

Lesson 19

Electromagnetic Fields and Waves

谐振器

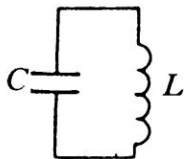
郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn

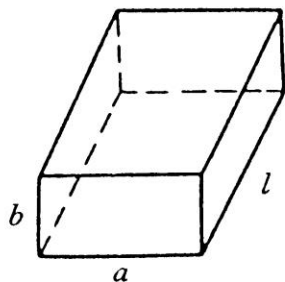


James Clerk Maxwell
1831 – 1879

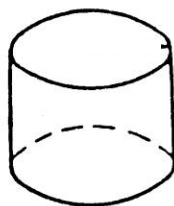
谐振器



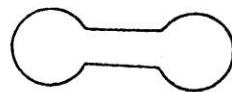
LC谐振回路



矩形空腔谐振器



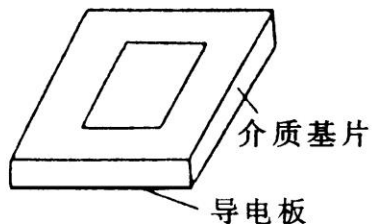
圆柱空腔谐振器



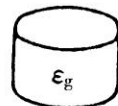
环形谐振器



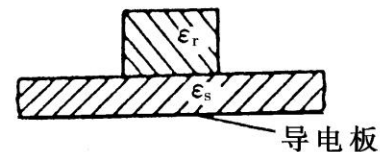
同轴线谐振器



微带谐振器



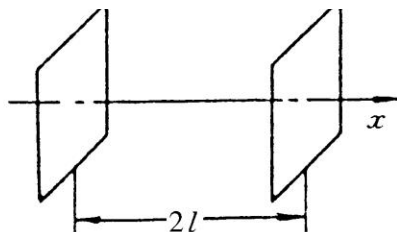
圆柱介质谐振器



屏蔽介质谐振器



光纤谐振器



法布里—帕罗谐振器

❖ 谐振器是一种具有储能和频率选择特性的元件，与低频LC回路类似。

❖ 电磁场不仅在横向而且在纵向都受到限制，场沿三个坐标轴方向都呈驻波分布。

谐振器工作的必要条件与充分条件

❖ 必要条件:

- 三个方向的边界上都全反射

❖ 充分条件:

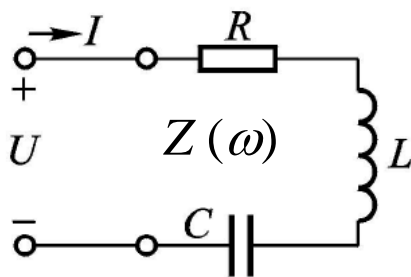
- 每个方向来回反射一次相移为 2π 整倍数

❖ 如何形成全反射界面?

- 完纯导体
- 介质—介质交界面, 密媒质到疏媒质, $\theta > \theta_c$
- 多层膜系统
- 传输线开路、短路
- 工作于周期结构的禁带

LC谐振回路及其特性

❖ 恒压源作用下的串联LCR回路



$$I = \frac{U}{Z(\omega)} = \frac{U}{R \left(1 + j2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega} \right)}$$

$$Z(\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$= R \left[1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

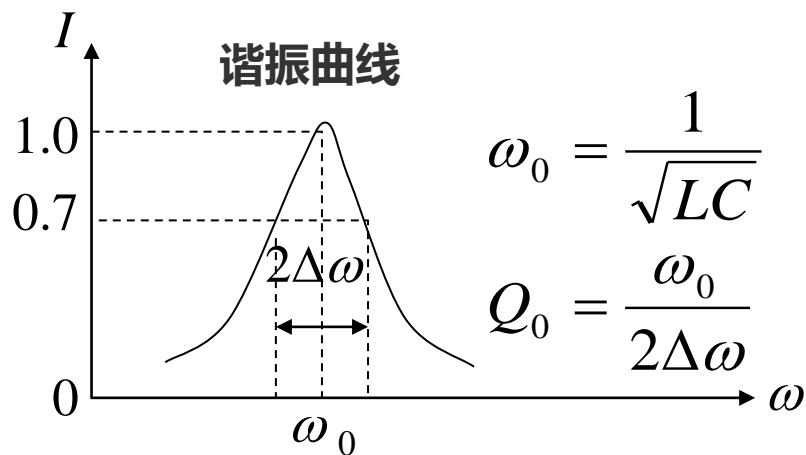
$$\approx R \left(1 + j2Q_0 \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right)$$

$\underbrace{\quad}_{Q_0 \text{ 较大 } \Delta\omega \text{ 较小}}$

定义回路固有品质因数

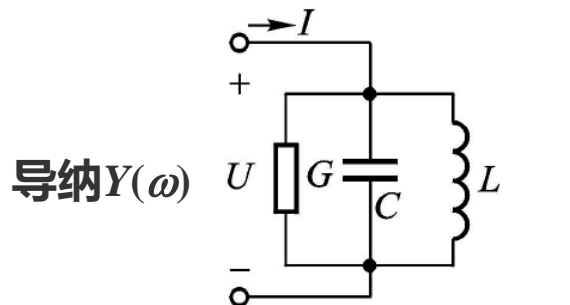
$$Q_0 = 2\pi \frac{\text{谐振电路储能}}{\text{一周周期损耗}}$$

$$= 2\pi \frac{\frac{1}{2}LI^2}{\frac{1}{2}I^2RT} = \frac{\omega_0 L}{R}$$



LC谐振回路及其特性

❖ 恒流源作用下的并联LCG回路



$$U = \frac{I}{Y(\omega)} = \frac{I}{G \left(1 + j2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega} \right)}$$

$$Y(\omega) = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$$

$$= G \left[1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

$$\approx G \left(1 + j2Q_0 \frac{\Delta\omega}{\omega} \right)$$

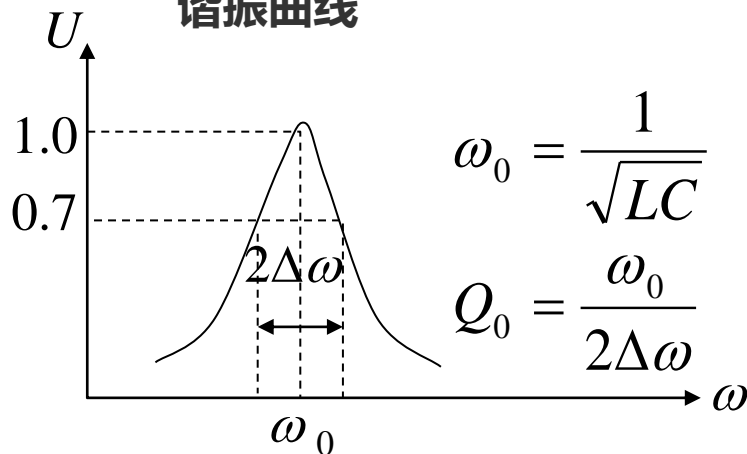
Q_0 较大, $\Delta\omega$ 较小时

定义回路固有品质因数

$$Q_0 = 2\pi \frac{\text{谐振电路储能}}{\text{一周周期损耗}}$$

$$= 2\pi \frac{\frac{1}{2} CV^2}{\frac{1}{2} GV^2 \cdot T} = \frac{\omega C}{G}$$

谐振曲线



LC谐振回路基本特性

- ❖ 谐振特性：只在 $\omega = \omega_0$ 附近，即谐振频率 f_0 （或谐振波长 λ_0 ）附近有较强电磁振荡。
- ❖ 频率选择性： Q_0 越高，选择性越好（ Q_0 越高，稍偏离 ω_0 ，电磁振荡就减小很多）。
- ❖ 储能特性：如果 $G = 0$ 或 $R = 0$ ，一旦电磁振荡建立起来，电感中的磁场能与电容器中的电场不断转换，不停地振荡下去。
- ❖ 损耗特性：由 G 或 R 决定（ G 或 R 与所选参考面电压 U 、电流 I 有关，所以 G 、 R 有相对性，但损耗功率是一样的）。

$$P_{\text{损}} = \frac{1}{2} I^2 R, \quad P_{\text{损}} = \frac{1}{2} U^2 G$$

品质因数与谐振曲线半宽度关系

❖ 串联谐振电路
$$Z(\omega) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R \left[1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

❖ 并联谐振电路
$$Y(\omega) = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = G \left[1 + jQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]$$

❖ 当 Q_0 较高, ω 偏离 ω_0 不大时, $Z(\omega)$ 、 $Y(\omega)$ 可近似为

$$Z(\omega) \approx R \left(1 + j2Q_0 \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right) \quad Y(\omega) \approx G \left(1 + j2Q_0 \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right)$$

❖ 定义 $\omega_{1/2}$ 为 ω 偏离谐振频率 ω_0 使 $Z(\omega)$ 或 $Y(\omega)$ 虚部与实部相等的频率, 当 $\omega = \omega_{1/2}$ 时, 谐振曲线降到峰值0.707时频率值, 又称 $\omega_{1/2}$ 功率为峰值功率一半时的频率值, 此时

$$Q_0 = \frac{\omega_0}{2\delta\omega_{1/2}} \quad \delta\omega_{1/2} = \left| \omega_{1/2} - \omega_0 \right|$$

即谐振器品质因数 Q_0 等于谐振频率 ω_0 除以功率谐振曲线半宽($2\delta\omega_{1/2}$)。

品质因数与 $\partial X(\omega_0)/\partial\omega$ (或 $\partial B(\omega_0)/\partial\omega$)

- ❖ 谐振器阻抗实部 R (或 G) 在 ω_0 附近基本不变。阻抗虚部在 ω_0 附近随 $\delta\omega$ 近似线性变化。

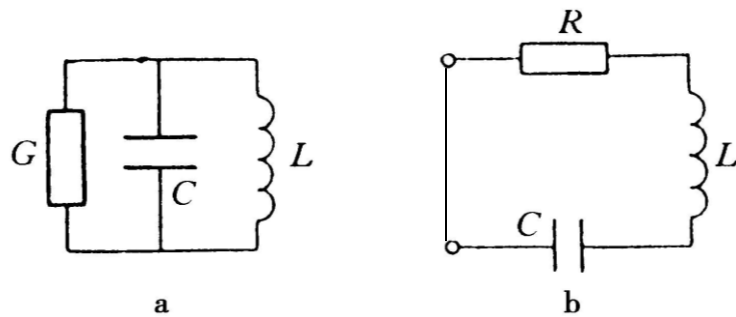
$$\begin{aligned} Z(\omega) &= R(\omega_0) + j \left[X(\omega_0) + \delta\omega \frac{\partial X(\omega_0)}{\partial\omega} + \dots \right] & Z(\omega) &\approx R \left(1 + j2Q_0 \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right) \\ &\approx R(\omega_0) \left[1 + j \frac{\delta\omega}{R(\omega_0)} \frac{\partial X(\omega_0)}{\partial\omega} \right] \\ Y(\omega) &\approx G(\omega_0) \left[1 + j \frac{\delta\omega}{G(\omega_0)} \frac{\partial B(\omega_0)}{\partial\omega} \right] & Y(\omega) &\approx G \left(1 + j2Q_0 \frac{\delta\omega}{\omega_0} \right) \end{aligned}$$

