

Lesson 14

Electromagnetic Fields and Waves

线天线
列阵天线

郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn



James Clerk Maxwell
1831 – 1879

线天线

❖ 线天线模型:

横向尺寸远小于纵向尺寸并小于波长的细长结构的天线称为线天线。

❖ 线天线分析方法:

将线天线分解为（无限）多个电基本振子的组合。整个天线辐射的场就是所有这些小天线辐射场的叠加。

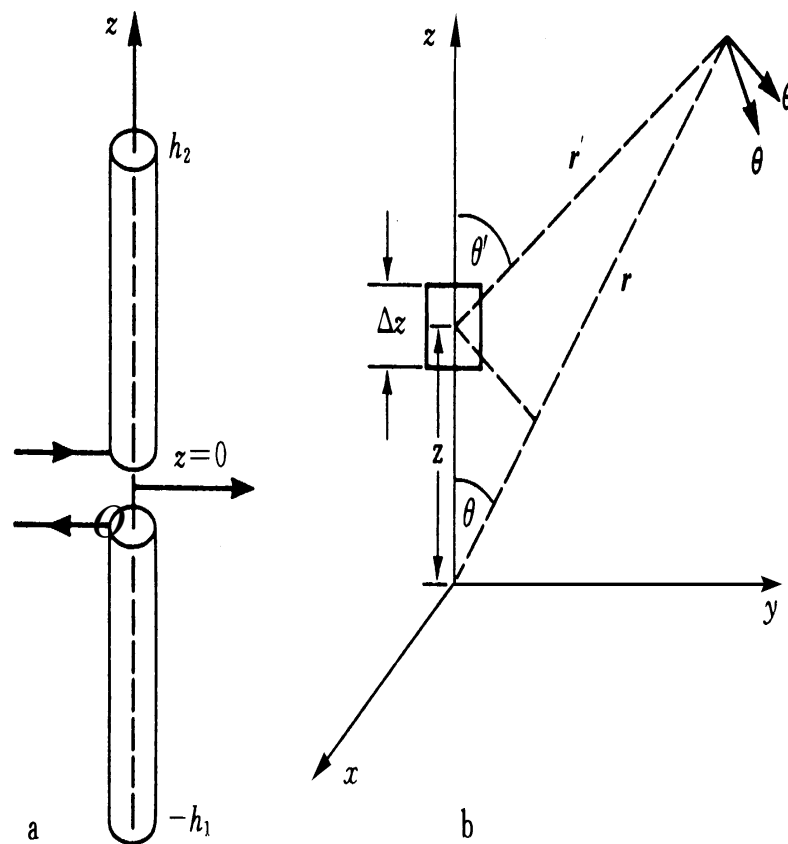
❖ 每个电基本振子满足:

振子长度小于 0.1λ , 即 $\Delta l / \lambda < 0.1$

振子半径 a 与波长 λ 之比 $a/\lambda < 0.01$

❖ 一个典型子单元, 在自由空间其辐射场 ΔE 为

$$\Delta E = \theta'_0 \frac{jIk\Delta l\eta_0 e^{-jkr'} \sin \theta'}{4\pi r'}$$



(a) 有限长度的偶极天线

(b) 从天线一个小单元的辐射

线天线

$$\Delta E = \theta'_0 \frac{j I k \Delta l \eta_0 e^{-j k r'} \sin \theta'}{4 \pi r'}$$

$$\theta \approx \theta' \quad r' \approx r - z \cos \theta$$

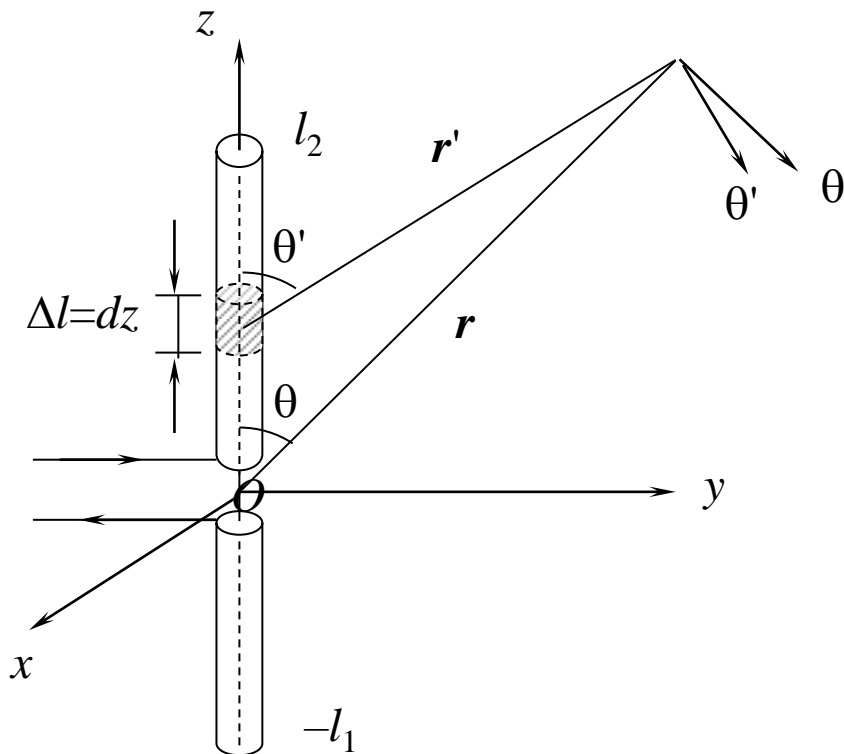
❖ 在远区, r 比天线长度大得多

$$\Delta E = \theta'_0 \frac{j I k \Delta l \eta_0 e^{-j k r} e^{j k z \cos \theta}}{4 \pi r} \sin \theta$$

❖ 整个天线辐射的场为

$$E = \int_{-l_1}^{l_2} E dz = \theta'_0 \int_{-l_1}^{l_2} \frac{j k I \eta_0 e^{-j k r} e^{j k z \cos \theta}}{4 \pi r} \sin \theta dz$$

$$= \theta_0 \frac{j k \eta_0 e^{-j k r}}{4 \pi r} \sin \theta U(\theta)$$



有限长度的线 天线

$$U(\theta) = \int_{-l_1}^{l_2} I(z) e^{j k z \cos \theta} dz$$

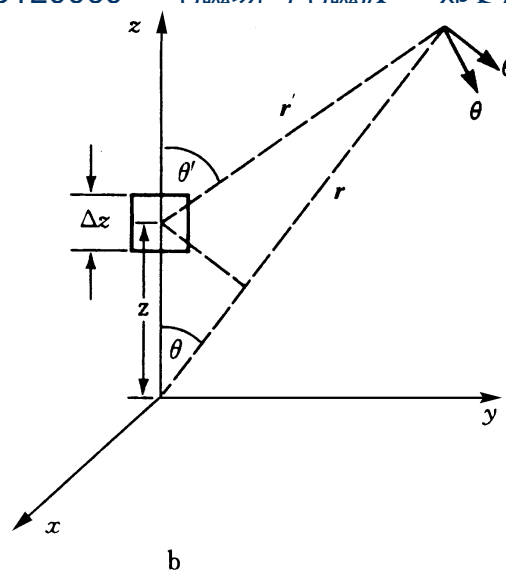
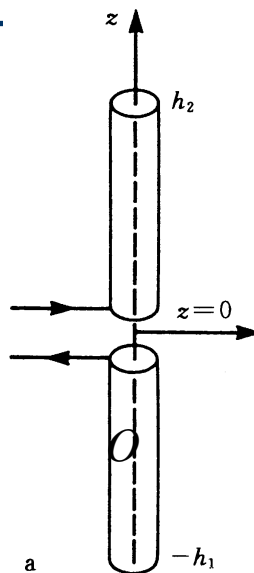
线天线

❖ 远区

$$E = \theta'_0 \int_{-h_1}^{h_2} \frac{jkI\eta_0 e^{-jkr} e^{jkz \cos \theta}}{4\pi r} \sin \theta dz$$

$$= \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta)$$

$$U(\theta) = \int_{-l_1}^{l_2} I(z) e^{jkz \cos \theta} dz$$



(a) 有限长度的偶极天线

(b) 从天线一个小单元的辐射

❖ 同样可得 $\mathbf{H} = \varphi_0 \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta)$

❖ 对于远区，线天线辐射场与电基本振子辐射场在圆周方向（ φ 方向）都以天线轴对称，没有变化。

❖ 在 θ 方向，电基本振子按 $\sin \theta$ 变化，天线轴的方向 $\theta = 0$ 没有辐射，与天线垂直的方向， $\theta = 90^\circ$ ，辐射最强。线天线辐射的场等于电偶极子辐射的场乘上修正因子 $U(\theta)$ 。

