



3 平面机构力分析

3-1 运动副中的反力

3-2 力分析的图解法

3-3 力分析的杆组法

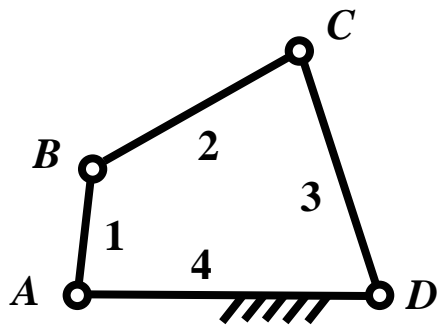
3-4 机械的效率

3-5 机械的自锁

3 平面机构力分析

■ 思考题

- 铰链四杆机构中，构成回转副两构件能作整周回转的条件是什么？



3-1 运动副中的反力

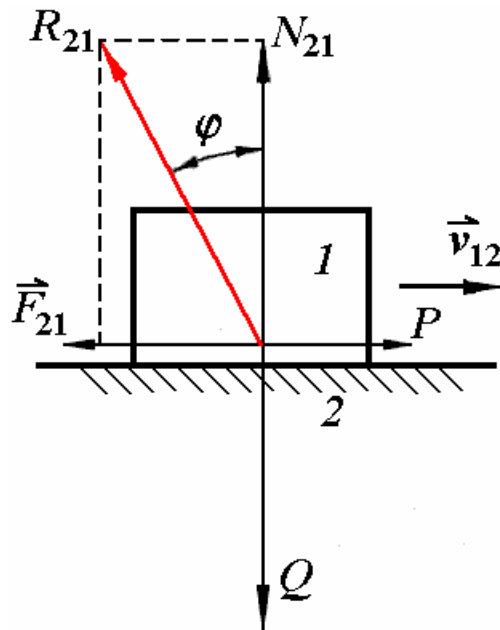
■ 移动副中的反力

1) 总反力方向已知，但大小未知。

2) 总反力的作用点在接触线上，但具体位置未知。

因此有2个未知量。

其中：摩擦角 $\varphi = \arctan f$



3-1 运动副中的反力

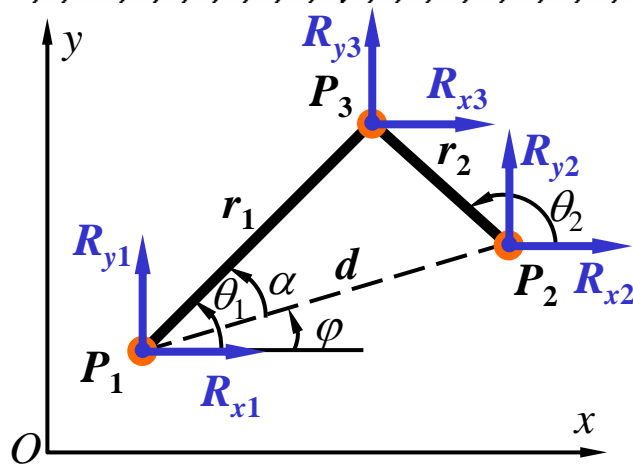
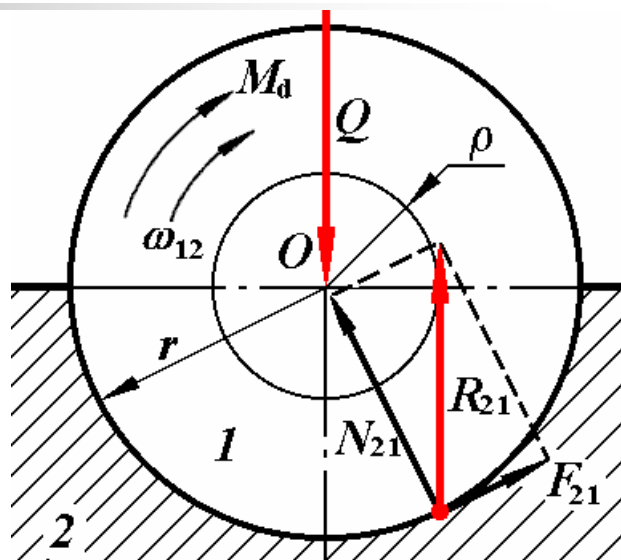
■ 回转副中的反力