- ❖ 比较, 便得到

$$\begin{aligned} Q_0 &= \frac{1}{2} \omega_0 \frac{\partial X(\omega_0)}{\partial\omega} / R(\omega_0) \\ Q_0 &= \frac{1}{2} \omega_0 \frac{\partial B(\omega_0)}{\partial\omega} / G(\omega_0) \end{aligned}$$

品质因数与谐振器振荡的衰减

❖ 分析 LCR 串联谐振电路的固有振荡时, 由于电阻 R 上的损耗, 振荡不断衰减, 电容器两端电压或流经电感的电流按如下规律衰减



$$u = u_0 e^{j\omega_0 t} e^{-\frac{R}{2L}t} = u_0 e^{j\omega t}$$

❖ 式中 $\omega = \omega_0 - j\frac{R}{2L}$ 为复数, 称为复频率, 其实部、虚部之比为

$$\frac{\text{Re}(\omega)}{\text{Im}(\omega)} = \frac{2\omega_0 L}{R} = 2Q_0$$

$$Q_0 = \frac{1}{2} \frac{\text{Re}(\omega)}{\text{Im}(\omega)}$$

❖ 所以 Q_0 也可按下式定义

❖ 记住式中 ω 是复频率。

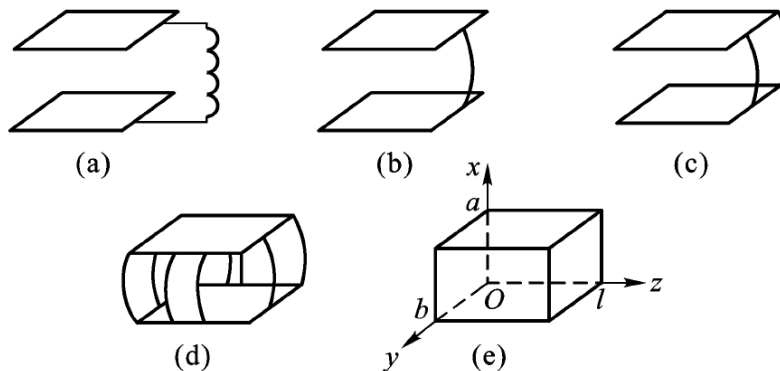
集总参数谐振器与分布参数谐振器

❖ 从LC回路到矩形谐振器

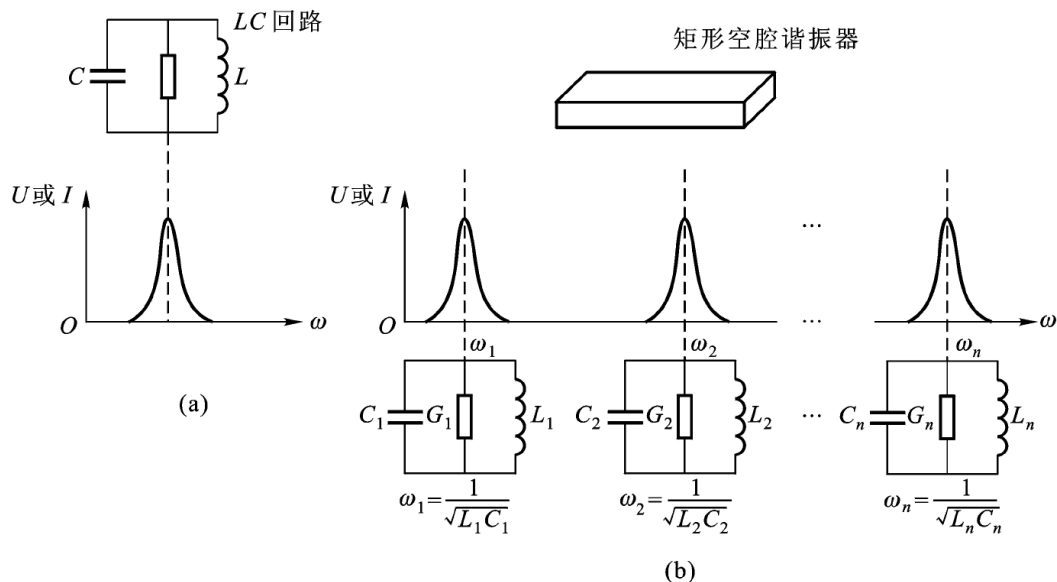
❖ 分布式谐振器特性：

- 谐振频率的分立性；
- 储能特性；
- 频率选择性， Q_0 越高，选择性越好；
- 损耗是唯一的，等效损耗电阻 R 或等效损耗电导 G 与参考面电流电压有关。

$$P_{\text{损}} = \frac{1}{2} I^2 R, \quad P_{\text{损}} = \frac{1}{2} U^2 G$$



微波谐振器的形成



传输线型空腔谐振器

❖ 传输线型空腔谐振器及其等效电路

❖ 谐振条件:

$$\vec{Z} + \vec{Z} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{Z} = 0 \\ \vec{Z} = jZ_z \tan(k_z l) \\ Z_z = \begin{cases} \omega\mu / k_z & \text{TE模} \\ k_z / \omega\varepsilon & \text{TM模} \end{cases} \end{cases}$$

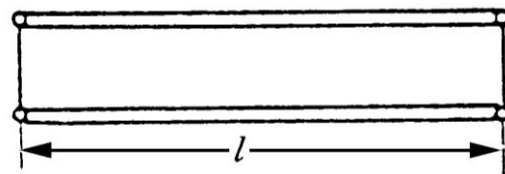
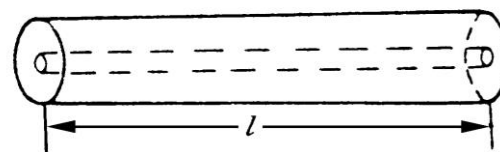
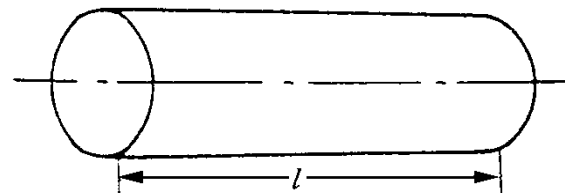
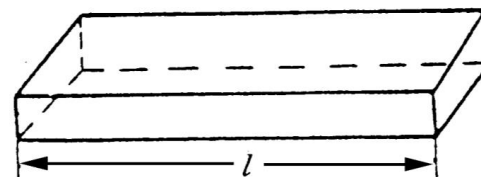
$$jZ_z \tan k_z l = 0 \rightarrow k_z = \frac{p\pi}{l}, \quad p = 1, 2, 3, \dots$$

❖ 谐振频率:

$$k^2 = \omega^2 \mu \varepsilon = k_t^2 + k_z^2 = k_t^2 + (p\pi/l)^2$$

❖ TEM模同轴线, $k_t = 0$

$$\text{矩形波导 } k_t^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad \text{圆波导 } k_t = \begin{cases} u'_{mn} / a & \text{TE模} \\ u_{mn} / a & \text{TM模} \end{cases}$$



空腔谐振器的色散关系

❖ 谐振器色散关系 $k^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 = k_t^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2$

❖ 对于工作于TEM模同轴线, $k_t=0$, $\lambda_0 = \frac{2l}{p}$

❖ 对于矩形波导,

$$k_t^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2$$

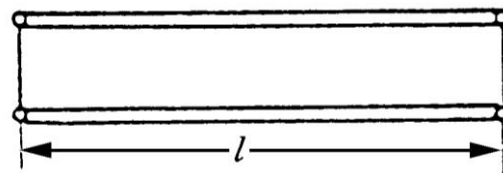
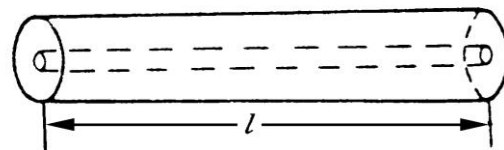
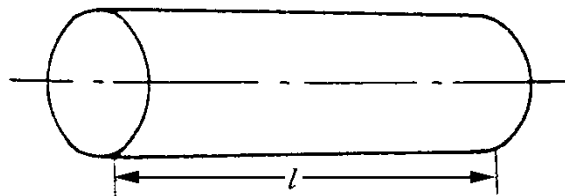
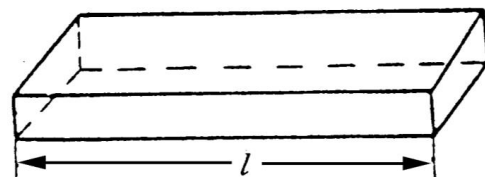
$$\lambda_0 = 2 / \sqrt{(a/m)^2 + (b/n)^2 + (p/l)^2}$$

❖ 当 $b < a < l$ 时, TE₁₀₁模式的谐振波长 $\lambda_0 = \frac{2al}{\sqrt{a^2 + l^2}}$

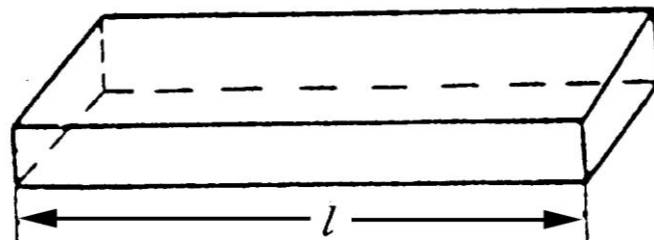
❖ 最长, 是矩形空腔谐振器的主模。

❖ 对于圆波导 $k_t = \begin{cases} u'_{mn}/a & \text{TE模} \\ u_{mn}/a & \text{TM模} \end{cases}$

$$\lambda_0 = \begin{cases} 2 / \sqrt{(u'_{mn} / \pi a)^2 + (p/l)^2} & \text{TE}_{mnp} \\ 2 / \sqrt{(u_{mn} / \pi a)^2 + (p/l)^2} & \text{TM}_{mnp} \end{cases}$$



矩形空腔谐振器的场分布



❖ 横截面内的场分布由模式函数 $e(x,y)$ 、 $h(x,y)$ 表示

❖ 纵向的分布由模函数的幅值 $U(z)$ 、 $I(z)$ 决定

$$\begin{cases} \frac{dU(z)}{dz} = -jk_z Z_z I(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} = -jk_z Y_z U(z) \end{cases} \quad Z_z = \begin{cases} \omega\mu / k_z & \text{TE模} \\ k_z / \omega\varepsilon & \text{TM模} \end{cases}$$

❖ 上两式消去 $I(z)$ 得到 $\left(\frac{d^2}{dz^2} + k_z^2 \right) U(z) = 0$

❖ 在边界 $z=0, l$, 切向电场为零, 故得 $U(z=0, l)=0$, 在此边界条件下, 其解为

$$\begin{cases} U(z) = \sin(k_z z) \\ I(z) = -jY_z \cos(k_z z) \end{cases} \quad k_z = \frac{p\pi}{l}$$

❖ 模式函数幅值 $U(z)$ 、 $I(z)$ 与模式函数相乘就得到矩形空腔谐振器横向场量, 再由横向场量求出纵向场量就得到矩形空腔谐振器场分量表达式。

矩形空腔谐振器TE模的场分布

$$E_x = \sum_{m,n,p} A_{mnp} \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

$$E_y = - \sum_{m,n,p} A_{mnp} \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

$$E_z = 0$$

$$H_x = \sum_{m,n,p} jA_{mnp} \frac{1}{\omega\mu} \frac{m\pi}{a} \frac{p\pi}{l} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

$$H_y = \sum_{m,n,p} jA_{mnp} \frac{1}{\omega\mu} \frac{m\pi}{b} \frac{p\pi}{l} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

$$H_z = \sum_{m,n,p} -jA_{mnp} \frac{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}{\omega\mu} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

矩形空腔谐振器TM模的场分布

$$H_x = \sum_{m,n,p} jB_{mnp} \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

$$H_y = - \sum_{m,n,p} jB_{mnp} \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

$$H_z = 0$$

$$E_x = - \sum_{m,n,p} B_{mnp} \frac{mp\pi^2}{\omega\epsilon la} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

$$E_y = - \sum_{m,n,p} B_{mnp} \frac{np\pi^2}{\omega\epsilon lb} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \sin\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

$$E_z = \sum_{m,n,p} B_{mnp} \frac{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}{\omega\epsilon} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{p\pi z}{l}\right)$$

矩形空腔谐振器最低模TE₁₀₁

❖ 场分量

$$E_y = -A_{101} \frac{\pi}{a} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi}{l} z$$

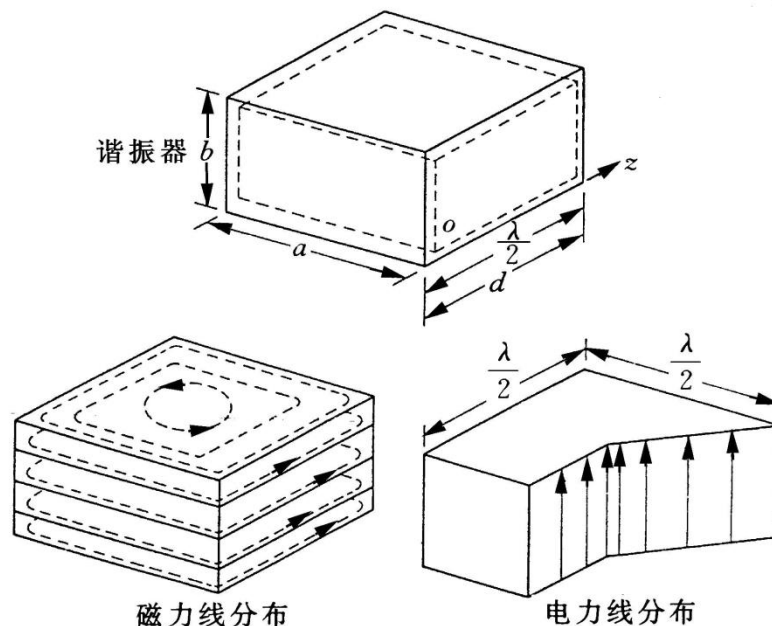
$$H_x = jA_{101} \frac{\pi^2}{al} \frac{1}{\omega\mu} \sin \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi z}{l}$$

$$H_z = -jA_{101} \frac{\pi^2}{\omega\mu a^2} \cos \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi}{l} z$$

❖ 谐振波长:

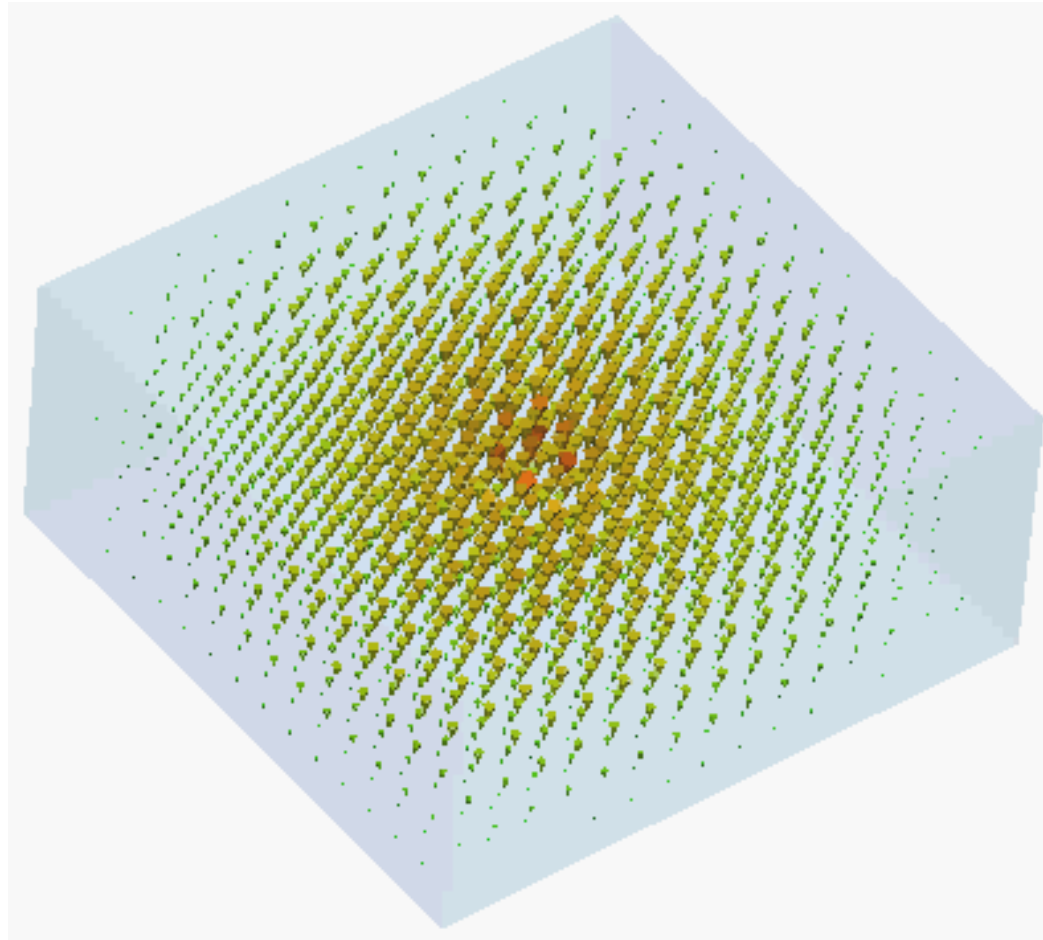
$$\lambda_0 = \frac{2al}{\sqrt{a^2 + l^2}} \quad (b < a < l \text{ 时})$$

场分布

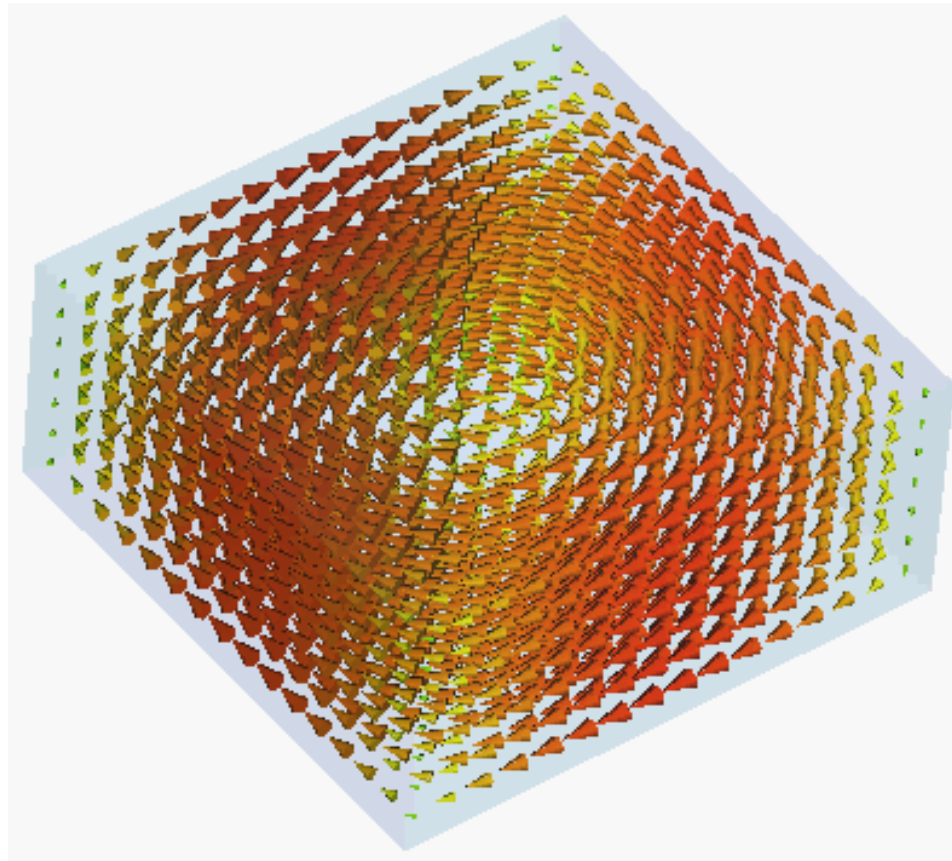


矩形空腔谐振器TE₁₀₁模场分布

电场



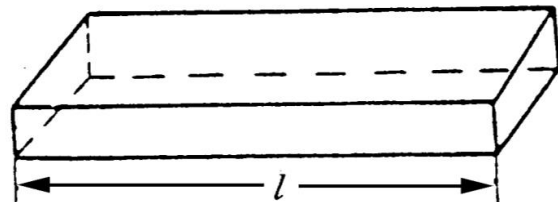
磁场



微扰近似下品质因数的计算

$$Q_0 = 2\pi \frac{\text{谐振器储能 } W}{\text{一周周期损耗的功率 } P_l}$$

$$\begin{cases} W = W_e + W_m = \frac{1}{2} \int_v \mu |\mathbf{H}|^2 dV \quad (\text{最大磁场储能}) \\ P_l = \frac{1}{2} \oint_s |\mathbf{J}_s|^2 R_s dS = \frac{1}{2} R_s \oint_s |\mathbf{H}_s|^2 dS \end{cases}$$



❖ 由此得到

$$Q_0 = \frac{2\pi}{T} \frac{\frac{1}{2} \int_v \mu |\mathbf{H}|^2 dV}{\frac{1}{2} R_s \oint |\mathbf{H}_s|^2 dS} = \frac{\omega \mu}{R_s} \frac{\int_v |\mathbf{H}|^2 dV}{\oint |\mathbf{H}_s|^2 dS} = \frac{2}{\delta} \frac{\int_v |\mathbf{H}|^2 dV}{\oint_s |\mathbf{H}_s|^2 dS}$$

❖ 式中 δ 为腔壁导体趋肤深度。

❖ 谐振腔内壁附近的切向磁场总要大于腔内部的磁场

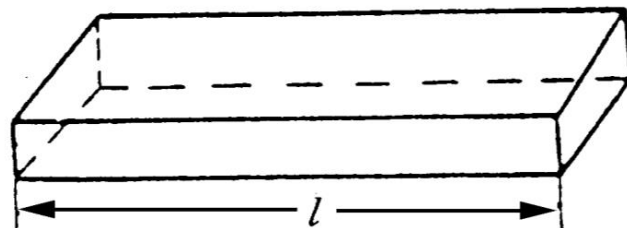
❖ 如近似认为, $|\mathbf{H}|^2 \approx \frac{1}{2} |\mathbf{H}_s|^2$, 则可得 $Q_0 \approx \frac{1}{\delta} \frac{V}{S}$

❖ 空腔谐振器 Q_0 值近似与腔体体积 V 成正比, 与其内壁表面积 S 成反比, 与趋肤深度成反比。比值 V/S 越大, Q_0 值越高。

矩形空腔谐振器最低模TE₁₀₁

❖ 品质因数 Q_0 微扰近似计算:

- 不计损耗时得到场分布及各场分量
- 求腔储能
- 计及腔损耗电导, 用不计损耗时腔壁电流 (从切向磁场得到), 计算功率损耗



$$W = W_{e_{\max}} = \frac{\varepsilon}{2} \int_0^l dz \int_0^b dy \int_0^a dx |E_y|^2$$

$$P_l = \frac{R_s}{2} \left\{ 2 \int_0^b \int_0^a |H_x|_{z=0}^2 dx dy + 2 \int_0^l \int_0^b |H_z|_{x=0}^2 dy dz + \right. \\ \left. 2 \int_0^l \int_0^a [|H_x|^2 + |H_z|^2] dx dz \right\}$$

$$Q = 2\pi \frac{W}{PT} = \frac{\pi\eta}{4R_s} \left[\frac{2b(a^2 + l^2)^{3/2}}{al(a^2 + l^2) + 2b(a^3 + l^3)} \right]$$

圆柱腔波型图

❖ 波长计常用圆柱谐振器。

❖ 根据圆柱腔的谐振波长公式

$$\lambda_0 = \begin{cases} 2 / \sqrt{(u'_{mn} / \pi a)^2 + (p/l)^2} & \text{TE}_{mnp} \\ 2 / \sqrt{(u_{mn} / \pi a)^2 + (p/l)^2} & \text{TM}_{mnp} \end{cases}$$

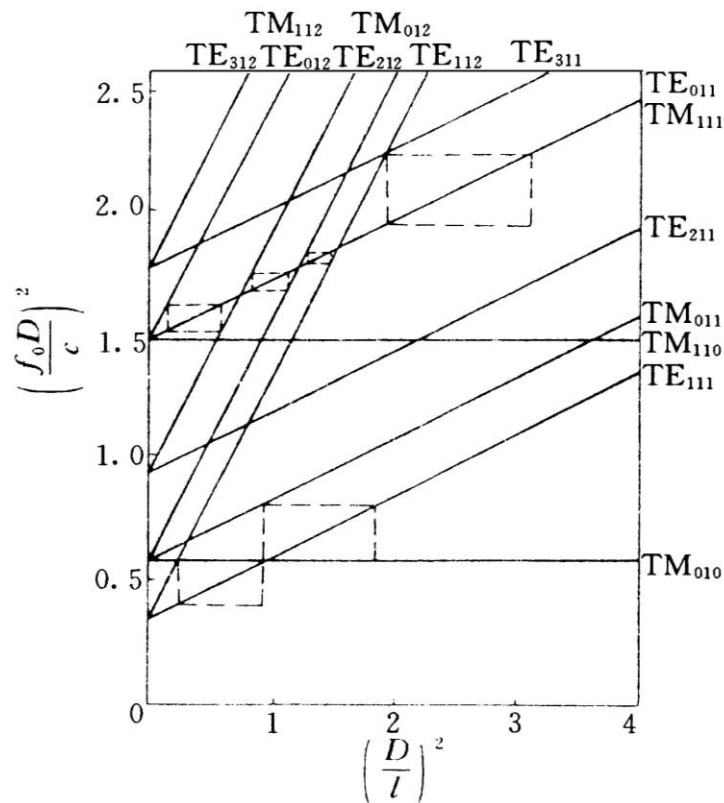
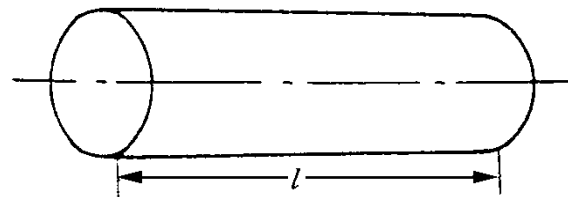
❖ 可得圆柱谐振腔的谐振频率与腔体尺寸关系

$$(f_0 D)^2 = \left(\frac{c \mu_{mn}}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{cp}{2} \right) \left(\frac{D}{l} \right)^2$$

$$D = 2a, c \text{ 为光速} \quad \mu_{mn} = \begin{cases} u'_{mn} & \text{TE模} \\ u_{mn} & \text{TM模} \end{cases}$$

$$\text{或 } f_0^2 D^2 = 139.3 \left\{ \left(\frac{\mu_{mn}}{\pi} \right)^2 + \left(\frac{p^2}{2} \right) \left(\frac{D}{l} \right)^2 \right\}$$

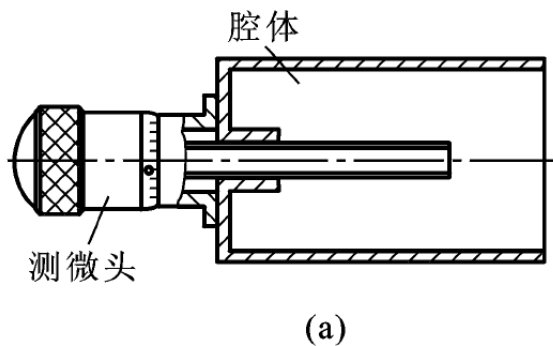
f_0 以GHz为单位, 尺寸以cm为单位



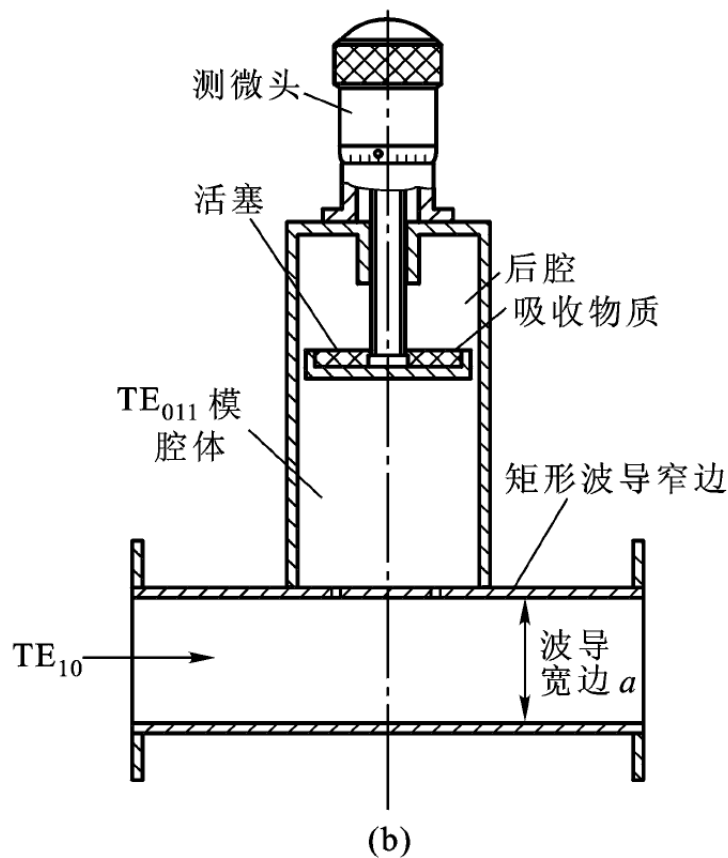
圆柱腔波型图

波长计

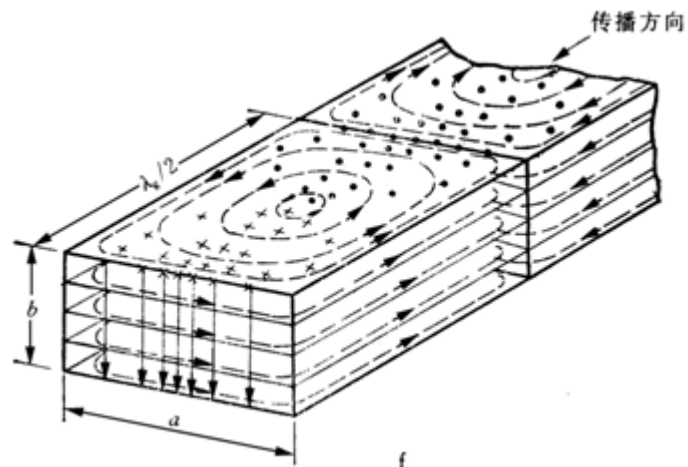
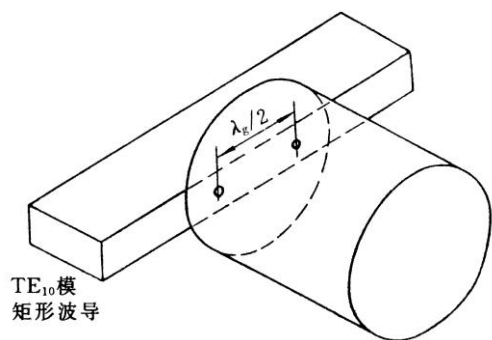
TE_{011} 模式场分布特点：场在圆周方向无变化，具有轴对称，谐振腔壁只有圆周方向电流，无径向电流



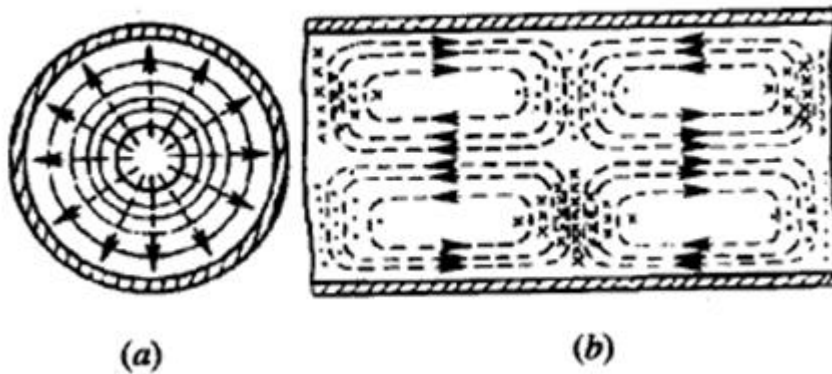
同轴线波长计



TE_{011} 模圆柱波长计

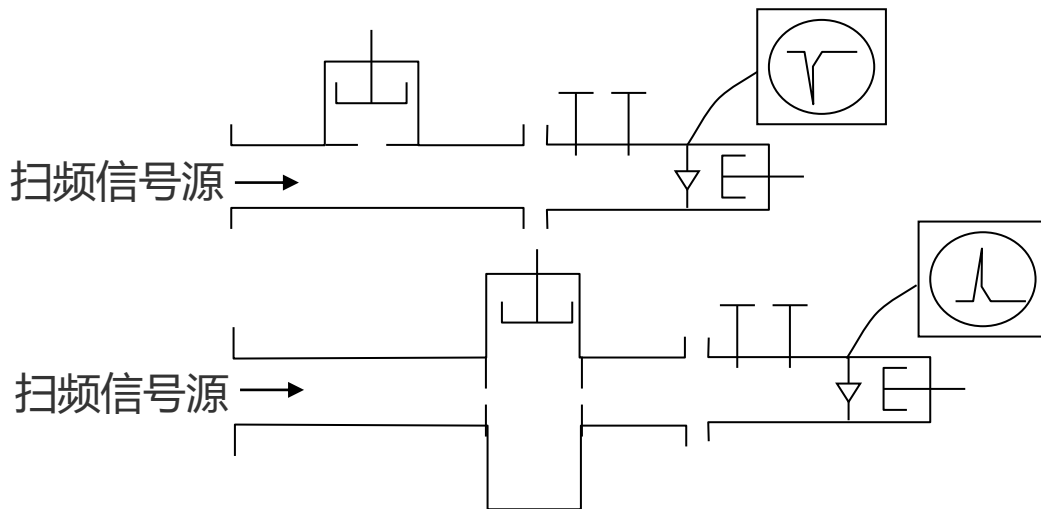


TE₀₁₁模圆柱空腔谐振器的对称小孔激励



波长计

- ❖ 波长计实际上是一个高 Q 值谐振器，用来测量系统的工作频率。
- ❖ 工作原理：当改变波长计腔长使其谐振频率与系统工作频率一致时，波长计中建立起最强的电磁振荡。
- ❖ 吸收式波长计与通过式波长计



关于抑制谐振器的模式竞争问题（或干扰模的抑制问题）

❖ 模式竞争

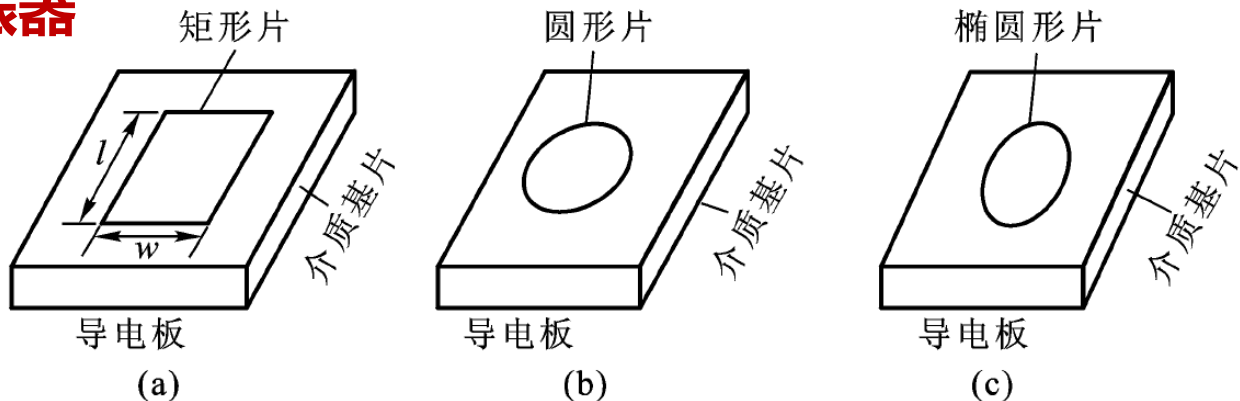
- 谐振器中可以存在多个模式，绝大部分器件希望工作于单一模式，如果谐振器中存在多个模式，如何保证谐振器工作于所需的单一模式，或抑制不希望的模式（干扰模）对所需工作模的竞争，这就是所谓谐振器模式竞争的抑制问题。

❖ 抑制谐振器模式竞争的方式

- 谐振器只工作于最低模，其它模处于截止状态。如只工作于 TE_{101} 模的矩形空腔谐振器。
- 虽然工作于高次模，但其它模（尤其是比工作模序号低的模）振荡不起来。
 - 激励方式只有利于工作模激励起来（ TE_{011} 圆柱谐振器的对称小孔激励）。
 - 增加非工作模损耗（ TE_{011} 模非接触式活塞后面吸收物质）。
 - 截断非工作模电流（如 TE_{011} 模非接触式活塞）。

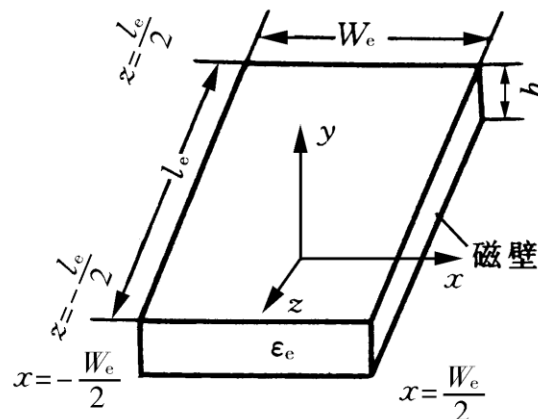
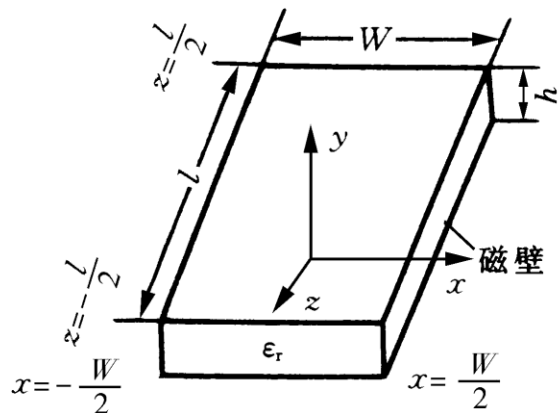
❖ 开放式谐振器中，利用衍射损耗，抑制非垂直入射电磁波模式的振荡。

微带谐振器



微带谐振器结构

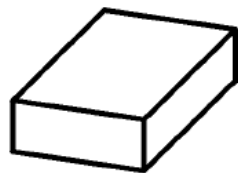
磁壁法近似分析，在 $z = \pm l/2, x = \pm W/2$ 为磁壁包围



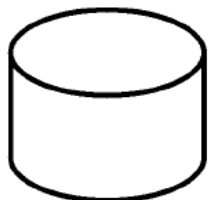
$$k_y = 0, \quad k_x = \frac{m\pi}{W}, \quad k_z = \frac{n\pi}{l}, \quad k^2 = \omega^2 \mu \epsilon = \left(\frac{m\pi}{W} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2$$

介质谐振器—结构与等效电路

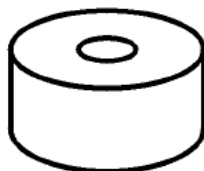
导电板



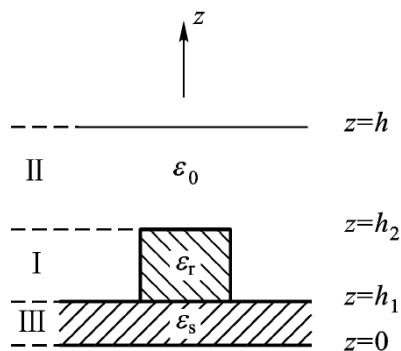
(a)



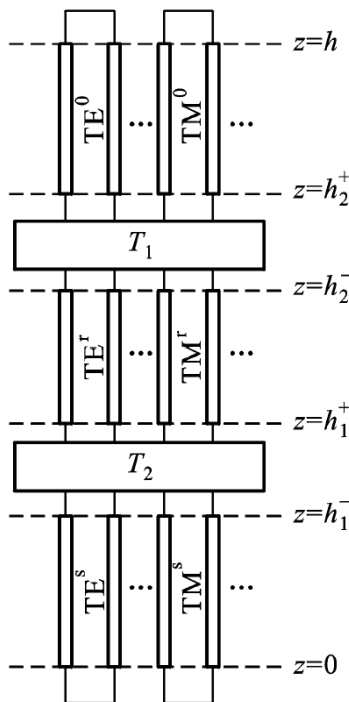
(b)



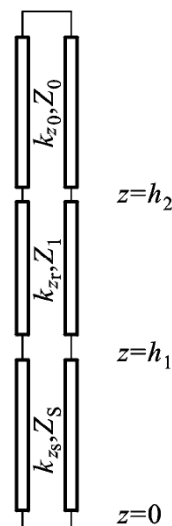
(c)



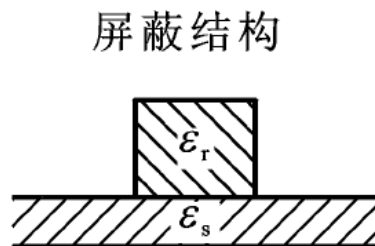
(a)



(b)



(c)



导电板

(d)

横向谐振条件：

$$Y^{\uparrow} + Y^{\downarrow} = 0$$

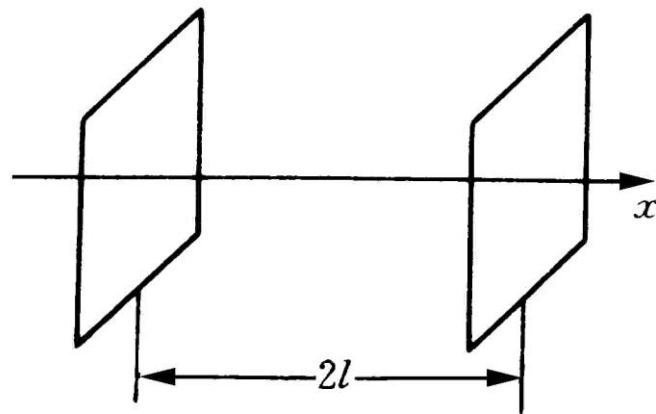
$Y^{\uparrow}, Y^{\downarrow}$ 是 ω 的函数，
故这是决定谐振频率的方程

开放式谐振器

❖ 法布里—珀罗谐振器

❖ 开放式谐振器中的特殊问题：

- 存在衍射损耗



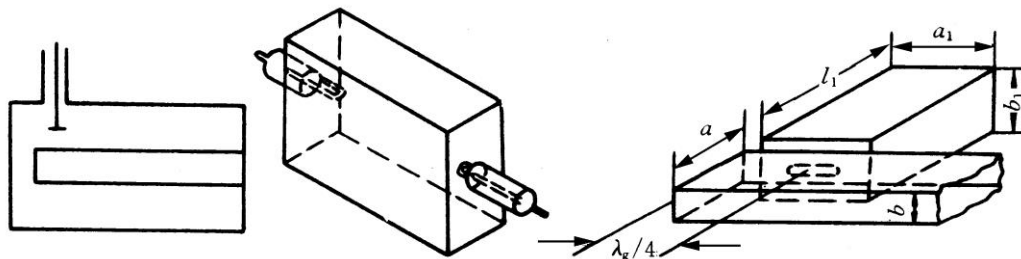
平面镜腔示意图

❖ 开放式谐振器中模式竞争问题的解决与获得高 Q 值振荡的原因：

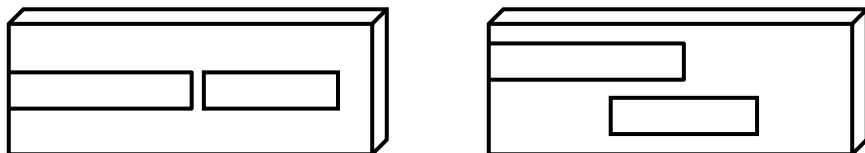
- 只有那些非常接近正入射镜面的波、镜面间多次反射后逃逸出镜间的部分占的比重很小，即衍射损耗很小，才能建立起有足够高 Q 值的振荡模式
- 相反地以较大入射角斜入射镜面的波，不需经多次反射即逃逸出镜面空间，衍射损耗大，不能形成稳定的振荡。

谐振器与传输线的耦合

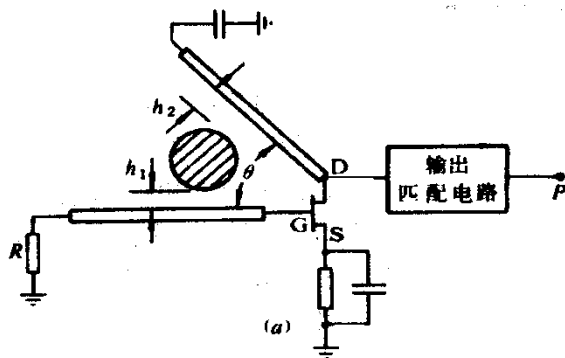
❖ 空腔谐振器与同轴线、波导的耦合



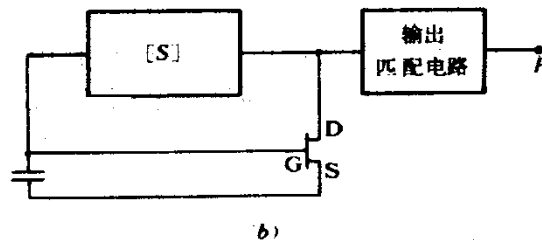
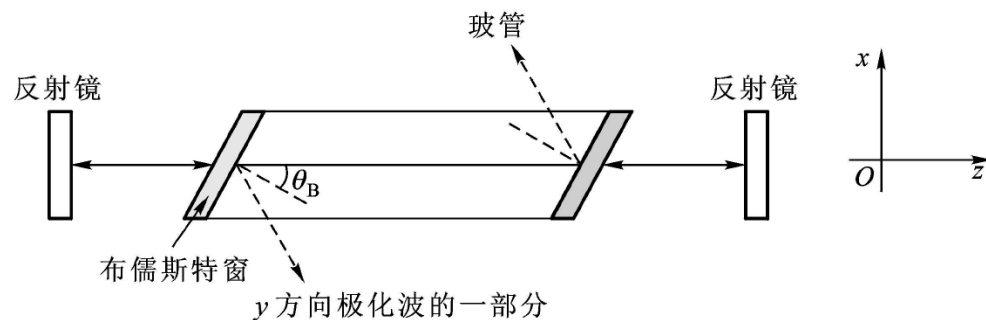
❖ 微带线与微带谐振器耦合



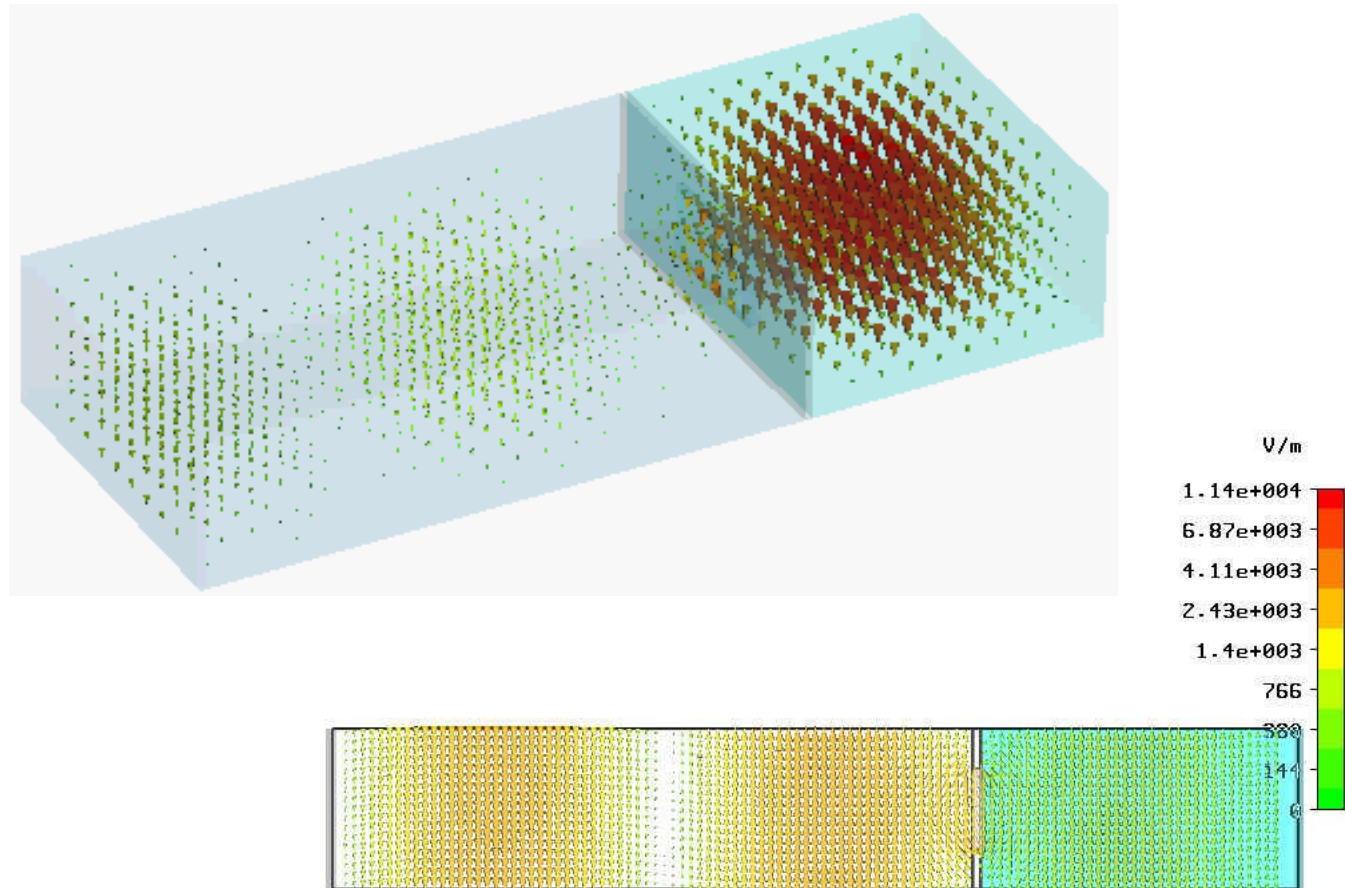
微带线与介质谐振器耦合



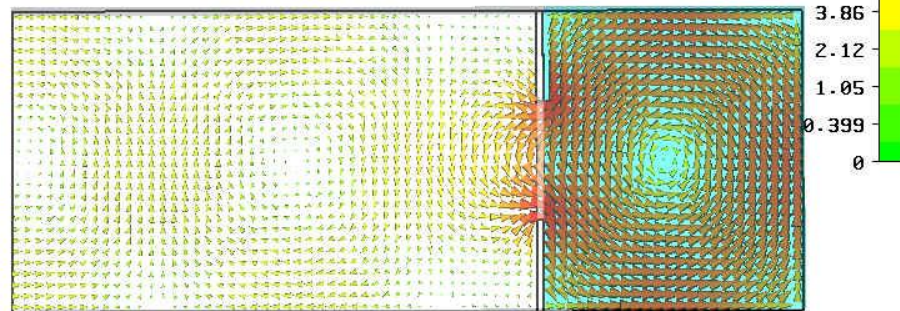
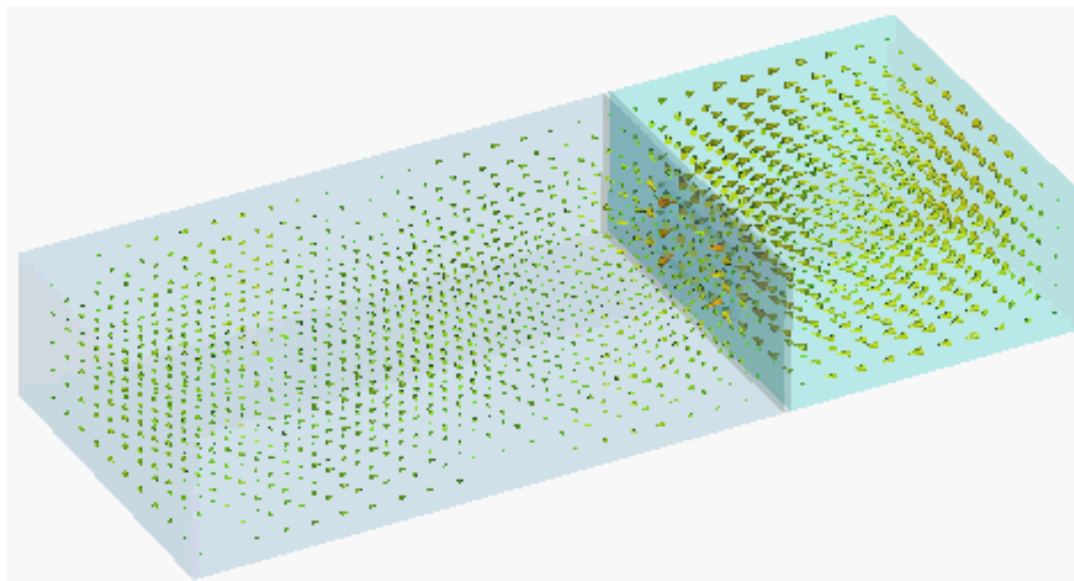
❖ 光波段谐振器通过半透明膜与外界耦合



电场



磁场



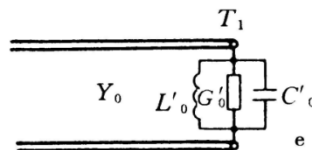
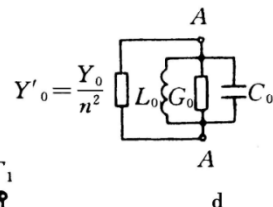
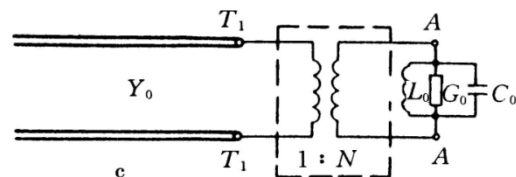
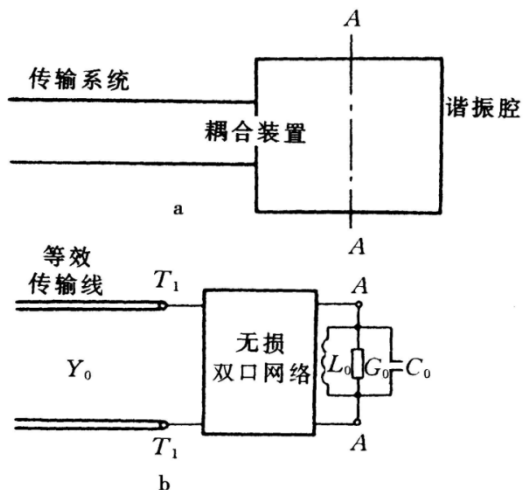
谐振器与传输线耦合的等效电路

❖ 相关品质因数:

❖ Q_0 : 固有品质因数

❖ Q_e : 外观品质因数

❖ Q_L : 有载品质因数



$$C'_0 = n^2 C_0, G'_0 = n^2 G_0, L'_0 = L_0 / n^2$$

$$Q_0 = \frac{\omega C_0}{G_0}, \quad Q_e = \frac{\omega C_0}{Y'_0}, \quad Q_L = \frac{\omega C_0}{Y'_0 + G_0},$$

$$\text{所以 } \frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e}$$

❖ 耦合度

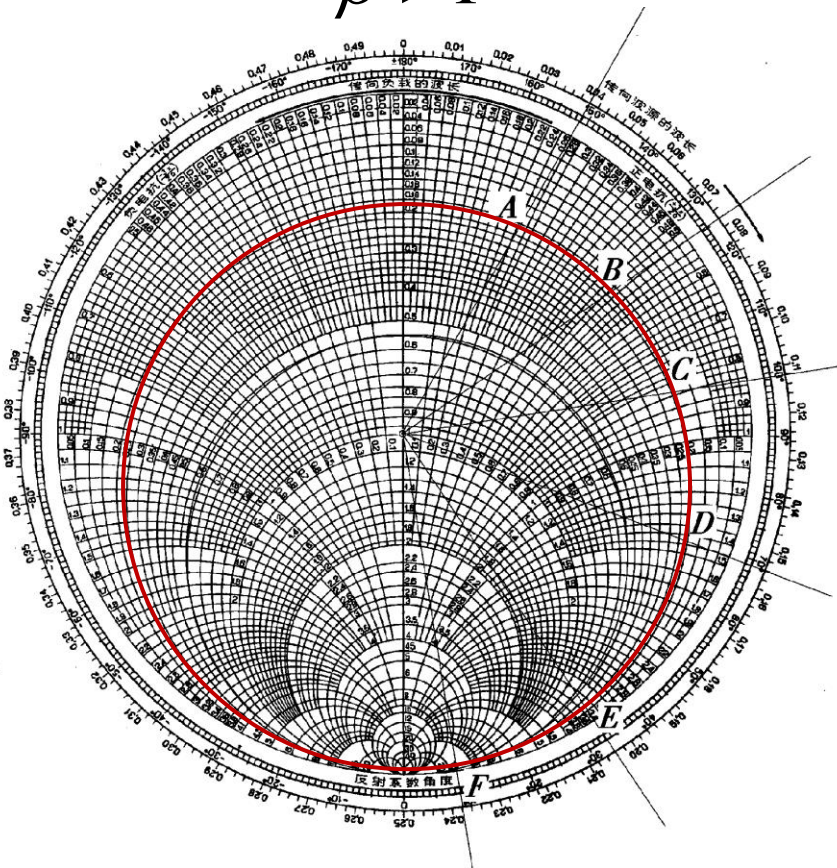
$$\beta = \frac{Q_0}{Q_e} = \frac{Y'_0}{G_0} = \frac{Y_0}{n^2 G_0}$$

❖ 谐振点

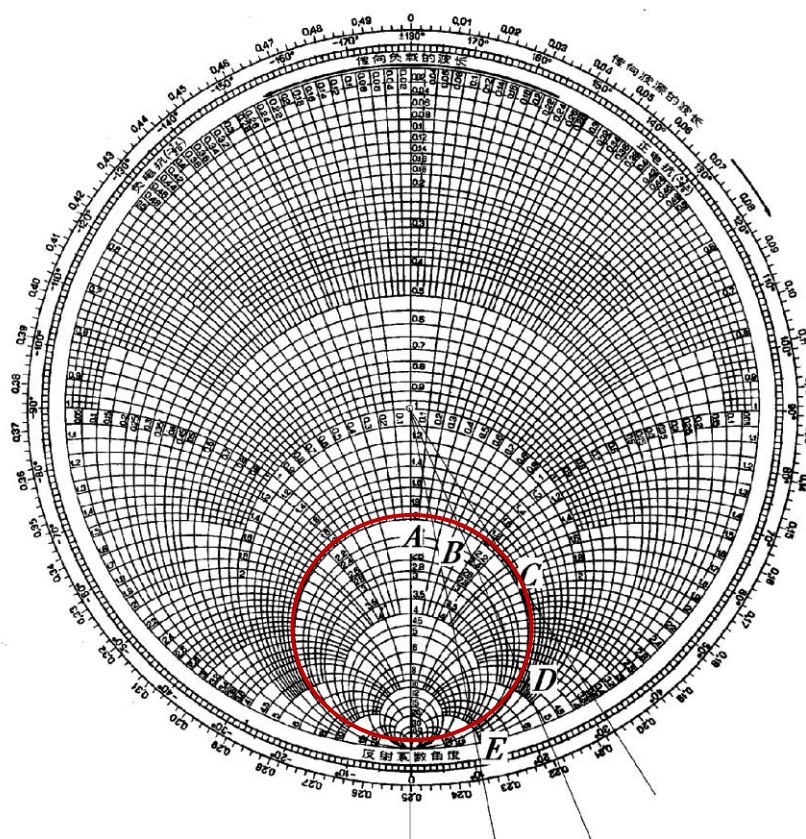
$$\Gamma = \frac{Y_0 - G'_0}{Y_0 + G'_0} \quad \rho = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \begin{cases} Y_0 / G'_0 = Y_0 / n^2 G_0 = \beta, & Y_0 > n^2 G_0 \\ G'_0 / Y_0 = n^2 G_0 / Y_0 = 1 / \beta, & n^2 G_0 > Y_0 \end{cases}$$

驻波系数、驻波最小点位置在谐振频率附近的变化

$$\beta > 1$$

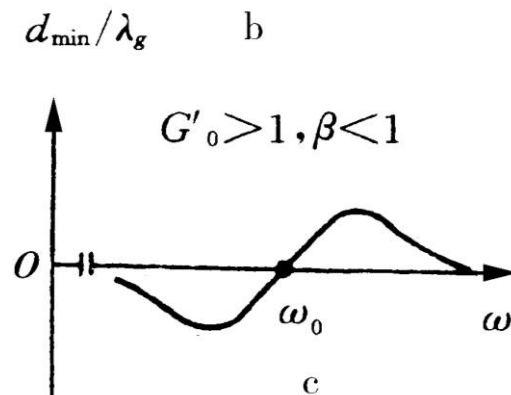
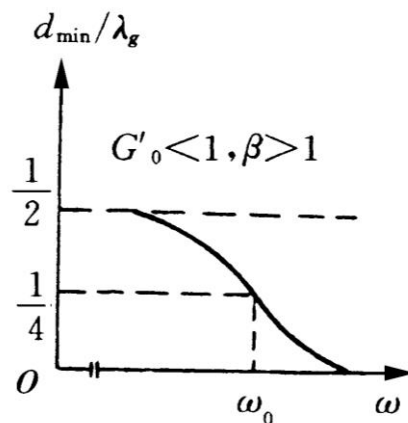
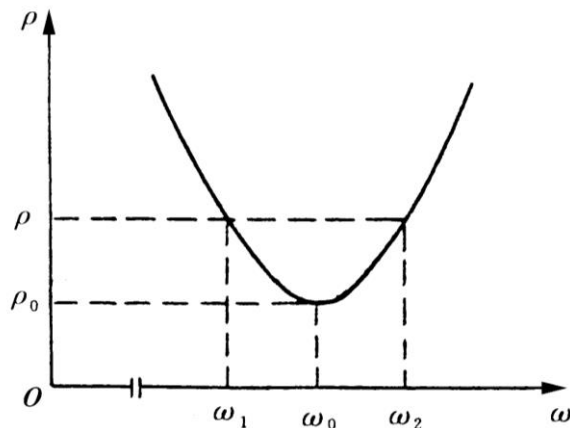


$$\beta < 1$$



❖ 谐振频率附近驻波最小点位置 d_{min} 在圆图上的表示

驻波系数、驻波最小点位置在谐振频率附近的变化



$$G'_0 = \begin{cases} 1/\rho_0 \\ \rho_0 \end{cases}$$

(d_{\min} 随频率单调变化, $\beta > 1$)
 (d_{\min} 随频率非单调变化, $\beta < 1$)

谐振器特征参数的测量

❖ 测量基本思路

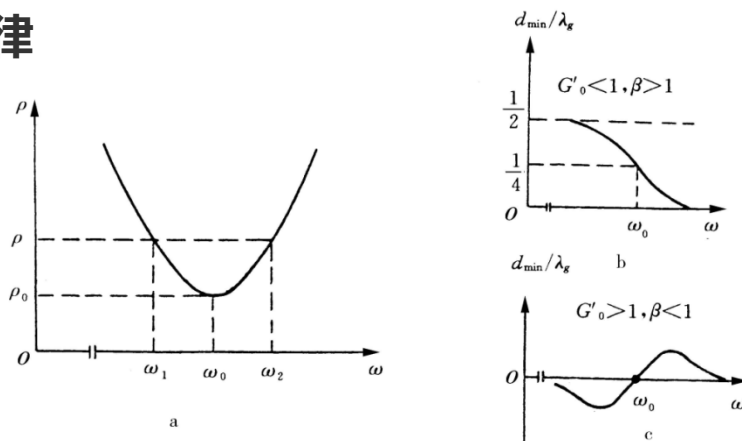
- 在谐振频率附近，谐振器阻抗 $Z(\omega)$ （或 $Y(\omega)$ ）是频率的敏感函数，如能测出 $Z(\omega) - \omega$ （或 $Y(\omega) - \omega$ ）曲线当能提取到谐振器的特征参数。高频时 $Z(\omega)$ 、 $Y(\omega)$ 不易直接测量，但 $Z(\omega)$ （或 $Y(\omega)$ ）与 $|I(\omega)|$ 、 (ρ, d_{min1}) 是等价的，因而可通过 $(I(\omega) - \omega)$ 或 $(\rho - \omega, d_{min1} - \omega)$ 测量提取谐振器的特征参数。

❖ 谐振频率附近 $(\rho - \omega, d_{min1} - \omega)$ 变化规律

❖ ω_0 : 驻波最小这一点的 ω 。

$$Q_0 = \frac{1}{2} \omega_0 \frac{\partial B(\omega)}{\partial \omega} \bigg/ G(\omega_0)$$

$$\beta = \begin{cases} \rho_0, & \beta > 1 \\ 1/\rho_0, & \beta < 1 \end{cases}$$



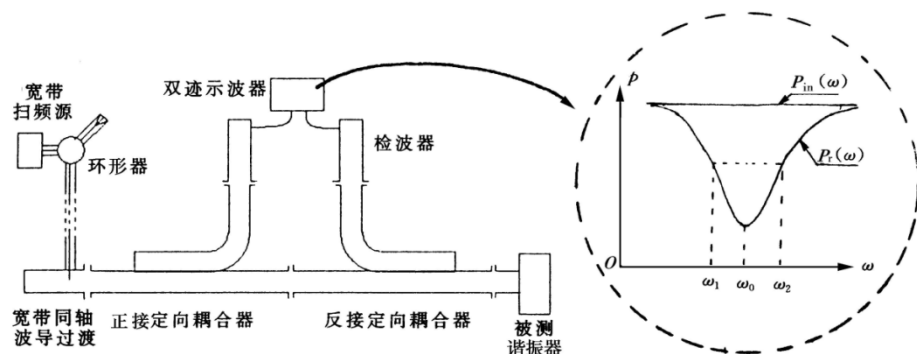
谐振器谐振频率附近

- (a) $\rho \sim \omega$ (b) $d_{min} \sim \omega$ 曲线 ($\beta > 1$)
(c) $d_{min} \sim \omega$ 曲线 ($\beta < 1$)

谐振器特征参数的测量

- ❖ 利用 $| \Gamma(\omega) |^2 = \frac{p_r}{p_i}$
在谐振频率附近变化规律：

- ❖ ω_0 ：反射功率最小点对应的频率。



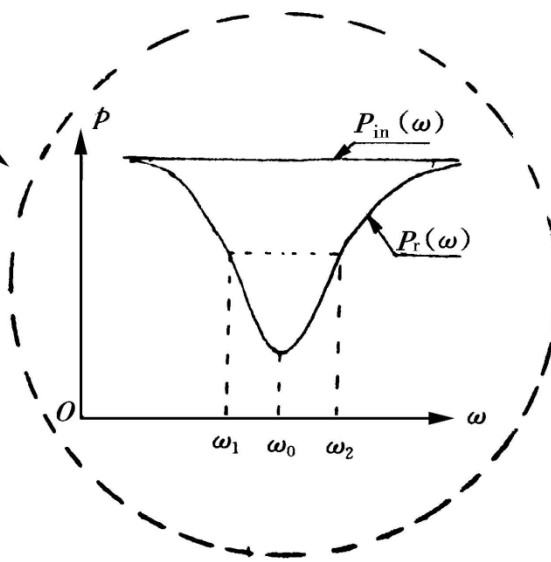
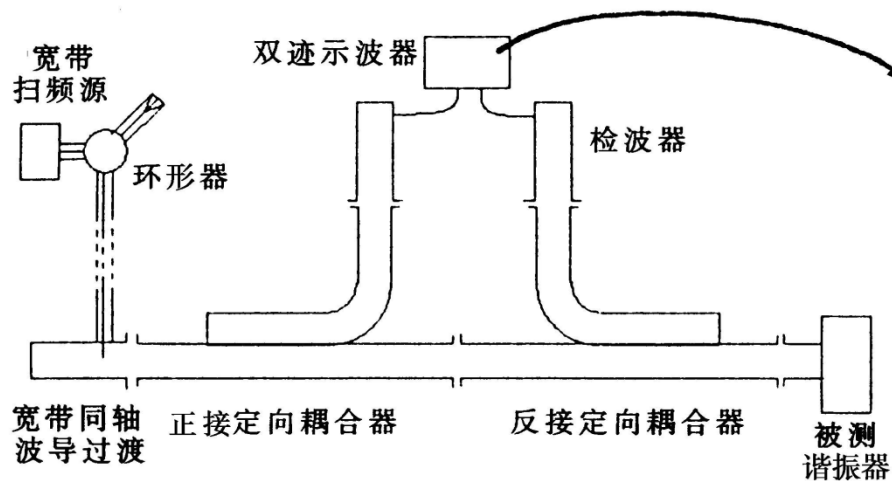
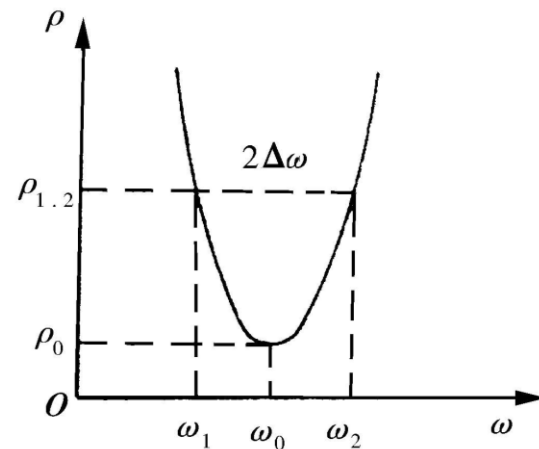
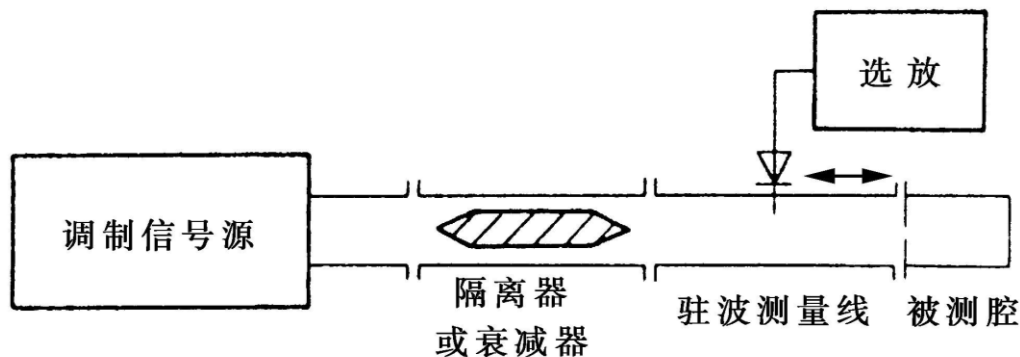
谐振频率附近谐振器反射功率曲线

$$Q_L = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega}, \quad 2\Delta\omega - \text{半功率点带宽}$$

$$| \Gamma(\omega = \omega_0) | = \sqrt{\frac{p_r}{p}}, \quad \rho_0 = \frac{1 + | \Gamma(\omega = \omega_0) |}{1 - | \Gamma(\omega = \omega_0) |}, \quad \beta = \begin{cases} \rho_0, & \beta > 1 \\ 1/\rho_0, & \beta < 1 \end{cases}$$

- ❖ 判断 β 大小的微扰法：腔内插入一小损耗（如插入青草叶子），如果随微扰损耗增加， $\omega = 0$ 这一点反射功率单调增加，则 $\beta < 1$ ，如果反射功率开头变小到零，后又增加，则 $\beta > 1$ 。

测量装置



谐振频率附近谐振器反射功率曲线

复习

❖ 要点

- 谐振器是储能元件，描述谐振器的特征量有谐振频率 ω_0 ，品质因数 Q_0 、模式与场分布，反映损耗特性的等效电导 G_0 或等效电阻 R_0 。 G_0 、 R_0 有相对性，与所取参考面位置有关。谐振器内电磁振荡的条件是在坐标轴的三个方向界面都发生全内反射，波来回反射一次相移为 2π 整倍数，因而谐振器中存在的场是驻波场，场在三个坐标轴方向都发生谐振，横向谐振原理是分析谐振器的有效方法。
- 空腔谐振器是最基本的谐振器，通过矩形空腔谐振器了解谐振器的特性。
- 微带谐振器、介质谐振器、光学谐振器基本工作原理及特点要掌握。
- 谐振器与外电路的耦合有三种，即电耦合、磁耦合与混合耦合、谐振器与外电路的耦合可用耦合度 β 或外观品质因数 Q_e 来表示。
- 谐振器可以看作一个对频率敏感的负载，通过谐振频率附近谐振器作为一个频率可变负载特性的测量，即可从测量数据中提取谐振器的特征参数及其与外电路的耦合程度。

❖ 复习

- 7.1-7.7

The End.

郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn