

拔河比赛中的力学问题

管 靖

(北京师范大学物理学系 北京 100875)

王春风

(北京师范大学物理学系 北京 100875; 北京师范大学学报自然科学版编辑部 北京 100875)

(收稿日期: 2015-01-09)

摘 要: 本文分别利用质点模型和刚体模型来对拔河问题建立模型并进行了受力分析. 采用质点模型得到的结论是, 在摩擦因数相同的条件下, 体重较大者占优势. 采用刚体模型得到的结论是, 在体重相同的条件下, 选拔拔河比赛的队员时要优先选用身材较高的, 在比赛中还要求队员尽力保持身体的伸展.

关键词: 拔河比赛 质点模型 刚体模型 受力分析

图 1^[1] 和图 2 是正式拔河比赛的照片, 他们拔河的姿势和我们民间拔河有不小的差别. 看起来队员都身材高大、体态矫健, 男女队员拔河的姿势有共同之处——身体舒展向后倾斜. 为什么拔河时运动员身体要向后倾斜? 他们为什么尽量保持身体的伸展呢?



图 1



图 2

两队之间的拔河涉及比赛技巧和团队合作等问题, 难以作力学分析, 下面我们先简化为两个人之间的拔河, 建立质点模型进行分析讨论.

1 质点模型

图 3 是小孩与成人拔河的示意图, 二人的质量

分别为 m_1 和 m_2 , 先选用最简单的模型, 把两人都视为质点, 所以图中把人画成什么样子和人采用什么姿势都没有什么关系, 如果画成模型化的图则如图 4 所示.

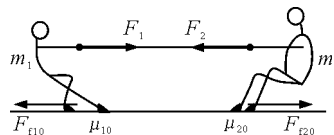


图 3

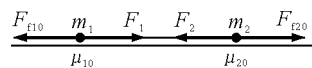


图 4

拔河所用的绳子模型化为不可伸长的柔软轻绳, 尽管成人力气大, 但他不可能对绳施加大于小孩施加的拉力, 轻绳两端的拉力总是大小相等的. 拔河胜负不直接取决于谁的力气更大, 而是取决于两个人受到的、由地面施与的最大静摩擦力的大小, 当某人受到的绳的拉力大于由地面施与的最大静摩擦力时, 他就被对方拉动, 他的比赛就输掉了. 摩擦力采用库仑模型, $F_{f0} \leq \mu_0 F_N$, 考虑到人所受地面支撑力 F_N 与重力 W 平衡, 所以不难想象, 若小孩站在普通地面上, 而成人站在冰面上, 比如 $\mu_{10} \approx 10\mu_{20}$, 小孩会是胜方. 若双方的鞋子相同, 站在同样的地面上, $\mu_{10} = \mu_{20}$, 则大人(体重较大者)获胜.

这种以质点模型来分析拔河的方法肯定过于简

单,很不尽人意,但得到了一个结论:在摩擦因数相同的条件下,体重较大者占优势.当然,仅根据这个结论来推断拔河比赛的胜负是不行的,果真如此,只要称称体重就可以判断胜负了,还要比赛干什么?但是,这个用最简单的模型得到的结论是最基础和非常重要的,成为拔河比赛中分级的基础,在正式拔河比赛中,每队8人,依照8人的总重量分级,比赛在体重级别相同的情况下进行,以保证比赛的公平.

2 刚体模型

本章我们前进一步,用最简单的刚体模型继续拔河问题的讨论.设甲、乙二人体重相等、身高相同,把两个人都简化为均匀直杆刚体模型.图5为二人相持的平衡状态,每个人所受地面支撑力 F_N 与重力 W 平衡,静摩擦力 F_{f0} 与绳拉力 F_T 平衡,设静摩擦力已接近最大值.根据转动刚体处于平衡的条件,以人脚处为转动的轴,人为保持平衡必须向后倾斜身体,使重力对脚(轴)的力矩与绳拉力对脚的力矩平衡.因二人体重相等、身高相同,故二人向后倾斜的角度也相同.

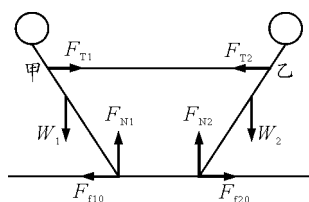


图5

图6所示为在保持绳长不变、二人脚的位置不变的条件下,由于某种原因甲后倾减少而乙后倾加剧的状态.由图6可见,甲所受绳拉力 F_{T1} 有竖直向下的分力,而乙所受绳拉力 F_{T2} 有竖直向上的分力,这使得甲所受地面支撑力 F_{N1} 比乙所受地面支撑力 F_{N2} 大,仍设摩擦因数相等,故乙所受地面的最大静摩擦力小于甲所受地面的最大静摩擦力.由于 $F_{T1} = F_{T2}$,所以和甲相比,乙的脚会先发生滑动(向左).一旦滑动则滑动摩擦力小于最大静摩擦力,因此乙可能失败.但从图6还可见,因二人体重相同 $W_1 = W_2$,

重心高度相同,乙向后倾斜得更厉害,所以乙所受重力 W_2 对脚的力臂大于甲所受重力 W_1 对脚的力臂,因此乙所受重力 W_2 对脚的力矩大于甲所受重力对脚的力矩,二人都有可能顺时针转动,于是乙也有获胜的可能.如果考虑到人不是简单的均匀直杆刚体,双方均有变换姿式的可能,所以用简单的力学方法推断其胜负仍然是困难的.

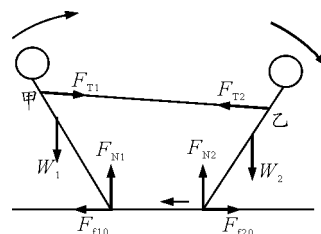


图6

但是,参照上述分析,如果甲、乙二人体重相同,甲的身材比乙的身材更高,如图7所示,仍考虑摩擦因数相等,则甲所受地面的最大静摩擦力大于乙所受地面的最大静摩擦力.二人向后倾斜角度相同,因甲的重心更高,甲所受重力对脚的力矩大于乙所受重力对脚的力矩,因此二人都会逆时针转动.于是可知,甲会获胜.所以我们可以得到另一个结论,在体重相同的条件下,身材较高者在拔河比赛中占优势.虽然拔河比赛中两队间的绳长较长(4 m),因此双方身高对比赛的影响较小,但这个结论也在实际的拔河比赛中有所体现:在选拔拔河比赛的队员时要优先选用身材较高的,在比赛中还要求队员尽力保持身体的伸展.

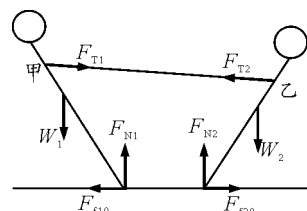


图7

3 小结

参照拔河比赛的现场照片,拔河队员的姿势和直杆刚体模型较为接近,所以我们的讨论可以到此为止了,更进一步的复杂细致的工作可以留给运动

关于两等量同种点电荷中垂线上场强最大值的再思考

陈一垠

(南京师范大学教师教育学院 江苏 南京 210097)

(收稿日期:2014-12-19)

摘 要:两等量同种点电荷连线中垂线上的电场强度存在一极大值点,高中阶段学生由于数学知识不足,无法求出该极大值点.本文通过代数求导法以较为简洁的步骤精确地求出该极大值点的位置以及场强的最大值.

关键词:点电荷 等量 电场强度 最大值

在高中物理“电场强度”这一节内容中,有这样一个问题:真空中的两个位置分别放有两等量同种点电荷,从两点电荷连线的中点开始沿其中垂线向外,电场强度的大小怎样变化?

对于这个问题我们首先可以进行定性的判断,即这两个点电荷中点处的电场强度为零,而无穷远处的电场强度也为零,但是中垂线上的其他位置通过矢量叠加可知电场强度的大小并不为零,那么就可以知道从这两点电荷连线的中点开始沿其中垂线向外,电场强度的大小变化情况为先变大后变小.在高中阶段,学生能够做出这样的回答已经是令人满意的了,但对于已经修过《普通物理》和《高等数学》的物理学科教学工作者而言,这样的定性解答似乎仍意犹未尽,我们不禁要追问一句:在这两个等量同种点电荷连线中垂线上电场强度的最大值究竟在何处?其最大值又是多少?

贵刊2010年第9期“两等量同号点电荷中垂线上场强的极大点”^[1]一文用一种类似于数学中的二分法的求解思路求出了电场强度最大值所在的近似位置,方法虽妙,但过程略显繁琐,且没能得到电场

强度最大值的准确值,还是有点遗憾.现将文献[1]的计算步骤归纳如下.

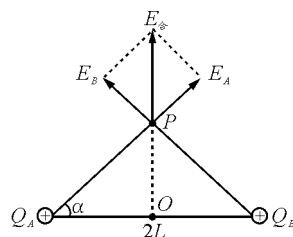


图1

如图1所示,假定两等量同种点电荷的距离为 $2L$.计算可得 A, B 两点电荷在其中垂线上某点 P 的合场强为

$$E_{\text{合}} = \frac{2kQ}{L^2} \sin\alpha \cos^2\alpha = \frac{kQ}{L^2} \sin 2\alpha \cos\alpha \quad (1)$$

积化和差,式(1)转化为

$$E_{\text{合}} = \frac{kQ}{2L^2} (\sin 3\alpha + \sin\alpha) \quad (2)$$

其中, Q 为点电荷所带的电荷量, k 为静电力常量, α 为点电荷到 P 点的连线与两点电荷连线的夹角.

为求场强的最大值点,对式(2)求导后得

$$\frac{dE_{\text{合}}}{d\alpha} = \frac{kQ}{2L^2} (3\cos 3\alpha + \cos\alpha) \quad (3)$$

力学研究者去做.很多人认为物理学很复杂,这是不对的,物理学总是用简化的理想模型,研究最基本、最基础的问题,物理学崇尚简约,比起更注重实际应用的技术学科要简单许多.

实际的拔河比赛是两队人之间的比赛,技术、战术的运用,特别是团队协作精神的发挥起着重大作用.只要双方体重在同一级别内,比赛就是公平的,

其胜负也无法用力学方法预测.培养团队协作精神是基础教育的重要环节之一,在人类的科技活动中,协作精神也有至关重要的作用.

参考文献

- 1 搜狐体育. 全国体育大会拔河比赛首日结束辽宁露出霸主相. (20100524) <http://sports.sohu.com/20100524/n272316341.shtml>