

计算机视觉 实验课程

实验2（下） 图像复原

图像复原(图像恢复)

目的:

尽量减少或去除获取图像或处理图像过程中的图像降质(图像退化), 恢复其本来面目。

方法:

要弄清楚降质或退化的原因, 分析引起降质或退化的因素, 建立相应的数学模型, 并沿着图像降质的逆过程恢复图像。

图像复原方法的分类

- ⊕ 图像复原大致可以分为两种方法：
- ⊕ 一种方法适用于缺乏图像先验知识的情况，此时可对退化过程建立模型进行描述，进而寻找一种去除或消弱其影响的过程，是一种估计方法；
- ⊕ 另一种方法是针对原始图像有足够的先验知识的情况，对原始图像建立一个数学模型并根据它对退化图像进行拟合，能够获得更好的复原效果。

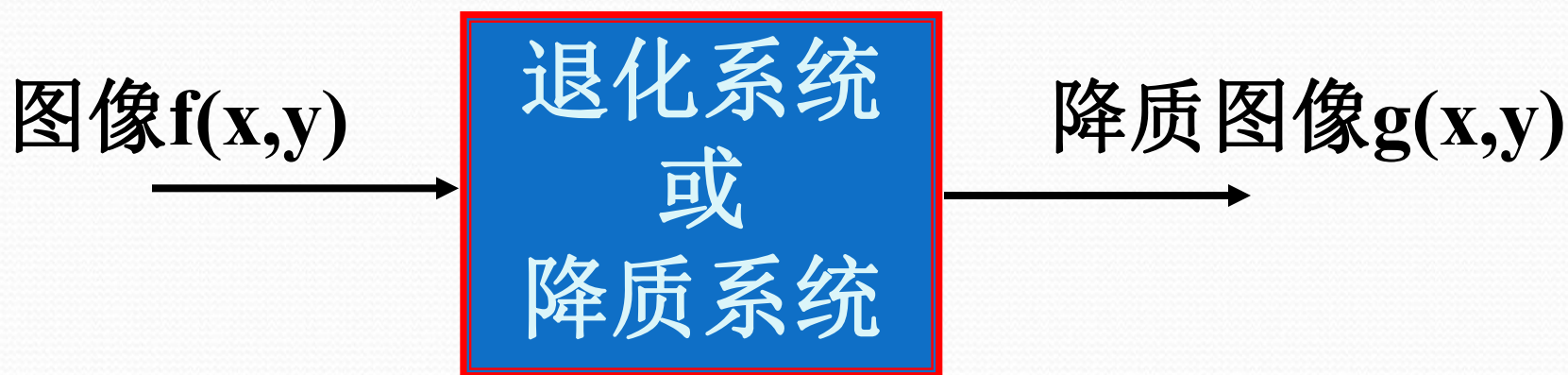
从方法和应用角度的分类

- 频域图像恢复方法：逆滤波、维纳滤波等；
- 线性代数恢复方法：线性代数滤波方法、空间域滤波方法等；
- 非线性代数恢复方法：投影法、最大熵法、正约束方法、贝叶斯方法、蒙特卡罗方法等；
- 频谱外推法：哈里斯外推法、长球波函数外推法；
- 反卷积恢复方法：盲复原方法。

在图像复原处理中， 尽管非线性、时变和空间变化的系统模型更具有普遍性和准确性，更与复杂的退化环境相接近，但它给实际处理工作带来了巨大的困难，常常找不到解或者很难用计算机来处理。因此，在图像复原处理中， 往往用线性系统和空间不变系统模型来加以近似。这种近似的优点使得线性系统中的许多理论可直接用于解决图像复原问题，同时又不失可用性。

一、图像降质的数学模型

(一) 连续图像退化的数学模型



■ 假设：

- 系统是线性的；
- 噪声不存在该系统中；

一幅连续图像 $f(x, y)$ 可以看作是由一系列点源组成的。因此， $f(x, y)$ 可以通过点源函数的卷积来表示。即

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) \delta(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \quad (11-2)$$

