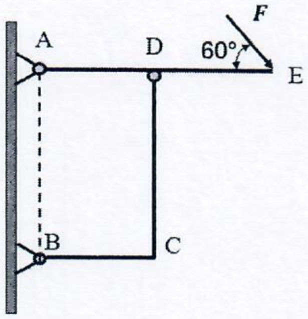
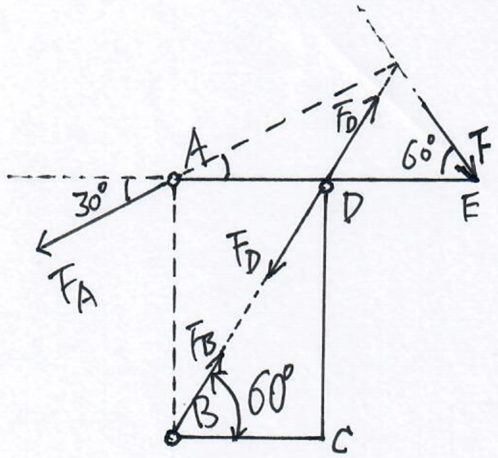
考试形式：开卷，允许带教材、课件和笔记　　　　　考试时间：90 分钟

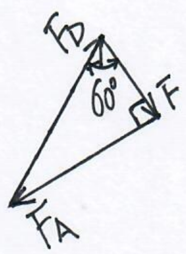
考生姓名：____________学号：____________所属院系：________________

题号	一	二	三	四	选做题	总分
得分						

一、图示平面构架，A 和 B 端光滑铰连接，直杆 AE 和直角杆 BCD 通过光滑铰连接于 D。其中，AD=DE=BC=a，AB = CD = $\sqrt{3}a$。力 F 作用于 E 端，与 DE 成 60°夹角。不计各个杆件的重力，求支座 A 与 B 处的约束力。(15 分)







解：(1) BCD在两个力的作用下平衡，所以

$F_B = F_D$，且两个力的方向相反，作用在一条直线上

(2) 直杆AE受到三个力的作用下平衡，故三力的作用线共点。

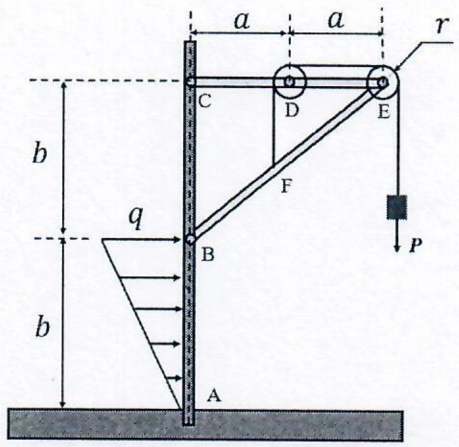
如图可以确定作用在A处的力F_A的方向。

(3) 根据共点(或汇交)力系平衡的几何条件，三个力矢首尾相接构成一个三角形。根据该三角形的几何条件，我们能得到

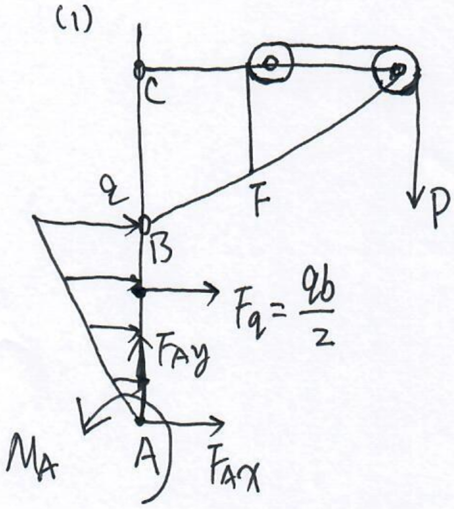
$F_A=\sqrt{3}F$，方向与水平方向成30°角，如图所示；

$F_B=F_D=2F$，方向与水平方向成60°角，如图所示。

二、图示平面构架，A 处固定连接，B、C 和 E 处都是光滑铰连接，一个滑轮安装于 CE 杆的中点 D，另一个滑轮安装于 E 处。柔绳一端固定连接于 BE 杆的 F 处，绕过 D 和 E 处半径为r的两个滑轮，连接一个重力为P的物体。载荷分布q和几何尺寸如图所示。不计各个杆件的重力，求 A、B 和 C 处的约束力。(30 分)



