $G_0(s)$ 。

加上校正装置后的希望对数频率特性 $G^*(s)$ 根据指标要求（中频段为2-1-2型）

$$G^*(s) = G_0(s)G_j(s)$$

则 $20\lg|G_j(j\omega)| = 20\lg|G^*(j\omega)| - 20\lg|G_0(j\omega)|$

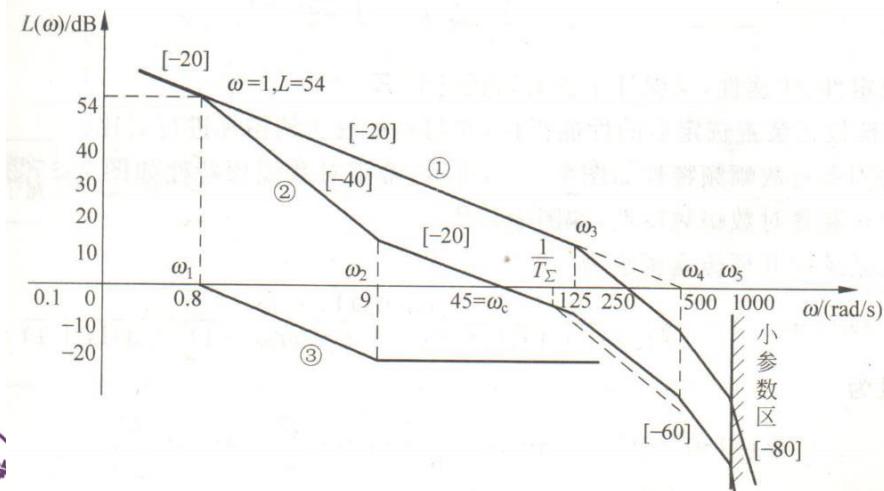


图 7-35 幅频特性图

- ① 原系统固有开环对数幅频特性
- ② 希望对数幅频特性
- ③ 校正装置的对数幅频特性曲线



例题

例7-6: $G_0(s) = \frac{500}{s(0.008s+1)(0.002s+1)(0.001s+1)}$ 要求校正后 $K_v \geq 500$, $M_p < 30\%$, $t_s < 0.2s$

解: 已知 $M_p < 30\%$, $\therefore M_r = 0.6 + 2.5M_p < 1.35$,

由于 $t_s < 0.2s$, 得 $\omega_c = \frac{\pi[2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2]}{t_s} > 44.5$, 取 $\omega_c = 45 \text{ rad/s}$

原系统转折频率分别为 $125 = 2.5\omega_c$, $500 = 11.1\omega_c \gg \omega_c$, $1000 = 22.2\omega_c \gg \omega_c$

所以 选择 $\omega_3 = 125$, $\omega_4 = 500$, $\omega_5 = 1000$,

$\omega_3 \approx 2\omega_c$

类似二阶最优

此时取 $T_\Sigma = T_3 + T_4 + T_5 = 0.008 + 0.002 + 0.001 = 0.011$, 则 $\omega_3' = \omega_\Sigma = 91 \text{ rad/s}$,

$$h = \frac{M_r + 1}{M_r - 1} > \frac{1.35 + 1}{1.35 - 1} = 6.7, \quad \text{取 } h = 10, \quad \text{则 } \omega_2 = \frac{\omega_3'}{h} \approx 9 \text{ rad/s}$$

为保证 $K_v \geq 500$, 需使 $\omega_1 = \frac{\omega_c \omega_2}{K_v} \leq \frac{45 \times 9}{500} \approx 0.8 \text{ rad/s}$,

校正环节: $G_j(s) = \frac{\frac{1}{9}s + 1}{\frac{1}{0.8}s + 1} = \frac{0.11s + 1}{1.25s + 1}$,

校正后: $G(s) = \frac{500(0.11s + 1)}{s(1.25s + 1)(0.008s + 1)(0.002s + 1)(0.001s + 1)}$

滞后
校正



例题

$$\Delta\gamma_1 = -\arctan \frac{\omega_c}{\omega_1} = -\arctan \frac{45}{0.8} = -89^0$$

本例中可近似将 $\frac{1}{1.25s+1} \Rightarrow \frac{1}{s}$

$$-\arctan \frac{45}{125} - \arctan \frac{45}{500} - \arctan \frac{45}{1000} = -27.5^0$$

$$-\arctan \frac{\omega_c}{\omega_\Sigma} = -\arctan \frac{45}{91} = -26.3^0$$

$$\text{近似表达式 } G(s) = \frac{500(0.11s+1)}{s^2(0.011s+1)}$$

高阶最优模型

$$G(s) = \frac{K_v(T_2s+1)}{s^2(T_3s+1)}$$

要求校正后
 $K_v \geq 500$, $M_p < 30\%$,
 $t_s < 0.2s$, 满足期望
 性能指标了吗?

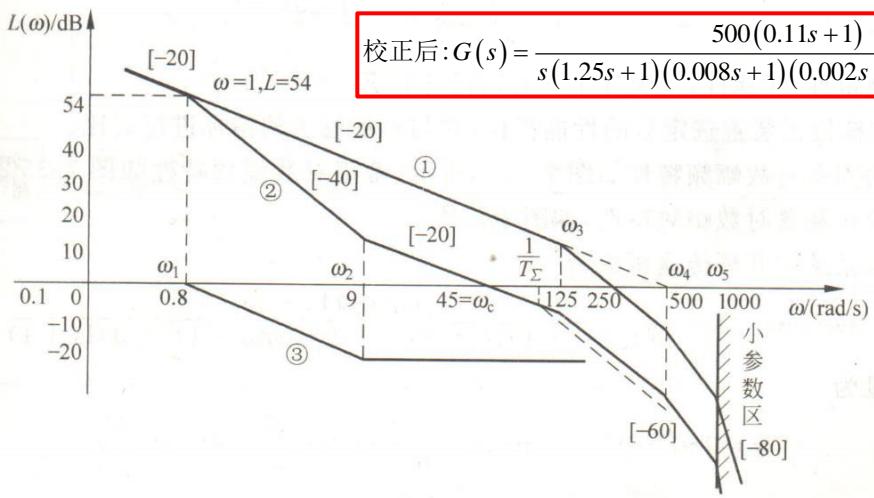
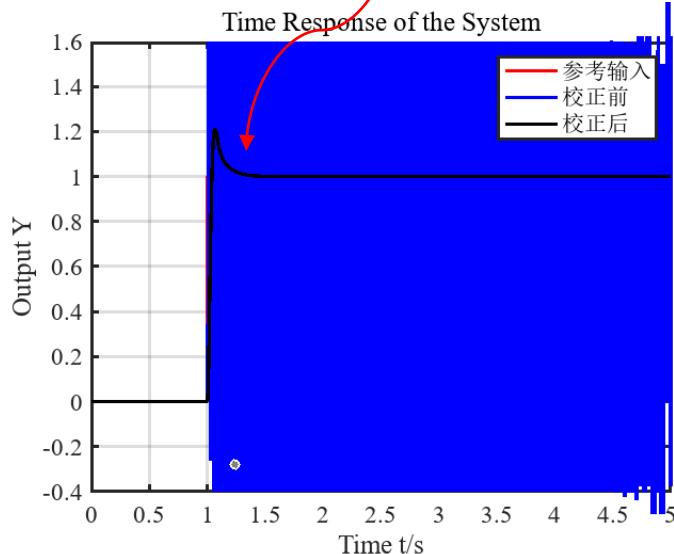


图 7-35 幅频特性图





第七章作业

❖ 课后习题：

以下红色字体黄色背景的习题。

- ①MatLab: 1(PD), 2(PI)
- ②PD: 15,16; PI: 15,18; PI-PD: 7,13
- ③PID: 20
- ④二阶最优: 17(二阶)
- ⑤高阶最优: 7(低中)9,11(低中高),6,12(低频)
- ⑥反馈校正: 19
- ⑦时域频域指标: 4,8