- 1) 总反力必切于摩擦圆。
 - 2) 总反力大小与作用点均未知。
- 因此有2个未知量。

其中摩擦圆半径 $\rho = f_v r$
 f_v 为当量摩擦系数

■ 杆组满足静定条件

$$3n = 2P_L$$

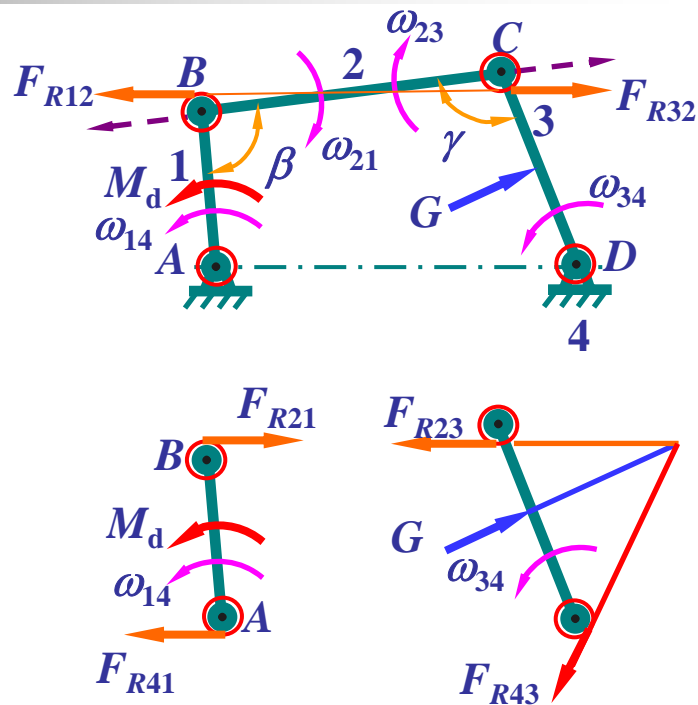


3-2 力分析的图解法

例 已知各构件的尺寸、各转动副的半径 r 和当量摩擦系数 f_v 、作用在构件3上的工作阻力 G 及其作用位置，求作用在曲柄1上的驱动力矩 M_d （不计重力和惯性力）。

解

- (1) 根据已知条件作摩擦圆
- (2) 作二力杆反力的作用线
- (3) 分析其它构件的受力状况



3-2 力分析的图解法

(4) 列力平衡向量方程

$$\mathbf{F}_{R43} + \mathbf{F}_{R23} + \mathbf{G} = 0$$

大小 ? ? ✓

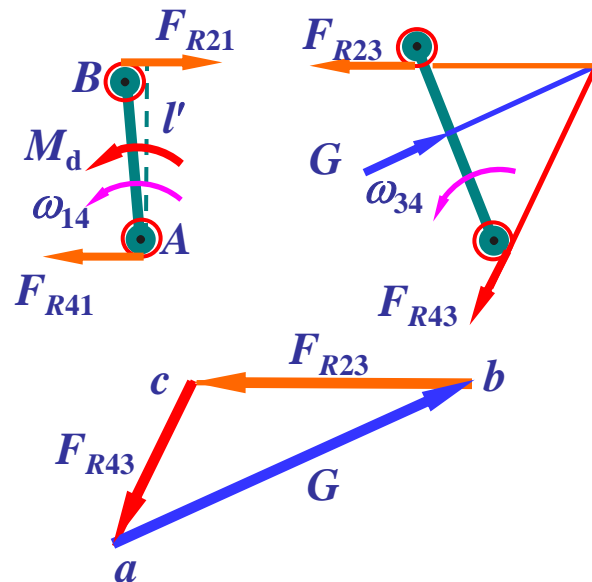
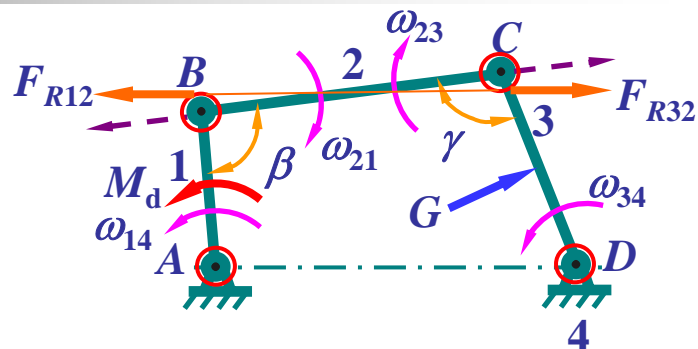
方向 ✓ ✓ ✓

