



# 7 轮系及其设计

---

7-1 轮系分类及其应用

7-2 定轴轮系的速比计算

7-3 周转轮系的速比计算

7-4 复合轮系的速比计算

7-5 行星轮系的啮合效率



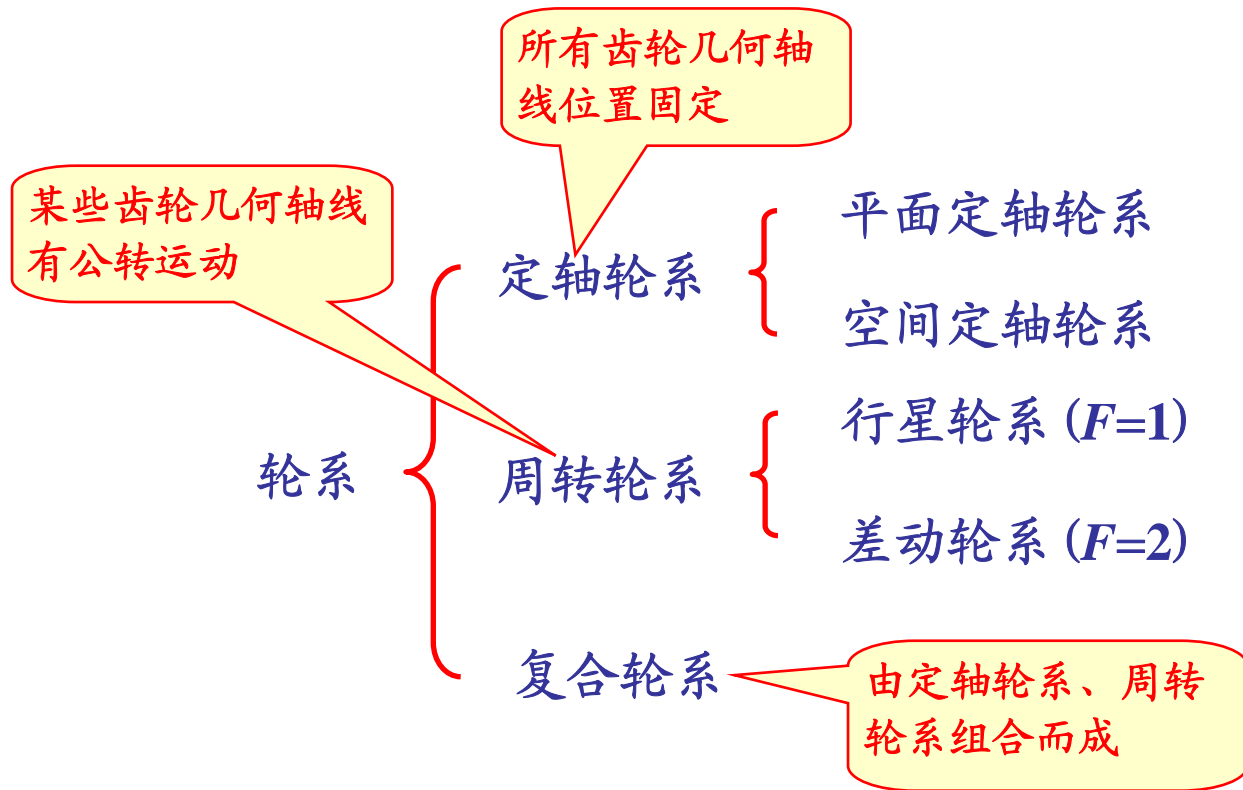
# 7 轮系及其设计

---

## 7-6 行星轮系的设计

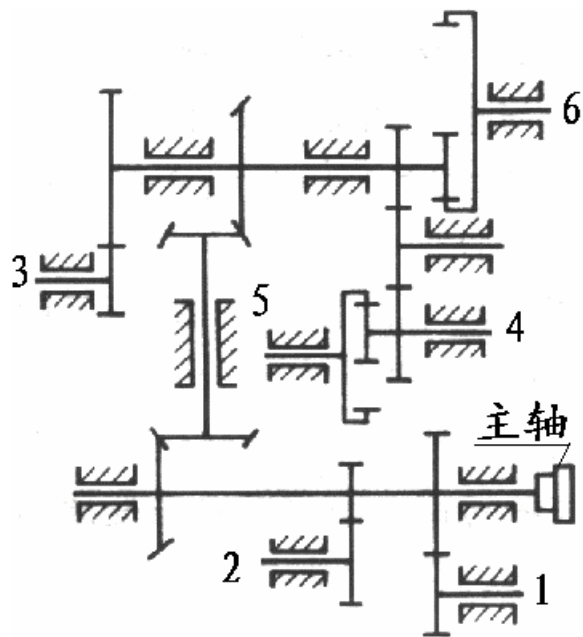
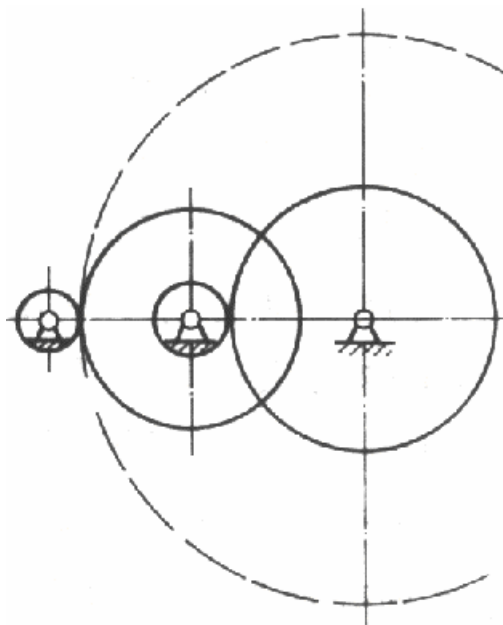
## 7-7 少齿差传动简介

# 7-1 轮系分类及其应用



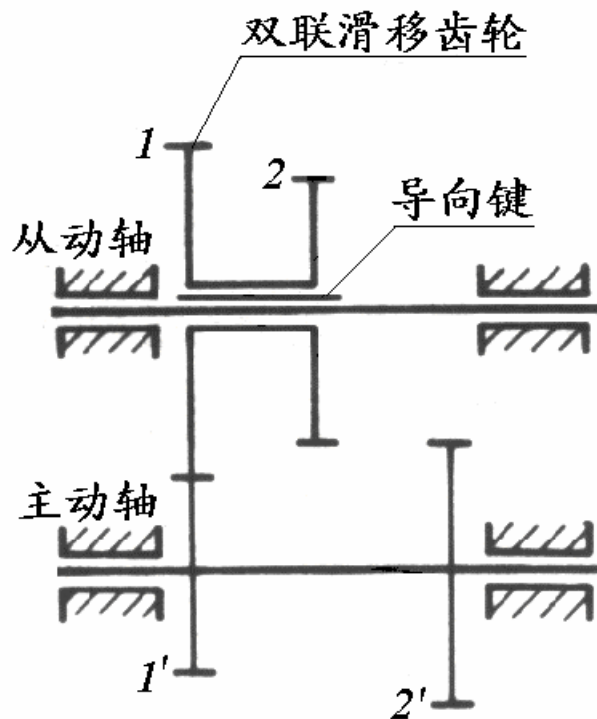
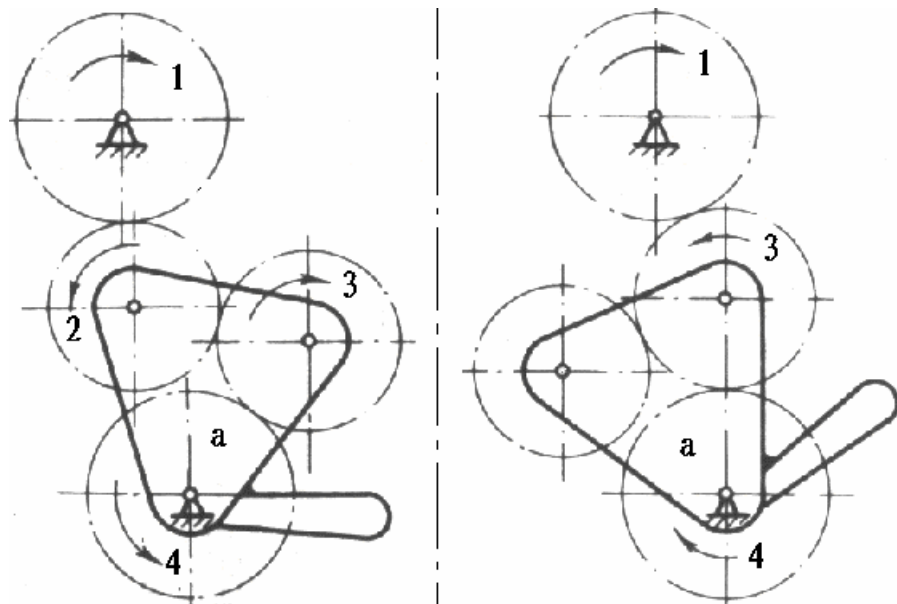
# 7-1 轮系分类及其应用

