

第1章 数字电路与系统基本概念

- 1.1 数字信号和数字电路
- 1.2 数字电路中的数制及转换
- 1.3 数字电路中的代码
- 1.4 数字电路中的基本逻辑函数
- **1.5 逻辑代数**
- **1.6 逻辑代数的化简**

➤ 1.5 逻辑代数

一、逻辑运算定律，常用公式及运算规则

- 逻辑运算中，只有逻辑“加”、逻辑“乘”和求“反”运算，没有减法和除法运算

1、逻辑代数中的基本运算定律

序号	“或”组	“与”组	定律
1	$A+0=A$	$A \cdot 1=A$	0-1律
2	$A+1=1$	$A \cdot 0=0$	
3	$A+A=A$	$A \cdot A=A$	重叠律
4	$A+\bar{A}=1$	$A \cdot \bar{A}=0$	互补律
5	$A=\bar{\bar{A}}$		否定之否定律
6	$A+B=B+A$	$A \cdot B=B \cdot A$	交换律
7	$A+(B+C)=(A+B)+C$	$A \cdot (B \cdot C)=(A \cdot B) \cdot C$	结合律
8	$A+BC=(A+B)(A+C)$	$A \cdot (B+C)=AB+AC$	分配律
9	$\overline{A+B+C}=\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$	$\overline{A \cdot B \cdot C}=\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$	摩根定律

对分配律 $A+BC=(A+B)(A+C)$ 的证明

$$\begin{aligned}A+BC &= A(1+B+C)+BC \\&= A+AB+AC+BC \\&= AA+AB+AC+BC \\&= A(A+B)+C(A+B) \\&= (A+B)(A+C)\end{aligned}$$

对 $\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$ 、 $\overline{A+B} = \overline{A}\overline{B}$ 摩根定律的真值表证明（穷举所有可能）

A	B	\overline{A}	\overline{B}	AB	\overline{AB}	$\overline{A} + \overline{B}$	A+B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}\overline{B}$
0	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	0	0

2、运算规则

代入规则：在任何一个逻辑等式中，如果将等式两边所有变量A代换成一个逻辑函数Z，则代换后的等式仍然成立。可用代入规则证明恒等式和扩展公式。

例：已知等式 $C \cdot (B + A) = C \cdot B + C \cdot A$ 中的A代以 $D + E$ ，试证明等式仍然成立。

$$\text{原式左边} \quad C \cdot (B + D + E) = C \cdot B + C \cdot D + C \cdot E$$

$$\text{原式右边} \quad C \cdot B + C \cdot (D + E) = C \cdot B + C \cdot D + C \cdot E$$

可见原命题成立

对偶规则： 把一个逻辑函数表达式Z中 “0”
→“1”、 “1” →“0”、 “.” →“+”、 “+” →“.”
变换后得到新的表达式Z' 称为Z的对偶(Duality)
式。

$$Z = A \cdot \bar{B} + A \cdot (C + 0)$$

$$Z' = (A + \bar{B}) \cdot [A + (C \cdot 1)]$$

对偶规则的用处： 当证明了某逻辑函数等号两边的
表达式相等后，根据对偶规则，它们各自的对偶式
也必然相等。

反演规则：由原函数求反函数的过程叫反演 (Reversal Development)。把已知逻辑函数Z中“0” \rightarrow “1”、“1” \rightarrow “0”、“.” \rightarrow “+”、“+” \rightarrow “.”、原变量换反变量、反变量换原变量，并且保持原表达式的运算顺序。则变换后的式子是原函数的反函数。