(1)



取整个构架为研究对象:

$\sum_i F_{xi}=0$: $F_{Ax}+F_q=0$

则 $F_{Ax}=-F_q=-\frac{qb}{2}$

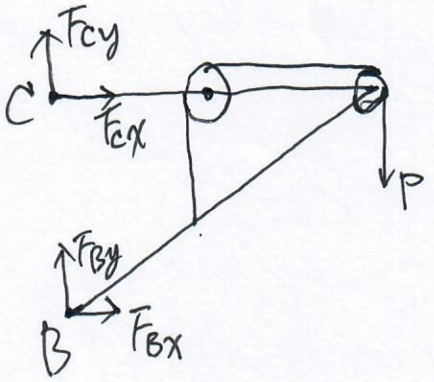
$\sum_i F_{yi}=0$: $F_{Ay}-P=0$

则 $F_{Ay}=P$

$\sum_i M_{Ai}=0$: $M_A-F_q\cdot\frac{2}{3}b-P\cdot(2a+r)=0$

则 $M_A=\frac{qb^2}{3}+P(2a+r)$

(2)



取左边构架为研究对象:

对C取矩: $\sum_i M_{Ci}=0$: $F_{Bx}\cdot b-P\cdot(2a+r)=0$

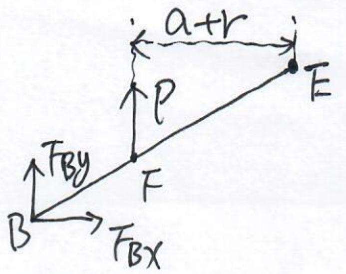
则 $F_{Bx}=P\cdot\frac{2a+r}{b}$

$\sum_i F_{xi}=0$: $F_{Bx}+F_{Cx}=0$

则 $F_{Cx}=-F_{Bx}=-P\cdot\frac{2a+r}{b}$

$\sum_i F_{yi}=0$: $F_{By}+F_{Cy}-P=0$ 则 $F_{Cy}=P-F_{By}$

(3)



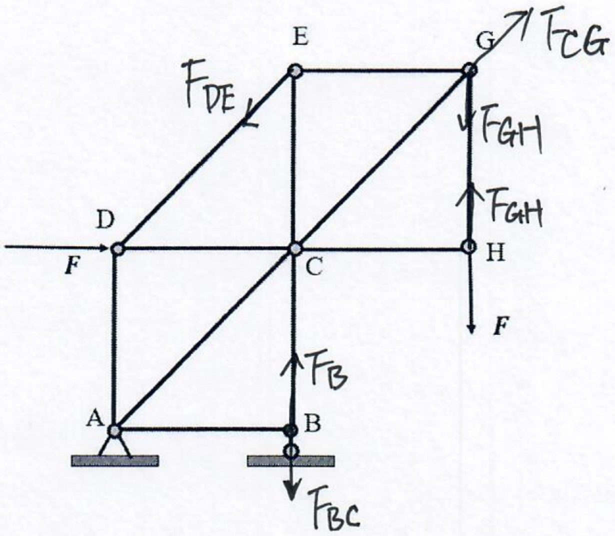
取BE杆为研究对象:

对E取矩: $\sum_i M_{Ei}=0$: $F_{Bx}\cdot b-F_{By}\cdot 2a-P(a+r)=0$

则 $F_{By}=\frac{P}{2}$

$F_{Cy}=P-F_{By}=\frac{P}{2}$

三、如图所示桁架结构。A 处固定铰支座约束，B 处滑动铰支座约束。ABCD 和 CHGE 均为边长为 a 的正方形。AB 水平方向，DC 垂直于 EC。水平力 F 作用于 D 处，竖直力 F 作用于 H 处，各杆的重力不计。求 BC、DE 和 CG 杆的内力。(20 分)



解：(1) 将桁架视为一个整体，对 A 取矩：$\sum_i M_{Ai}=0$，则有

$$F_B\cdot a - Fa - F\cdot 2a = 0 \qquad 则\ F_B = 3F$$

(2) 对于节点 B，$\sum_i F_{yi}=0$，则有

$$F_B - F_{BC} = 0 \qquad 则\ \underline{BC杆内力\ F_{BC}=F_B=3F\ (压力)}$$

(3) 取 ECHG 为一个整体，对 C 点取矩

$$\sum_i M_{Ci}=0，即\ F_{DE}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}a - Fa = 0$$

则 $\underline{DE杆内力\ F_{DE}=\sqrt{2}F\ (拉力)}$

(4) 对于节点 H，$\sum_i F_{yi}=0$，则有

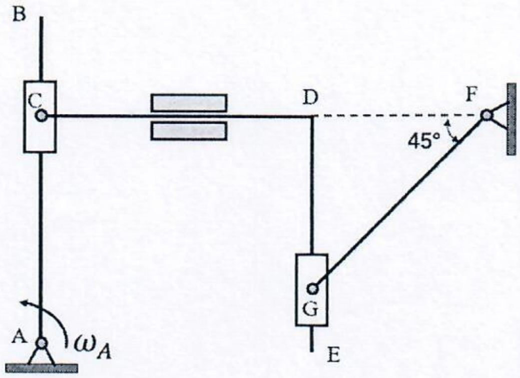
$$F_{GH} - F = 0，即\ F_{GH}=F$$

(5) 对于节点 G，$\sum_i F_{yi}=0$，则有

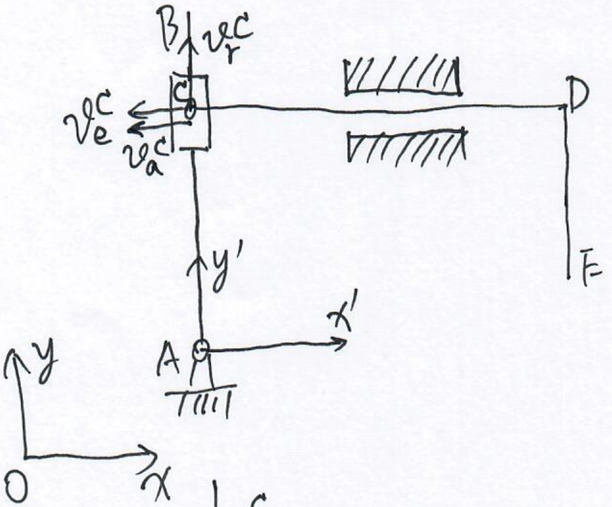
$$\frac{\sqrt{2}}{2}F_{CG} - F_{GH} = 0$$

得到 $\underline{F_{CG}=\sqrt{2}F_{GH}=\sqrt{2}F\ (压力)}$

四、图示平面机构，杆 AB 绕 A 定轴转动，带动直角刚体 CDE 沿着水平滑道在水平方向平移，进而带动杆 FG 绕 F 定轴转动。 C 和 G 处都为套筒连接。图示瞬时，AB 杆竖直，AB 杆的角速度为ω_A，角加速度为零。AC=b，DG=DF=a。求此瞬时：1. 直角刚体 CDE 的速度和加速度；2. 杆 FG 绕点 F 的角速度和角加速度。(35 分)



解：(1) 取C为动点，坐标系Ax'y'为动系，动系跟随杆AB作定轴转动。



动点C与坐标系Ax'y'的重合点，即牵连点，绕点A作定轴转动，则牵连速度：

$$v_e^C = \omega_A \cdot AC = \omega_A b$$

方向垂直于AB杆，即水平向左。

动点C在动系Ax'y'内，沿直线y'轴作平移运动。因此，动点C的相对速度方向竖直向上。

动点C跟随CDE在定系下沿水平平移，因此动点C的绝对速度方向沿水平方向。

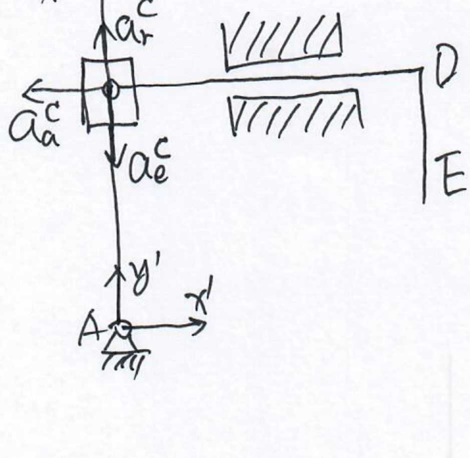
$$\vec{v}_a^C = \vec{v}_e^C + \vec{v}_r^C$$

将上式沿水平方向分解：

$$-v_a^C = -\omega_A b + 0 \quad \text{即 } v_a^C = \omega_A b$$

沿竖直方向分解：

$$0 = 0 + v_r^C \quad \text{即 } v_r^C = 0$$



(2) 根据加速度合成，有：

$$\vec{a}_a^C = \vec{a}_e^C + \vec{a}_r^C + \vec{a}_c^C$$

绝对加速度沿着水平方向；

牵连加速度 $\vec{a}_e^C$ 只有法向分量 $a_e^C = \omega_A^2 b$，切向分量为0；

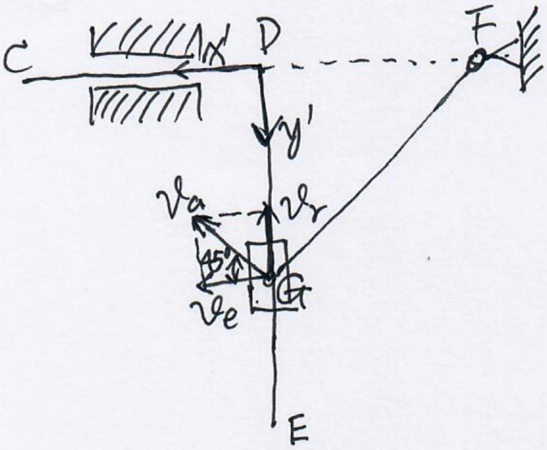
相对加速度 $\vec{a}_r^C$ 沿着竖直方向；

科氏加速度 $\vec{a}_c^C = 2\vec{\omega}_A \times \vec{v}_r^C$，因 $v_r^C = 0$，故 $\vec{a}_c^C = 0$

将上式沿着水平方向分解，有 $a_a^C = 0$

所以CDE的速度 $v_a^C = \omega_A b$，水平向左；加速度 $a_a^C = 0$。

(3)



取G为动点，坐标系$Dx'y'$为动系，动系跟随CDE作水平方向的平移运动。则牵连速度为

$$v_e = v_a^C = \omega_A b \quad \text{（方向水平向左）}$$

动点G在动系$Dx'y'$中的相对运动为沿着y'轴的平移运动，相对速度方向竖直方向。

动点G的绝对运动为绕点F的定轴转动，则绝对速度方向垂直于FG杆，如图所示。

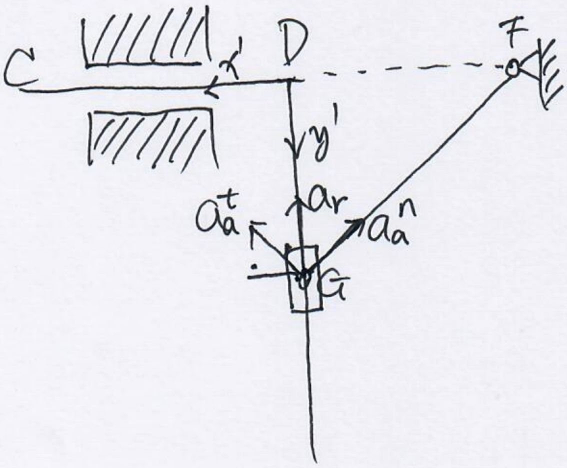
根据几何关系，知

$$v_a = \frac{v_e}{\cos 45^\circ} = \sqrt{2}\,\omega_A b$$

根据G绕F作定轴转动，杆FG角速度ω_{FG}，有

$$v_a = \omega_{FG}\cdot FG = \omega_{FG}\cdot\sqrt{2}a$$

则 $$\omega_{FG} = \omega_A\cdot\frac{b}{a}$$



(4) 平移动系的加速度合成定理：

$$\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_e + \boldsymbol{a}_r \quad \text{（对动点G）}$$

绝对运动是定轴转动，则

$$\boldsymbol{a}_a = \boldsymbol{a}_a^t + \boldsymbol{a}_a^n$$

因为牵连加速 $\boldsymbol{a}_e = \boldsymbol{a}_a^C = 0$，则

$$\boldsymbol{a}_a^t + \boldsymbol{a}_a^n = \boldsymbol{a}_r$$

将上式沿水平方向分解：

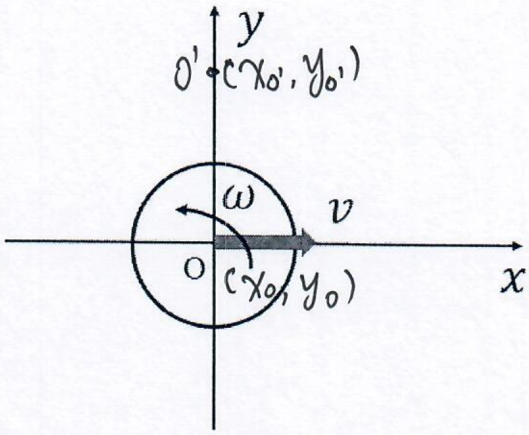
$$-a_a^t\cos 45^\circ + a_a^n\cos 45^\circ = 0$$

$$a_a^t = a_a^n = \omega_{FG}^2\cdot FG = \frac{\sqrt{2}\,\omega_A^2 b^2}{a}$$

杆FG的角加速度为

$$\alpha_{FG} = \frac{a_a^t}{FG} = \omega_A^2\cdot\frac{b^2}{a^2}$$

选做题：如图所示，一个圆盘的中心 O 沿着水平 x 轴以恒定速度 v 平移，同时圆盘绕着中心以恒定的角速度ω转动。在时间 t=0 时刻，圆盘中心和坐标系原点重合。求：1. t=0 时刻，圆盘的速度瞬心位置；2. 任意 t 时刻，圆盘的速度瞬心位置。(10 分)



解：点O（圆盘中心）绕速度瞬心O'作定轴转动，则点O与瞬心O'的连线OO'垂直于O点的速度矢量 v_O，

则OO'垂直于x轴。O绕O'作定轴转动，O点速度为 v，则OO'的长度 $y_{O'} = \frac{v}{\omega}$。

(1) 在 t=0 时刻，瞬心位置为：

$$x_{O'} = 0$$
$$y_{O'} = \frac{v}{\omega}$$

(2) 在任意t时刻，速度瞬心位置为：

$$x_{O'} = x_O = vt$$
$$y_{O'} = \frac{v}{\omega}$$