式中， δ 函数为点源函数，表示空间上的点脉冲。
在不考虑噪声的一般情况下，连续图像经过退化系统 H 后的输出为

$$g(x, y) = H[f(x, y)] \quad (11-3)$$

把式(11-2)代入式(11-3)得

$$g(x, y) = H[f(x, y)] = H \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) \delta(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta \right] \quad (11-4)$$

在线性和空间不变系统的情况下，退化算子 H 具有如下性质：

(1) 线性：设 $f_1(x,y)$ 和 $f_2(x,y)$ 为两幅输入图像， k_1 和 k_2 为常数，
则

$$H[k_1 f_1(x, y) + k_2 f_2(x, y)] = k_1 H[f_1(x, y)] + k_2 H[f_2(x, y)] \quad (11-5)$$

由该性质还可推出下面两个结论：

① 当 $k_1=k_2=1$ 时，式(11-5)变为

$$H[f_1(x, y) + f_2(x, y)] = H[f_1(x, y)] + H[f_2(x, y)] \quad (11-6)$$

② 如果 $f_2(x, y)=0$ ，则式(11-5)变为

$$H[k_1 f_1(x, y)] = k_1 H[f_1(x, y)] \quad (11-7)$$

(2) 空间不变性: 如果对任意 $f(x, y)$ 以及 a 和 b ,
有

$$H[f(x-a, y-b)] = g(x-a, y-b) \quad (11-8)$$

则对于线性空间不变系统, 输入图像经退化后的输出
为

$$\begin{aligned} g(x, y) &= H[f(x, y)] = H\left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) \delta(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta\right] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) H[\delta(x-\alpha, y-\beta)] d\alpha d\beta \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) h(x-\alpha, y-\beta) d\alpha d\beta \end{aligned} \quad (11-9)$$

式中, $h(x-\alpha, y-\beta)$ 为该退化系统的点扩展函数(PSF), 或叫系统的冲激响应函数。它表示系统对坐标为 (α, β) 处的冲激函数 $\delta(x-\alpha, y-\beta)$ 的响应。也就是说, 只要系统对冲激函数的响应为已知, 那么就可以清楚图像退化是如何形成的。因为对于任一输入 $f(\alpha, \beta)$ 的响应, 都可以通过上式计算出来。

此时, 退化系统的输出就是输入图像信号 $f(x,y)$ 与点扩展函数 $h(x, y)$ 的卷积, 即

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta = f(x, y) * h(x, y) \quad (11-1)$$

图像退化除了受到成像系统本身的影响外，有时还要受到

噪声的影响。假设噪声 $n(x, y)$ 是加性白噪声，这时上式可写成

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha, \beta) h(x - \alpha, y - \beta) d\alpha d\beta + n(x, y) \\ &= \underline{f(x, y) * h(x, y) + n(x, y)} \end{aligned} \quad (11-11)$$

在频域上，式(11-11)可以写成

$$\underline{G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v)} \quad (11-12)$$

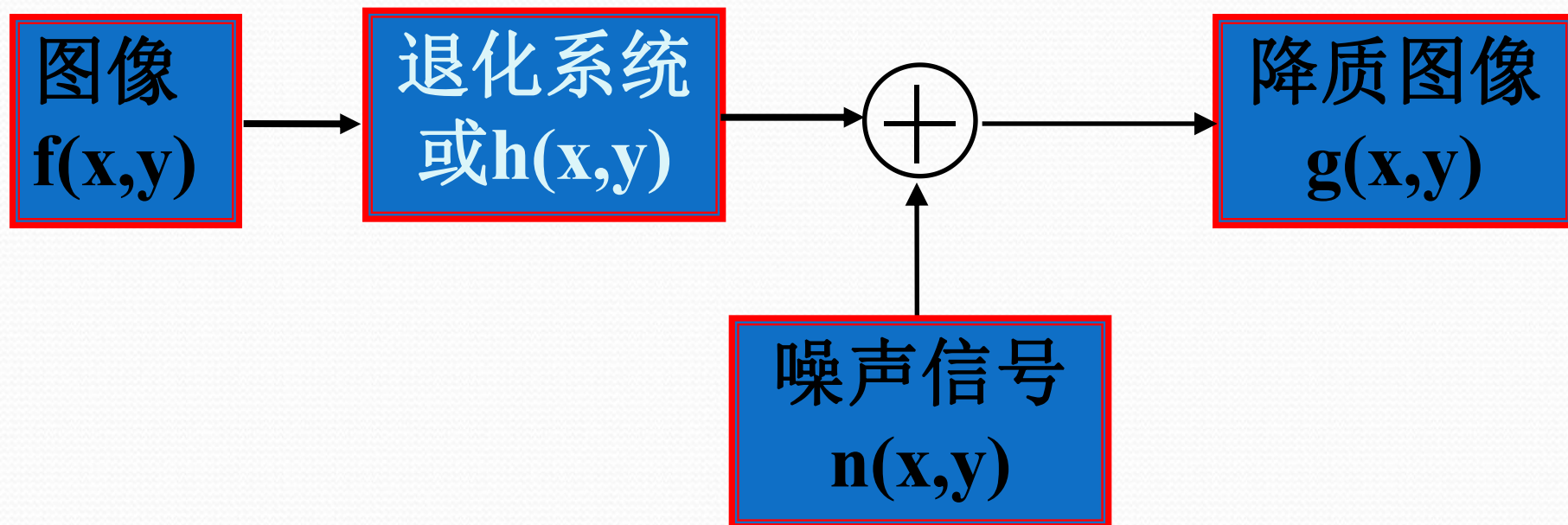
其中， $G(u, v)$ 、 $F(u, v)$ 、 $N(u, v)$ 分别是退化图像 $g(x, y)$ 、原图像 $f(x, y)$ 、噪声信号 $n(x, y)$ 的傅立叶变换； $H(u, v)$ 是系统的点冲激响应函数 $h(x, y)$ 的傅立叶变换，称为系统在频率域上的传递函数。

式(11-11)和式(11-12)就是连续函数的退化模型。可见，图像复原实际上就是已知 $g(x, y)$ 求 $f(x, y)$ 的问题或已知 $G(u, v)$ 求 $F(u, v)$ 的问题，它们的不同之处在于一个是在空域，一个是在频域

显然，进行图像复原的关键问题是寻找降质系统在空间域上的冲激响应函数 $h(x, y)$ ，或者降质系统在频率域上的传递函数 $H(u, v)$ 。一般来说，传递函数比较容易求得。因此，在进行图像复原之前，一般应设法求得完全的或近似的降质系统传递函数，要想得到 $h(x, y)$ ，只需对 $H(u, v)$ 求傅立叶逆变换即可。

考虑系统受到加性噪声 $n(x,y)$ 的影响，对于线性移不变系统，最一般的数学表达式为：

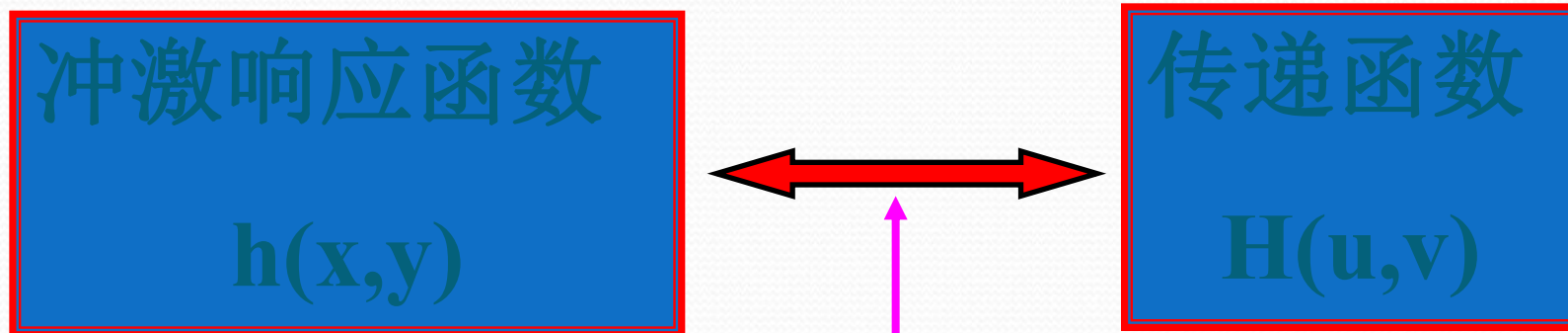
$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + n(x, y)$$



(一) 连续图像退化的数学模型

描述一个系统的性能通常用：

冲激响应函数或者传递函数



傅立叶变换对关系

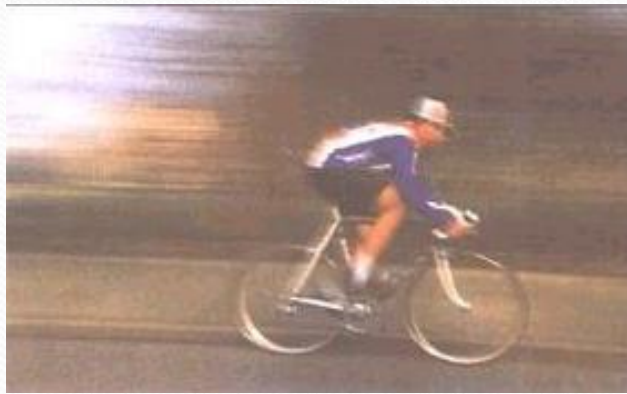
(一) 连续图像退化的数学模型

在频率域上，有：

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v)$$

退化过程 $T\{f\} \rightarrow g$ 或 $F \rightarrow G$

恢复过程 $T^{-1}\{g\} \rightarrow f$ 或 $G \rightarrow F?$



运动形成的模糊示例



(二) 离散图像退化的数学模型

考虑到噪声影响，并设 \mathbf{n} 是 MN 维噪声向量，则离散图像的退化模型为：

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f} + \mathbf{n}$$

上述的退化模型是在线性移不变前提下获得的，已被许多复原方法所采用，并取得良好的复原效果。

图像复原数学描述：在给定 $g(x,y)$ 前提下，并且了解退化系统点扩散函数 $h(x,y)$ 或 $H(u,v)$ 和噪声分布 $n(x,y)$ 情况下，估计原始图像。

(二) 离散图像退化的数学模型

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_e(0) & h_e(M-1) & h_e(M-2) & \cdots & h_e(1) \\ h_e(1) & h_e(0) & h_e(M-1) & \cdots & h_e(2) \\ h_e(2) & h_e(1) & h_e(0) & \cdots & h_e(3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_e(M-1) & h_e(M-2) & h_e(M-3) & \cdots & h_e(0) \end{bmatrix}$$

循环矩阵：方阵，每一行是前一行循环右移一位的结果。

二、无约束图像复原

1 逆滤波

由式(11-24)可得

$$n = g - Hf \quad (11-25)$$

逆滤波法是指在**对 n 没有先验知识**的情况下，可以依据这样的最优准则，即**寻找一个 \hat{f} ，使得 $H\hat{f}$ 在最小二乘方误差的意义下最接近 g** ，即要使 n 的模或范数（norm）最小：

$$\| n \|^2 = n^T n = \| g - H\hat{f} \|^2 = (g - H\hat{f})^T (g - H\hat{f}) \quad (11-26)$$

$$L(\hat{f}) = \|g - H\hat{f}\|^2 \quad (11-27)$$

如果我们在求最小值的过程中，不做任何约束，称这种复原为非约束复原。由极值条件

$$\frac{\partial L(\hat{f})}{\partial \hat{f}} = 0 \Rightarrow H^T (g - H\hat{f}) = 0 \quad (11-28)$$

解出 \hat{f} 为

$$\hat{f} = (H^T H)^{-1} H^T g = H^{-1} g \quad (11-29)$$

对式(11-29)作傅立叶变换，得

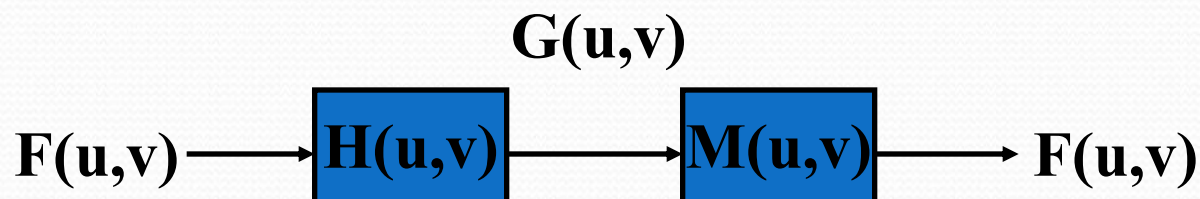
$$F(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad (11-30)$$

二、无约束图像复原

$$\text{令 } M(u, v) = \frac{1}{H(u, v)}, \text{ 它是 } H(u, v) \text{ 之逆}$$

代表滤波器的转移函数

该恢复方法取名为逆滤波。




逆滤波模型

可见，如果知道 $g(x, y)$ 和 $h(x, y)$ ，也就知道了 $G(u, v)$ 和 $H(u, v)$ 。根据上式，即可得出 $F(u, v)$ ，再经过反傅立叶变换就能求出 $f(x, y)$ 。

逆滤波是最早应用于数字图像复原的一种方法。并用此方法处理过由漫游者、探索者等卫星探索发射得到的图像。

2 非约束图像复原的病态性质

由式(11-30)进行图像复原时，由于 $H(u, v)$ 在分母上，当 $u-v$ 平面上的某引起点或区域 $H(u, v)$ 很小或等于零，即出现了零点时，就会导致不稳定解。因此，即使没有噪声，一般也不可能精确地复原 $f(x, y)$ 。如果考虑噪声项 $N(x, y)$ ，则出现零点时，噪声项将被放大，零点的影响将会更大，对复原的结果起主导地位，这就是无约束图像复原模型的病态性质。它意味着退化图像中小的噪声干扰在 $H(u, v)$ 取得很小值的那些频谱上将对恢复图像产生很大的影响。由简单的光学分析知道，在超出光学系统的绕射极限时， $H(u, v)$ 将很小或等于零，因此对多数图像直接采用逆滤波复原会遇到上述求解方程的病态性。



为了克服这种不稳定性，一方面可利用有约束 图像复原；另一方面，可利用噪声一般在高频范围，衰减速度 较慢，而信号的频谱随频率升高下降较快的性质，在复原时，只限制在频谱坐标离原点不太远的有限区域内运行，而且关心的也是信噪比高的那些频率位置。

实际上，为了避免 $H(u, v)$ 值太小，一种改进方法是在 $H(u, v)=0$ 的那些频谱点及其附近，人为地设置 $H^{-1}(u, v)$ 的值，使得在这些频谱点附近 $N(u, v)/H(u, v)$ 不会对 $\hat{f}(u, v)$ 产生太大的影响。图11-3给出了 $H(u, v)$ 、 $H^{-1}(u, v)$ 应用这种改进的滤波特性或恢复 转移函数的一维波形，从中可以看出它与正常滤波的差别。

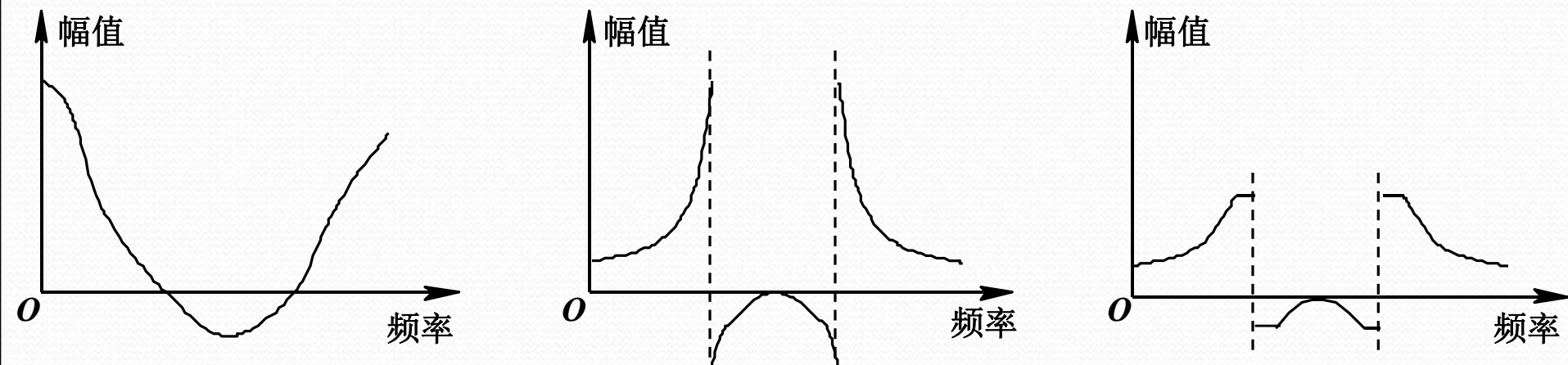


图11-3 逆滤波器零点的影响及其改进

(a) 退化系统的传递函数； (b) 逆滤波器传递函数； (c) 改进的逆滤波器传递函数

另一种改进是考虑到退化系统的传递函数 $H(u, v)$ 带宽比噪声的带宽要窄得多，其频率特性具有低通性质，取恢复转移函数 $M(u, v)$ 为

第一方法

$$M(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{H(u, v)} & u^2 + v^2 \leq \omega_0^2 \\ 1 & u^2 + v^2 > \omega_0^2 \end{cases} \quad (11-31)$$

其中， ω_0 的选取原则是将 $H(u, v)$ 为零的点除去。这种方法的缺点是复原后的图像的振铃效果较明显。

第二方法

$$M(u, v) = \begin{cases} k & \text{如果 } H(u, v) \leq d \\ 1/H(u, v) & \text{其他} \end{cases}$$



逆滤波（频域恢复方法）

如何得到 $H(u, v)$ 是一个关键问题。通常要分析退化的原因，找出 H 的具体函数表达式（可以适当作些简化）。例如：若图像的成像系统可测，则可用实验方法求出。

无约束图像复原的病态性质

为了克服 $H(u, v)$ 接近0所引起的计算问题，在分母中加入一个小的常数 k ，将上式修改为：

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v) - N(u, v)}{H(u, v) + k}$$

结论：

逆滤波对于没有被噪声污染的图像很有效，但是实际应用中，噪声通常无法计算，因此通常忽略加性噪声，而当噪声存在时，该算法就对噪声有放大作用，如果对一幅有噪声的图像进行恢复，噪声可能占据了整个恢复结果。逆滤波算法不适合用来恢复含有噪声的图像。

运动模糊模型

$$H(u, v) = \frac{T \sin[\pi(ua + vb)]}{\pi(ua + vb)} e^{-j\pi(ua + vb)}$$

维纳滤波器

$$\begin{aligned}\hat{F}(u, v) &= \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma[S_n(u, v)/S_f(u, v)]} \right] G(u, v) \\ &= \left[\frac{1}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \gamma[S_n(u, v)/S_f(u, v)]} \right] G(u, v)\end{aligned}$$

$$\hat{F} = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v)$$

实验3 零件形状识别

图像处理基本步骤：

图像预处理（去噪、复原等图像增强技术）

阈值分割（灰度图、r/g/b单通道图）

轮廓提取

面积、周长等分析（是否是圆形？是否是方形？）

得到期望结果

实验内容

1. 右图是长度为30、逆时针方向角度为11、加有高斯白噪声的移动模糊图像。试用一种方法复原该图像。)



实验报告（word或者pdf）与源程序打包成一个压缩文件发送至3L3T3T@163.COM

作业命名方式 学号+姓名