短振子天线

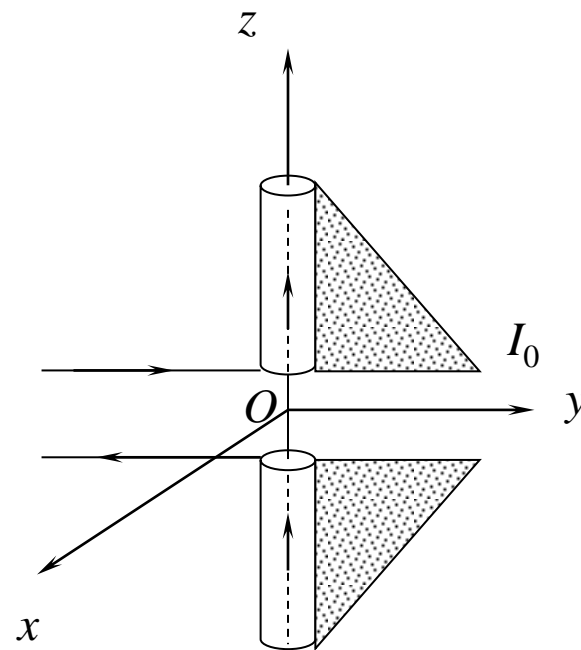
- ❖ 短振子天线模型： $l \ll \lambda$ 。
- ❖ 电流由中间最大值/线性地递降到端点的零

$$I(z) = \begin{cases} I_0 \left(1 - \frac{z}{h_2}\right) & z \geq 0 \\ I_0 \left(1 + \frac{z}{h_1}\right) & z < 0 \end{cases}$$

- ❖ 应用 $k(h_1 + h_2) \ll 1$ 条件，得到

$$U(\theta) \approx \int_{-h_1}^{h_2} I(z) dz = \frac{1}{2} I_0 (h_1 + h_2)$$

- ❖ 所以用电基本振子辐射场公式计算短振子天线的场，只要将 $\Delta l = h_1 + h_2$ 以及 $l = l_0/2$ 代入即可。



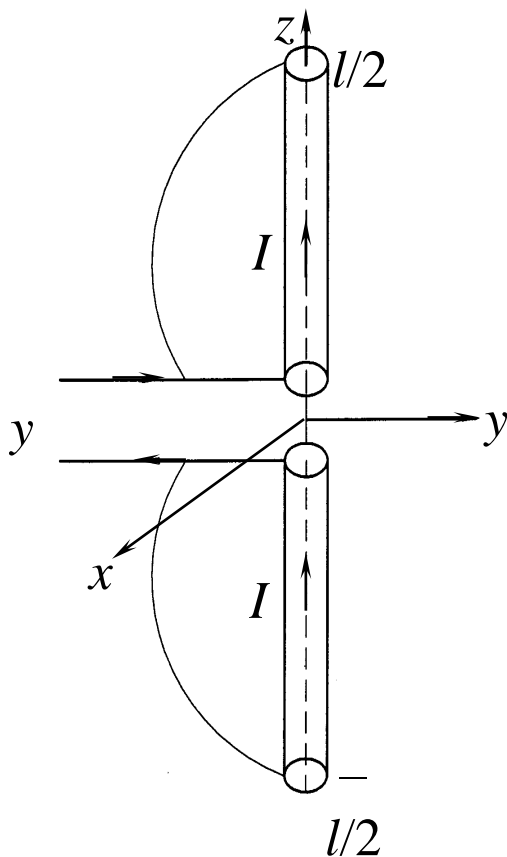
短振子天线

中心激励振子天线

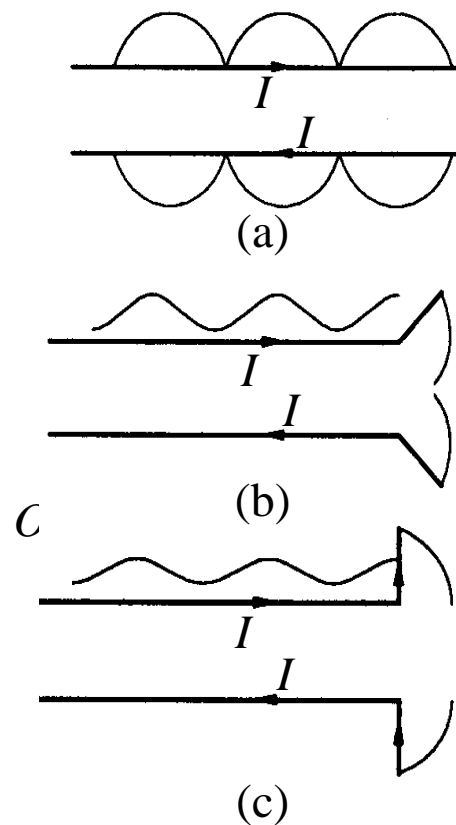
❖ 中心激励振子天线可以看成是终端开路平行双导线的演变

❖ 弯折段的电流分布仍可用终端开路时的驻波分布近似

$$I(z) = I_0 \sin[k(\frac{l}{2} - |z|)]$$



中心激励振子天线



从开路平行双导线到线天线的演变

中心激励振子天线

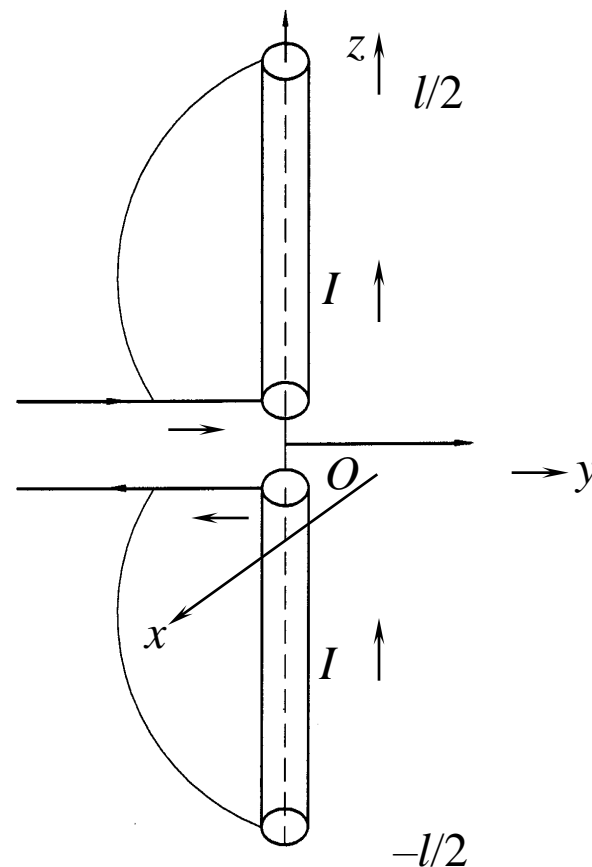
$$I(z) = I_0 \sin[k(\frac{l}{2} - |z|)]$$

$$U(\theta) = I_0 \int_{-l/2}^{l/2} dz \sin[k(\frac{l}{2} - |z|)] e^{jkz \cos \theta}$$

$$= I_0 \frac{2}{k \sin^2 \theta} [\cos[\frac{kl}{2} \cos \theta] - \cos \frac{kl}{2}]$$

❖ 因此线天线的辐射场为

$$\mathbf{E} = \theta_0 \eta_0 \frac{jI_0 e^{-jkr}}{2\pi r \sin \theta} [\cos(\frac{kl}{2} \cos \theta) - \cos \frac{kl}{2}]$$



中心激励振子天线

❖ 当 $\theta \rightarrow 0$, 由洛必塔 (L' hopital) 法则给出 $|E_\theta| \rightarrow 0$, 即在线天线轴的方向没有电磁辐射。

$$\begin{aligned}
U(\theta) &= I_0 \int_{-1/2}^{1/2} dz \sin[k(\frac{1}{2} - z)] e^{jkz \cos \theta} \\
&= I_0 \left\{ \int_{-1/2}^0 dz \sin[k(\frac{1}{2} + z)] e^{jkz \cos \theta} + \int_0^{1/2} dz \sin[k(\frac{1}{2} - z)] e^{jkz \cos \theta} \right\} \\
&= I_0 \int_0^{1/2} dz \sin[k(\frac{1}{2} - z)] [e^{-jkz \cos \theta} + e^{jkz \cos \theta}] \\
&= I_0 \int_0^{1/2} dz [\sin k(\frac{1}{2} - z)] 2 \cos(kz \cos \theta) \\
&= I_0 \int_0^{1/2} dz \{ [\sin[k(\frac{1}{2} - z + z \cos \theta)]] + \sin[k(\frac{1}{2} - z - z \cos \theta)] \} \\
&= I_0 \left\{ \frac{\cos k[(1/2) - z + z \cos \theta]}{k(1 - \cos \theta)} + \frac{\cos k[(1/2) - z - z \cos \theta]}{k(1 + \cos \theta)} \right\}_{0}^{1/2} \\
&= I_0 \left\{ \frac{\cos[k(1/2) \cos \theta] - \cos(kl/2)}{k(1 - \cos \theta)} + \frac{\cos[k(1/2) \cos \theta] - \cos(kl/2)}{k(1 + \cos \theta)} \right\}
\end{aligned}$$

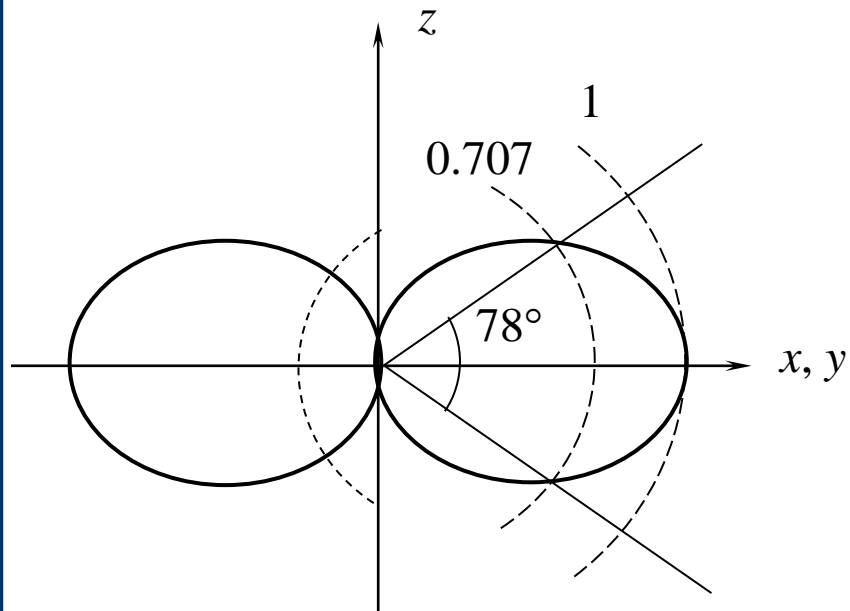
中心激励振子天线举例

$$E = \theta_0 \eta_0 \frac{jI_0 e^{-jkr}}{2\pi r \sin \theta} \left[\cos\left(\frac{kl}{2} \cos \theta\right) - \cos \frac{kl}{2} \right]$$

• 半波振子天线

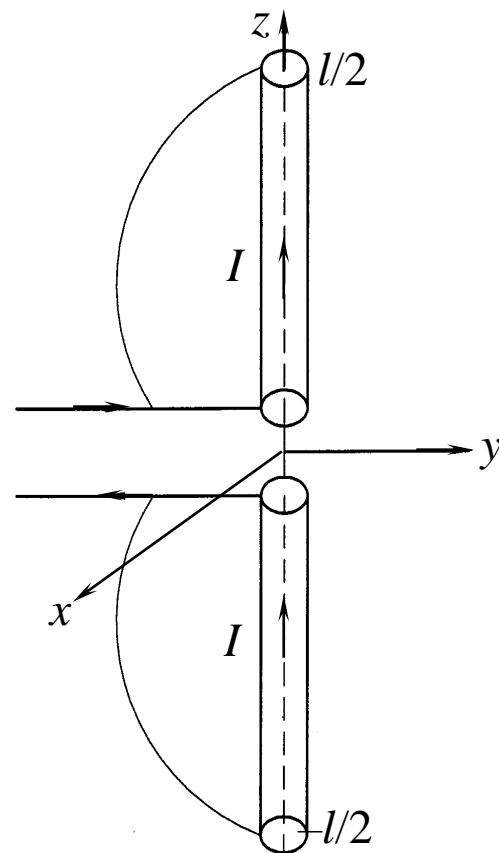
• $l = \lambda/2, kl = \pi$

$$|E_\theta| = \frac{\eta_0 I_0}{2\pi r \sin \theta} \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right) \right|$$



半波振子天线方向图

O

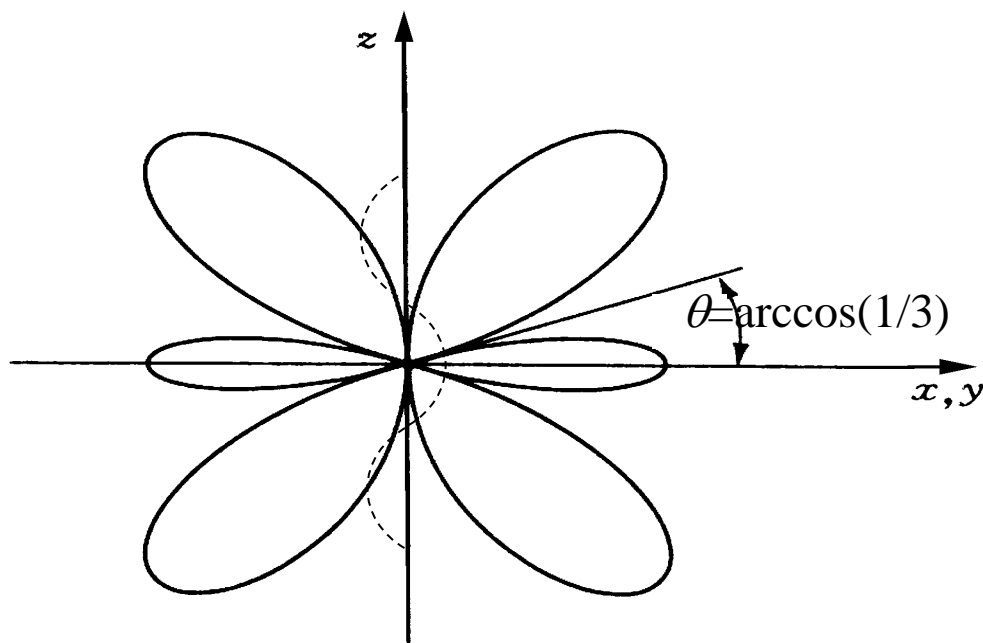


中心激励振子天线

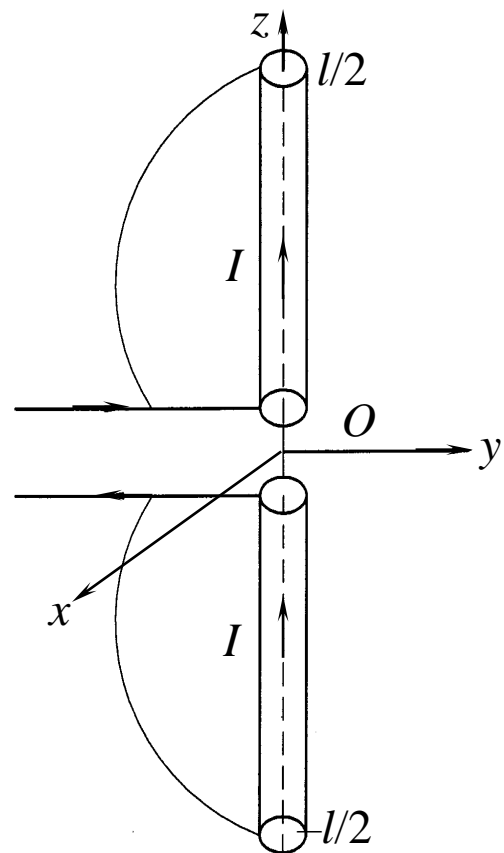
中心激励振子天线举例

❖ 1.5波长振子 $l=3\lambda/2, kl=3\pi$

$$|E_{\theta}| = \frac{\eta_0 I_0}{2\pi r \sin \theta} \left| \cos\left(\frac{3\pi}{2} \cos \theta\right) \right|$$



1.5λ线天线辐射方向图



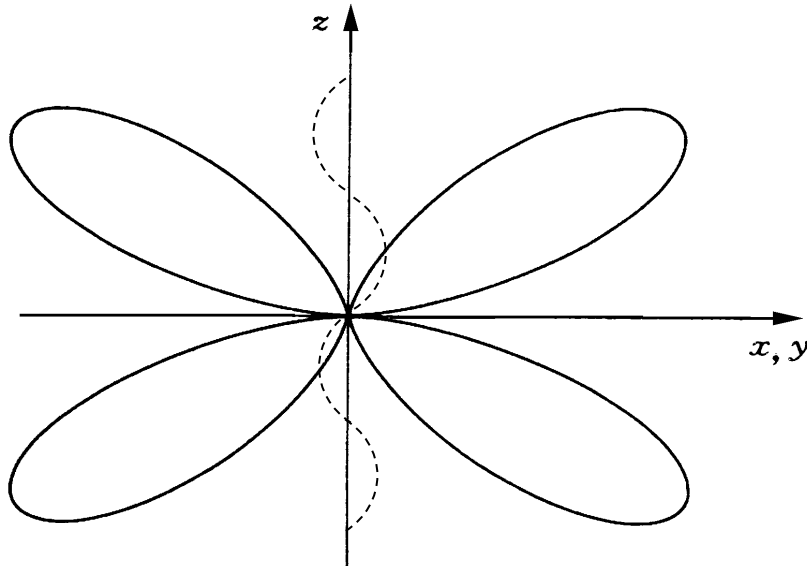
中心激励振子天线

❖ 当 $\theta=0^\circ, 180^\circ$ 以及 $\theta=\arccos(1/3), \arccos(-1/3)$, $|E_{\theta}|=0$

中心激励振子天线举例

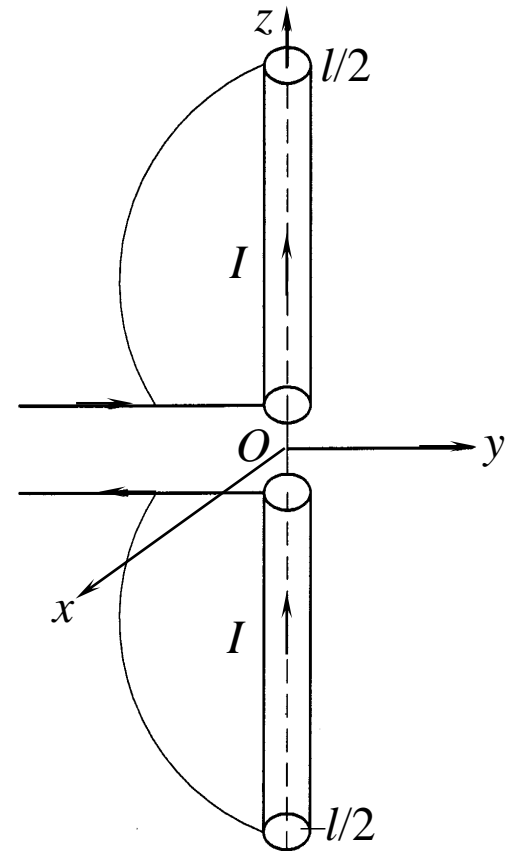
❖ 2波长线天线, $l=2\lambda$

$$|E_{\theta}| = \frac{\eta_0 I_0}{2\pi r \sin \theta} |\cos(2\pi \cos \theta) - 1|$$



2λ线天线辐射方向图

❖ 当 $\theta=0, 90^\circ, 180^\circ$ 与 270° 时, $|E_{\theta}|=0$

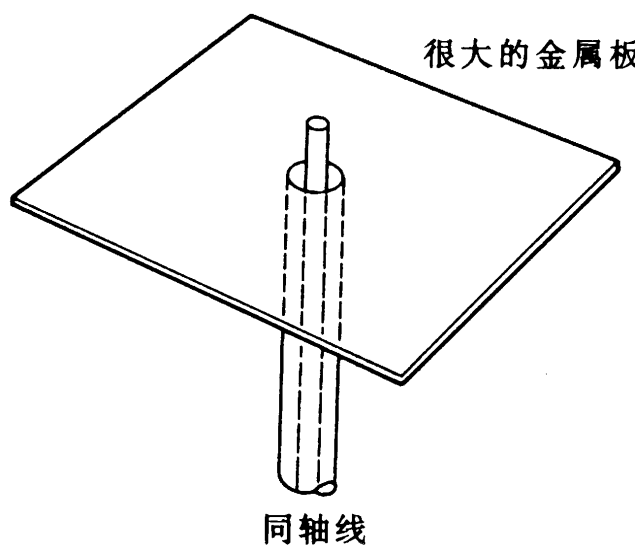


中心激励振子天线

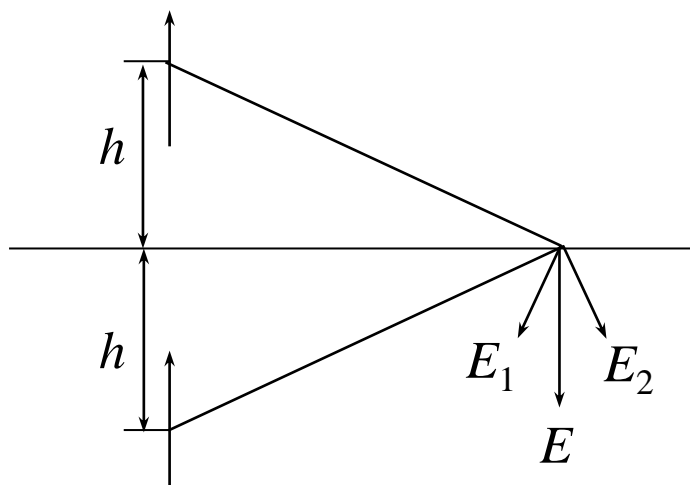
单极天线

❖ 图示的单极天线，将同轴线的外导体与接地面相连，内导体伸出接地面而成。

❖ 内导体伸出接地面 h 的单极天线辐射场与中心激励的高度为 $2h$ 的振子天线辐射场相似，如果接地面为无限大的完纯导电面，根据本课程后面讲到的镜像原理，单极天线场与中心激励的偶极子天线场完全一样，但是单极天线的输入阻抗（定义为中心激励点的电压与电流之比）只有中心激励偶极子天线输入阻抗的一半。



(a)



(b)

镜像定理

❖ 镜像定理源于唯一性定理。

❖ 镜像定理指：

- 当源靠近理想导体壁时，所产生的场相当于原有的源和它对该壁作为镜面产生的镜像一起建立的场。

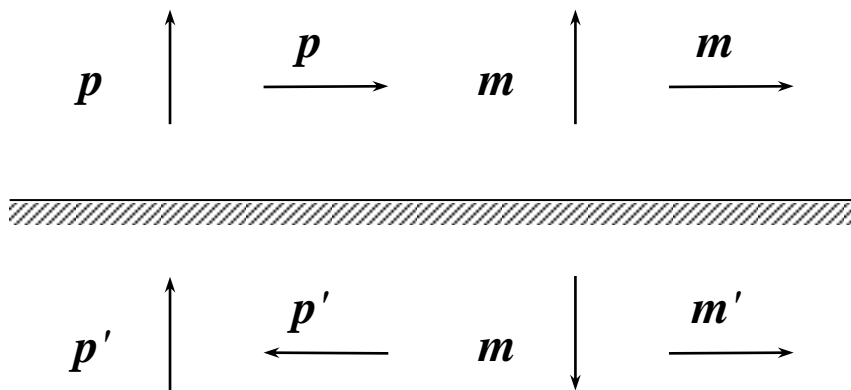
❖ 确定镜像的原则：

- 镜像与原有的源共同建立的场在边界上满足理想导体的边界条件（理想导体的边界条件在第5章专门讨论）。

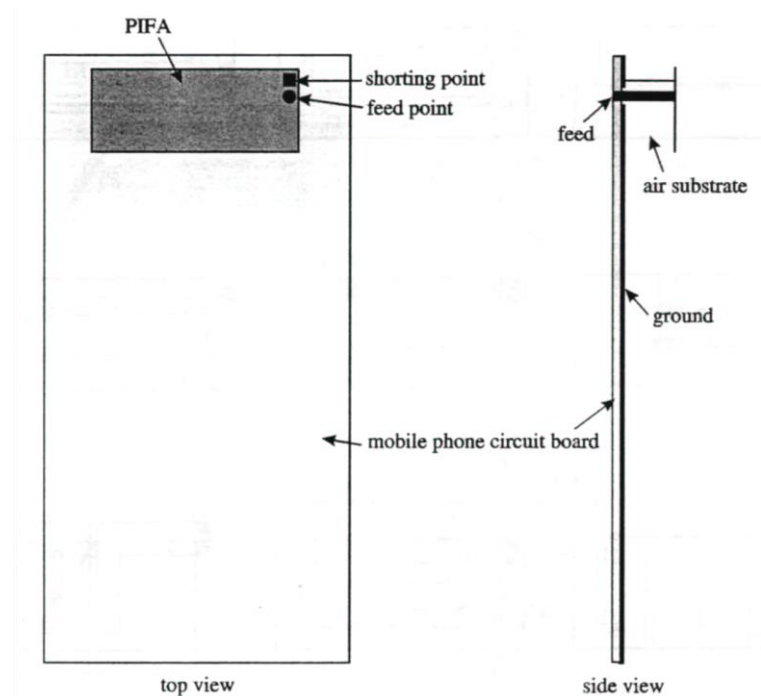
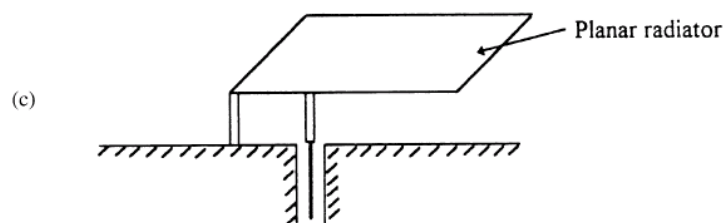
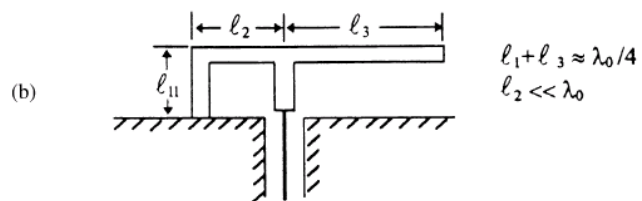
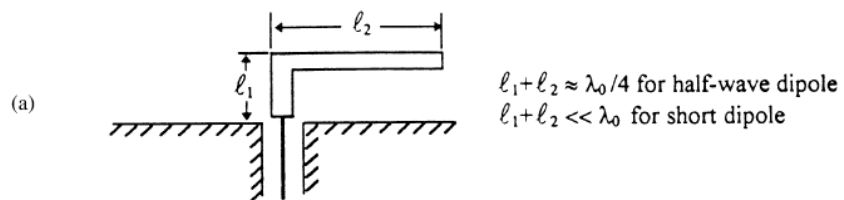
❖ 这样求源靠近理想导体壁产生的场转化为求原有的源与其镜像产生的场，使场的求解大为简化。