应用：实现大速比传动、多分路传动、换向传动、变速传动、运动合成与分解等。

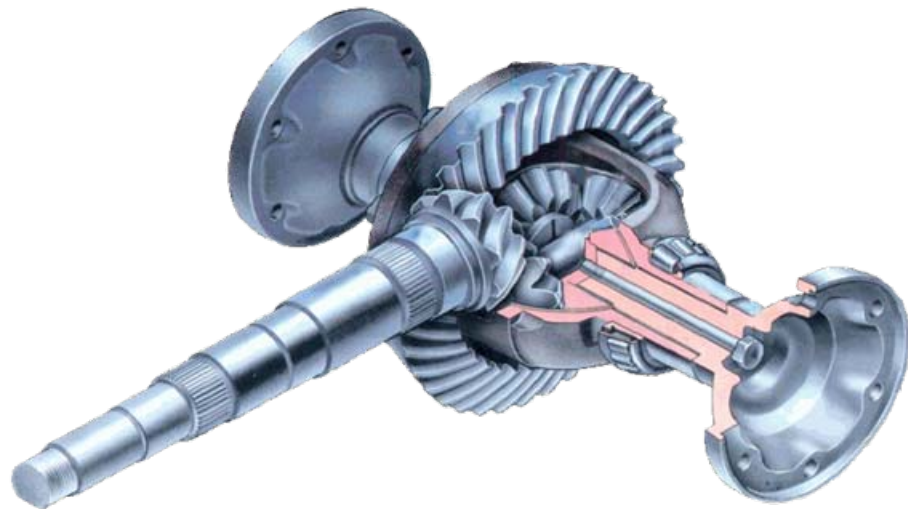
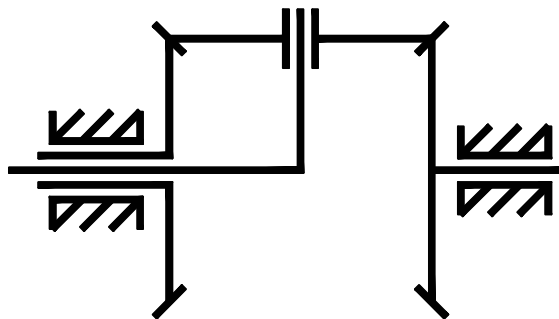
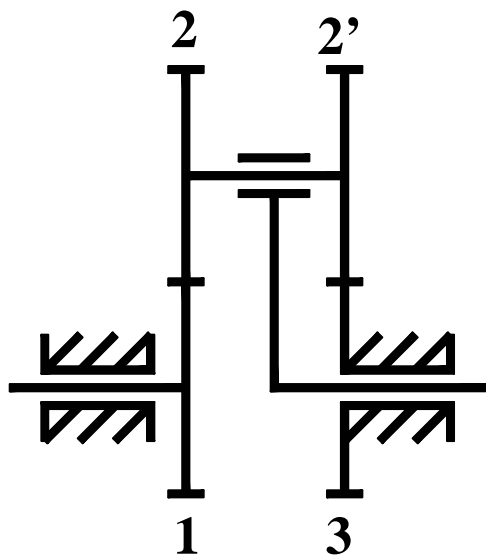


航空发动机附件传动系统

# 7-1 轮系分类及其应用



# 7-1 轮系分类及其应用





# 7-2 定轴轮系的速比计算

## 一、轮系的传动比

设A、B分别为轮系的输入轴与输出轴， $\omega_A$ 、 $\omega_B$ 分别为其转速的大小，则轮系的速比定义为：

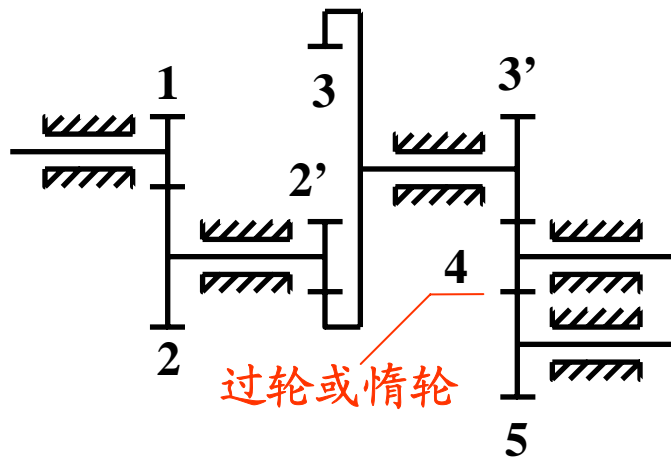
$$i_{AB} = \omega_A / \omega_B$$

## 二、平面定轴轮系

因各轮轴线平行，故可选定一个正方向（通常是输入轴的转向），用带正负号的转速来同时表明转动的大小和方向，这时的速比定义是一个可正可负的数。

## 7-2 定轴轮系的速比计算

例1: 计算如图所示轮系的速比。



$$\begin{aligned} \frac{\omega_1}{\omega_5} &= \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} \cdot \frac{\omega_4}{\omega_5} \\ &= \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_{2'}} \cdot \frac{z_4}{z_{3'}} \cdot \frac{z_5}{z_4} \end{aligned}$$

$$= \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_{2'} z_{3'} z_4} = \frac{z_2 z_3 z_5}{z_1 z_{2'} z_{3'}} \quad i_{15} = (-1)^3 \frac{z_2 z_3 z_5}{z_1 z_{2'} z_{3'}} = - \frac{z_2 z_3 z_5}{z_1 z_{2'} z_{3'}}$$

$$i_{AB} = \frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{\omega_{\text{主}}}{\omega_{\text{从}}} = (-1)^m \frac{\text{从动齿轮齿数积}}{\text{主动齿轮齿数积}}$$

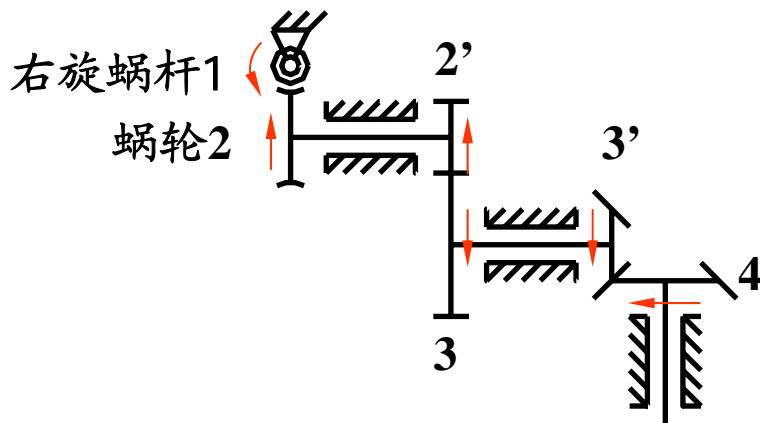


## 7-2 定轴轮系的速比计算

### 三、空间定轴轮系

例2: 计算如图所示轮系的速比。

$$i_{14} = \frac{z_2 z_3 z_4}{z_1 z_2' z_3'}$$

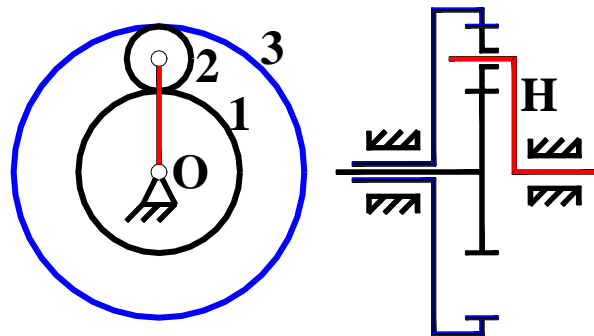


# 7-3 周转轮系的速比计算

## 一、周转轮系的组成

太阳轮或中心轮(K)、行星架或系杆或转臂(H)、行星轮。三大类。

特征：转换轮系是定轴轮系。



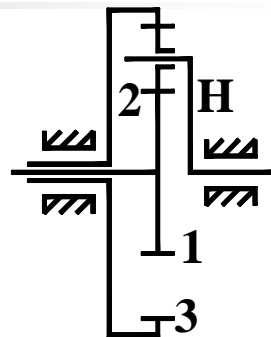
## 二、周转轮系的速比

构件	原轮系中的转速	转换轮系中的转速
1	$\omega_1$	$\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$
2	$\omega_2$	$\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H$
3	$\omega_3$	$\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$
H	$\omega_H$	$\omega_H^H = \omega_H - \omega_H = 0$

## 7-3 周转轮系的速比计算

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = (-1)^1 \frac{z_3}{z_1} = -\frac{z_3}{z_1}$$

$$i_{AB}^H = \frac{\omega_A^H}{\omega_B^H} = \frac{\omega_A - \omega_H}{\omega_B - \omega_H} = f(z)$$



若轮系为的行星轮系，比如太阳轮 $\omega_B=0$ ，则：

$$i_{AB}^H = \frac{\omega_A - \omega_H}{\omega_B - \omega_H} = \frac{\omega_A - \omega_H}{0 - \omega_H} = 1 - \frac{\omega_A}{\omega_H} = 1 - i_{AH}$$

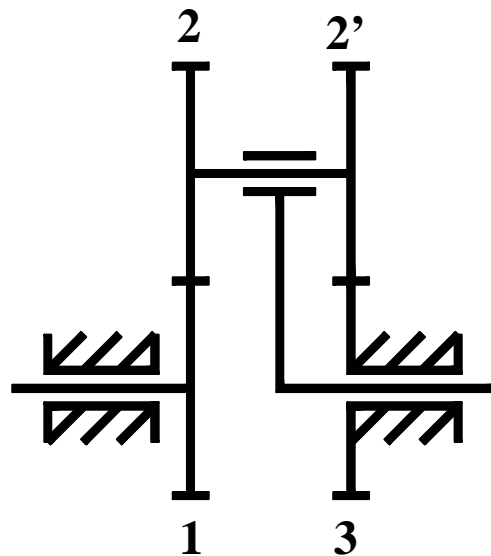
$$i_{AH} = 1 - i_{AB}^H \qquad i_{AH}^B = 1 - i_{AB}^H$$

## 7-3 周转轮系的速比计算

例3: 已知1、2、2'、3各轮齿数分别为100、101、100、99。求 $i_{H1}$ 。

解: 因转换轮系为一定轴轮系, 且太阳轮3是固定的, 所以有:

$$\begin{aligned} i_{H1} &= \frac{1}{i_{1H}} = \frac{1}{1 - i_{13}^H} = \frac{1}{1 - (-1)^2 \frac{z_3 z_2}{z_2' z_1}} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{99 \times 101}{100 \times 100}} = 10000 \end{aligned}$$



注意,  
若 $z_1=99$ , 则有:

$$i_{H1} = \frac{1}{1 - \frac{99 \times 101}{100 \times 99}} = -100$$

## 7-3 周转轮系的速比计算

例4：证明图示轮系满足：

$$\omega_H = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_3)$$

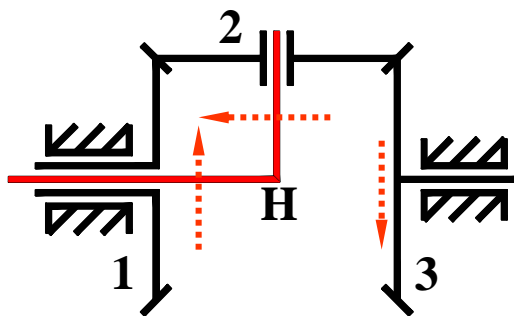
证明：

因为图示轮系对行星架而言  
是一定轴轮系，所以：

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3 z_2}{z_2 z_1} = -1$$

整理，有：

$$\omega_H = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_3)$$



## 7-3 周转轮系的速比计算

例5：假定 $\delta_1$ 、 $\delta_2$ 及 $\omega_H$ 已知，求 $\omega_{2H}$ 和 $\omega_2$ 。

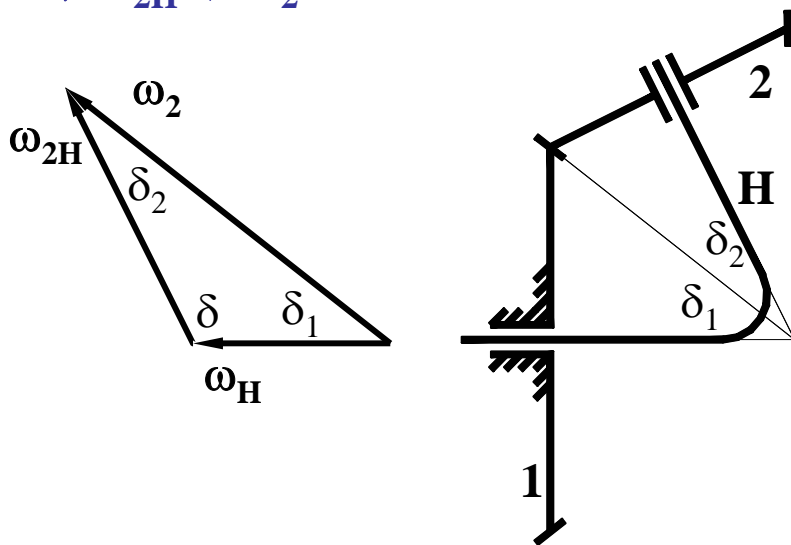
解：根据刚体转动的合成法则，有：

$$\frac{\omega_{2H}}{\omega_H} = \frac{\sin \delta_1}{\sin \delta_2}$$

$$\omega_{2H} = \frac{\sin \delta_1}{\sin \delta_2} \omega_H$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_H} = \frac{\sin(\delta)}{\sin \delta_2} = \frac{\sin[\pi - (\delta_1 + \delta_2)]}{\sin \delta_2} = \frac{\sin(\delta_1 + \delta_2)}{\sin \delta_2}$$

$$\omega_2 = \frac{\sin(\delta_1 + \delta_2)}{\sin \delta_2} \omega_H$$



## 7-3 周转轮系的速比计算

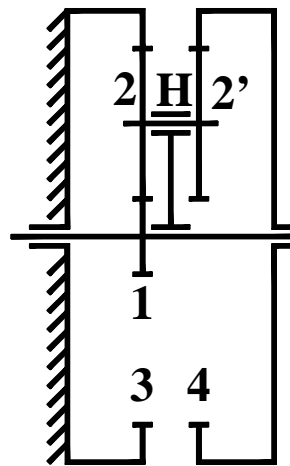
例6: 已知三爪卡盘减速器中 $z_1=6$ ,  $z_2=z_2'=25$ ,  $z_3=57$ ,  $z_4=56$ 。求 $i_{14}$ 。

解: 因转换轮系为定轴轮系, 故为周转轮系。

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 + \frac{z_3}{z_1} = 1 + \frac{57}{6} = \frac{21}{2}$$

$$i_{4H} = 1 - i_{43}^H = 1 - \frac{z_2' z_3}{z_4 z_2} = 1 - \frac{57}{56} = -\frac{1}{56}$$

$$i_{14} = \frac{i_{1H}}{i_{4H}} = -588$$





## 7-4 复合轮系的速比计算

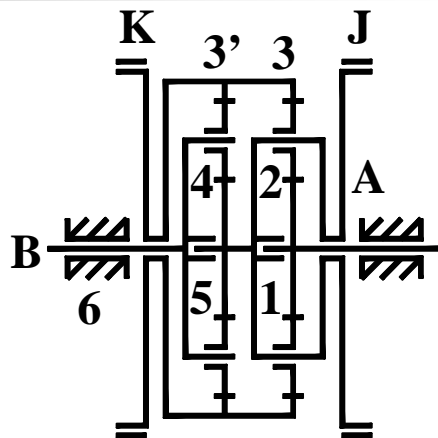
复合轮系的解法：

- 1、找出所有依次啮合的定轴齿轮，即定轴轮系，列出相应的速比方程。
- 2、找出全部行星架。对每个行星架，找出其转换轮系中的定轴轮系，列出相应的速比方程。
- 3、分析各子轮系之间的关系，找出其间共用的构件，建立相应的转速方程。
- 4、联立求解各方程。



## 7-4 复合轮系的速比计算

例7: 如图为龙门刨床工作台的变速换向机构。J、K为电磁制动器。求当J、K分别刹住构件A和3时的传动比 $i_{1B}$ 。



解: 当J刹住A时, 齿轮5固定,  
1-2-3-6成为定轴轮系, 3'-4-5-B成为行星轮系并且 $\omega_3 = \omega_{3'}$ 。

$$i_{13} = \frac{\omega_1}{\omega_3} = -\frac{z_3}{z_1} \quad i_{3'B} = 1 - i_{3'5}^B = 1 - \left(-\frac{z_5}{z_{3'}}\right) = 1 + \frac{z_5}{z_{3'}}$$

$$i_{1B} = i_{13} i_{3'B} = -\frac{z_3}{z_1} \left(1 + \frac{z_5}{z_{3'}}\right)$$

## 7-4 复合轮系的速比计算

当K刹住3时，1-2-3-A与5-4-3'-B均为行星轮系，并且 $\omega_A = \omega_5$ 。

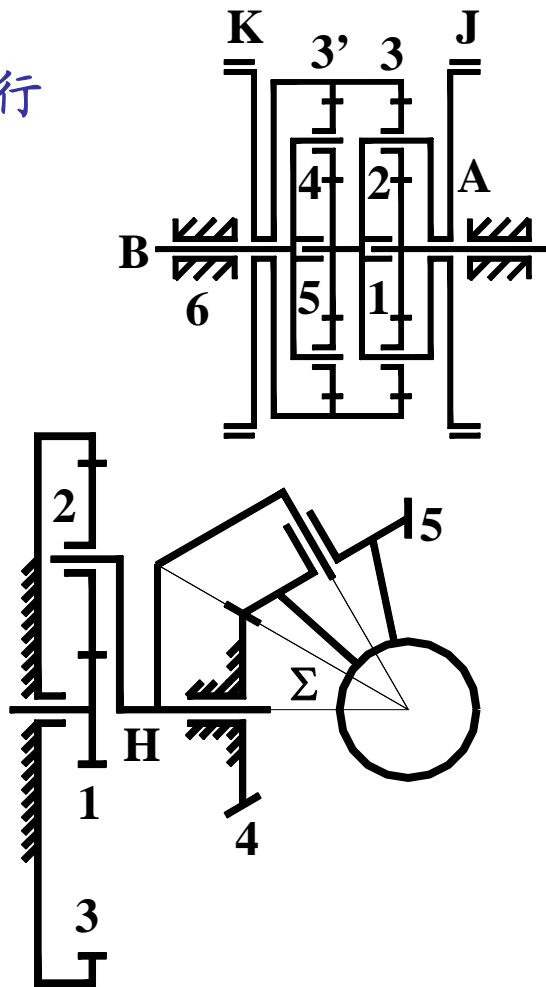
$$i_{1A} = 1 - i_{13}^A = 1 - \left(-\frac{z_3}{z_1}\right) = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

$$i_{5B} = 1 - i_{53'}^B = 1 - \left(-\frac{z_{3'}}{z_5}\right) = 1 + \frac{z_{3'}}{z_5}$$

$$i_{1B} = i_{1A} i_{5B} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \left(1 + \frac{z_{3'}}{z_5}\right)$$

例8：已知羊毛起球机构中

$z_1=20$ ， $z_2=30$ ， $z_3=80$ ， $z_4=$   
 $z_5=30$ ，轴夹角 $\Sigma=60^\circ$ ，输入转速  
 $n_1=900\text{r/min}$ 。求 $n_5$ 。



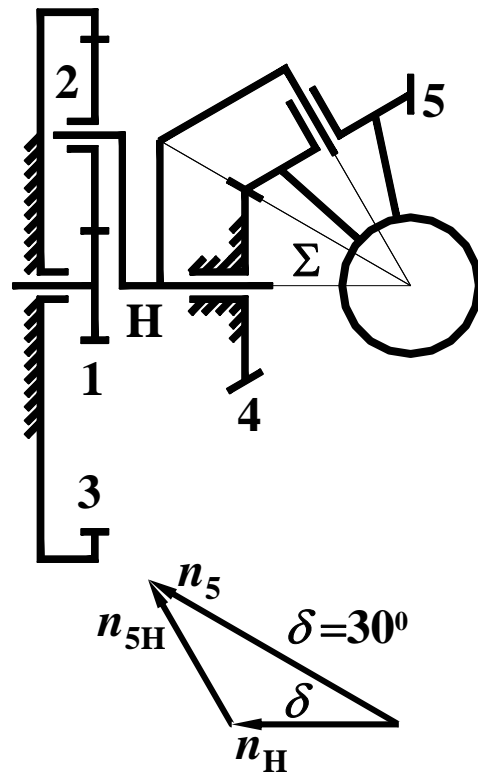
## 7-4 复合轮系的速比计算

解：该复合轮系由两个行星轮系组成，它们是：1-2-3-H和4-5-H。因此，有：

$$i_{H1} = \frac{1}{i_{1H}} = \frac{1}{1 - i_{13}^H} = \frac{1}{1 + z_3 / z_1} = \frac{1}{5}$$

$$n_H = i_{H1} n_1 = \frac{1}{5} \times 900 = 180 (\text{r/min})$$

$$n_5 = 2n_H \cos \delta = 311.8 (\text{r/min})$$



## 7-4 复合轮系的速比计算

例9：试分析汽车后桥箱差速器。

解：差速器由一定轴轮系5-4和一差动轮系组成。具有两个自由度。

$$\omega_H = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_3)$$

直线行驶时：  $\omega_1 = \omega_3$

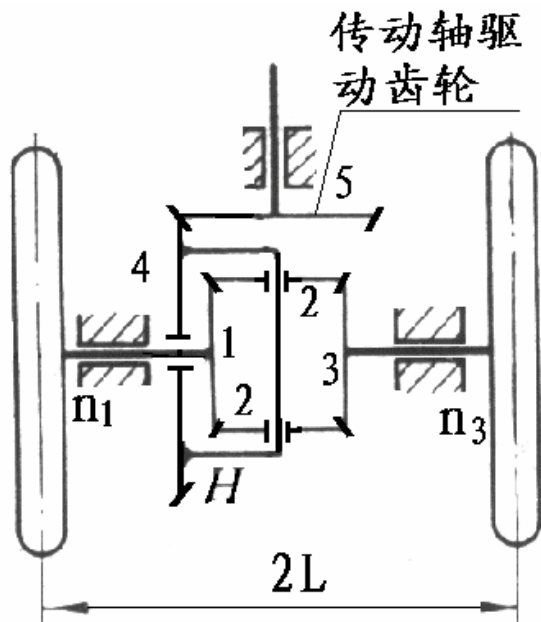
$$\omega_1 = \omega_3 = \omega_H$$

转弯(半径为R)时：

$$\frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{R-L}{R+L}$$

$$\therefore \omega_1 = \frac{R-L}{R} \omega_H$$

$$\omega_3 = \frac{R+L}{R} \omega_H$$



## 7-4 复合轮系的速比计算

例10: 已知1、5为单头右螺旋蜗杆，各轮齿数为 $z_1=101$ ， $z_2=99$ ， $z_4=100$ ， $z_5=100$ 。求 $i_{1H}$ 。

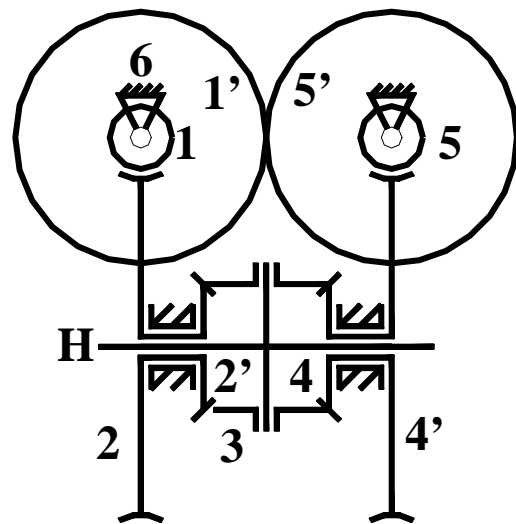
解: 2-1-1'-5'-5-4'-6为定轴轮系，2'-3-4为差动轮系。

$$n_H = \frac{1}{2}(n_2 + n_4)$$

$$\frac{n_4}{n_2} = -\frac{z_5 z_1' z_2}{z_4' z_5' z_1} = -\frac{1 \times 101 \times 99}{100 \times 100 \times 1}$$

$$= -\frac{9999}{10000} \quad \therefore n_2 + n_4 = \frac{n_2}{10000}$$

$$n_H = \frac{n_2}{20000} = \frac{n_1 / 99}{20000} = \frac{1}{1980000} n_1$$



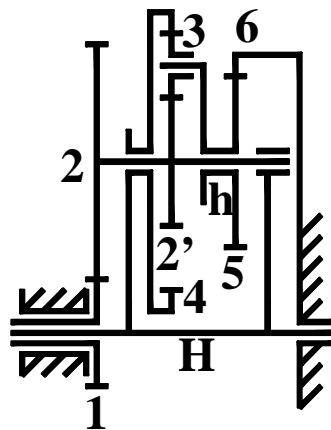
$$\therefore i_{1H} = 1980000$$

## 7-4 复合轮系的速比计算

例11：图示双重周转轮系各轮齿数已知，求其速比 $i_{1H}$ 。

解：1-2-5-6-H为主差动轮系，4-2'-3-h-6为副差动轮系。

将H看成相对静止时得到两个定轴轮系1-2-H、5-6-H；将h看成相对静止时得到一个定轴轴系2'-3-4-h。且 $\omega_4 = \omega_H$ ， $\omega_5 = \omega_h$ ， $\omega_6 = 0$ 。因此，有：



$$\frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = -\frac{z_2}{z_1}$$

$$\frac{n_h - n_H}{-n_H} = \frac{z_6}{z_5}$$

$$\frac{n_2 - n_h}{n_H - n_h} = -\frac{z_4}{z_{2'}}$$

$$i_{1H} = \frac{n_1}{n_H} = 1 + \frac{z_2 z_6}{z_1 z_5} \left(1 + \frac{z_4}{z_{2'}}\right)$$

## 7-5 行星轮系的啮合效率

行星轮系依其转换轮系速比的正负，分为正号与负号机构。下面以负号机构为例，说明其啮合效率的计算方法。设功率从太阳轮A输入，从行星架H输出，太阳轮B为机架。则：

$$N_A = M_A \omega_A$$

$$N_A^H = M_A \omega_A^H = M_A (\omega_A - \omega_H) = M_A \omega_A (1 - i_{AH}) = N_A (1 - i_{AH})$$

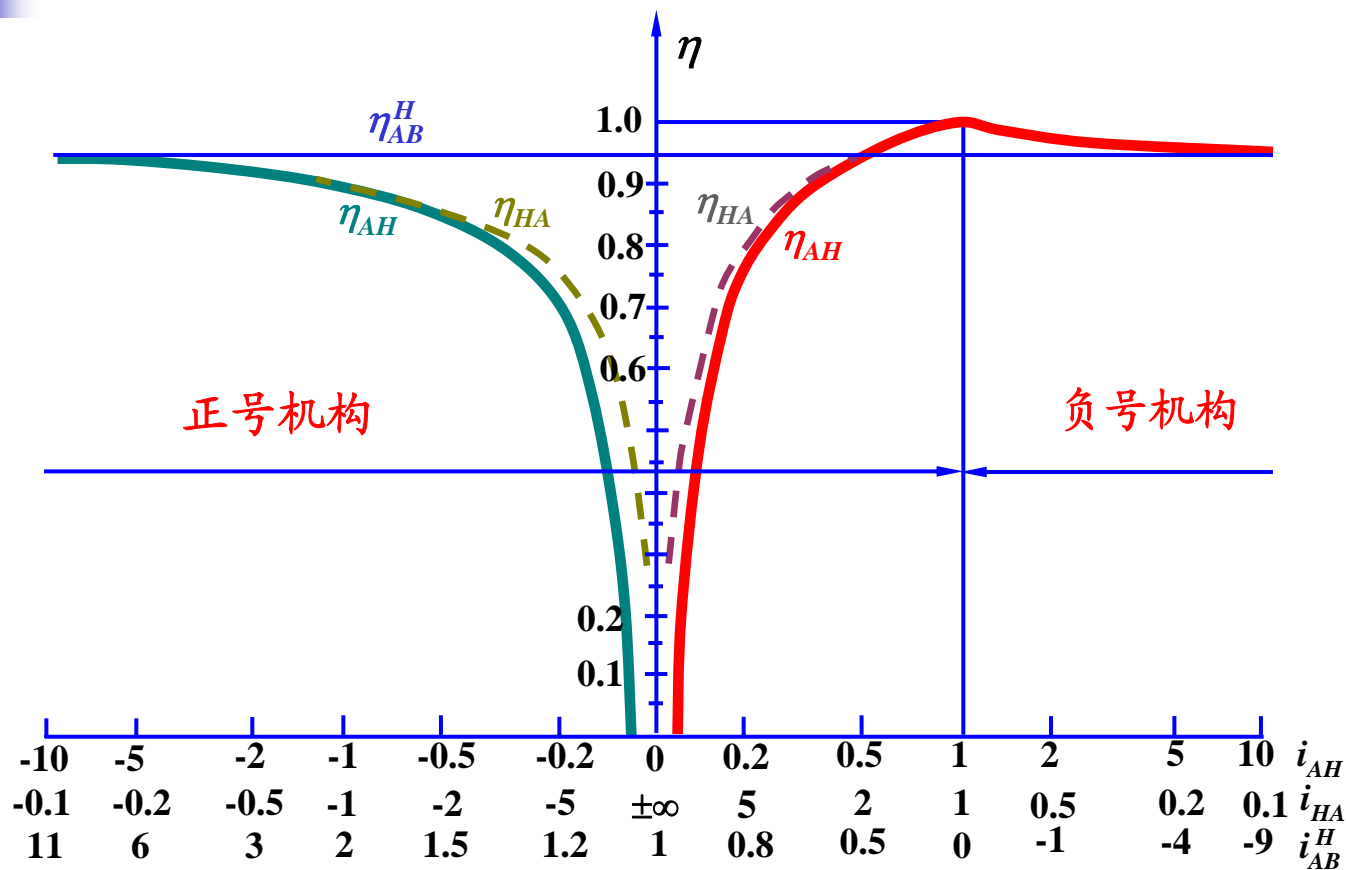
$$N_f^H = N_A^H (1 - \eta_{AB}^H) = N_A (1 - i_{AH}) (1 - \eta_{AB}^H)$$

$$\eta_{AH} = 1 - N_f / N_A = 1 - N_f^H / N_A = 1 - (1 - i_{HA}^B) (1 - \eta_{AB}^H)$$

$$= 1 - (1 - \frac{1}{i_{AH}^B}) (1 - \eta_{AB}^H) = 1 - (1 - \frac{1}{1 - i_{AB}^H}) (1 - \eta_{AB}^H)$$

$$= 1 - \frac{-i_{AB}^H}{1 - i_{AB}^H} (1 - \eta_{AB}^H) = 1 - \frac{|i_{AB}^H|}{1 + |i_{AB}^H|} (1 - \eta_{AB}^H)$$

# 7-5 行星轮系的啮合效率



行星轮系的效率曲线





# 7-5 行星轮系的啮合效率

## 结论

1. 对于负号行星轮系，无论是中心轮 $A$ 主动还是系杆 $H$ 主动，轮系的效率均高于其转化机构的效率 $\eta^H$ 。

对于负号机构，无论是用作增速还是减速，都具有较高的效率。设计行星轮系时，若用于传递功率，应尽可能选用负号机构。

2. 对于正号行星轮系，当系杆 $H$ 为主动件时，行星轮系的效率 $\eta_{HA}$ 总为正值，机构将不会发生自锁；当中心轮 $A$ 为主动件时， $\eta_{AH}$ 有可能为零，轮系可能发生自锁。

正号机构多用在传动比很大，但力矩不大的场合。

# 7-6 行星轮系的设计

## 1、速比条件

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

$$z_3 = (i_{1H} - 1)z_1$$

## 2、同心条件

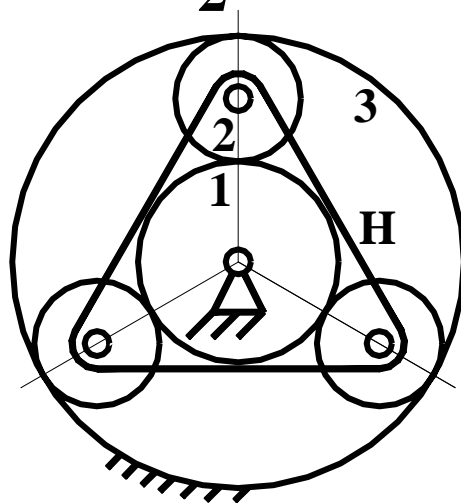
$$\frac{m}{2}(z_1 + z_2) = \frac{m}{2}(z_3 - z_2)$$

$$z_2 = \frac{z_1}{2}(i_{1H} - 2)$$

## 3、装配条件

$$\frac{2\pi}{k}i_{1H} = \gamma \frac{2\pi}{z_1}$$

$$\gamma = \frac{z_1}{k}i_{1H}$$



## 7-6 行星轮系的设计

### 4、邻接条件

$$2(r_1 + r_2) \sin \frac{\pi}{k} > 2(r_2 + h_a)$$

$$z_2 < \frac{z_1 \sin \frac{\pi}{k} - 2h_a^*}{1 - \sin \frac{\pi}{k}}$$

可将1、2、3合写成:

$$z_1 : z_2 : z_3 : \gamma = z_1 : \frac{z_1(i_{1H} - 2)}{2} : z_1(i_{1H} - 1) : \frac{z_1 i_{1H}}{k}$$

$$z_1 \frac{i_{1H} - 2}{2} < \frac{z_1 \sin \frac{\pi}{k} - 2h_a^*}{1 - \sin \frac{\pi}{k}}$$

$$\frac{i_{1H} - 2}{2} < \frac{\sin \frac{\pi}{k} - \frac{2h_a^*}{z_1}}{1 - \sin \frac{\pi}{k}}$$

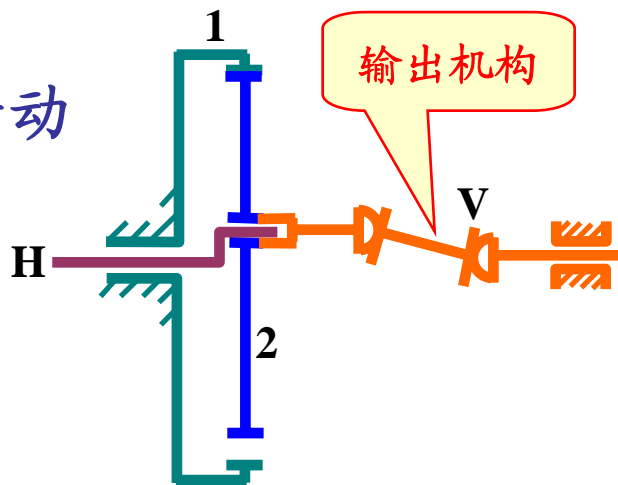
# 7-7 少齿差传动简介

## 一、渐开线少齿差行星齿轮传动

只有内齿轮及行星轮，无中心太阳轮。

以系杆H为主动件，系杆通常做成偏心轴。

采用能传递两平行轴回转运动的联轴器作为运动的输出机构V。



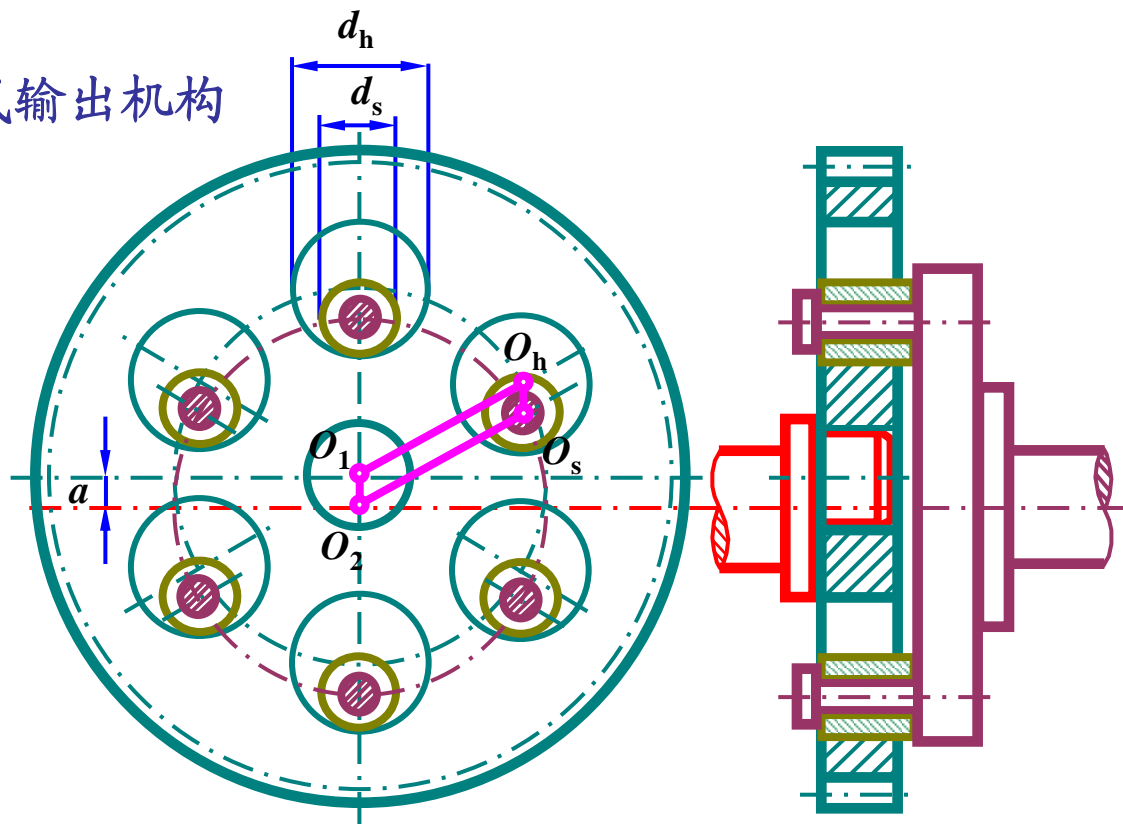
K-H-V行星轮系

$$\text{传动比: } i_{21}^H = \frac{n_2 - n_H}{n_1 - n_H} = \frac{n_2 - n_H}{-n_H} = \frac{z_1}{z_2} \Rightarrow i_{HV} = i_{H2} = \frac{-z_2}{z_1 - z_2}$$

$z_1 - z_2 = 1$ 时，称为一齿差行星轮系。

## 7-7 少齿差传动简介

孔销式输出机构



当满足条件 $d_h = d_s + 2a$ ，四个圆心的连线构成平行四边形，销孔和销轴始终保持接触。



## 7-7 少齿差传动简介

### 优点

- 传动比大，一级减速传动比 $i_{HV}$ 可达100，二级可达10000。
- 结构简单，体积小，重量轻。同动重量可减轻1/3以上。
- 加工装配及维修方便。
- 效率较高。一级传动 $\eta=0.8\% \sim 0.87\%$ ，比蜗杆传动高。

### 缺点

- 为避免产生齿廓重叠干涉，一般需采用大啮合角的正变位齿轮传动，径向分力大，行星轮轴承容易损坏。
- 需要输出机构，设计较复杂，传递功率受限，一般 $P \leq 45\text{kW}$ 。

# 7-7 少齿差传动简介

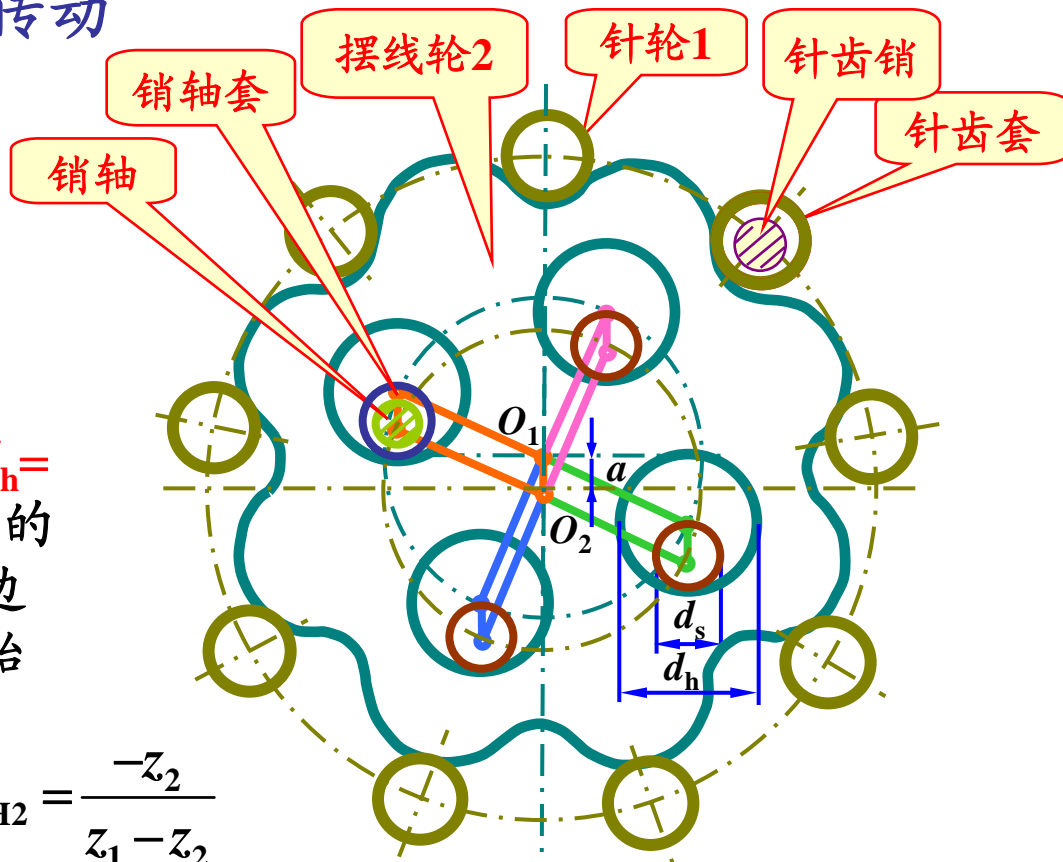
## 二、摆线针轮传动

行星轮齿廓曲线为摆线(摆线轮)，固定轮采用针轮。

齿数差  $z_1 - z_2 = 1$

当满足条件  $d_h = d_s + 2a$ ，四个圆心的连线构成平行四边形，销孔和销轴始终保持接触。

传动比  $i_{HV} = i_{H2} = \frac{-z_2}{z_1 - z_2}$





## 7-7 少齿差传动简介

### 优点

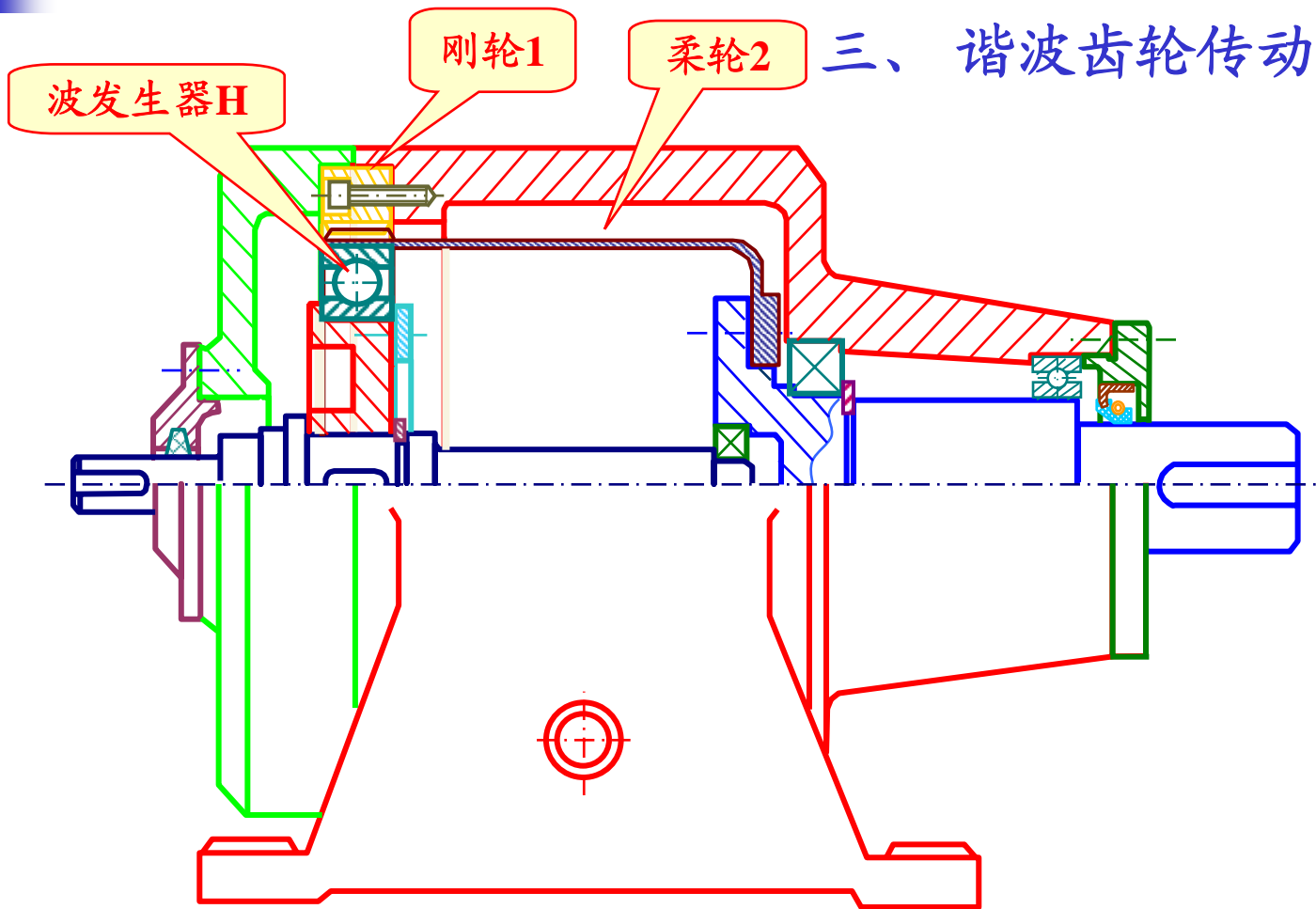
- 传动比大，一级减速传动比 $i_{HV}=9\sim115$ ，多级可获更大速比。
- 结构紧凑，传动平稳、承载能力高(理论上有近半数的齿同时处于啮合状态)、使用寿命长。
- 无齿顶相碰和齿廓重叠干涉等问题。
- 传动效率高，一般可达90%~94%左右。

### 缺点

- 摆线轮、针轮、输出机构和机壳制造精度高，工艺复杂。
- 要求用较好的材料，生产成本高。

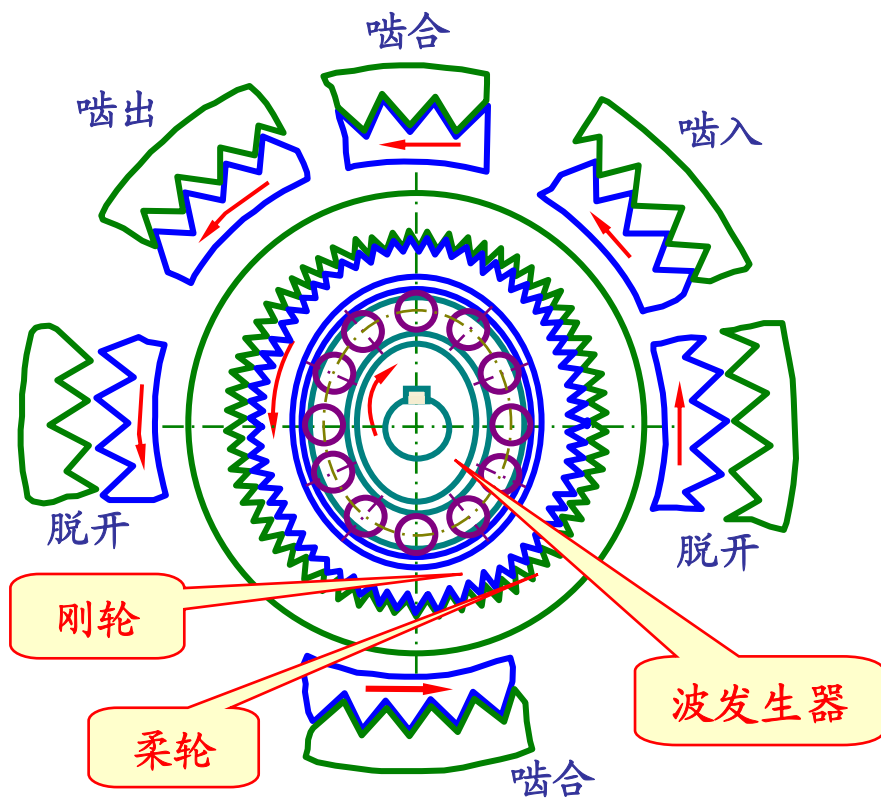


# 7-7 少齿差传动简介



# 7-7 少齿差传动简介

## 谐波齿轮传动原理



谐波齿轮传动按照波发生器上装的滚轮数不同，有双波传动和三波传动等。最常用的是双波传动。

谐波齿轮传动的齿数差应等于波数或波数的整数倍。

为了实际加工的方便，谐波齿轮的齿形多采用渐开线。



## 7-7 少齿差传动简介

---

传动比

刚轮1固定，波发生器H主动，柔轮2从动

$$i_{H2} = \frac{-z_2}{z_1 - z_2}$$

柔轮2固定，波发生器H主动，刚轮1从动

$$i_{H1} = \frac{z_1}{z_1 - z_2}$$



# 7-7 少齿差传动简介

## 优点

- 传动比大，一级传动比范围为 **50~500**，二级传动可达 **2500~250000**，
- 在大传动比下，单级传动可达**69%~96%**。
- 结构简单、体积小、重量轻(与一般齿轮减速器相比，零件可减少约**50%**，体积可减小**20%~50%**)。
- 同时啮合的轮齿对数多，齿面相对滑动速度低，承载能力强。
- 传动平稳、传动精度高、磨损小。

## 缺点

- 启动力矩较大、柔轮容易发生疲劳损坏。
- 发热严重。

# 7-2 周转轮系的速比计算