利用反演规则可以方便地求出反函数。（也可以利用狄摩根定律求出）

例：

$$L = \overline{A} \cdot \overline{B} + CD$$

$$\overline{L} = (A + B) \cdot (\overline{C} + \overline{D})$$

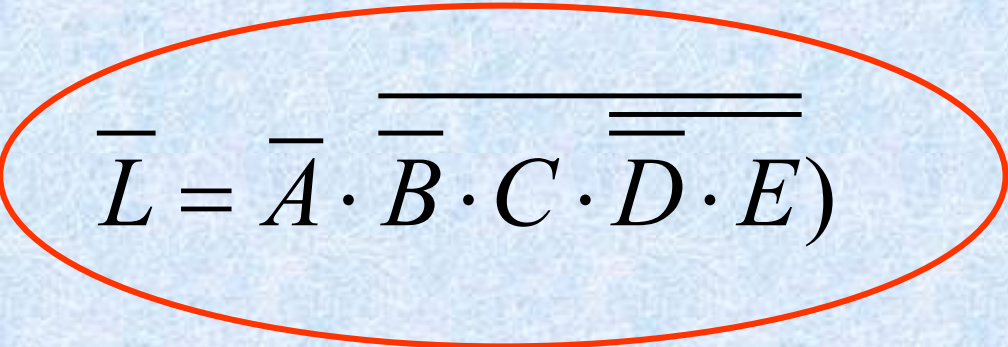
例：

$$L = A + B + \overline{C} + \overline{D} + \overline{\overline{E}}$$

$$\overline{L} = \overline{A} \cdot (B + \overline{C} + \overline{D} + \overline{\overline{E}})$$

$$L = A + \overline{M}$$

$$M = B + \overline{C} + \overline{D} + \overline{\overline{E}}$$


$$\overline{L} = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} \cdot \overline{E}$$

由此可见：一个逻辑变量或逻辑表达式中有不止一个反号时，反演时只能去掉最外层的一个非号，而在该非号下面的变量不必求，“与”“或”“0”“1”也不互换了。

3、常用公式

$$(1) \quad A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A \quad (\text{合并项})$$

$$A \cdot B + A \cdot \overline{B} = A \cdot (B + \overline{B}) = A \cdot 1 = A$$

根据对偶规则有： $(A + B) \cdot (A + \overline{B}) = A$

(2) 吸收律：

$$A + AB = A \quad (\text{消去法}) \quad A + AB = A(1 + B) = A \cdot 1 = A$$

$$A + \overline{A} \cdot B = A + B \quad \begin{aligned} A + \overline{A} \cdot B &= (A + \overline{A}) \cdot (A + B) \quad \text{分配率} \\ &= 1 \cdot (A + B) = (A + B) \end{aligned}$$

(3) 冗余律

$$A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$$

证明:

$$\begin{aligned} A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C &= A \cdot B + \overline{A} \cdot C + (A + \overline{A})B \cdot C \\ &= A \cdot B + \overline{A} \cdot C + A \cdot B \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C = A \cdot B \cdot (1 + C) + \overline{A} \cdot C \cdot (1 + B) \\ &= A \cdot B + \overline{A} \cdot C \end{aligned}$$

推论: $A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot F \dots = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$

$$\begin{aligned} A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot F \dots &= A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C + B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot F \dots \\ &= A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C \cdot (1 + D \cdot E \cdot F) = A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot C \end{aligned}$$

也说明不能同时“减”无此逻辑运算!

$$(4) \quad A \oplus B = \overline{A \odot B} \quad A \odot B = \overline{A \oplus B}$$

最后必须再强调，在逻辑代数中不存在减法和除法。等式两边相同的“项”不能随意消去。
例如：

$$\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + A \cdot B = A + B + A \cdot B$$

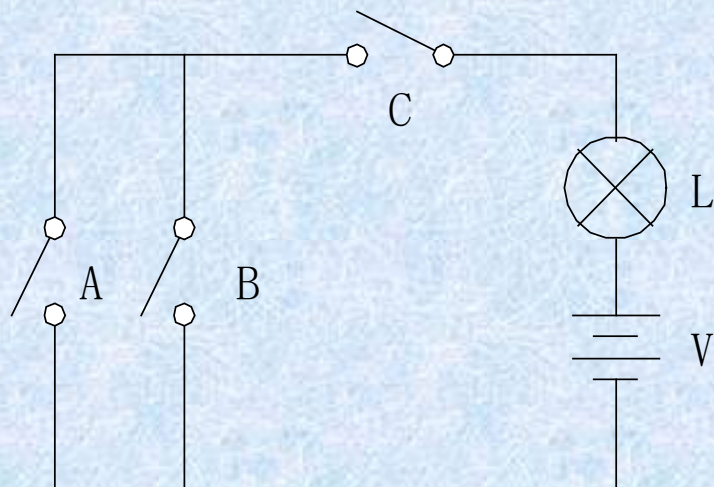
在等式两边不能消去 AB

$$\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} \neq A + B$$

二、逻辑函数的表示方法及标准表达式

1、表示方法（5种）

令开关合上为“1”，断开为“0”；灯亮时为“1”，暗为“0”。



(1) 真值表表示

A	B	C	L
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

(2) 函数式表示

开关A和C合上,或B和C合上,或A、B、C都合上时灯亮, 所以有函数式

$$L=f(A,B,C)=AC+BC+ABC=(A+B)C$$

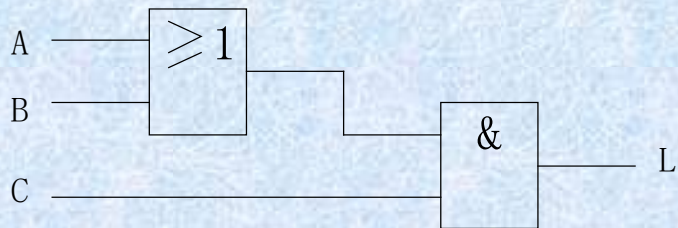
式子从真值表得出时

$$L=f(A,B,C)=\bar{A}BC+A\bar{B}C+ABC$$

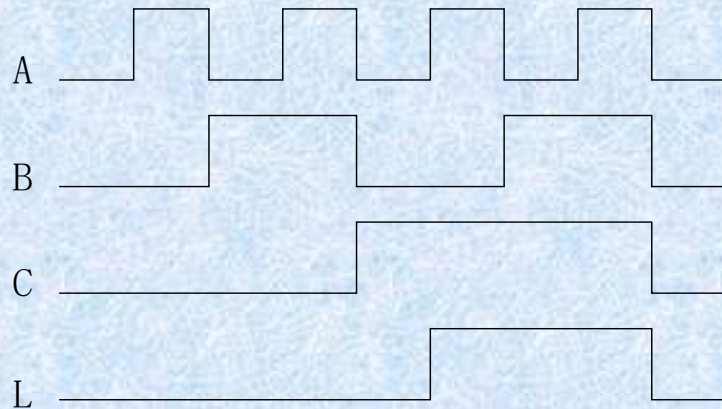
本质上两式相等

$$\begin{aligned}\bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC &= (\bar{A}B + A\bar{B} + AB)C \\ &= (\bar{A}B + A)C = (A + B)C\end{aligned}$$

(3) 逻辑图表示

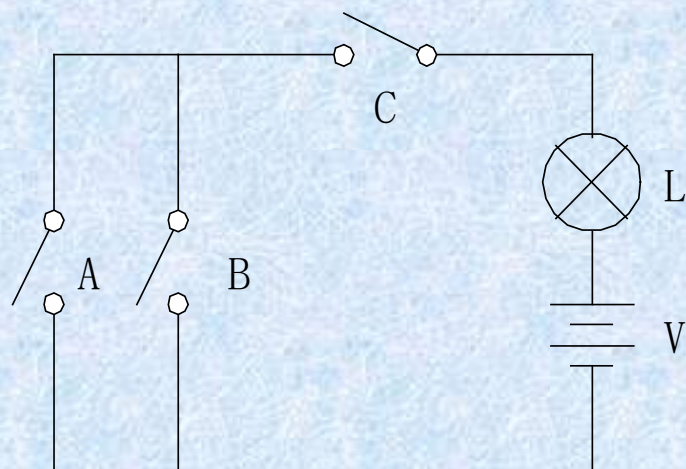


(4) 波形图表示



(5) 卡诺图表示

L \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	0



三、逻辑函数的代数法化简

1、逻辑函数的标准“与—或”表达式

$$L=f(A,B,C)=\bar{A}BC+\bar{A}\bar{B}C+ABC$$

最小项之和表达式

标准“与-或”表达式

三个“与”项具有如下的特征：

(1)每个“与”项都包含了函数的三个变量A、B、C。

(2)A、B、C三个变量或者以原变量或者以反变量的形式在“与”项中出现一次。

凡符合上述特征的“与”项都是**最小项**。

可见，当一个函数具有n个变量时，其最小项也必定是n个变量的一个“与”项，而这个函数应有 2^n 个最小项。

变量取值和最小项间关系

最小项	使最小项为1的变量取值			最小项编号
	A	B	C	m_i
$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$	0	0	0	m_0
$\bar{A}\bar{B}C$	0	0	1	m_1
$\bar{A}B\bar{C}$	0	1	0	m_2
$\bar{A}BC$	0	1	1	m_3
$A\bar{B}\bar{C}$	1	0	0	m_4
$A\bar{B}C$	1	0	1	m_5
$AB\bar{C}$	1	1	0	m_6
ABC	1	1	1	m_7

最小项有如下性质

- (1) 输入变量的任何一组取值，仅对应于一个最小项的值为1。
- (2) 任何二个最小项相与，结果一定为0。 $m_i m_j = 0$
- (3) 全部最小项的和，结果为1。 $\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$
- (4) 只差一个变量不同的二个最小项，逻辑上称相邻，合并成为一项后，可消去不同的变量。

例子中标准的“与—或”表达式可简化成：

$$\begin{aligned} L = f(A, B, C) &= \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC \\ &= m_3 + m_5 + m_7 = \Sigma m(3, 5, 7) \end{aligned}$$

2、逻辑函数的标准“或—与”表达式

- 逻辑函数的标准“或—与”表达式又称最大项之积
- 三只开关控制一只灯的逻辑问题为例。写出以灯不亮为结果时，则有

$$\bar{L}=f(A,B,C)=\bar{A}\bar{B}\bar{C}+\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}B\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}+ABC$$

两边同时求反，并用摩根定律后

$$L=f(A,B,C)=(A+B+C)(A+B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)(\bar{A}+B+C)(\bar{A}+\bar{B}+C)$$

$$\begin{aligned}
 L = f(A, B, C) &= \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC \\
 &= (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + C) \\
 &= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_6 = \prod M(0, 1, 2, 4, 6)
 \end{aligned}$$

上式中：

每一个“或”项都包含了函数的三个变量。
函数的三个变量或以原变量，或者以反变量的形式在“或”项中出现。

这样一个“或”项又称为**最大项**，上式就是标准的“或——与”表达式，或称最大项之积式。

变量取值和最大项间关系

最大项	使最大项为0的变量取值			最大项编号
	A	B	C	M_i
$A+B+C$	0	0	0	M_0
$A+B+\bar{C}$	0	0	1	M_1
$A+\bar{B}+C$	0	1	0	M_2
$A+\bar{B}+\bar{C}$	0	1	1	M_3
$\bar{A}+B+C$	1	0	0	M_4
$\bar{A}+B+\bar{C}$	1	0	1	M_5
$\bar{A}+\bar{B}+C$	1	1	0	M_6
$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$	1	1	1	M_7

最大项的性质：

(1)任何一组变量取值，仅仅对应一个最大项的值为0。

(2)任何二个最大项之和，其值为1。 $M_i + M_j = 1$

(3)全部最大项之积，其值恒为0。 $\prod_{i=0}^{2^n-1} M_i = 0$

(4)只差一个变量不同的二个最大项，逻辑上同样称为相邻，能合并成一项，消去不同的变量。

最大项之积式写成如下形式：

$$\begin{aligned} L = f(A, B, C) &= \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC \\ &= (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + C) \\ &= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_6 = \prod M(0,1,2,4,6) \end{aligned}$$

