

一、在零时刻从水平面某处以初速度 v_0 垂直向上抛掷一质量为 m 的小球。在小球运动过程中仅受到重力和空气阻力。重力加速度为 g ，空气阻力大小为 $f(v)$ ，其中 v 为小球的速度。小球在上升一段时间后下落至水平面，上升阶段经过时间与下落阶段经过时间分别记为 t_a 与 t_d 。小球回到水平面时的速度记为 v_f 。

(1) 试给出小球在 t 时刻的速度 $v(t)$ 所满足的微分方程，并分别写出 t_a, t_d, v_f 值的表达式（必要时可包含积分等形式）；

(2) 试说明 t_a 与 t_d 的大小关系，以及 v_f 与 v_0 的大小关系。

二、在水平面某处抛掷一小球，速率为 v ，方向与水平面夹角为 θ 。忽略空气阻力的影响。记小球返回水平面时小球在空中经过的长度为 $L(v, \theta)$ 。

(1) 求 $L(v, \theta)$ 的表达式（可用含微分、积分等形式表示）；

(2) 证明：对任意的 $v > 0$ ， $L\left(v, \frac{\pi}{4}\right) > L\left(v, \frac{\pi}{2}\right)$ ；

(3) 对任意的 $v > 0$ ，求 θ 的表达式，使得 $L(v, \theta)$ 最大。