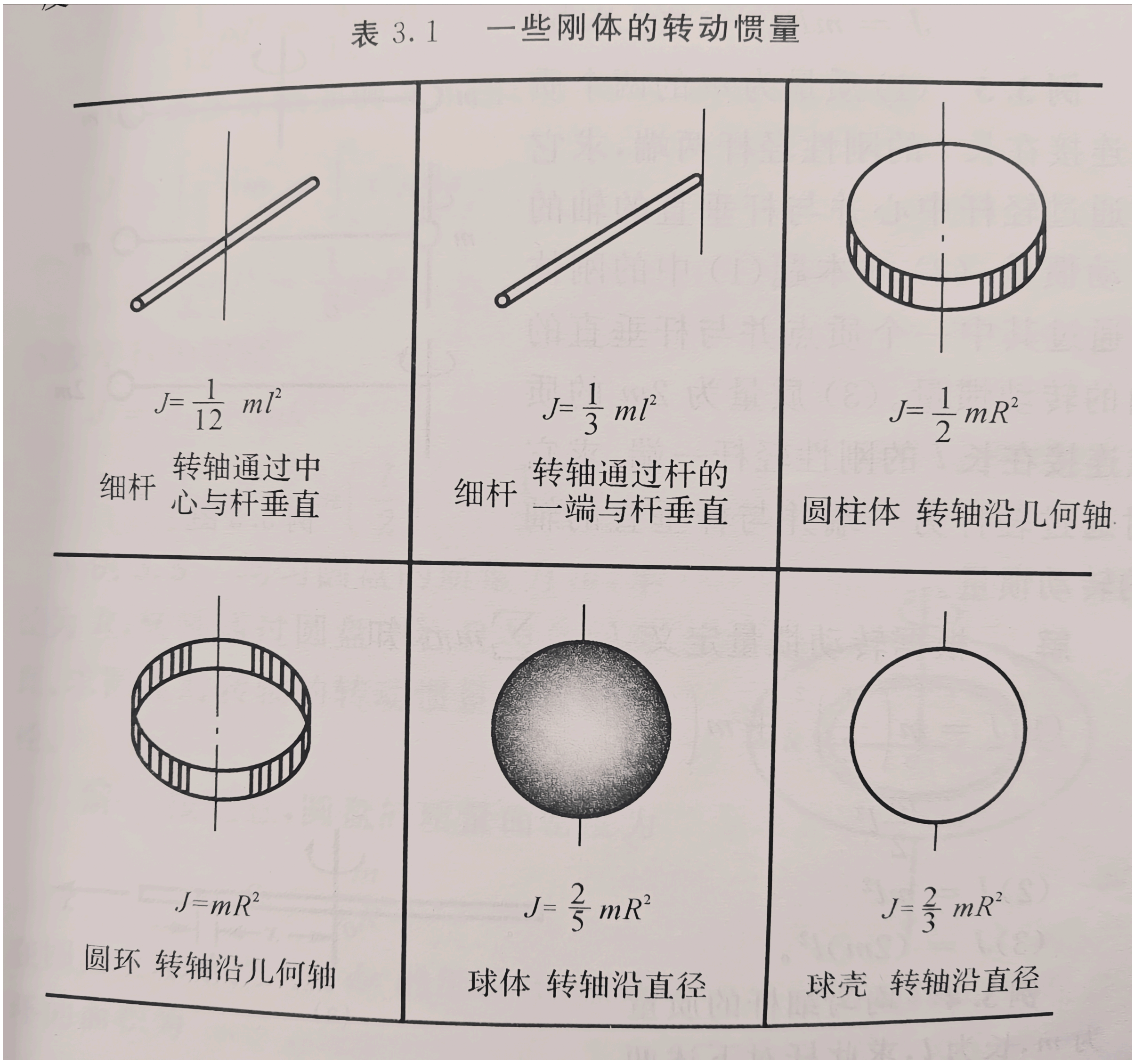
大学物理1期中复习

刚体力学

转动惯量



平行轴定理

刚体对任一转轴的转动惯量为J，对通过质心的平行轴的转动惯量J_C，两轴之间的距离为h，则有

$$J = J_C + mh^2$$

垂直轴定理

若刚体薄板在xy平面内，对x轴和y轴的转动惯量分别为J_x和J_y，则薄板对z轴的转动惯量为

$$J_z = J_x + J_y$$

公式比较

表 3.2　质点运动与刚体定轴转动的比较

质点运动		刚体的定轴转动	
速度	$\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$	角速度	$\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$
加速度	$\boldsymbol{a} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$	角加速度	$\beta = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$
质量	m	转动惯量	$J = \int r^2 \mathrm{d}m$
力	$\boldsymbol{F}$	对轴的力矩	$M = Fr\sin\varphi$
动量	$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$	对轴的角动量	$L = J\omega$
牛顿第二定律	$\boldsymbol{F} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t} = m\boldsymbol{a}$	转动定律	$M = \dfrac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = J\beta$
冲量	$\int_{t_0}^{t} \boldsymbol{F}\mathrm{d}t$	冲量矩	$\int_{t_0}^{t} M\mathrm{d}t$
动量定理	$\int_{t_0}^{t} \boldsymbol{F}\mathrm{d}t = m\boldsymbol{v} - m\boldsymbol{v}_0$	角动量定理	$\int_{t_0}^{t} M\mathrm{d}t = J\omega - J\omega_0$
动量守恒定律	$\boldsymbol{F} = 0$ 时，$m\boldsymbol{v}$ = 常量	角动量守恒定律	$M = 0$ 时，$J\omega$ = 常量
力的功	$A = \int \boldsymbol{F}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$	力矩的功	$A = \int M\mathrm{d}\theta$
功率	$P = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v}$	功率	$P = M\omega$
动能	$E_k = \dfrac{1}{2}mv^2$	转动动能	$E_k = \dfrac{1}{2}J\omega^2$
动能定理	$A = \dfrac{1}{2}mv^2 - \dfrac{1}{2}mv_0^2$	转动动能定理	$A = \dfrac{1}{2}J\omega^2 - \dfrac{1}{2}J\omega_0^2$

流体力学简介

伯努利方程

设管道中完全不可压缩和完全无粘滞性的理想流体，则对任一截面

$$pV + \frac{1}{2}mv^2 + mgh = C$$

C为常量
也可以写成

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = C$$

压强和流速的关系

若管道是水平的

$$p+\frac{1}{2}\rho v^2=C$$

狭义相对论

洛伦兹变换

假设有两个惯性系K和K',对应坐标轴互相平行，K'系相对K系以速度u沿x轴正方向做匀速直线运动，并设$t=t'=0$时两个原点o和o'恰好重合。若某事件在K系（一般是地面）中是t时刻发生在(x,y,z)处，而同一时间在K'系（一般是列车等相对地面高速运动的参考系）中是t'时刻发生在(x',y',z')处，则有

$$\begin{cases}x'=\dfrac{x-ut}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\\ y'=y\\ z'=z\\ t'=\dfrac{t-\frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\end{cases}$$

设想K系相对K'系以$-u$运动，即得其逆变换

$$\begin{cases}x=\dfrac{x'+ut'}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\\ y=y'\\ z=z'\\ t=\dfrac{t'+\frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}\end{cases}$$

爱因斯坦速度变换

$$\begin{cases}v_x'=\dfrac{v_x-u}{1-\frac{uv_x}{c^2}}\\ \\ v_y'=\dfrac{v_y\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1-\frac{uv_x}{c^2}}\\ \\ v_z'=\dfrac{v_z\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}{1-\frac{uv_x}{c^2}}\end{cases}$$

逆变换

$$
\begin{cases}
v_x = \dfrac{v'_x + u}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}} \\[2ex]
v_y = \dfrac{v'_y\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}} \\[2ex]
v_z = \dfrac{v'_z\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}}
\end{cases}
$$

长度收缩

设K系中沿x轴有一静止的杆，两个端点的空间坐标分别为x_1和x_2，即杆在K系中的长度为$l_0 = x_2 - x_1$
则在K'系中杆的长度l'为

$$
l' = (x_2 - x_1)\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}
$$

杆在与杆相对静止的参照系中的长度称为**固有长度**或者**静长**。
从公式中可以看出
在相对杆静止的惯性系中，杆的长度最大，等于杆的固有长度l_0。
在相对杆运动的惯性系中，杆沿运动方向的长度必小于固有长度。

时间膨胀

设在K系中的同一地点先后发生两个事件，其时空坐标分别为$(x, t_1), (x, t_2)$，K系中两个事件的时间间隔为$\Delta t_0 = t_2 - t_1$
在K'系中，这两个事件的时间间隔$\Delta t'$为

$$
\Delta t' = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}
$$

从公式中可以看出
若在某惯性系中，两个事件发生在同一地点，则在这个惯性系中测得这两个事件的时间间隔最短，为固有时间Δt_0
在其他惯性系中，这两个事件发生在不同地点，测得这两个事件的时间间隔大于固有时间。

质速关系

静止质量为0的物体以速度v运动时的质量m

$$
m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}
$$

狭义相对论动力学方程

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \frac{m_0 \mathbf{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

动能

$$E_k = m_0 c^2 (\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1)$$

即物体的动能等于因运动而增加的质量与光速二次方的乘积

质能方程

$$E = mc^2$$

这里的m是运动质量，E是总能量
物体的静止能量即

$$E_0 = m_0 c^2$$

能动关系

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$