选比例尺 μ_F (N/mm) 作图

$$F_{R23} = \mu_F bc$$

$$F_{R21} = -F_{R23}$$

$$M_d = \mu_F bc \times l'$$

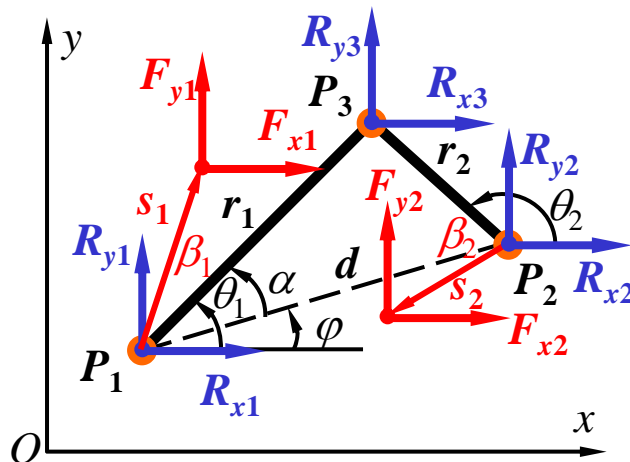


3-3 力分析的杆组法

基本思想:

1) 对基本杆组进行受力分析并编制相应的求解函数。

2) 从输出构件开始, 依次对各杆组调用相应的求解函数, 完成整个机构的受力分析。



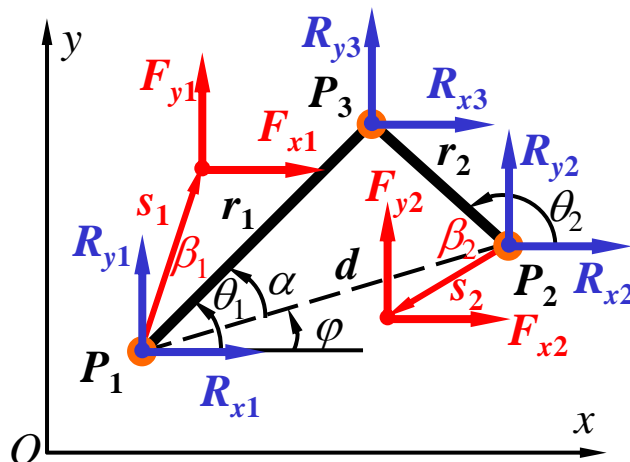
以二级杆组RRR为例:

已知 P_1 、 P_2 的几何参数、两杆长度及其所受主动力及其作用点。求运动副处的全部反力。各反力约定如下: 外接副, 指该杆组受到的作用力; 内接副, 指构件1受到的作用力。

3-3 力分析的杆组法

线性方程组如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{x1} + R_{x3} + F_{x1} = 0 \\ R_{y1} + R_{y3} + F_{y1} = 0 \\ -r_1 \sin(\theta_1) R_{x3} + r_1 \cos(\theta_1) R_{y3} \\ \quad - s_1 \sin(\theta_1 + \beta_1) F_{x1} + s_1 \cos(\theta_1 + \beta_1) F_{y1} = 0 \\ R_{x2} - R_{x3} + F_{x2} = 0 \\ R_{y2} - R_{y3} + F_{y2} = 0 \\ r_2 \sin(\theta_2) R_{x3} - r_2 \cos(\theta_2) R_{y3} \\ \quad - s_2 \sin(\theta_2 + \beta_2) F_{x2} + s_2 \cos(\theta_2 + \beta_2) F_{y2} = 0 \end{array} \right.$$





3-3 力分析的杆组法

计入摩擦力时，非线性方程组需用逼近法求解：

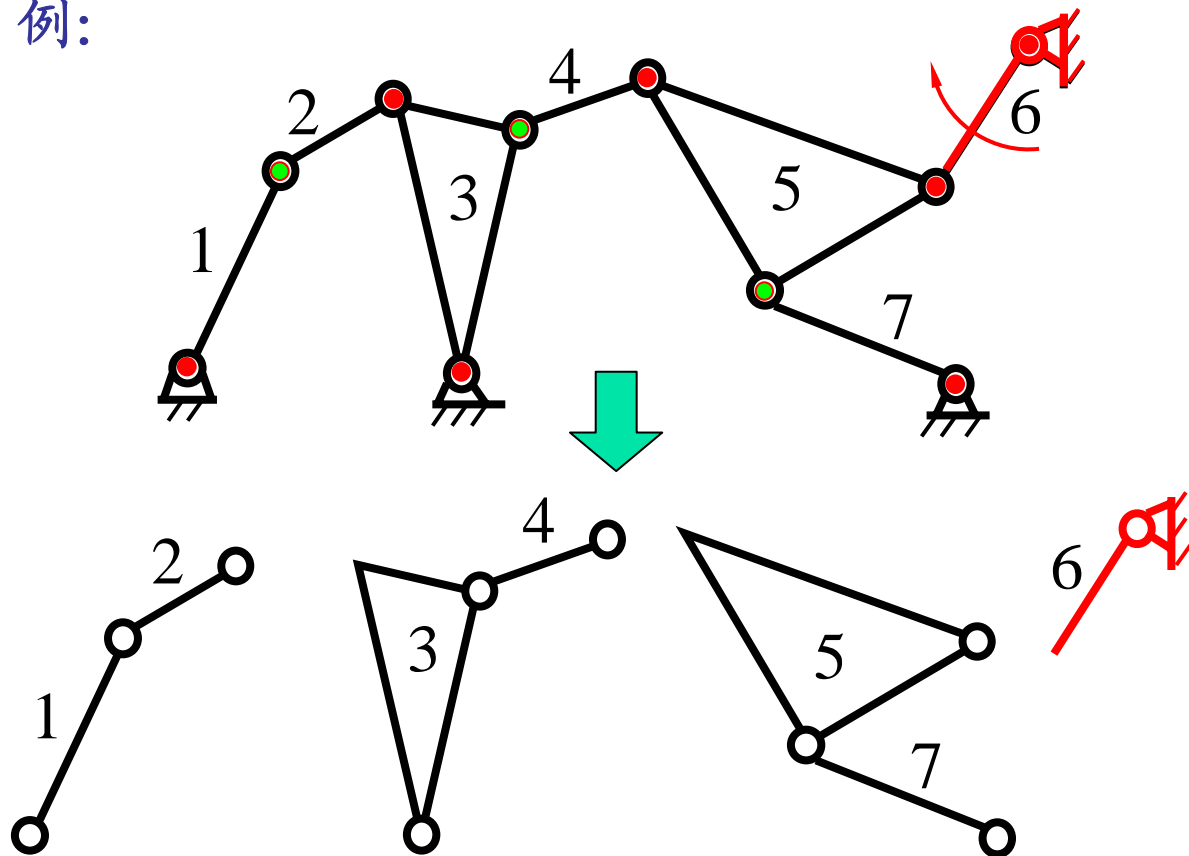
(1) 令 $f_v=0$ ，求出理想机械中的约束反力。

(2) 根据求出的约束反力计算运动副中的摩擦力和摩擦力矩，将其作为已知力加在相应的构件上重新计算约束反力。

(3) 重复(2)，直到相邻两次计算的约束反力误差满足分析精度要求为止。

3-3 力分析的杆组法

例:



3-4 机械的效率

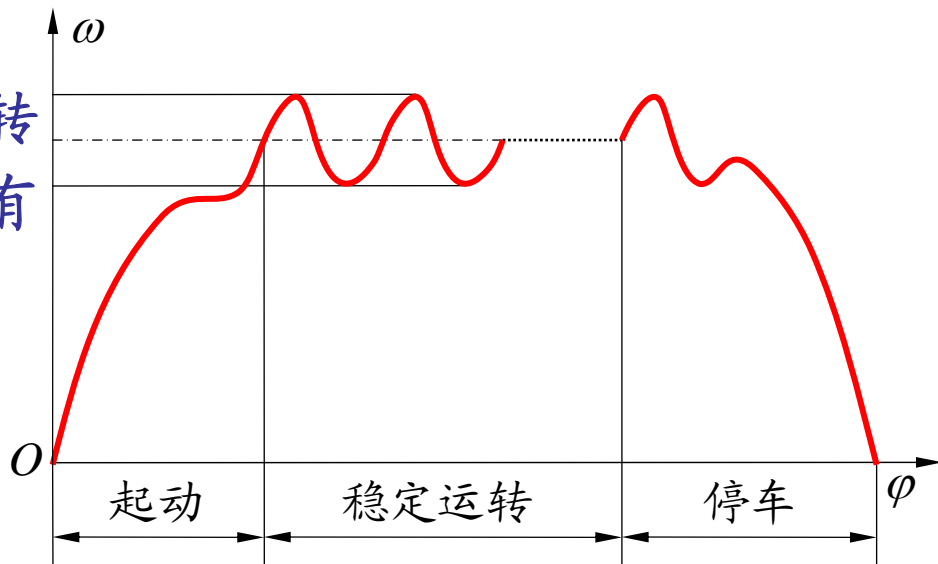
机器的真实运动：起动+稳定运转+停车

在稳定运转阶段的一个周期内，**输入功**等于克服工作阻力所作的**有益功**与克服摩擦阻力所作的**无用功**之和。

$$A_d = A_r + A_f$$

机械效率：在稳定运转阶段的一个周期内，有益功与输入功的比值。
当按匀速运转考虑时，
上式等价于：

$$N_d = N_r + N_f$$



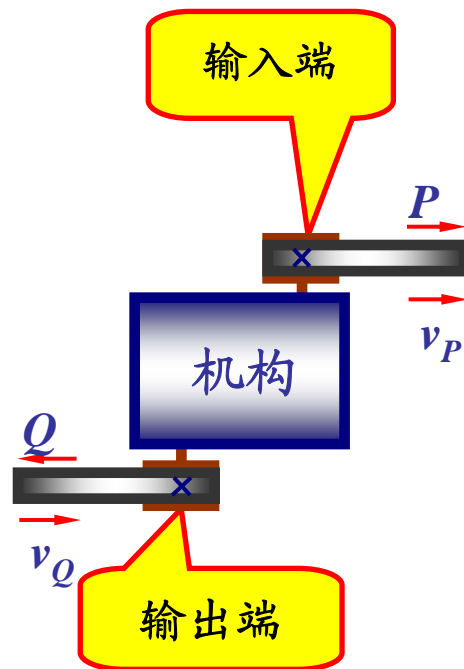
3-4 机械的效率

由机械效率定义导出其表达式为：

$$\eta = \frac{A_r}{A_d} = 1 - \frac{A_f}{A_d}$$

当按匀速运转考虑时，上式等价于

$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{Qv_Q}{Pv_P}$$



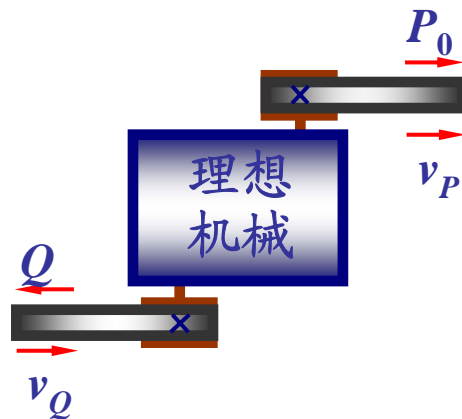
3-4 机械的效率

对相同的工作阻力 Q ，理想机械，有

$$\eta_0 = \frac{N_r}{N_d} = \frac{Qv_Q}{P_0v_P} = 1$$

从而，对实际机械

$$\eta = \frac{Qv_Q}{Pv_P} = \frac{P_0v_P}{Pv_P} = \frac{P_0}{P}, \quad \eta = \frac{M_{P0}}{M_P}$$



3-4 机械的效率

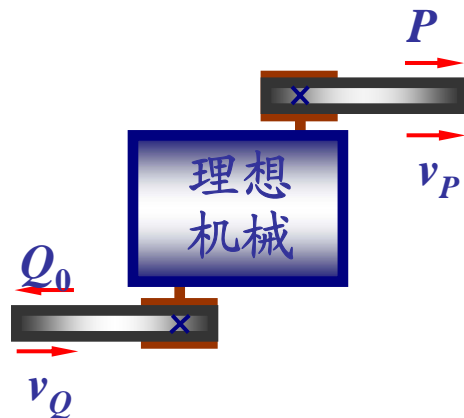
对相同的驱动力 P ，理想机械，有

$$\eta_0 = \frac{N_r}{N_d} = \frac{Q_0 v_Q}{P v_P} = 1$$

实际机械

$$\eta = \frac{Q v_Q}{P v_P} = \frac{Q v_Q}{Q_0 v_Q} = \frac{Q}{Q_0}, \quad \eta = \frac{M_Q}{M_{Q0}}$$

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\text{理想驱动力}}{\text{实际驱动力}} = \frac{\text{理想驱动力矩}}{\text{实际驱动力矩}} \\ &= \frac{\text{实际工作阻力}}{\text{理想工作阻力}} = \frac{\text{实际工作阻力矩}}{\text{理想工作阻力矩}} \end{aligned}$$



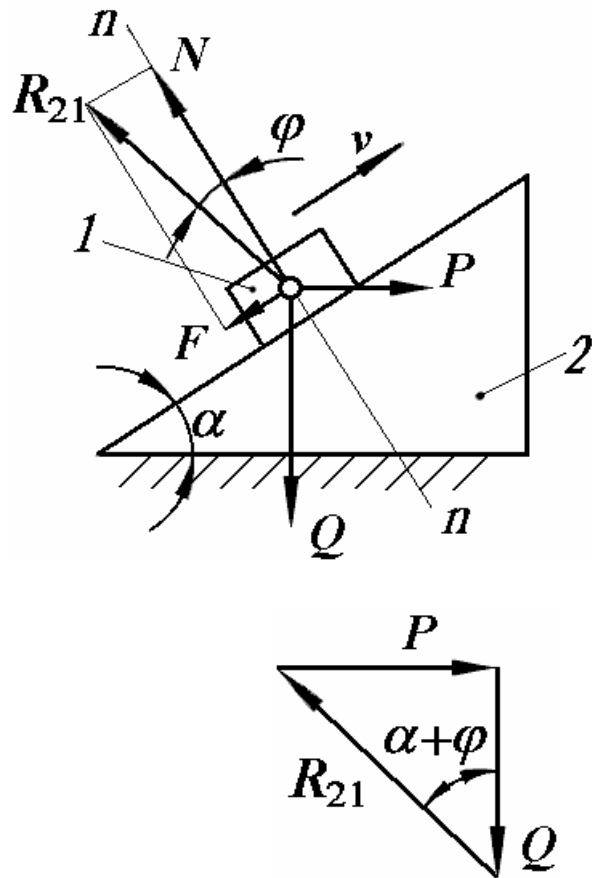
3-4 机械的效率

例 试分析斜面机构的效率。

解

1) 当滑块向上匀速滑动时。

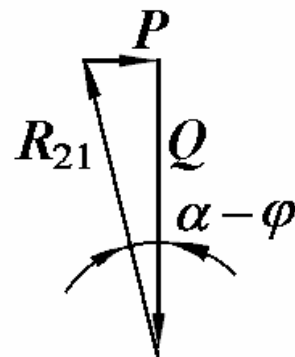
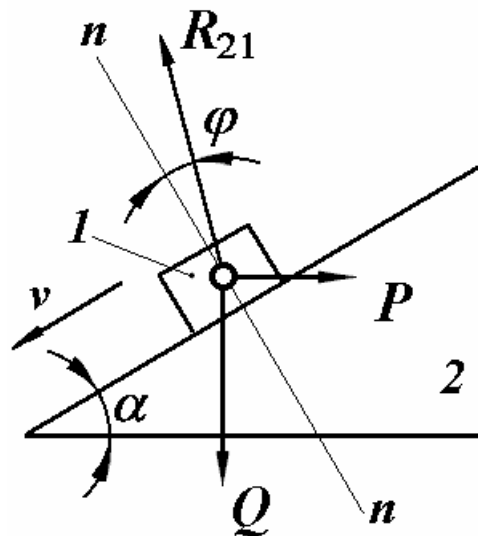
$$\begin{aligned}\eta &= \frac{P_0}{P} = \frac{Q \tan(\alpha + 0)}{Q \tan(\alpha + \varphi)} \\ &= \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varphi)}\end{aligned}$$



3-4 机械的效率

2) 当滑块向**下**匀速滑动时。

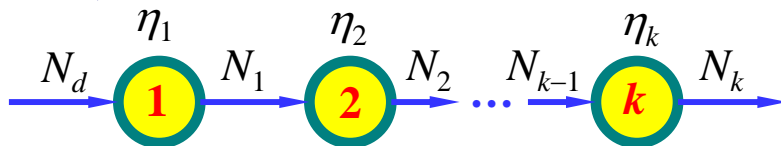
$$\begin{aligned}\eta^* &= \frac{P}{P_0} = \frac{Q \tan(\alpha - \varphi)}{Q \tan(\alpha - 0)} \\ &= \frac{\tan(\alpha - \varphi)}{\tan \alpha}\end{aligned}$$



3-4 机械的效率

机械系统的机械效率

(1) 串联



$$\eta = \frac{N_k}{N_d} = \frac{N_1}{N_d} \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot \frac{N_3}{N_2} \cdots \frac{N_k}{N_{k-1}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdots \eta_k$$

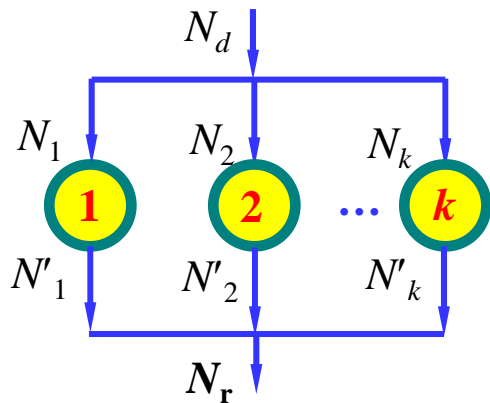
(2) 并联

$$N_d = N_1 + N_2 + \cdots + N_k$$

$$N_r = N'_1 + N'_2 + \cdots + N'_k$$

$$= N_1\eta_1 + N_2\eta_2 + \cdots + N_k\eta_k$$

$$\eta = \frac{N_r}{N_d} = \frac{N_1\eta_1 + N_2\eta_2 + \cdots + N_k\eta_k}{N_1 + N_2 + \cdots + N_k}$$



3-4 机械的自锁

移动副的自锁条件:

$$\beta \leq \varphi$$

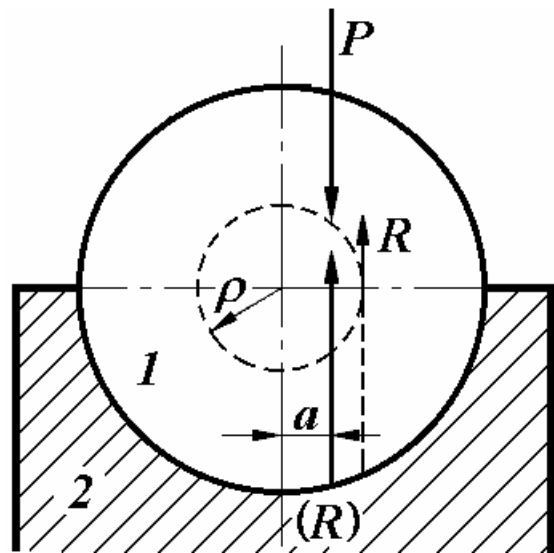
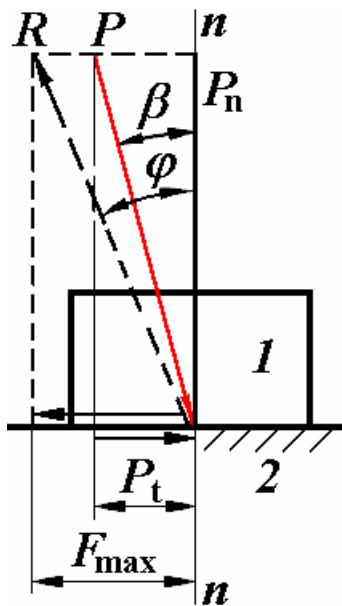
回转副的自锁条件:

$$a \leq \rho$$

机械的自锁条件:

$$\eta^* \leq 0$$

以斜面机构为例: $\eta^* = \frac{\tan(\alpha - \varphi)}{\tan \alpha} \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad \alpha \leq \varphi$

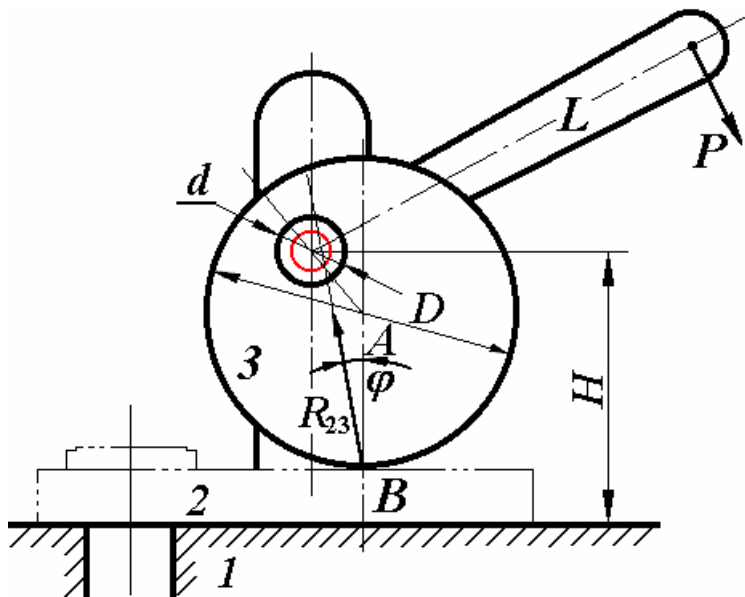


3-5 机械的自锁

例1 已知偏心夹具的几何尺寸，偏心轴颈的摩擦圆半径为 ρ ，摩擦角为 φ ，分析该夹具反行程的自锁条件。

解

若总反力 R_{23} 与摩擦圆相割，则夹具发生自锁。



3-5 机械的自锁

自锁条件为：

$$s - s_1 \leq \rho$$

在直角 $\triangle ABC$ 中

$$s_1 = AC = (D \sin \varphi) / 2$$

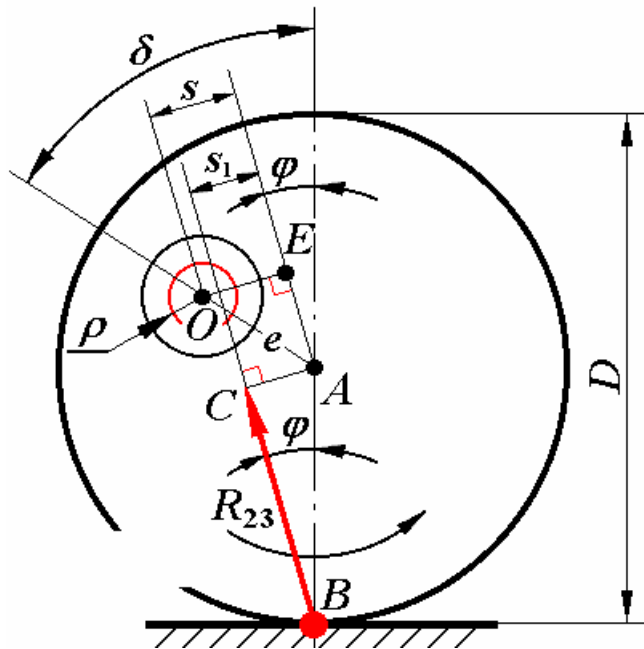
在直角 $\triangle OEA$ 中

$$s = OE = e \sin(\delta - \varphi)$$

δ 称为楔紧角。

自锁条件为:

$$e\sin(\delta-\varphi)-(D\sin\varphi)/2\leq\rho$$



3-5 机械的自锁

例2 分析斜面压榨机的自锁条件。

解 最小的平衡力 P 与压力 Q 之间的关系为：

$$P = Q \tan(\alpha - 2\varphi)$$

故： $\eta^* = P/P_0 = \tan(\alpha - 2\varphi)/\tan\alpha$ $\eta^* \leq 0$ 即 $\alpha \leq 2\varphi$