❖ 电荷对平面理想导体壁的镜像是另一侧等距处与原电荷大小相等、符号相反的电荷。

❖ 电流元（即交变电偶极子）对理想导体平面表面的镜像如图所示。



电偶极子及磁偶极子在理想导体表面的镜像



(a) 反L形天线 (ILA) (b) 反F形天线 (IFA) (c) 平面反F形天线 (PIFA)

列阵天线

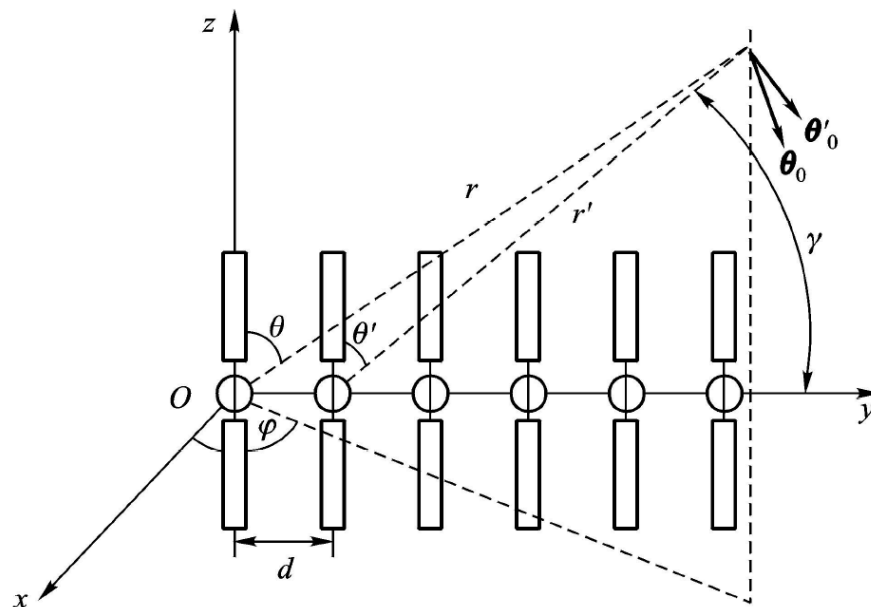
❖ 列阵天线一般由许多相同的辐射单元组成，这些单元按一定方式排列、激励以得到所需的辐射方向图。

❖ 一维线阵天线：

❖ 组成列阵天线的辐射单元都相同，都按 z 方向指向且沿 y 轴均匀排列；

❖ 分析时还进一步假定每一辐射单元激励电流的幅值相同，而激励电流的相位，对于相邻两幅射单元相差 ψ ，即第一个辐射单元的激励电流为 $I(z)$ ，第二个单元为 $I(z)e^{j\psi}$ ，第三个单元为 $I(z)e^{j2\psi}$ ，等等。

❖ 分析方法：应用叠加定理，列阵天线辐射的场是每个辐射单元辐射场的总和。



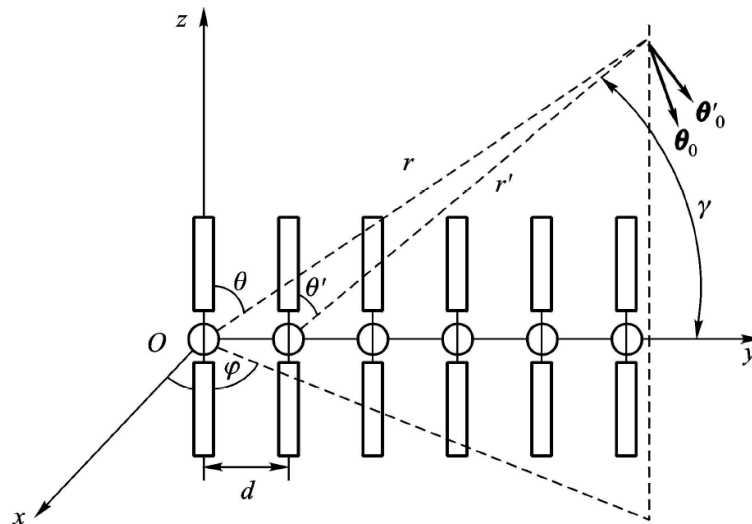
均匀列阵天线

列阵天线

$$\mathbf{E}_1 = \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta)$$

$$\mathbf{E}_2 = \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr'}}{4\pi r'} \sin \theta' e^{j\psi} U(\theta')$$

$$\theta' = \theta$$



$$r' = r - d[\mathbf{y}_0 \cdot \mathbf{r}] = r - d \cos \gamma = r - d \sin \theta \sin \varphi \quad \text{均匀列阵天线}$$

$$\mathbf{E}_2 = \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} e^{jkd \sin \theta \sin \varphi} \sin \theta e^{j\psi} U(\theta) = \mathbf{E}_1 e^{j[kd \sin \theta \sin \varphi + \psi]}$$

$$\mathbf{E}_t = \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta) \{1 + e^{j(\psi + kd \cos \gamma)} + \dots + e^{j[(N-1)(\psi + kd \cos \gamma)]}\}$$

$$U(\theta) = \int_{-h}^h I(z) e^{jkz \cos \theta} dz$$

列阵天线

$$E_t = \theta_0 \frac{jk\eta_0 e^{-jkr}}{4\pi r} \sin \theta U(\theta) \{1 + e^{j(\psi + kd \cos \gamma)} + \dots + e^{j[(N-1)(\psi + kd \cos \gamma)]}\}$$

❖ 括号中的项取如下和的形式 $\sum_{n=0}^{N-1} x^n = \frac{1-x^N}{1-x}$ 其中 $x = e^{j(\psi + kd \cos \gamma)}$

$$E_t = [E_e(\theta)][F(\theta, \varphi)]$$

❖ 所以列阵天线总的辐射场可分解为两项的乘积

❖ 第一项为中心激励偶极子产生的场，第二项叫做阵因子

$$F(\theta, \varphi) = \frac{1 - e^{j[N(\psi + kd \cos \gamma)]}}{1 - e^{j(\psi + kd \cos \gamma)}}$$

❖ 总的辐射电场的模为 $|E_\theta| = |E_e| |F|$

❖ 因为 $|1 - e^{jx}| = 2j \sin(\frac{x}{2}) e^{jx/2} = 2 \sin \frac{x}{2}$

$$|F| = \left| \frac{\sin[N(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]}{\sin[(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]} \right|$$

二个天线元组成的线阵天线

$$|F| = \left| \frac{\sin[N(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]}{\sin[(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]} \right|$$

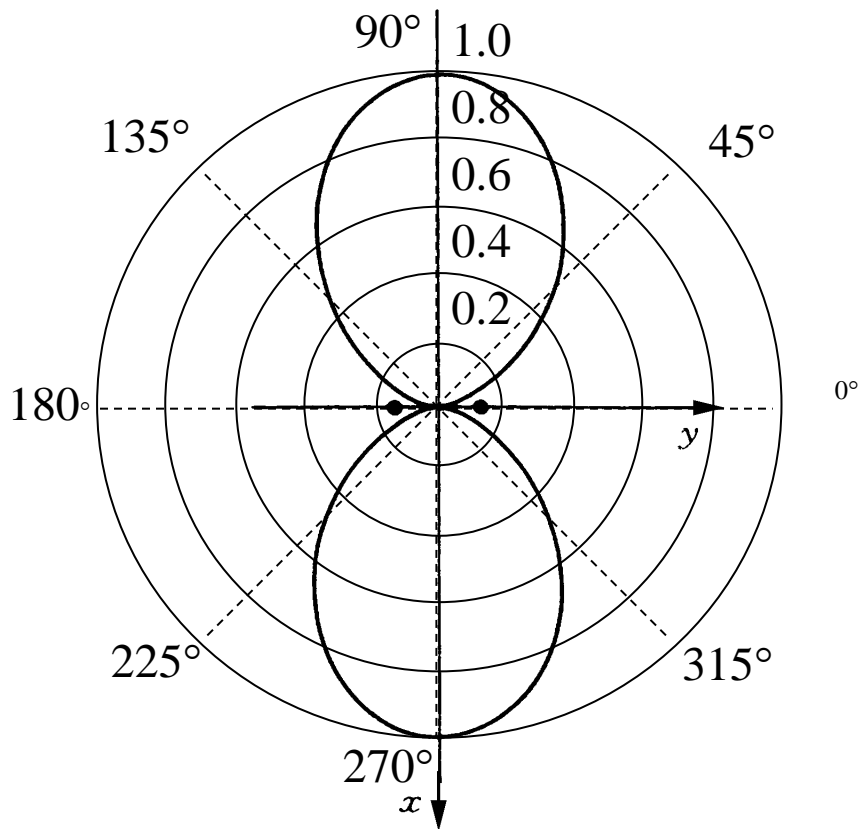
$$\theta = \pi/2$$

$$d = \lambda/2, \quad kd = \pi$$

两个辐射单元同相激励, 即 $\psi = 0$

$$|E_{\theta}| = \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \varphi\right) \right|$$

边射阵



辐射方向图, 两个辐射单元, $d = \lambda/2$, $\psi = 0$

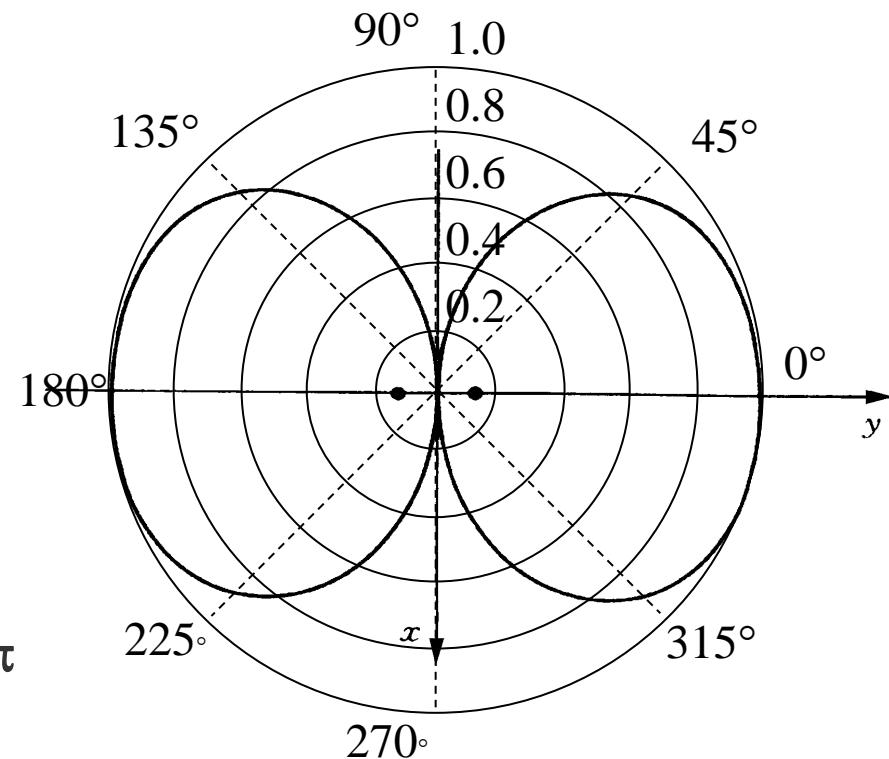
二个天线元组成的线阵天线

$$|F| = \left| \frac{\sin[N(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]}{\sin[(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]} \right|$$

❖ $d = \lambda/2, kd = \pi \quad \theta = \pi/2$

❖ 两个辐射单元反相激励, 即 $\psi = \pi$

$$|E_\theta| = \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \right|$$



辐射方向图, 两个辐射单元, $d = \lambda/2, \psi = \pi$

端射阵

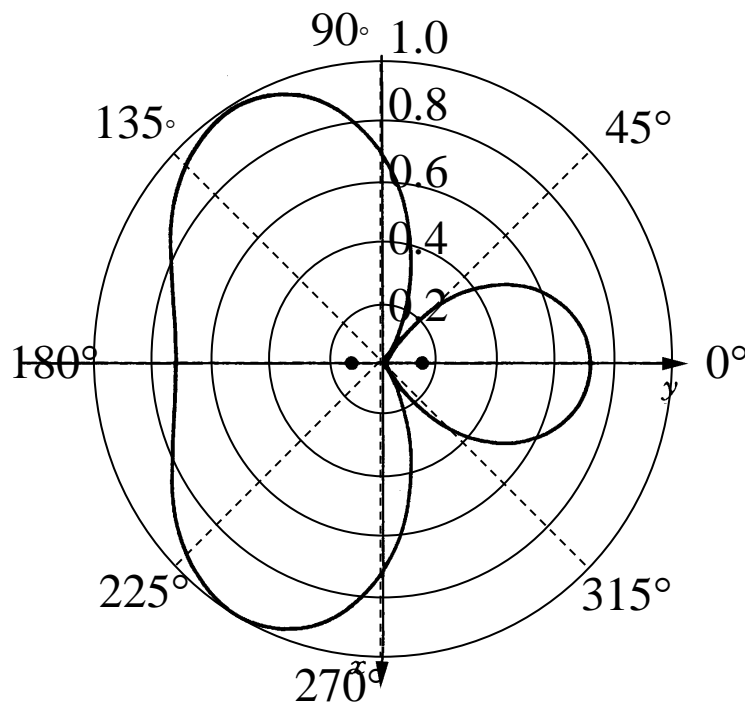
二个天线元组成的线阵天线

$$|F| = \left| \frac{\sin[N(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]}{\sin[(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]} \right|$$

❖ $d = \lambda/2, kd = \pi \quad \theta = \pi/2$

❖ 两个辐射单元正交激励, 即 $\psi = \pi/2$

❖ $|E_\theta| = \left| \cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \varphi + \frac{\pi}{4}\right) \right|$



辐射方向图,
两个辐射单元, $d = \lambda/2, \psi = \pi/2$

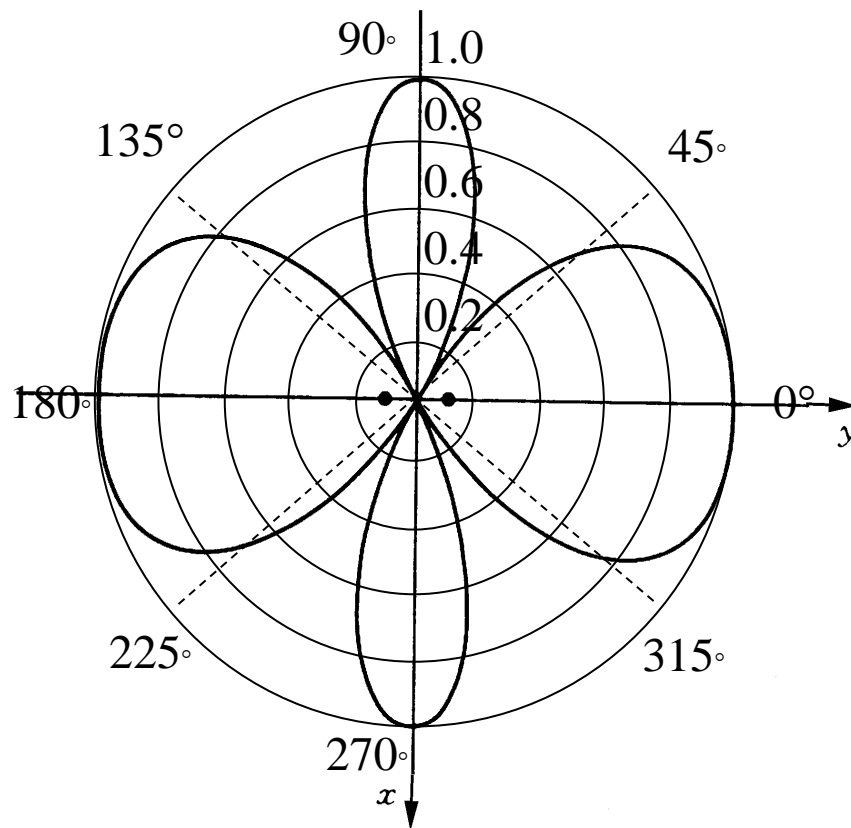
二个天线元组成的线阵天线

$$|F| = \left| \frac{\sin[N(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]}{\sin[(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]} \right|$$

❖ $d = \lambda, kd = 2\pi \quad \theta = \pi/2$

❖ 两辐射单元同相激励, 即 $\psi = 0$

$$|E_\theta| = |\cos(\pi \sin \varphi)|$$



辐射方向图, 两个辐射单元
 $d = \lambda, \psi = 0$

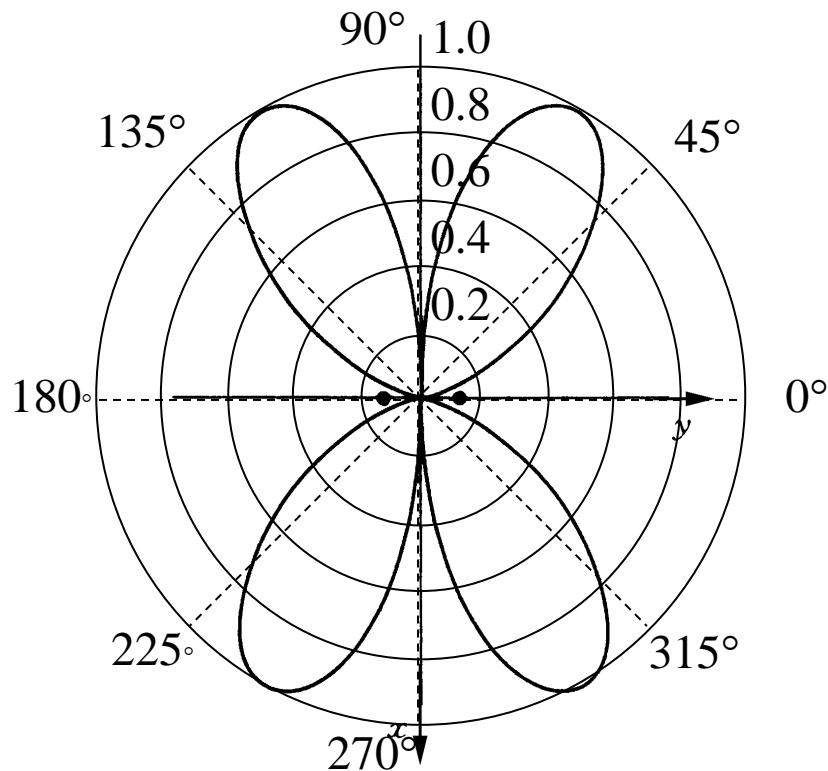
二个天线元组成的线阵天线

$$|F| = \left| \frac{\sin[N(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]}{\sin[(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]} \right|$$

❖ $d = \lambda, kd = 2\pi \quad \theta = \pi/2$

❖ 两辐射单元反相激励, 即 $\psi = \pi$

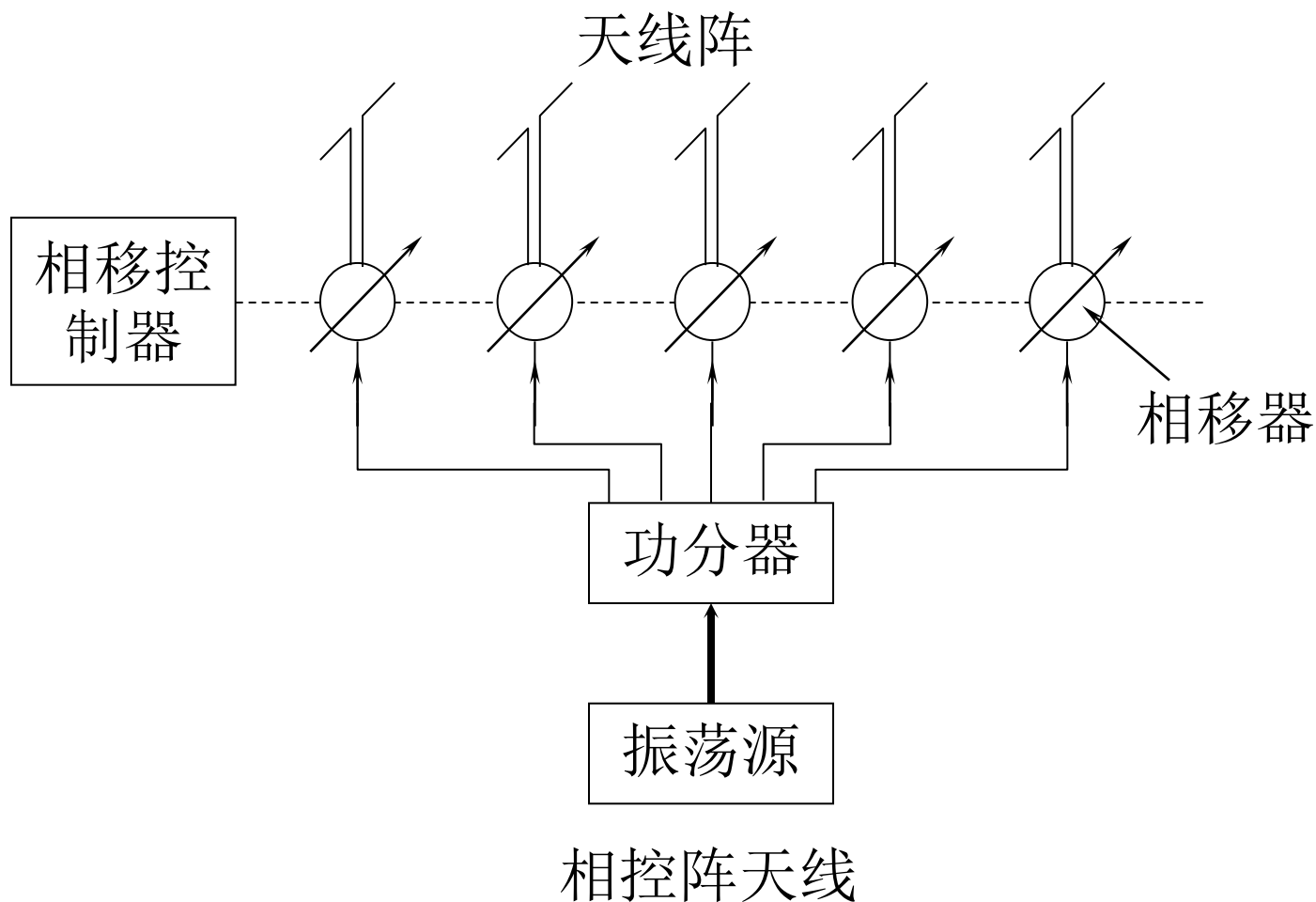
$$|E_\theta| = \left| \cos(\pi \sin \varphi + \frac{\pi}{2}) \right|$$



辐射方向图, 两个辐射单元 $d = \lambda, \psi = \pi$

相控阵天线

❖ 每一辐射单元的相位可以用电子方法控制。



相控阵天线

$$|F| = \left| \frac{\sin[N(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]}{\sin[(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]} \right|$$

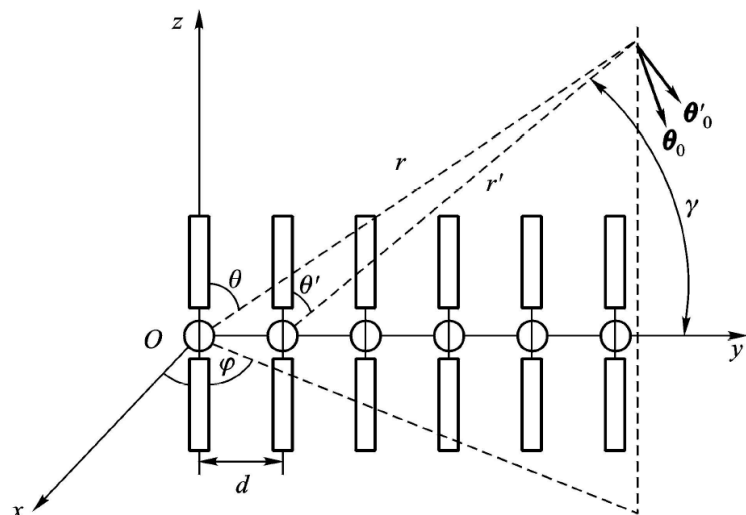
- ❖ 相控阵天线方向图主瓣，或辐射主波束的
- ❖ 方向可以在一个很大的角度范围内用电子
- ❖ 方法实现扫描。
- ❖ 考虑 $\theta=90^\circ$ 平面的方向图
- ❖ 最大辐射总是发生在

$$\psi + kd \sin \varphi_{\max} = 0, \quad 2\pi, \dots \quad \text{均匀列阵天线}$$

- ❖ 式中， φ_{\max} 是主瓣的坐标角，假定 $kd=\pi$ ，则可得下表关系

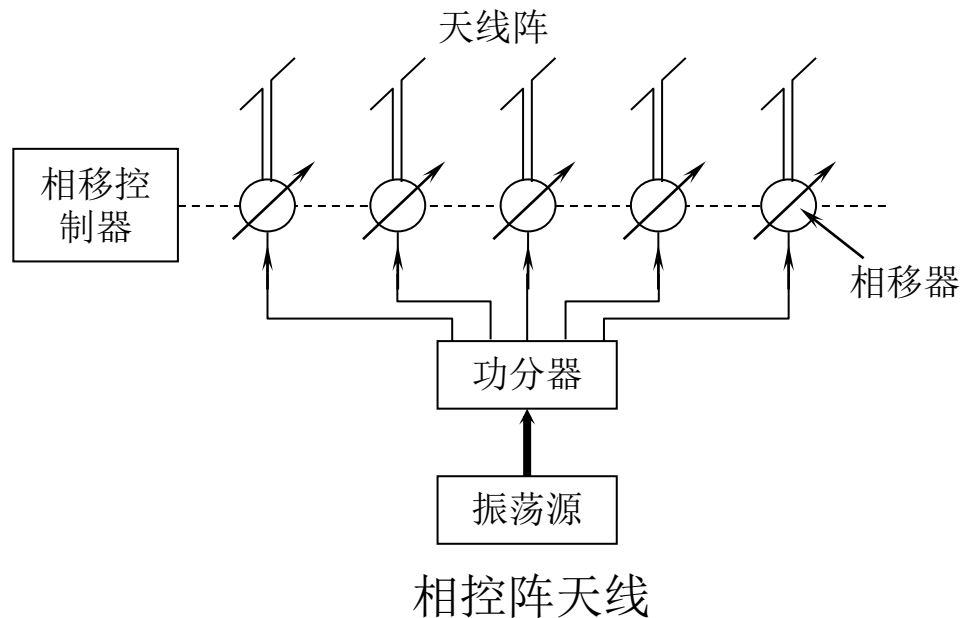
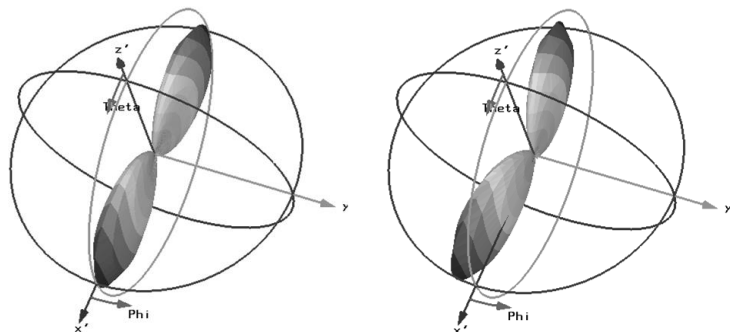
ψ	180°	120°	90°	30°	0°
φ_{\max}	90°	222°	210°	190°	180°
	-90°	-42°	-30°	-10°	0°

- ❖ 当相移 ψ 用电子方法改变时，天线阵主瓣方向可以很快地在大范围内扫描。



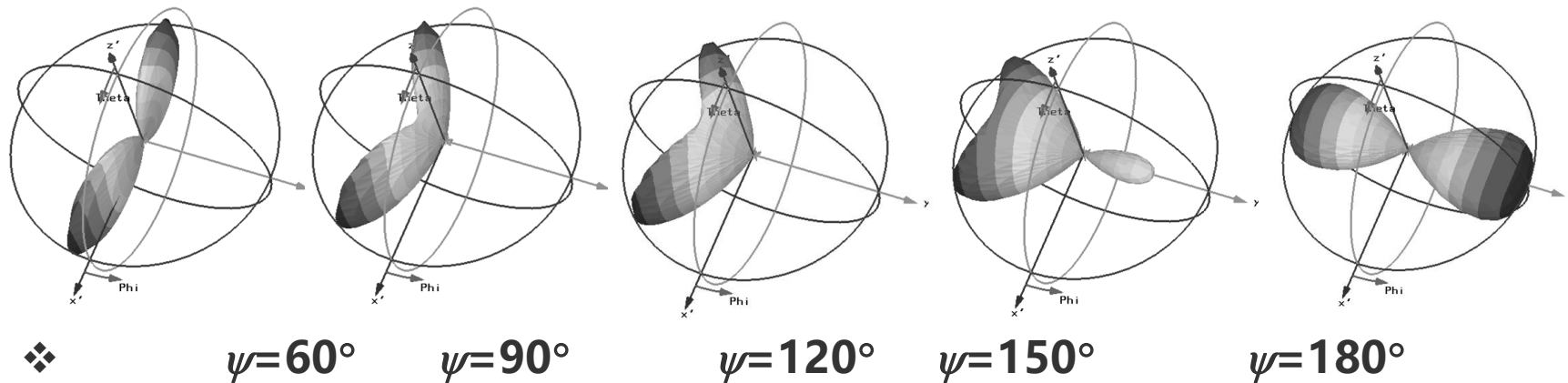
相控阵天线

❖ 5个单元天线, $d = \lambda/2$

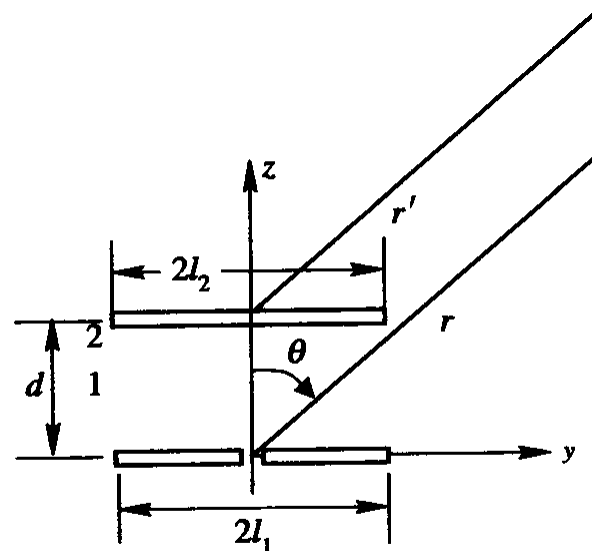
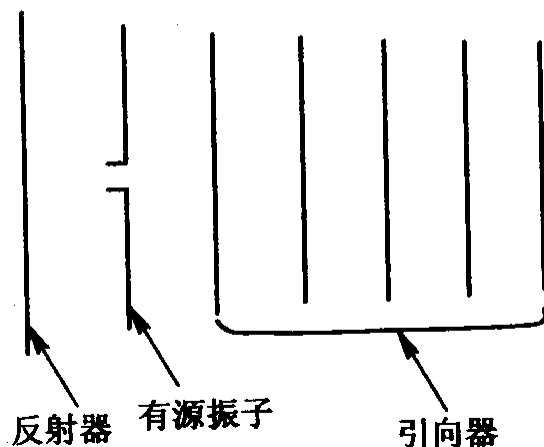


❖ $\psi = 0^\circ$

$\psi = 30^\circ$



引向天线



❖ 引向天线又称八木天线，它由一个有源振子及若干个无源振子组成。在无源振子中较长的一个为反射器，其余均为引向器，其工作原理如下：

❖ 引向天线实际上也是一个天线阵，与前述天线阵相比，不同的是：只对其中的一个振子馈电，其余振子则是靠与馈电振子之间的近场耦合所产生的感应电流来激励的，而感应电流的大小取决于各振子的长度及其间距，因此调整各振子的长度及间距可以改变各振子之间的电流分配比，从而达到控制天线方向性的目的。

❖ 分析天线的方向性，必须首先求出各振子的电流分配比，即振子上的电流分布，但对于多元引向天线，要计算各振子上的电流分布是相当繁琐的。

第19讲复习

❖ 要点

- 电基本振子、磁基本振子是最基本的单元辐射天线，任何复杂天线都可看成电基本振子与磁基本振子的组合。根据电和磁的对偶原理，由电基本振子的辐射特性可对偶地得出磁基本振子的辐射特性。
- 电基本振子辐射的场在远区电场只有 θ 分量，磁场只有 φ 分量，其辐射功率流在电矩 p 的方向为零，与 p 垂直的方向辐射最强，电基本振子的增益、方向性、有效面积、辐射电阻、输入阻抗等分析结果要记牢。
- 对线天线的分析可将线天线分解为无限多电基本振子的组合，线天线辐射的场可分解为电基本振子辐射的场与修正因子 $U(\theta)$ 的乘积。
- 线阵天线辐射的场可分解为线天线辐射的场及阵因子 $F(\theta, \varphi)$ 两部分的乘积。

❖ 复习

- 8.3-8.4

The End.

郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn