电工电子学复习提纲

第二章 电路分析基础

正弦交流电路

相量表示法

设有个正弦电压为$u=\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi)$，那么相量法表示该电压即为$\dot{U}=U\angle\varphi$，这里$U$表示正弦电压的有效值。
只有在各个正弦量均为同一频率时，各正弦量变换成相量进行运算才有意义。

电阻

$$\dot{U}=R\dot{I}$$

电感

$$\dot{U}=jX_L\dot{I}$$

其中$X_L=\omega L=2\pi fL$，称为感抗。X_L是电压有效值与电流有效值之比，而不是它们的瞬时值之比。当电流的频率为零即直流时，感抗为零，故电感在直流稳态时相当于短路。

电容

$$\dot{U}=-jX_C\dot{I}$$

其中$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}$，称为容抗。对于一定的$C$来说，频率越高，则容抗越小，对正弦电流的“阻止”能力越弱，即意味着高频电流容易通过电容。直流时频率为零，容抗为无穷大，故电容在直流电路处于稳定状态时不能通过电流,相当于开路。

基尔霍夫的相量形式

KCL的相量形式为

$$\sum\dot{I}=0$$

在电路任一节点上的电流相量代数和为零。

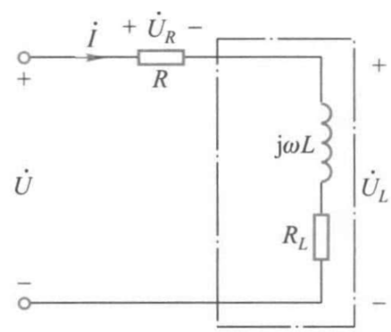
KVL的相量形式为

$$\sum \dot{U} = 0$$

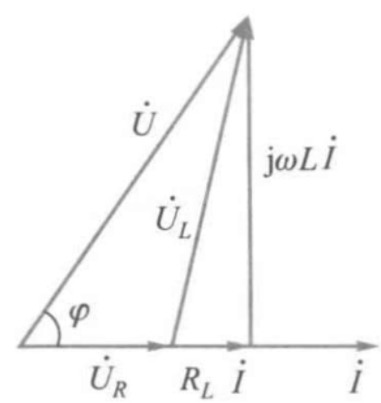
沿任一回路，各支路电压相量的代数和为零。

例题2.1

有时为了测量电感线圈的电感和电阻,将它和一个电阻R串联后接在工频交流电源上,如右图所示。现测得$U=220V, U_R=79V, U_L=193V, I=0.4A$。试求线圈的电阻$R_L$和电感$L$。



以电流为参考相量作出电路的相量图。



$$\cos\varphi = \frac{U^2+U_R^2-U_L^2}{2UU_R} = 0.5, \varphi = 60^\circ$$

由$U\sin\varphi = \omega L I$，可知

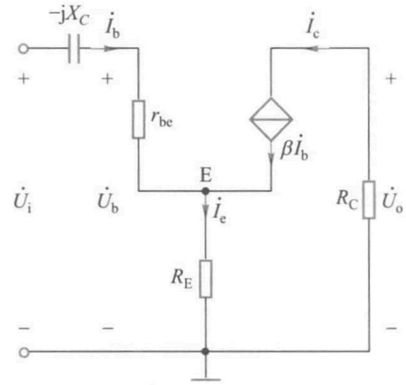
$$L = \frac{U\sin\varphi}{\omega I} = 1.517H$$

又由$U_R + R_L I = U\cos\varphi$，可知

$$R_L = \frac{U\cos\varphi - U_R}{I} = 77.5\Omega$$

例题2.2

如右图所示电路中含有一个晶体管的小信号模型。已知$r_{be}=700\Omega,\beta=30,R_E=30\Omega,R_C=2.4k\Omega,C=5\mu F,\dot{U}_i=20\angle 0^{\circ}mV$，求外加信号$u_i$的频率为$1000Hz$时的$\dot{U}_b$和$\dot{U}_o$



$f=1000Hz$时

$$X_C=\frac{1}{2\pi fC}=31.8\Omega$$

$$\dot{I}_e=\dot{I}_b+\beta\dot{I}_b=(1+\beta)\dot{I}_b$$

$$\dot{U}_i=(r_{be}-jX_C)\dot{I}_b+R_E\dot{I}_e=1630.3\angle-1.1^{\circ}\dot{I}_b$$

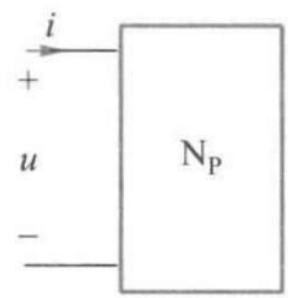
$$\dot{I}_b=12.27\times 10^{-6}\angle 1.1^{\circ}$$

$$\dot{U}_b=[r_{be}+(1+\beta)R_E]\dot{I}_b=0.02\angle 1.1^{\circ}$$

$$\dot{U}_o=-R_C\dot{I}_c=-\beta R_C\dot{I}_b=0.88\angle-178.9^{\circ}$$

瞬时功率

设如右图所示的无源二端网络的电流和电压分别为$i=\sqrt{2}I\sin\omega t$和$u=\sqrt{2}U\sin(\omega t+\varphi)$



$$p=ui=UI\cos\varphi(1-\cos 2\omega t)+UI\sin\varphi\sin 2\omega t$$

有功功率

电路中的电感和电容并不消耗功率,只是起能量吞吐作用。电路中的平均功率等于电阻所消耗的功率，因此平均功率又称为有功功率。
对于正弦电路，其平均功率

$$P=UI\cos\varphi$$

$\cos\varphi$称为功率因数(用λ表示)，φ称为功率因数角

无功功率

无功功率为正弦交流电路中储能元件与电源进行能量交换的瞬时功率最大值，单位为乏（var）

$$Q=UI\sin\varphi$$

感性无功功率与容性无功功率可以相互补偿，故有

$$Q = Q_L - Q_C$$

视在功率

电路的电压有效值与电流有效值的乘积，称为电路的视在功率，用S表示：

$$S = UI$$

单位为伏·安$(V \cdot A)$。视在功率通常用来表示电源设备的容量。
由上可知，交流电路中的有功功率、无功功率和视在功率三者的关系为

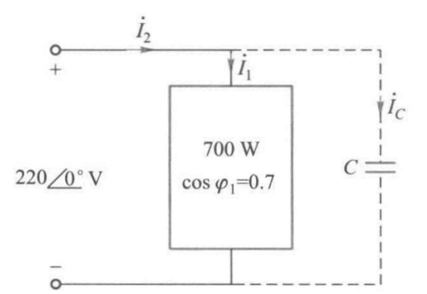
$$P = S\cos\varphi, Q = S\sin\varphi, S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

功率因数的提高

由于工业上大量的设备均为感性负载，因此常采用并联电容器的方法来提高功率因数。

例题2.3

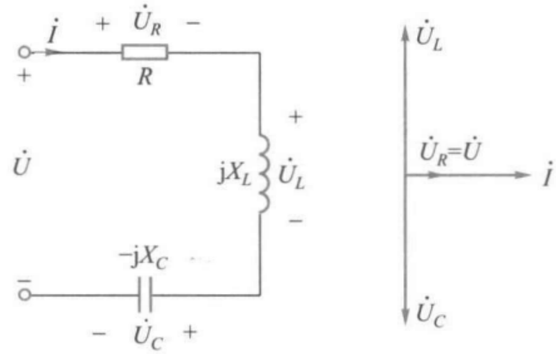
一台单相异步电动机接到$50Hz, 220V$的供电线路上，如右图所示。电动机吸收有功功率$700W$,功率因数$\lambda_1 = \cos\varphi_1 = 0.7$（电感性）。今并联一电容器使电路的功率因数提高至$\lambda_2 = \cos\varphi_2 = 0.9$,求所需电容量。



由$\cos\varphi_1 = 0.7, \cos\varphi_2 = 0.9$知$\tan\varphi_1 = 1.02, \tan\varphi_2 = 0.484$
未接入电容时P, Q之间的关系是
$Q_L = UI\sin\varphi_1 = UI\cos\varphi_1\tan\varphi_1 = P\tan\varphi_1$
接入电容之后有功功率不变，无功功率$Q = Q_L - Q_C$
$Q = P\tan\varphi_2$
则$Q_C = Q_L - Q = P(\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2) = 375.2var$
又$Q_C = \dfrac{U^2}{X_C} = U^2 \cdot 2\pi fC$
解得$C = 24.7\mu F$

串联谐振

在右图的RLC串联电路中，当$X_L = X_C$时$\dot{U}$和$\dot{I}$同相，整个电路呈电阻性，电路的这种工作状态称为串联谐振。



1. 串联谐振时阻抗$Z = R + j(X_L - X_C) = R$最小，在电压一定时，电流有效值最大，即

$$I_0 = \frac{U}{R}$$

I_0称为串联谐振电流。

2. 设串联谐振时的频率为f_0，则$\frac{1}{2\pi f_0 C} = 2\pi f_0 L$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

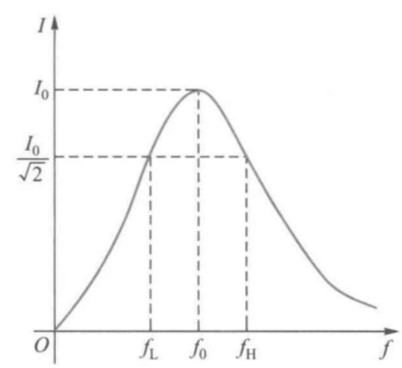
3. 串联谐振时的感抗或容抗称为谐振电路的特性阻抗，用ρ表示，即

$$\rho = 2\pi f_0 L = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

4. 通常把串联谐振时U_L或U_C与U之比称为串联谐振电路的品质因数，也称为Q值，即

$$Q = \frac{U_L}{U} = \frac{2\pi f_0 L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

5. 将电源电压有效值不变时电流随频率变化的曲线称为电流谐振曲线。当$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$时在谐振曲线上两个对应点的频率f_L和f_H之间的范围，称为电路的通频带f_{BW}，通频带与品质因数的关系为

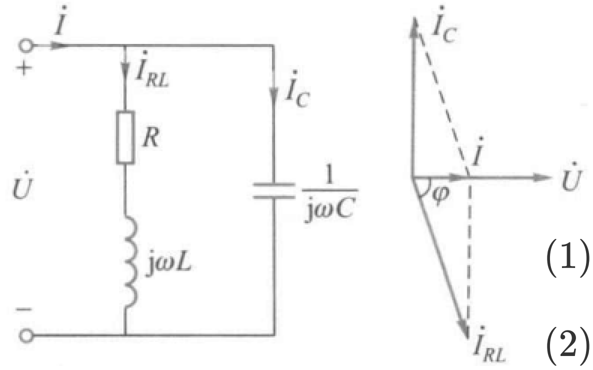


$$f_{BW} = f_H - f_L = \frac{f_0}{Q}$$

因此通频带的大小与品质因数Q有关。Q越大，通频带宽度越小，谐振曲线越尖锐，电路对频率的选择性越好。

并联谐振

线圈和电容器并联的电路如右图，图中L是线圈的电感，R是线圈的电阻。当电路中的总电流$\dot{I}$和总电压$\dot{U}$同相时，称为并联谐振。



电路的总电流$\dot{I}$为

$$\begin{aligned}
\dot{I} &= \dot{I_{RL}} + \dot{I}_C \qquad (1) \\
&= \frac{\dot{U}}{R + j2\pi fL} + \frac{\dot{U}}{-j\frac{1}{2\pi fC}} \qquad (2) \\
&= \left[\frac{R}{R^2 + (2\pi fL)^2} - j\left(\frac{2\pi fL}{R^2 + (2\pi fL)^2} - 2\pi fC\right)\right] \qquad (3)
\end{aligned}$$

1. 设并联谐振时的频率为f_0，谐振时括号内的虚部为零，即

$$\frac{2\pi f_0 L}{R^2 + (2\pi f_0 L)^2} - 2\pi f_0 C = 0$$

得

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}\sqrt{1 - \frac{C}{L}R^2}$$

当$R \ll 2\pi f_0 L$时可近似表达为

$$f_0 \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

2.