Mi中的下标i取值 规则是用0代替最大项中原变量，
用1代替最大项中的反变量。

$$\begin{aligned}
 L = f(A, B, C) &= \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC \\
 &= (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + C) \\
 &= M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_6 = \prod M(0, 1, 2, 4, 6)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L = f(A, B, C) &= \overline{A}BC + A\overline{B}C + ABC \\
 &= m_3 + m_5 + m_7 = \sum m(3, 5, 7)
 \end{aligned}$$

◆ 最大项和最小项是同一逻辑问题的二种不同描述形式。实际上是一种互补的表示方法。

因为

$$M_i = \overline{m_i}$$

3、逻辑函数的代数法化简

同一个逻辑函数有多种形式的表示:

$$L=AB+\bar{A}C$$

$$=(A+C)(\bar{A}+B)$$

$$=\overline{\overline{A}\overline{B}\overline{A}C}$$

$$=\overline{A+C+\bar{A}+B}$$

$$=\overline{\bar{A}\bar{C}+A\bar{B}}$$

用“与—或”门实现的“与—或”表达式

用“或—与”门实现的“或—与”表达式

用“与非”门实现的“与非—与非”表达式

用“或非”门实现的“或非—或非”表达式

用“与或非”门实现的“与或非”表达式

其中第一种表达式是基本形式，其它式子都可由它变换而得

- 一个逻辑函数的化简就是指对“与—或”表达式的化简，并要求把它化成最简的“与—或”表达式。
- 最简的“与—或”表达式，是指表达式中的“与”项项数最少，而每一个“与”项中所含的变量数也应最少。

- 代数法化简依据逻辑代数的定律，常用公式和运算规则进行。
- 采用的方法有：吸收法、配项法、合并法、消去法、冗余法。

[例1] 化简下列函数为最简的“与—或”表达式。

$$\begin{aligned} Z_1(A, B, C, D) &= ABC\bar{D} + ABD + BC\bar{D} + ABC + BD + B\bar{C} \\ &= B(AC\bar{D} + AD + C\bar{D} + AC + D + \bar{C}) \\ &= B \end{aligned}$$

该式子在提出公共变量B之后，应用了吸收法和消去法使式子达到最简。

[例2]

$$\begin{aligned} & Z_2(A, B, C, D) \\ &= AB + A\bar{B} + \bar{A}C + BD + ACEF + \bar{B}EF + DEFG \\ &= A(B + \bar{B} + CEF) + \bar{A}C + BD + \bar{B}EF + DEFG \\ &= A + \bar{A}C + BD + \bar{B}EF \\ &= A + C + BD + \bar{B}EF \end{aligned}$$

该例应用了合并法和冗余项法使式子化成最简。

[例3]

$$\begin{aligned} Z_3(A, B, C, D, E) &= ACE + \bar{A}BE + \bar{B}\bar{C}\bar{D} + BE\bar{C} + DE\bar{C} + \bar{A}E \\ &= E(AC + \bar{A}B + \bar{B}\bar{C} + D\bar{C} + \bar{A}) + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \\ &= E(\bar{A} + C + B + D) + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \\ &= E(\bar{A} + \overline{\bar{B}\bar{C}\bar{D}}) + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \\ &= E\bar{A} + E\overline{\bar{B}\bar{C}\bar{D}} + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \\ &= E\bar{A} + E + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \\ &= E + \bar{B}\bar{C}\bar{D} \end{aligned}$$

代数法化简无固定步骤可遵循，具有一定的试探性。

对最后的化简结果，有时难以肯定是合理的，它在很大程度上取决于设计者对逻辑代数的熟悉程度。

四、逻辑函数的卡诺图化简

卡诺图

- 它由 2^n 个小方块组成的方块图
(n 是函数所含的变量数)组成。
- 每个小方块代表一个最小项。
- 而且相邻二个小方块所代表的二个最小项仅差一个变量不同，其它相同
(这在逻辑上称相邻性)。

二变量卡诺图

		B	
		\bar{B}	B
A	\bar{A}	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$
	A	$A\bar{B}$	AB

		B	
		0	1
A	0	m_0	m_1
	1	m_2	m_3

		AB			
		$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
	\bar{A}	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
	A	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$

		AB			
		00	01	11	10
	\bar{A}	m_0	m_1	m_3	m_2
	A	m_0	m_1	m_3	m_2

四个最小项：
 $\bar{A}\bar{B}, \bar{A}B, A\bar{B}, AB$
 00,01,10,11

m_0, m_1, m_2, m_3

三变量卡诺图:(八个最小项)

$$\overline{A}\overline{B}\overline{C}, \overline{A}\overline{B}C, \overline{A}B\overline{C}, \overline{A}BC, A\overline{B}\overline{C}, A\overline{B}C, AB\overline{C}, ABC$$

8个最小项在卡诺图小方格上的位置必须以相邻放置→相邻方格中的最小项只差一个变量不同,其他相同.

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

ABC	ABC							
	000	001	011	010	110	111	101	100
	m_0	m_1	m_3	m_2	m_6	m_7	m_5	m_4

四变量卡诺图

AB \ CD	00	01	11	10
00	m0	m1	m3	m2
01	m4	m5	m7	m6
11	m12	m13	m15	m14
10	m8	m9	m11	m10

五变量卡诺图

AB \ CDE	000	001	011	010	110	111	101	100
00	m0	m1	m3	m2	m6	m7	m5	m4
01	m8	m9	m11	m10	m14	m15	m13	m12
11	m24	m25	m27	m26	m30	m31	m29	m28
10	m16	m17	m19	m18	m22	m23	m21	m20

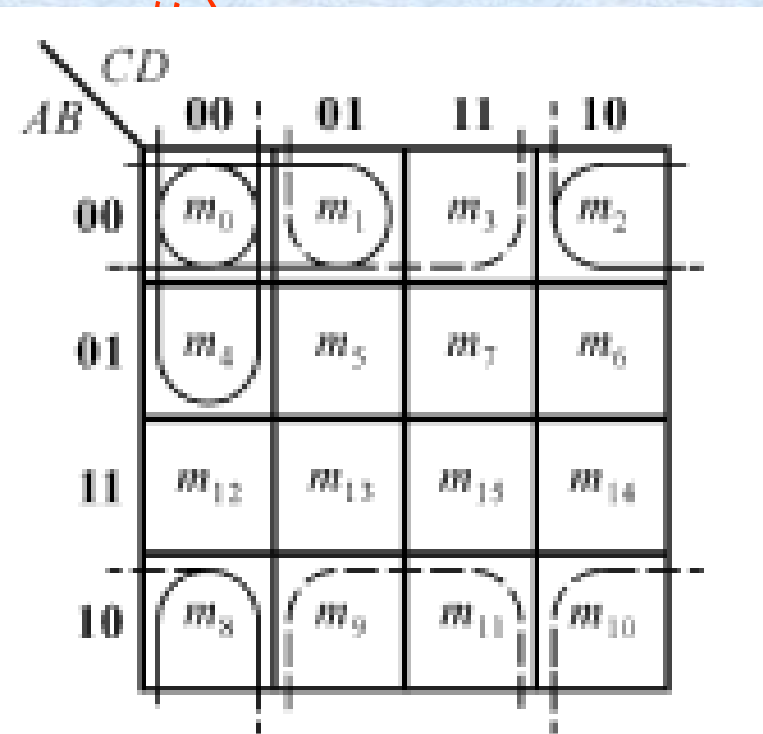
卡诺图表示逻辑函数

- 将一个表达式用标准的“与—或”表达式(最小项之和式)表示后, 根据式中的最小项, 在卡诺图的**对应小方块**中填上该最小项的值“1”后, 便成了该函数的卡诺图了。

L \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	0

$$\begin{aligned}L &= f(A, B, C) \\ &= AC + BC + ABC \\ &= \bar{A}BC + A\bar{B}C + ABC\end{aligned}$$

卡诺图化简逻辑函数的依据是利用卡诺图中相邻方块所代表的**最小项相邻性**，用画包围圈的方法把 2^n 个相邻小方块合并成一个大方块进行。**包围了 2^n 个小方块后得到的“与”项将消去 n 个变量(n 为正整数)**。



$$m_0 + m_2 = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} = \bar{A}\bar{B}\bar{D};$$

$$m_0 + m_4 = \bar{A}\bar{C}\bar{D}; \quad m_0 + m_8 = \bar{B}\bar{C}\bar{D};$$

$$m_0 + m_1 = \bar{A}\bar{B}\bar{C};$$

$$m_1 + m_3 + m_5 + m_7 = \bar{B}D;$$

$$m_0 + m_2 + m_8 + m_{10} = \bar{B}\bar{D}.$$

四变量全部十六个最小项包围在一起，结合成一项，其函数值为1。

卡诺图化简时的一般原则和规律

- ①包围圈越大，消去变量越多，但只能对 2^n 个相邻小方块实施包围。
- ②小方块可以被重复包围(利用的是重叠律)，**但每一个包围圈至少应有一个小方块未曾被包围过。**
- ③包围卡诺图中“1”的小方块，得到原函数的最简“与—或”表达式，进而可得到最简的“与非—与非”表达式，可**全部用“与非”门实现。**
- ④包围卡诺图中“0”的相邻小方块，得到最简的“或—与”表达式，进而可得到“或非—或非”最简式，可**全部用“或非”门组建电路。**

[例1] 用卡诺图化简函数

$$Z_1(A,B,C,D)=\sum m(1,3,4,5,6,7,9,12,14,15)$$

解：画出四变量卡诺图，
画包围圈后得到四
项化简后的“与”项

$$\overline{B}\overline{D} + BC + \overline{A}D + \overline{B}\overline{C}D$$

消去包围圈中不同的变量，保留相同的变量。

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	1	1	1
11	1	0	1	1
10	0	1	0	0

〔例2〕 用卡诺图化简函数

$$Z_2(A, B, C, D) = \overline{B}C + BCD + AC\overline{D} + \overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}\overline{B}\overline{D}$$

解：画出四变量卡诺图，
结合最小项画包围
圈，化简结果为

$$Z_2(A, B, C, D) \\ = AC + CD + \overline{B}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	1	1	0
11	0	0	1	1
10	1	0	1	1

[例3] 化简逻辑函数

$$Z_3(A, B, C, D) = \sum m(3, 4, 6, 7, 10, 13, 14, 15)$$

解：画出四变量卡诺图
，画包围圈后有

$$\begin{aligned} Z_3(A, B, C, D) &= AC\bar{D} + \bar{A}B\bar{D} \\ &\quad + ABD + \bar{A}CD \end{aligned}$$

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	0	0	1	0
01	1	0	1	1
11	0	1	1	1
10	0	0	0	1

$$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C \quad (\text{吸收法})$$

[例4] 化简函数 $Z_4(A, B, C) = A\bar{B} + BC + AC$

解：画出三变量卡诺图

，包围“1”得原函数：

$$\begin{aligned} Z_4(A, B, C) &= A\bar{B} + BC \quad \text{“与—或”} \\ &= \overline{\overline{A\bar{B}} \cdot \overline{BC}} \quad \text{“与非门”} \end{aligned}$$

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	1	1	1	0

包围“0”得反函数为：

$$\bar{Z}_4 = \bar{A}\bar{B} + B\bar{C}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } Z_4 &= \overline{\overline{A\bar{B}} + \overline{BC}} \quad \text{“与或非门”} \\ &= \overline{A + B} + \overline{B + C} \quad \text{“或非门”} \\ &= \overline{A\bar{B}} \cdot \overline{B\bar{C}} = (A + B)(\bar{B} + C) \quad \text{“或—与”} \end{aligned}$$

卡诺图化简时的一般原则和规律

- ①包围圈越大，消去变量越多，但只能对 2^n 个相邻小方块实施包围。
- ②小方块可以被重复包围(利用的是重叠律)，但每一个包围圈至少应有一个小方块未曾被包围过。
- ③包围卡诺图中“1”的小方块，得到原函数的最简“与—或”表达式，进而可得到最简的“与非—与非”表达式，可全部用“与非”门实现。
- ④包围卡诺图中“0”的相邻小方块，得到最简的“或—与”表达式，进而可得到“或非—或非”最简式，可全部用“或非”门组建电路。

对应的典型习题可练习 题1.27

题1.27 简化并画出实现下列逻辑函数的逻辑电路。

(1) 用最少量的“与非”门实现

$$Z = (A + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C})$$

(2) 用最少量的“或非”门实现函数

$$Z = \overline{A} + \overline{B}\overline{C} + \overline{B}C$$

(3) 用最少量的“与-或-非”门实现函数

$$Z = \overline{A}B + \overline{B}C + C\overline{D} + A\overline{D}$$

解：

(1)将式子化简后可得， $Z = \overline{A}\overline{B} + \overline{A}C + B\overline{C} = \overline{\overline{\overline{A}\overline{B}}\overline{\overline{A}C}\overline{B\overline{C}}}$
也可以是另一种答案。

(2) 用卡诺图化简，**包围“0”格**，求最简的“和之积”表达式得：

$$Z = (\overline{A} + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}) = \overline{\overline{\overline{A} + B + C}}\overline{\overline{\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}}}$$

3) 用卡诺图**包围“0”方格**，求反函数的最简“与或”表达式如下：

则“与—或—非”式为： $\overline{Z} = \overline{A}\overline{B}\overline{C} + \overline{A}\overline{C}D + A\overline{B}D$

$$Z = \overline{\overline{\overline{A}\overline{B}\overline{C}} + \overline{\overline{A}\overline{C}D} + \overline{A\overline{B}D}}$$

➤ 具有约束的逻辑函数的化简

如城市马路十字路口的交通控制灯(A,B,C),在交通控制灯正常运行时,不允许同时有二只或二只以上的灯亮。这种制约也称约束。

令灯亮为“1”,暗为“0”,机动车Z通行为“0”,停止为“1”

A	B	C	Z	A	B	C	Z
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1	×
0	1	0	0	1	1	0	×
0	1	1	×	1	1	1	×

A—红, B—绿 C—黄时真值表

◆ 工作过程中约束项的值永远是0。函数的取值与是否加上了约束项没有关系

其中 $\bar{A}BC, A\bar{B}C, ABC, A\bar{B}\bar{C}$ 四个最小项为约束项, 又称**无关项**。

具有约束项的逻辑函数可表示为

$$Z=f(A,B,C)=\bar{A}\bar{B}C+A\bar{B}\bar{C}$$

$$\bar{A}BC+A\bar{B}C+ABC+A\bar{B}\bar{C}=0(\text{约束条件}) \quad \text{或}$$

$$Z=\sum m(1,4)+\sum d(3,5,6,7)$$

其中3,5,6,7为约束项。

◆ 任意项也是逻辑函数式中的**无关项**。

◆ 在具有约束条件的逻辑函数化简中，应当充分利用约束项。

◆ 为了化简后函数最简，可把无关项作“1”处理，也可作“0”处理。

例：化简具有约束项的逻辑函数 $Z=f(A,B,C,D)=\sum m(2,3,4,5,9,10,12,15)+\sum d(0,1,6,11,13)$ 为最简的“与-或”表达式。

解：画出四变量卡诺图，约束项代表的小方块用“×”表示。利用了 m_{13} 和 m_{11} 两个约束项后，得到最简的“与-或”式 $Z=f(A,B,C,D)=B\bar{C}+\bar{B}C+AD$ 。显然，约束项 m_0, m_1, m_6 作“0”处理了。

AB \ CD	CD			
	00	01	11	10
00	×	×	1	1
01	1	1	0	×
11	1	×	1	0
10	0	1	×	1