

## Lesson 21

# Electromagnetic Fields and Waves

列阵天线，口径天线  
传输方程，瑞利散射

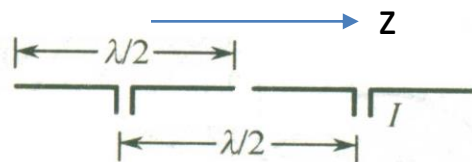
郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn

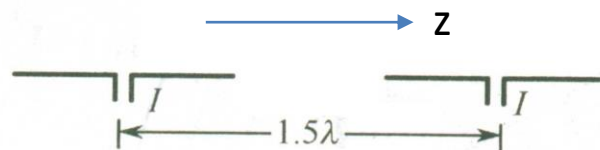


**James Clerk Maxwell**  
1831 – 1879

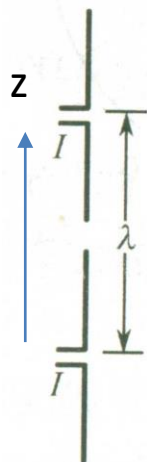
求下图各种二元阵的方向函数（设全是半波偶极子）。



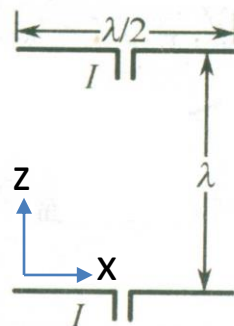
(a)



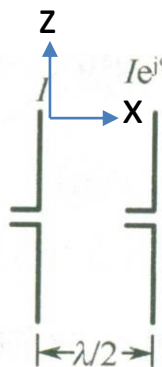
(b)



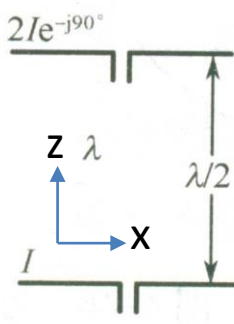
(c)



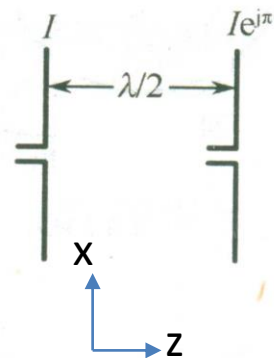
(d)



(e)



(f)



(g)

设题中阵列排列方向为z方向

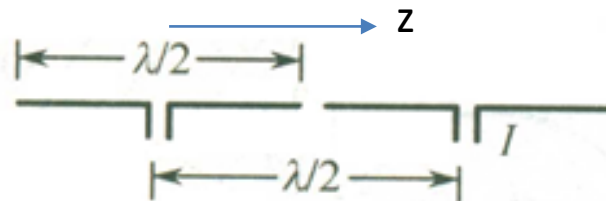
方向函数为  $f(\theta) = U(\theta)F(\theta)$

单元因子 
$$U(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}$$

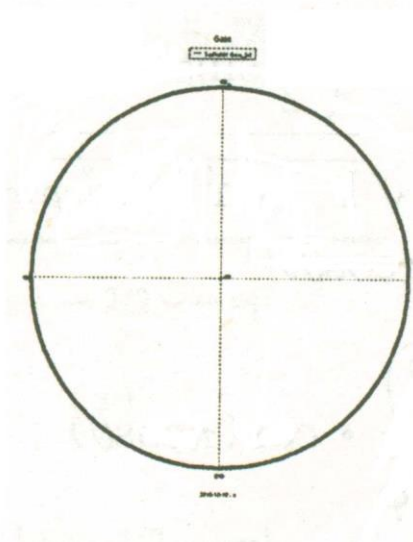
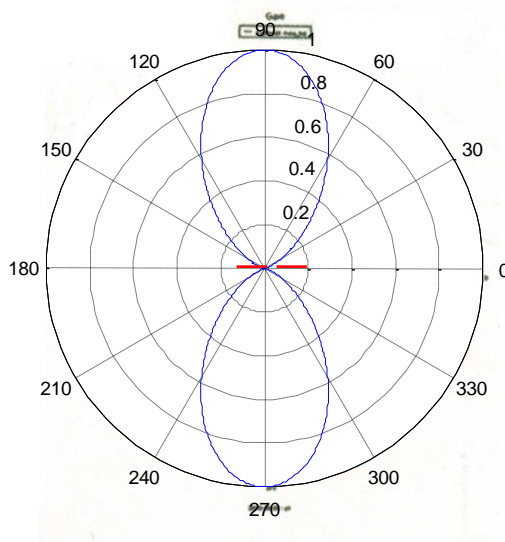
阵因子 
$$F(\theta) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)$$

则归一化方向函数

$$f(\theta) = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}$$



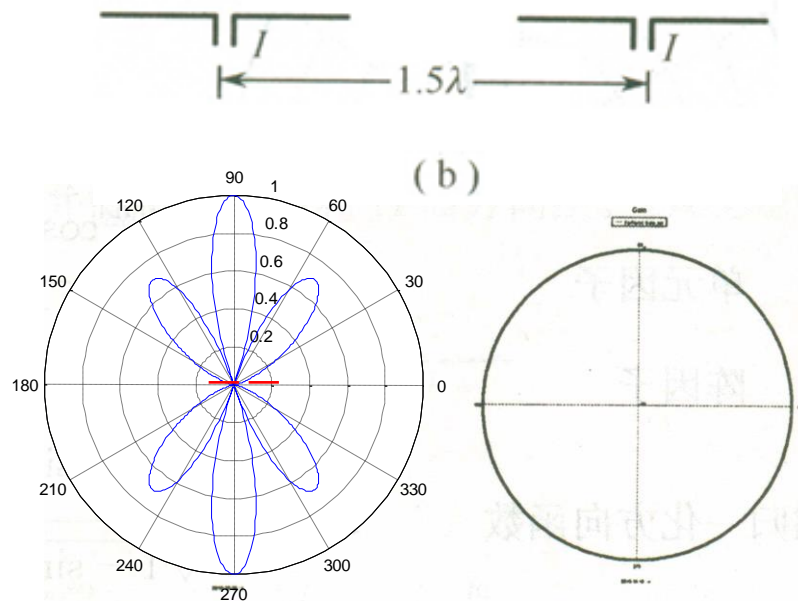
(a)



阵因子  $F(\theta) = 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} \cos \theta\right)$

则归一化方向函数

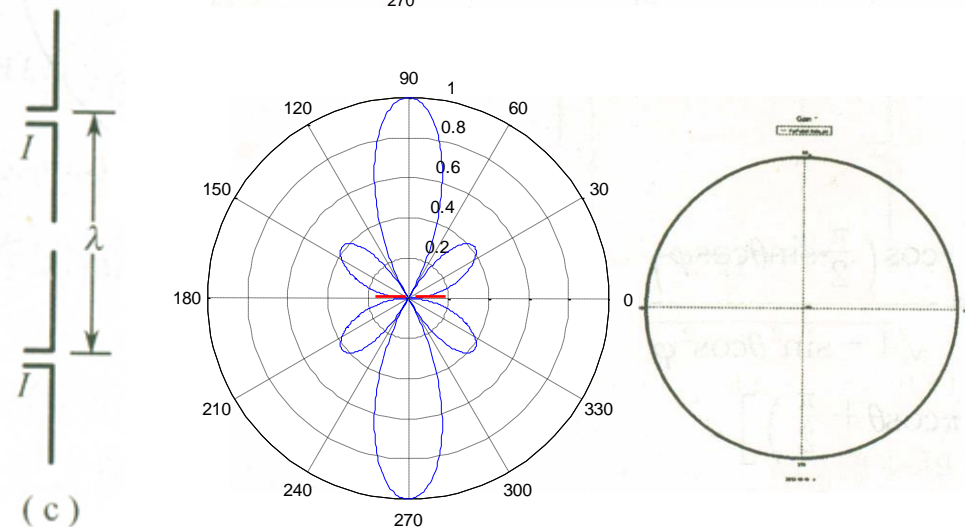
$$f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \cos\left(\frac{3\pi}{2} \cos \theta\right)$$



阵因子  $F(\theta) = 2 \cos(\pi \cos \theta)$

则归一化方向函数

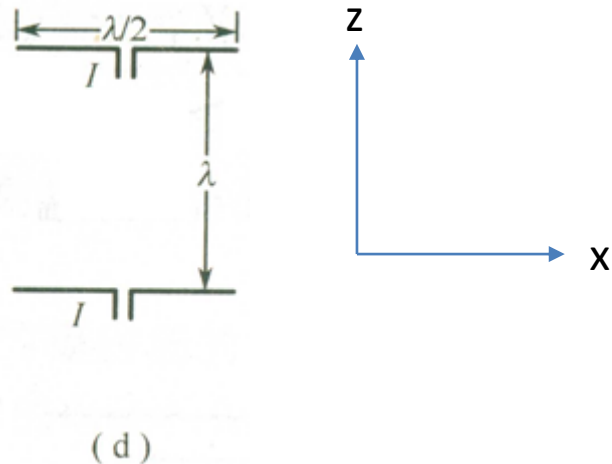
$$f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \cos(\pi \cos \theta)$$



设单元沿x轴排列

单元因子

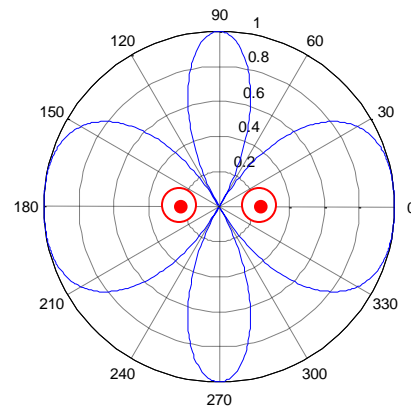
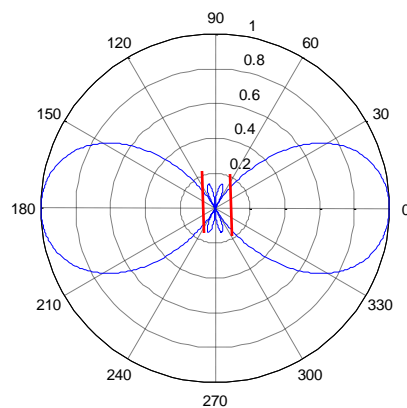
$$U(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_x\right)}{\sin \theta_x} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \cos \varphi\right)}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}}$$



阵因子  $F(\theta) = 2 \cos(\pi \cos \theta)$

方向函数

$$f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \cos \varphi\right)}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}} \cos(\pi \cos \theta)$$



E面为xoz面, 即 $\varphi=0^\circ$ ; H面为yoz面, 即 $\varphi=90^\circ$

设单元沿x轴排列

单元因子

$$U(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_x\right)}{\sin \theta_x} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \cos \varphi\right)}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}}$$

阵因子

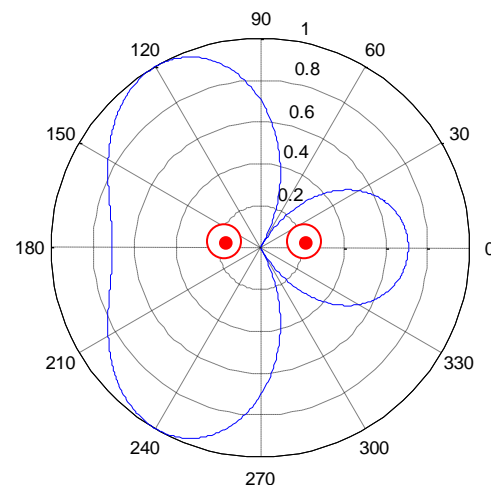
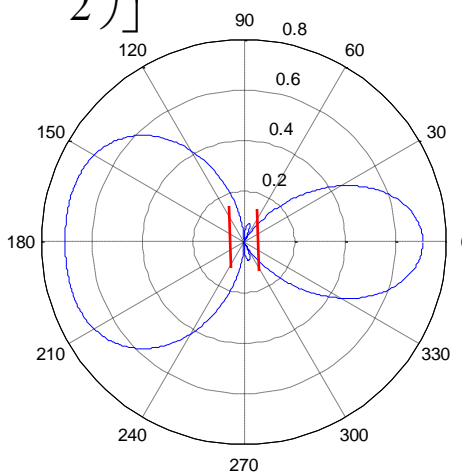
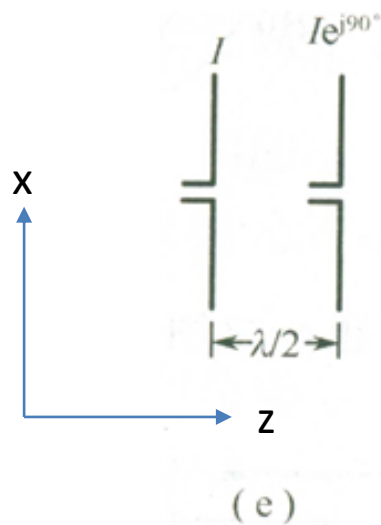
$$F(\theta) = 2 \cos \left[ \frac{1}{2} \left( \pi \cos \theta + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

方向函数

$$f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \cos \varphi\right)}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}} \cos \left[ \frac{1}{2} \left( \pi \cos \theta + \frac{\pi}{2} \right) \right]$$

E面为xoz面, 即 $\varphi=0^\circ$ ;

H面为yoz面, 即 $\varphi=90^\circ$



设单元沿z轴排列

单元因子

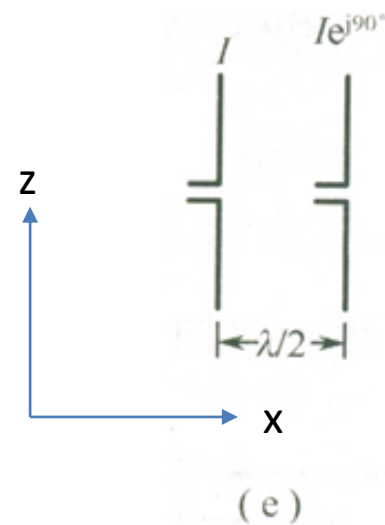
$$U(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}$$

阵因子

$$F(\theta) = 2\cos\left[\frac{1}{2}\left(\pi\sin\theta\cos\varphi + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$

方向函数

$$f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta} \cos\left[\frac{1}{2}\left(\pi\sin\theta\cos\varphi + \frac{\pi}{2}\right)\right]$$



设单元沿x轴排列

单元因子

$$U(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_x\right)}{\sin \theta_x} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \cos \varphi\right)}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}}$$

阵因子

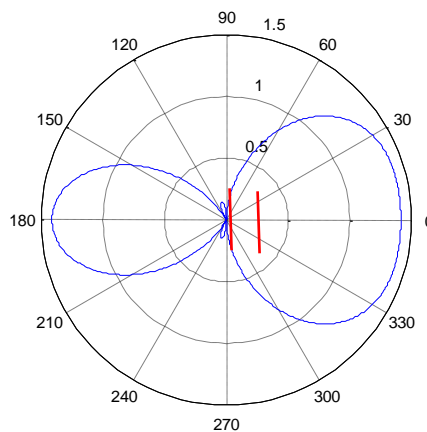
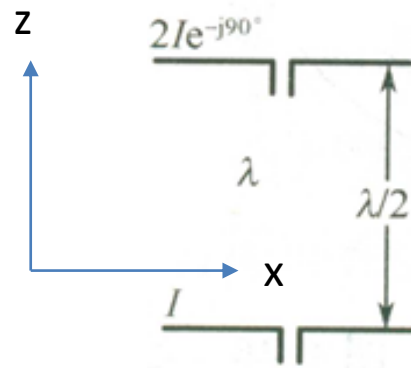
$$F(\theta) = \left| 1 + 2e^{j\frac{2\pi\lambda}{\lambda} \cos \theta - j\frac{\pi}{2}} \right| = \left| 1 - 2je^{j\pi \cos \theta} \right|$$

方向函数

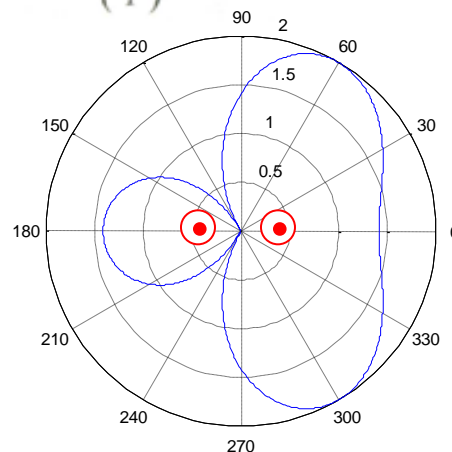
$$f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \cos \varphi\right)}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}} \left| 1 - 2je^{j\pi \cos \theta} \right|$$

E面为xoz面, 即 $\varphi=0^\circ$ ;

H面为yoz面, 即 $\varphi=90^\circ$



(f)





## 设单元沿x轴排列

### 单元因子

$$U(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta_x\right)}{\sin \theta_x} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \cos \varphi\right)}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}}$$

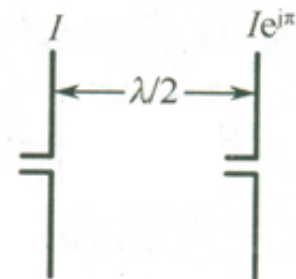
### 阵因子

$$F(\theta) = 2 \cos \left[ \frac{1}{2} (\pi \cos \theta + \pi) \right]$$

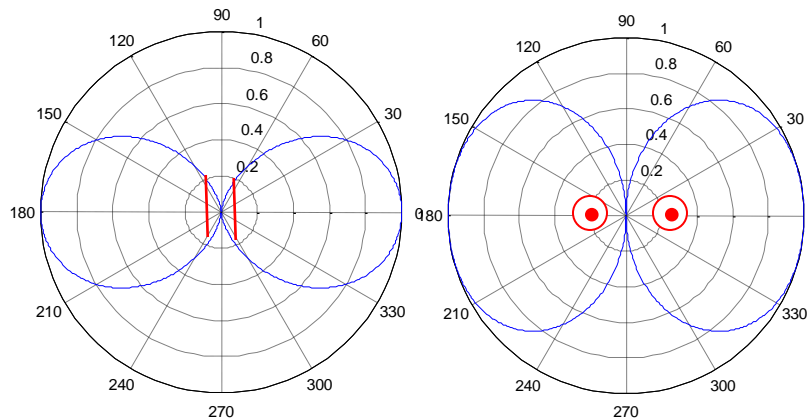
### 方向函数

$$f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \sin \theta \cos \varphi\right)}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi}} \cos \left[ \frac{1}{2} (\pi \cos \theta + \pi) \right]$$

E面为xoz面，即 $\varphi=0^\circ$ ；H面为yoz面，即 $\varphi=90^\circ$



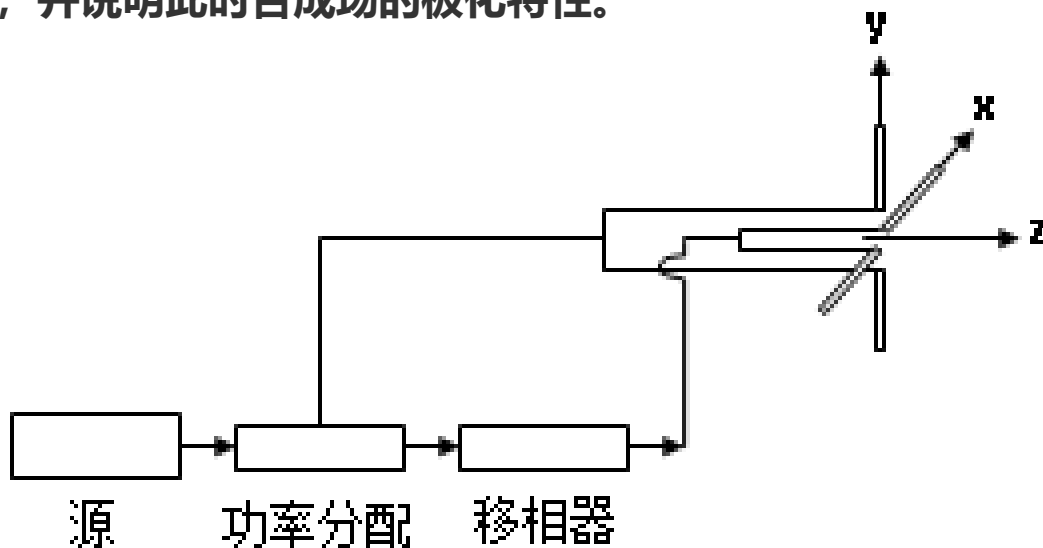
(g)



4. 如图所示，有两个在空间原点分别沿x轴和y轴放置的短振子天线，这两个短振子天线由同一个源激励，激励功率相等，中心激励点电流均为 $I_0$ 、振子长度 $l_1 = l_2 = l$ 。激励电流的相位可以通过移相器改变。

(1) 调整移相器可改变x方向取向的短振子天线的激励电流相位 $\varphi_x$ 与y方向取向短振子天线激励电流相位 $\varphi_y$ 之差 $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$ ，问 $\varphi$ 为何值时，该天线系统在+z轴方向远区的辐射是圆极化波，并说明何时是左旋圆极化波，何时是右旋圆极化波？

(2) 证明，当其中一个短振子天线比另一个短振子天线落后 $\pi/2$ 相位，x-y平面内的辐射方向图是一个圆；并说明此时合成场的极化特性。



(1) 短振子天线等同于激励电流为 $I_0$ 、长度 $l_1 = l_2 = l/2$ 的电偶极子，在 $+z$ 轴方向的远区， $x$ 方向取向的短振子天线和 $y$ 方向取向的短振子天线对应的 $\theta=90^\circ$ ，

$x$ 方向取向的短振子天线的辐射电场为  $\mathbf{E}_1 = -\mathbf{x}_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkz} e^{j\phi_x}}{8\pi z}$

$y$ 方向取向的短振子天线的辐射电场为  $\mathbf{E}_2 = -\mathbf{y}_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkz} e^{j\phi_y}}{8\pi z}$

所以 $+z$ 轴方向的远区电场

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = -\mathbf{x}_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkz} e^{j\phi_x}}{8\pi z} - \mathbf{y}_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkz} e^{j\phi_y}}{8\pi z}$$

$\varphi = \varphi_x - \varphi_y = \pm \frac{\pi}{2}$  时， $z$ 方向远区辐射的是圆极化波

$\varphi = \varphi_x - \varphi_y = \frac{\pi}{2}$ ，右旋； $\varphi = \varphi_x - \varphi_y = -\frac{\pi}{2}$ ，左旋

(2) 在x-y平面,

x方向取向的短振子天线的辐射电场为

$$\mathbf{E}_1 = \theta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkr} e^{j\varphi_x}}{8\pi z} \sin \theta$$

y方向取向的短振子天线的辐射电场为

$$\mathbf{E}_2 = -\theta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkr} e^{j\varphi_y}}{8\pi z} \cos \theta$$

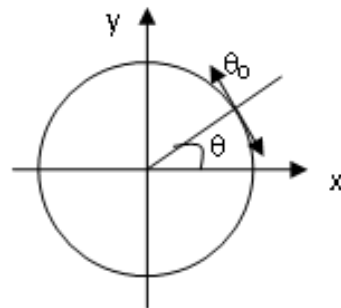
所以在x-y平面,

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \theta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkr} e^{j\varphi_x}}{8\pi z} \sin \theta - \theta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkr} e^{j\varphi_y}}{8\pi z} \cos \theta$$

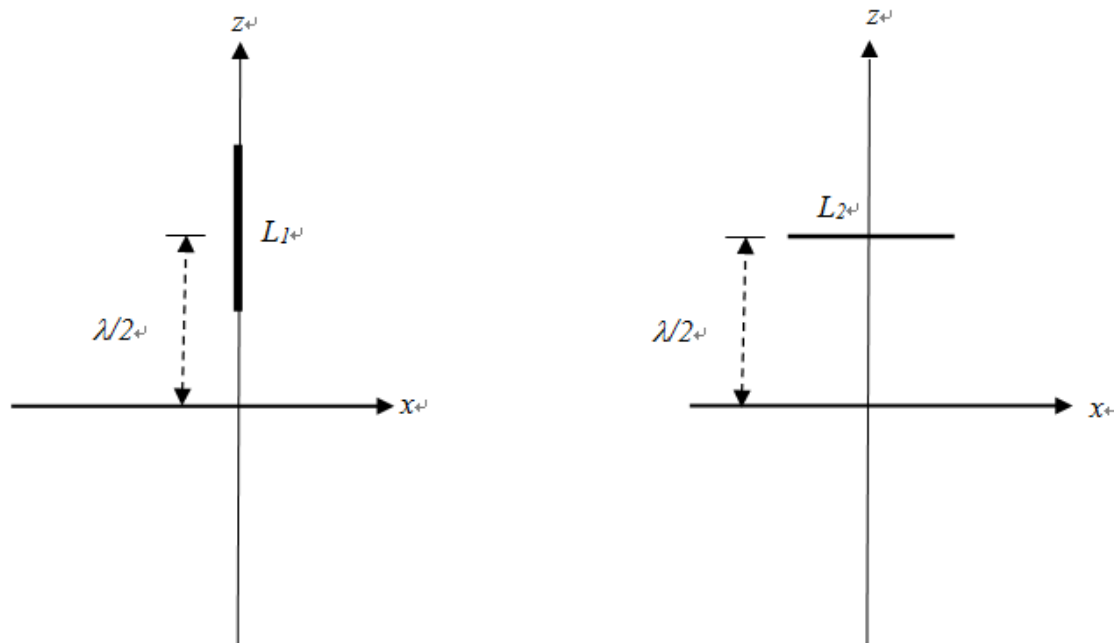
如果  $\varphi = \varphi_x - \varphi_y = \pm \frac{\pi}{2}$ , 则

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = \theta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkr}}{8\pi z} (\sin \theta \pm j \cos \theta) = \theta_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{jkI_0 l e^{-jkr}}{8\pi z} e^{-j\alpha}, \quad \text{其中} (\alpha = \operatorname{tg}^{-1}(\frac{\pm \cos \theta}{\sin \theta}))$$

其振幅是一个圆, 该合成波为线极化波。



- 4、(15 分) 如图所示, 完纯导体 ( $xy$  平面) 上垂直放置或水平放置一根电基本振子天线, 分别为  $L_1$  和  $L_2$ , 这两种情况下, 已知天线中心与导体的距离均为  $\lambda/2$ , 电基本振子天线由同一个源激励, 激励功率相等, 中心激励电流均为  $I_0$ 。试求:
- (1) 根据镜像原理, 分别画出这两种情况下, 天线关于完纯导体的镜像;
  - (2) 分别求这两情况下, 天线与镜像组成的天线阵的阵因子;
  - (3) 分别求这两种情况下天线电场的辐射方向函数。



# 非均匀激励等间距线阵

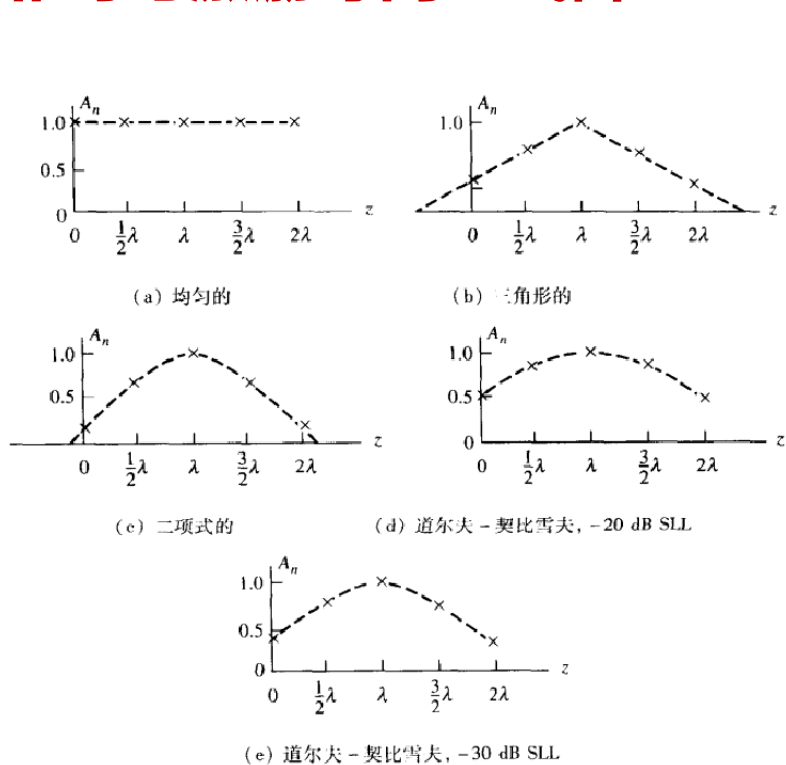
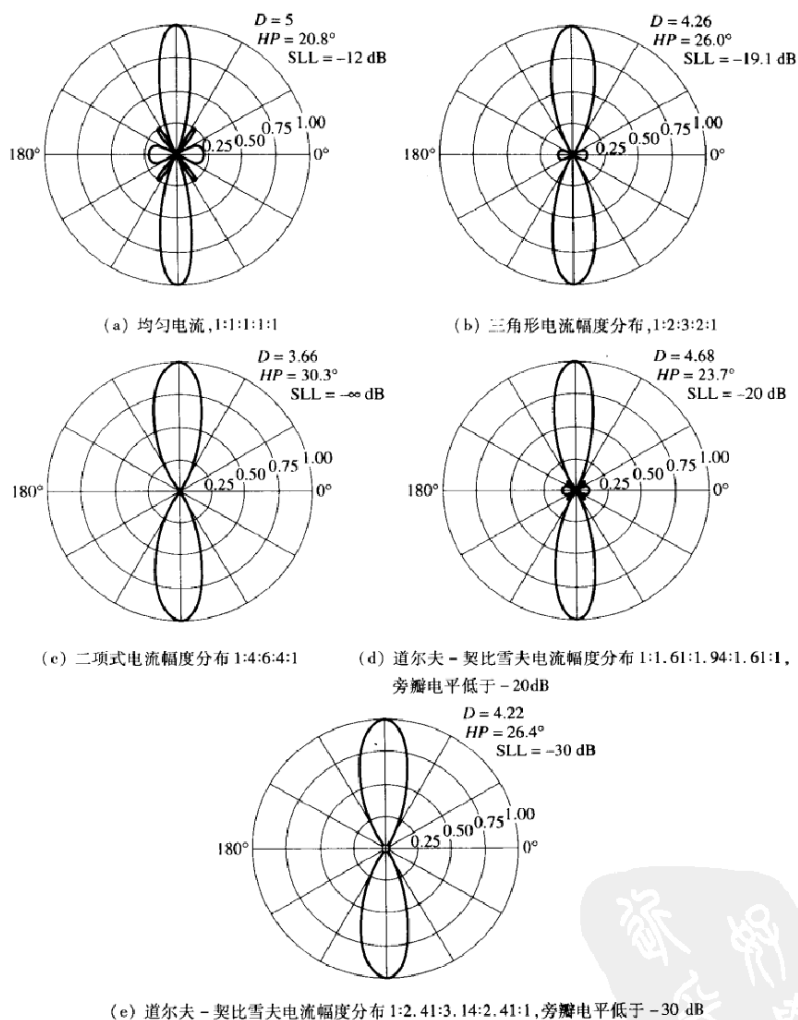
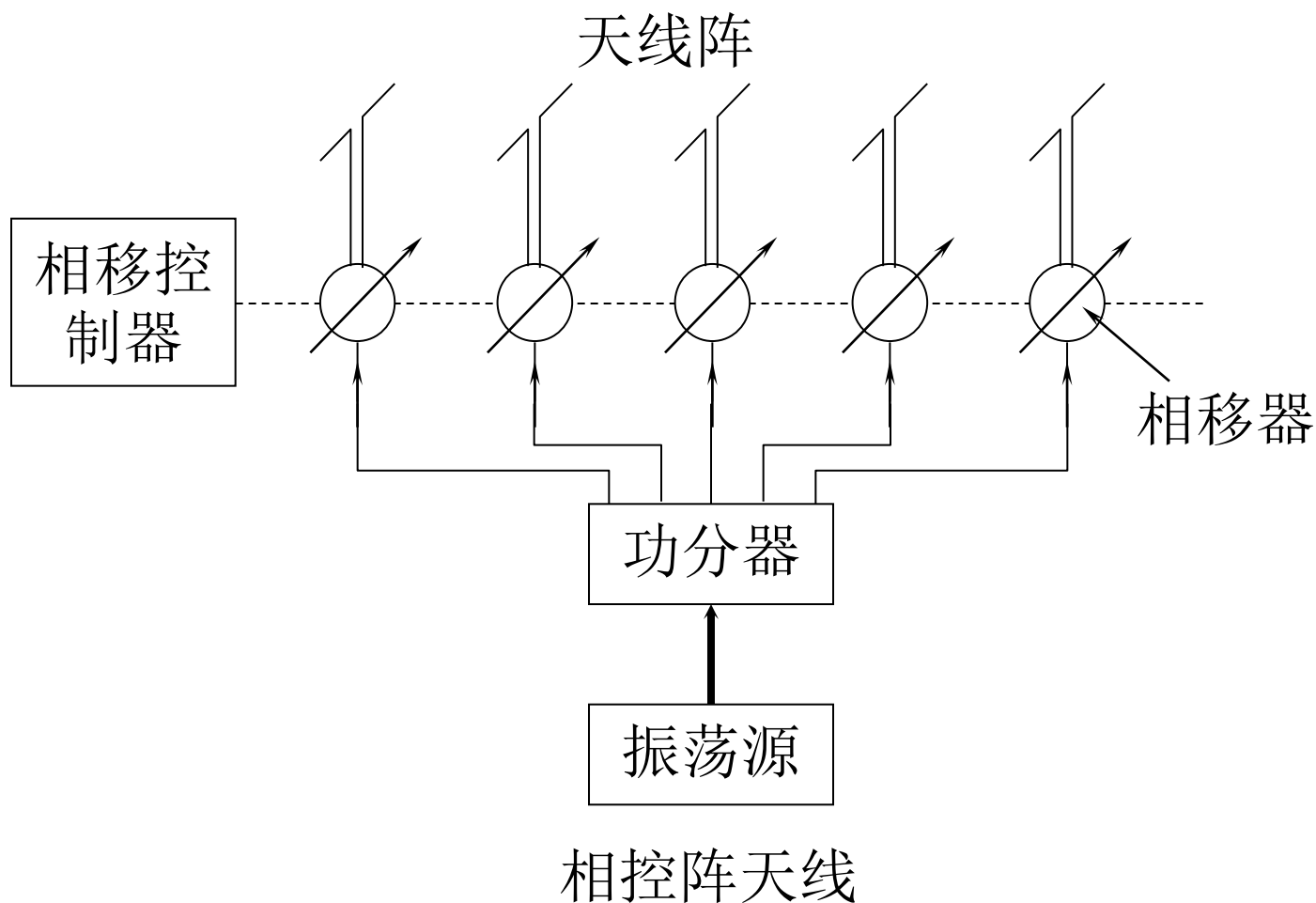


图 3-24 对应于图 3-23 方向图的电流分布。电流相位为零( $\alpha = 0$ )。电流对阵中心归一



# 相控阵天线

❖ 每一辐射单元的相位可以用电子方法控制。



## 相控阵天线

$$|F| = \left| \frac{\sin[N(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]}{\sin[(\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2})]} \right|$$

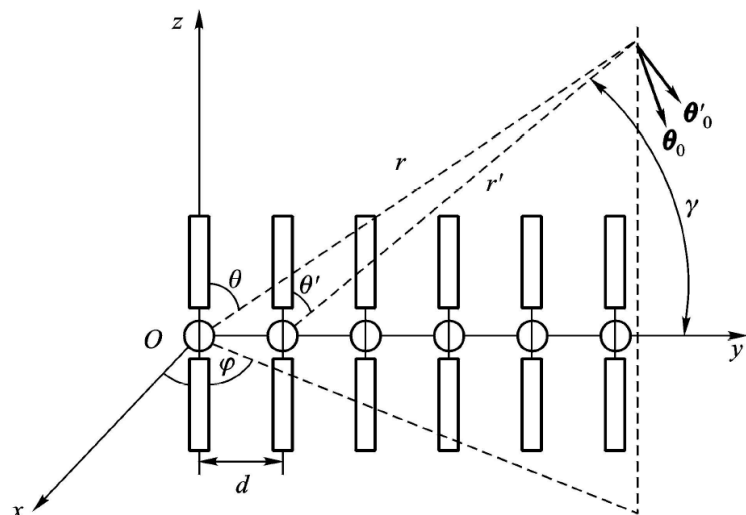
- ❖ 相控阵天线方向图主瓣，或辐射主波束的
- ❖ 方向可以在一个很大的角度范围内用电子
- ❖ 方法实现扫描。
- ❖ 考虑 $\theta=90^\circ$ 平面的方向图
- ❖ 最大辐射总是发生在

$$\psi + kd \sin \varphi_{\max} = 0, \quad 2\pi, \dots \quad \text{均匀列阵天线}$$

- ❖ 式中， $\varphi_{\max}$  是主瓣的坐标角，假定 $kd=\pi$ ，则可得下表关系

$\psi$	$180^\circ$	$120^\circ$	$90^\circ$	$30^\circ$	$0^\circ$
$\varphi_{\max}$	$90^\circ$	$222^\circ$	$210^\circ$	$190^\circ$	$180^\circ$
	$-90^\circ$	$-42^\circ$	$-30^\circ$	$-10^\circ$	$0^\circ$

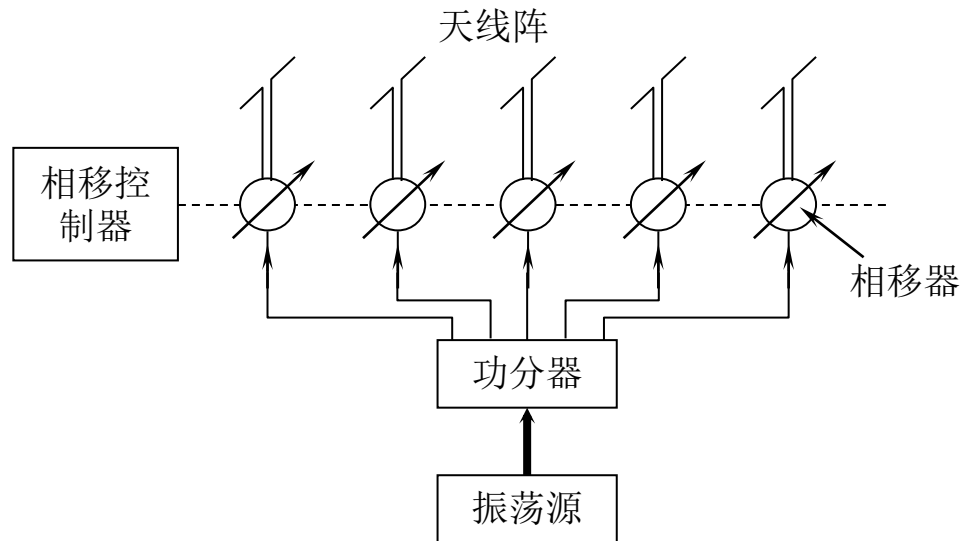
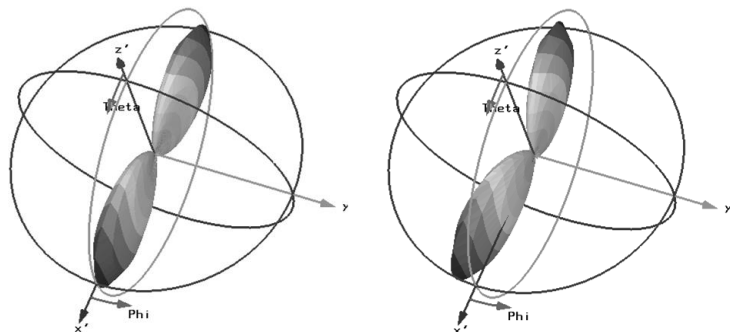
- ❖ 当相移 $\psi$ 用电子方法改变时，天线阵主瓣方向可以很快地在大范围内扫描。





# 相控阵天线

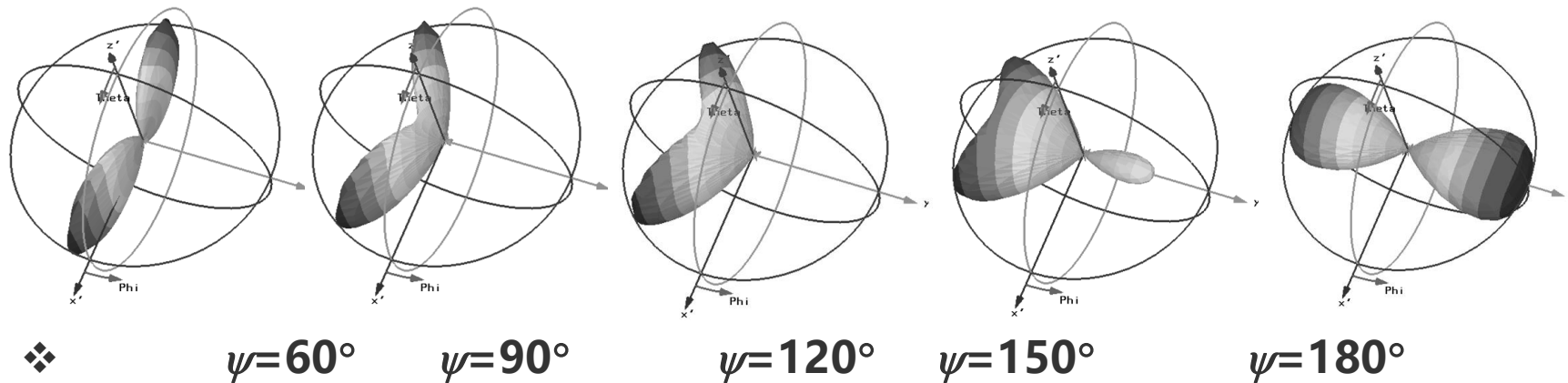
❖ 5个单元天线,  $d = \lambda/2$



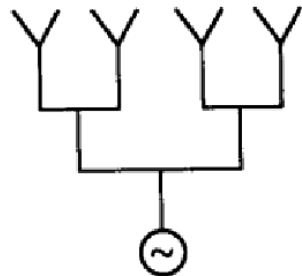
相控阵天线

❖  $\psi = 0^\circ$

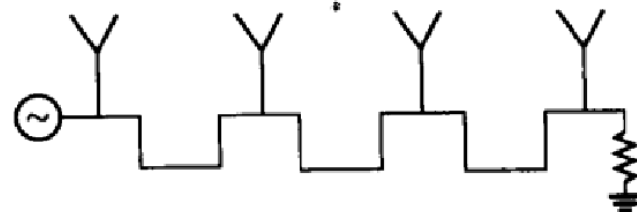
$\psi = 30^\circ$



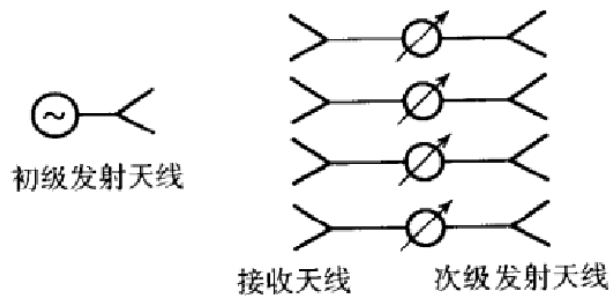
# 天线阵馈电网络类型



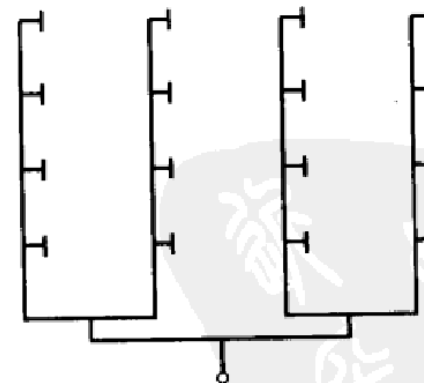
(a) 并联或组合馈电



(b) 串联馈电



(c) 空间馈电



(d) 并联-串联馈电

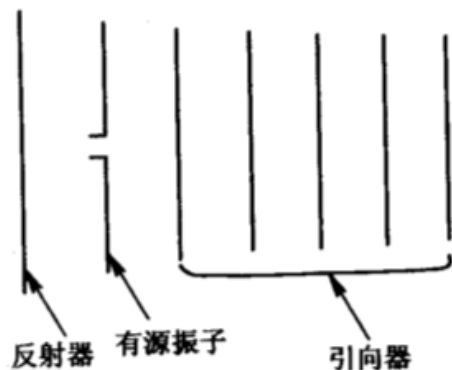
图 3-33 天线阵馈电网络的类型

## 电子扫描方法

波束转动由馈电网络利用电子扫描来完成。有 4 种电子扫描方法:频率扫描、相位扫描、时延扫描和波束切换<sup>[13]</sup>。上面涉及串联馈电时已经讨论过频率扫描。相位扫描是通过改变阵元电流相位的电子化波束指向,上面也已讨论过。时延扫描是相位扫描的一种形式,其相位变化是通过开关切换传输路径的长度来实现的。波束切换涉及波束形成网络中对每个波束使用不同的传输路径,且每个波束都有一个输入端口。波束切换式 BFN,例如 Butler 矩阵,可避免使用相移器<sup>[14,15]</sup>。该多波束馈电网络具有各种波束端口,可以用于形成同步波束,也可给波束输出端口加权,以及组合起来用于方向图控制。

电子波束扫描通常由利用模拟或数字相移器的相控阵来实现。模拟相移器可以设置在它工作范围中的任何相位。数字相移器提供  $2^M$  种  $360^\circ/2^M$  的整数倍的相位,其中  $M$  是相移的二进制位数。例如,一个 3 位相移器可设置为如下 8 种相位之一:0、45、90、135、180、225、270 或  $315^\circ$ 。典型的相控阵需要 4 至 7 位的相移器,它具有  $22.5^\circ \sim 2.8^\circ$  相位增量。带有数字相移器的相位量化增加了旁瓣电平<sup>[8,7.3节]</sup>。现在有多种形式相移器,可以粗分为铁氧体相移器与半导体二极管相移器<sup>[15]</sup>。在铁氧体传输路径中改变的相位与所加静磁场成正比。铁氧体相移器既可以是快速切换的数字式,也可以是更加精确、低损耗、低成本的模拟式。二极管相移器提供了制造的优越性,且能与馈电网络电子器件一起集成。

## 引向天线



❖ 引向天线又称八木天线，它由一个有源振子及若干个无源振子组成。在无源振子中较长的一个为反射器，其余均为引向器，其工作原理如下：

❖ 引向天线实际上也是一个天线阵，与前述天线阵相比，不同的是：只对其中的一个振子馈电，其余振子则是靠与馈电振子之间的近场耦合所产生的感应电流来激励的，而感应电流的大小取决于各振子的长度及其间距，因此调整各振子的长度及间距可以改变各振子之间的电流分配比，从而达到控制天线方向性的目的。

❖ 分析天线的方向性，必须首先求出各振子的电流分配比，即振子上的电流分布，但对于多元引向天线，要计算各振子上的电流分布是相当繁琐的。



知乎 @玄学工程师

# 八木天线

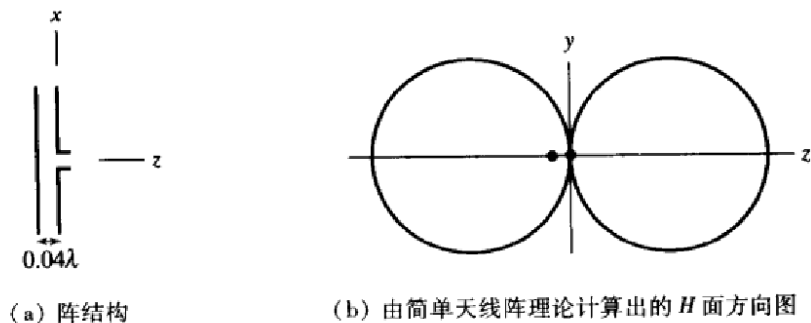


图 5-30 半波谐振振子的二元阵, 一个有源、一个寄生。两者电流幅度相等而相位相反

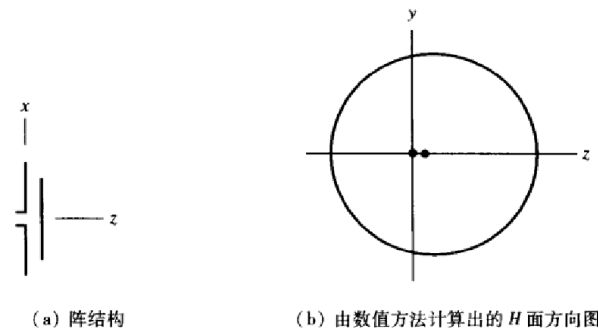


图 5-32 二元八木天线, 由长  $0.4781\lambda$  的有源元、长  $0.45\lambda$  的指向器相隔  $0.04\lambda$  组成。导线半径都是  $0.001\lambda$

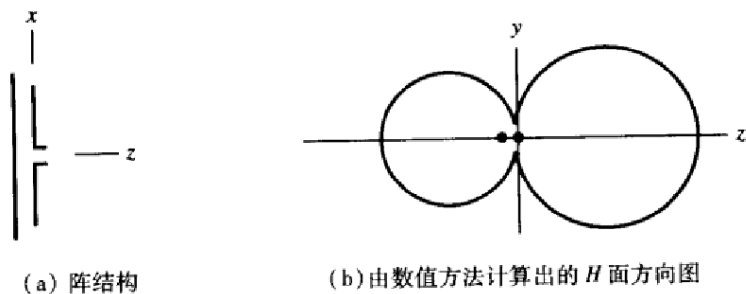


图 5-31 二元八木天线, 由长  $0.4781\lambda$  的有源元、长  $0.49\lambda$  的反射器相隔  $0.04\lambda$  组成。导线半径都是  $0.001\lambda$

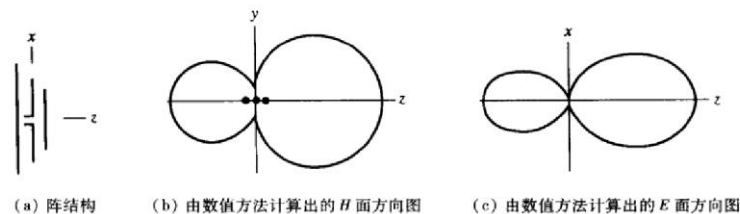


图 5-33 三元八木天线, 由长  $0.4781\lambda$  的激励器、长  $0.49\lambda$  的反射器、长  $0.45\lambda$  的指向器相隔间距  $0.04\lambda$  组成, 导线半径都是  $0.001\lambda$



# 一般八木天线的结构

一般的八木天线阵的结构如图 5-34 所示。从三元八木可得到的最大方向性约为 9dBi 或 7dBd<sup>[18]</sup>。最佳的（为得到最大方向性）反射器间距  $S_R$  在 0.15 ~ 0.25 个波长之间，如图 5-35 所示。增益比孤立振子高出 2.5dBd，而如果用平板取代简单的导线状阵元，增益将是 3dBd。因此，单个导线状阵元反射器，在增强振子增益方面几乎和平板一样有效。

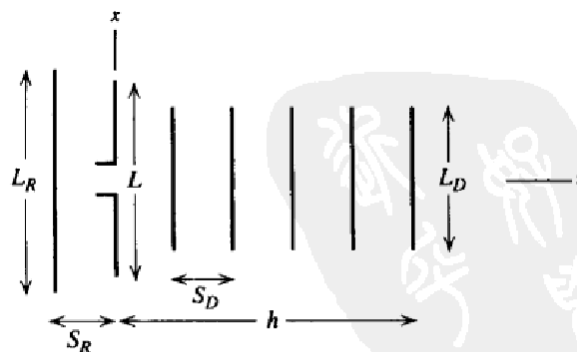


图 5-34 一般八木天线的结构

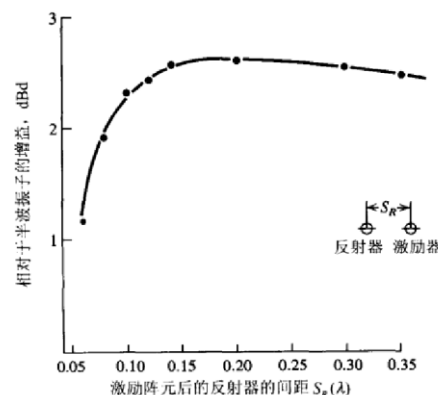


图 5-35 对振子与反射器不同的间距  $S_R$  测得的增益 (dBd)<sup>[21]</sup>

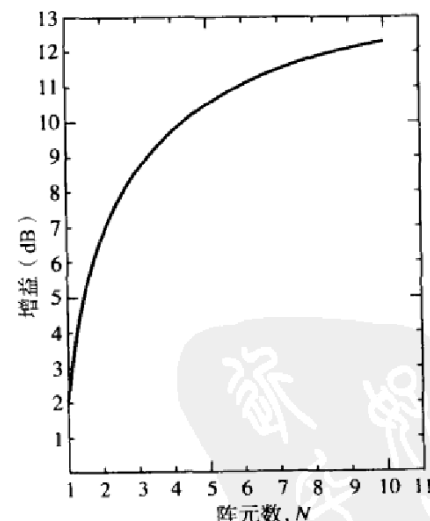


图 5-36 典型八木天线的增益与总阵元数的关系。阵元间距  $S_R = S_D = 0.15\lambda$ 。导体直径是  $0.0025\lambda$  (源自 Green<sup>[20]</sup>)

指向器到指向器的典型的间距是 0.2 ~ 0.35 个波长，长阵多用长间距，短阵用短间距。典型的反射器长度是  $0.5\lambda$ ，激励器的长度是无寄生元时的谐振长度<sup>[19]</sup>。指向器的典型长度比谐振长度短 10% ~ 20%，其长度的精确值对指向器数目  $N_D$  以及指向器间距  $S_D$  的变化比较敏感。



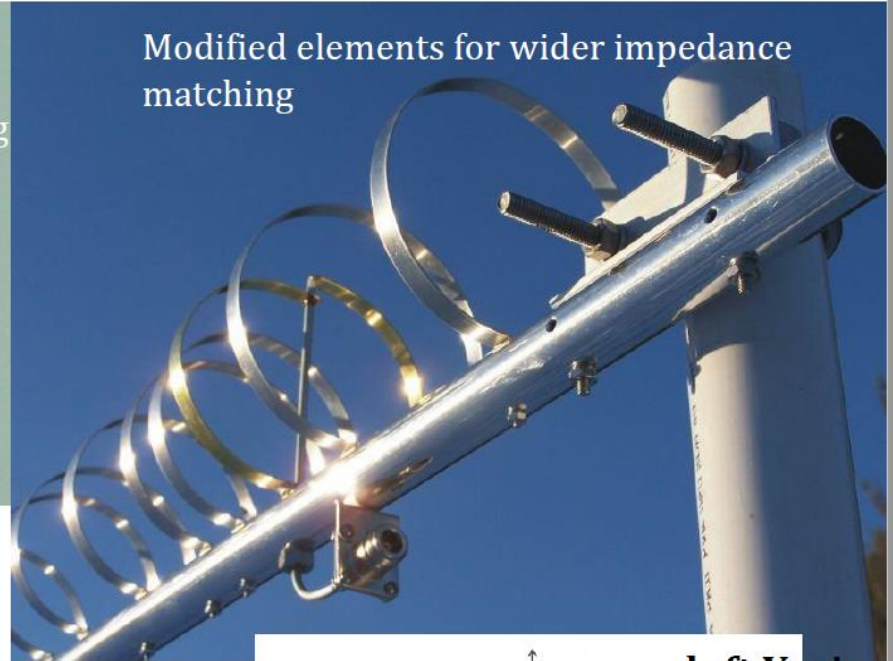
- More directors for higher gain
- Modified driven element for wider impedance matching



- Planar reflector for higher gain lower back radiation
- Modified elements for wider impedance matching



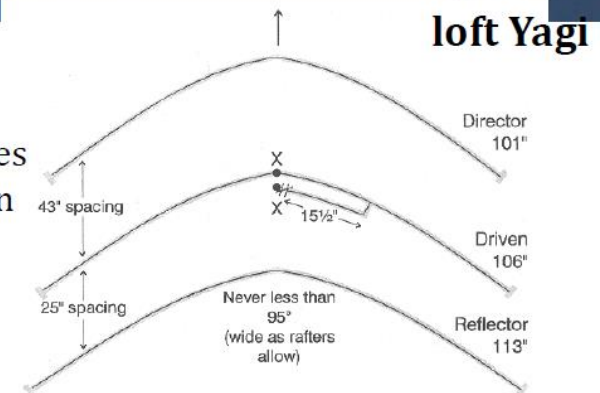
Modified elements for wider impedance matching



More planar reflector for higher gain lower back radiation



Optimized element shapes for higher gain lower back radiation



## 口径天线

### ❖ 口径天线特点：

- 所载电流或磁流是沿天线体表面分布的，且天线的口径远大于工作波长。

### ❖ 口径天线分析模型：

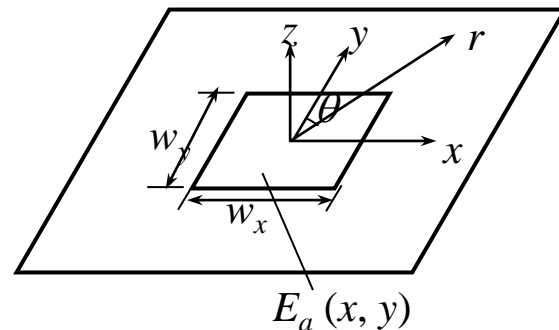
- 当相邻的两振子间距趋于零时，作为无限多磁振子的裂缝天线阵就演变为一方孔，就可看作口径天线。

### ❖ 用惠更斯原理解释口径天线：

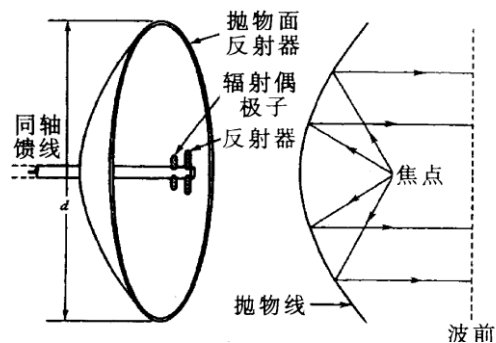
- 当平面波从图左边照射到一吸收屏，因为屏对电磁波是吸收的，按照惠更斯原理，屏右边的场只能由方孔处场源激励。所以被平面波照射的开有方孔的吸收屏就是口径天线或面天线。

### ❖ 口径天线常用在无线电频谱的高频段，特别是微波波段。

### ❖ 抛物面天线就是实用的口径天线。



口径天线示意图



## 口径天线的分析模型

### ❖ 分析模型:

—无限多磁振子组成的天线阵，相邻振子间距趋于0

### ❖ 天线阵参数:

—天线单元数为 $N$ ，相邻单元天线间距为 $d$

❖ 阵列天线总宽度  $w_x = (N - 1)d$ ，当 $N$ 很大时，近似等于 $Nd$

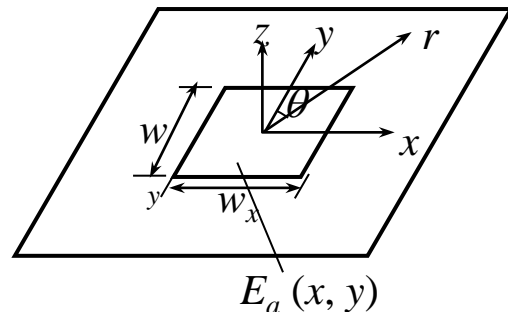
❖ 单元天线激励电流 $I$ 沿 $y$ 轴没有变化

❖ 相邻单元天线激励电流的相位差  $\psi = 0$

❖ 求天线阵总的辐射场  $E_t = E_e(\theta) F(\theta, \varphi)$

— $E_e(\theta)$ —单元线天线辐射的场，等于电基本振子辐射场再乘修正因子 $U_e(\theta)$ 。

— $F(\theta, \varphi)$ —阵因子



## 口径天线的辐射场——关键是求阵因子 $F(\theta, \psi)$

❖ 考虑辐射的远区场,  $\theta = 90^\circ$  附近的一个很小的区域:

❖  $\sin \theta$  近似为1,  $\cos \gamma = \sin \theta \sin \varphi = \sin \varphi$

❖  $E_e(\theta)$  可以认为与  $\varphi$  无关

❖ 场分布主要由阵因子 $F(\theta, \varphi)$ 决定

❖ 相邻单元天线相位差  $\psi = 0$

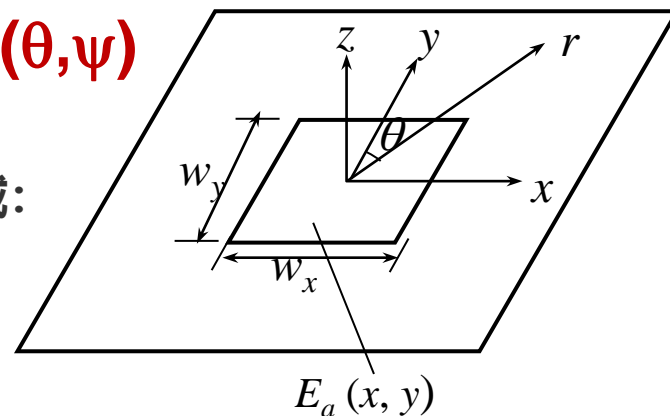
$$\frac{kd \cos \gamma + \psi}{2} = \frac{kd \sin \varphi}{2}$$

❖  $F(\theta, \varphi) |_{\theta=90^\circ}$  以 $N$ 归一化的模

$$|F(\varphi)| = \frac{1}{N} \left| \frac{\sin(\frac{Nkd \sin \varphi}{2})}{\sin(\frac{kd \sin \varphi}{2})} \right|$$

❖ 当 $\varphi$ 很小而 $N$ 很大时

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0}} |F(\varphi)| = \left| \frac{\sin(\frac{Nkd \sin \varphi}{2})}{\frac{Nkd \sin \varphi}{2}} \right| = \left| \frac{\sin(\frac{\pi w_x \sin \varphi}{\lambda})}{\frac{\pi w_x \sin \varphi}{\lambda}} \right|$$



## 口径天线的辐射场— (x—z) 平面辐射方向图

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0}} |F(\varphi)| = \left| \frac{\sin(\frac{Nkd \sin \varphi}{2})}{\frac{Nkd \sin \varphi}{2}} \right| = \left| \frac{\sin(\frac{\pi w_x \sin \varphi}{\lambda})}{\frac{\pi w_x \sin \varphi}{\lambda}} \right|$$

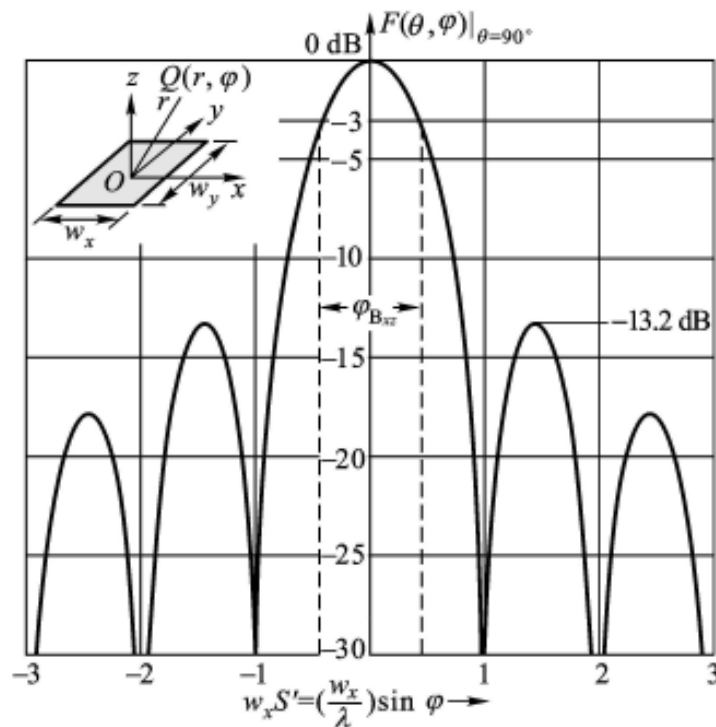
❖ 定义,  $s' = \sin \varphi / \lambda$

❖ 并应用 sinc 函数

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0}} |F(\varphi)| = \left| \frac{\sin(\pi s' w_x)}{\pi s' w_x} \right| = |\text{sinc}(w_x s')|$$

❖ 从sinc函数可以决定:

- 口径天线波束宽度  $\varphi_{B_{xz}}$  (半功率宽度)  
 $|F(\varphi)|^2$  与  $w_x s'$  关系
- 第一个零点位置。
- 第一个旁瓣比主瓣低 13.2 dB



## 口径天线的辐射场波束宽度

$$\lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0}} |F(\varphi)| = \left| \frac{\sin(\pi s' w_x)}{\pi s' w_x} \right| = |\text{sinc}(w_x s')|$$

❖ 当  $w_x s' = \pm 0.443$ ,  $\text{sinc}(w_x s') = 0.707$

❖ 所以  $w_x s' = 0.443 = \frac{w_x}{\lambda} \sin\left(\frac{\varphi_{Bxz}}{2}\right)$

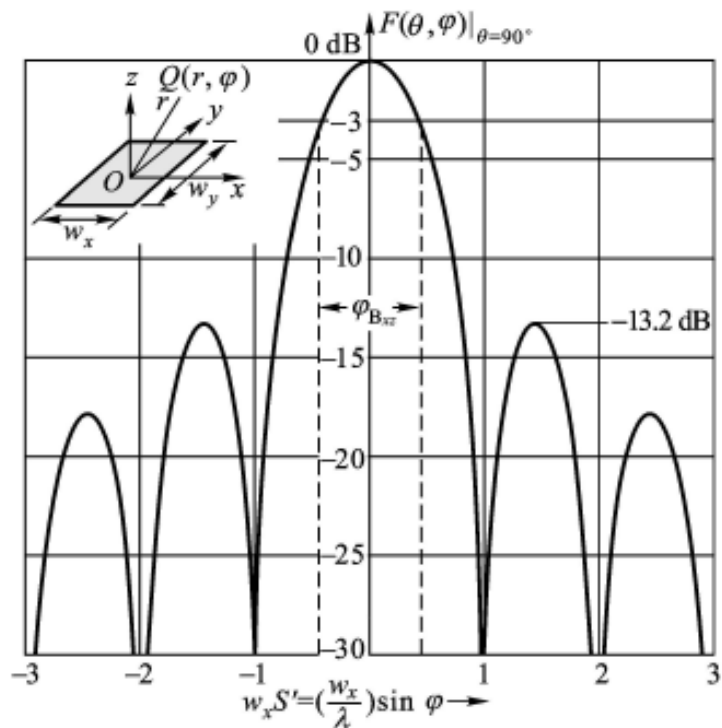
❖ 假定  $N=80$ ,  $d = \lambda/2$ ,  $w_x = Nd = 40\lambda$

❖ 那么  $\frac{40\lambda}{\lambda} \sin\left(\frac{\varphi_{Bxz}}{2}\right) = 0.443$

$$\sin\left(\frac{\varphi_{Bxz}}{2}\right) = 0.0111 \quad \frac{\varphi_{Bxz}}{2} = 0.6346^\circ \quad \varphi_{Bxz} = 1.269^\circ$$

❖ x方向波束宽度  $\varphi_{Bxz} = 2 \sin^{-1} \frac{0.443}{40} = 2 \times 0.443 \frac{\lambda}{w_x} = 0.886 \frac{\lambda}{w_x}$

❖ 同理得到y方向波束宽度  $\varphi_{Byz} = 0.886 \frac{\lambda}{w_y}$



## 口径天线的方向性

$$\varphi_{B_{xz}} = 0.886 \frac{\lambda}{w_x} \quad \varphi_{B_{yz}} = 0.886 \frac{\lambda}{w_y}$$

❖ 根据天线方向性的定义  $D = \frac{4\pi}{\Omega_B}$

❖ 这里 $\Omega_B$ 表示天线的功率都在该立体角内辐射出去，且在 $\Omega_B$ 内均匀分布，对于方向性很好的笔形波束，

$\Omega_B$ 可近似为

$$\Omega_B \approx \varphi_{B_{xz}} \varphi_{B_{yz}} \quad \text{所以} \quad D = \frac{4\pi}{\Omega_B} \approx \frac{4\pi}{\varphi_{B_{xz}} \varphi_{B_{yz}}}$$

$$D \approx \frac{4\pi}{\lambda^2 (0.886)^2} w_x w_y = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e$$

$$A_e = \frac{w_x w_y}{0.886^2}$$

所以对于口径天线，天线有效面积 $A_e$ 与实际面积相差不大。对于非均匀分布的口面场，一般天线有效面积是实际面积的60%

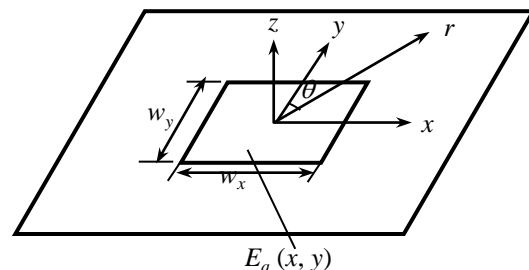


图8-34 口径天线示意图

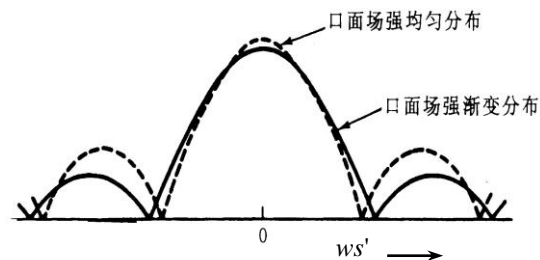
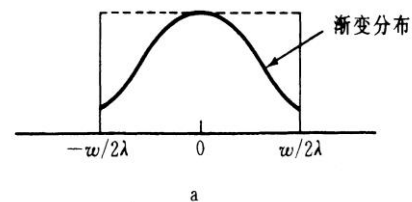
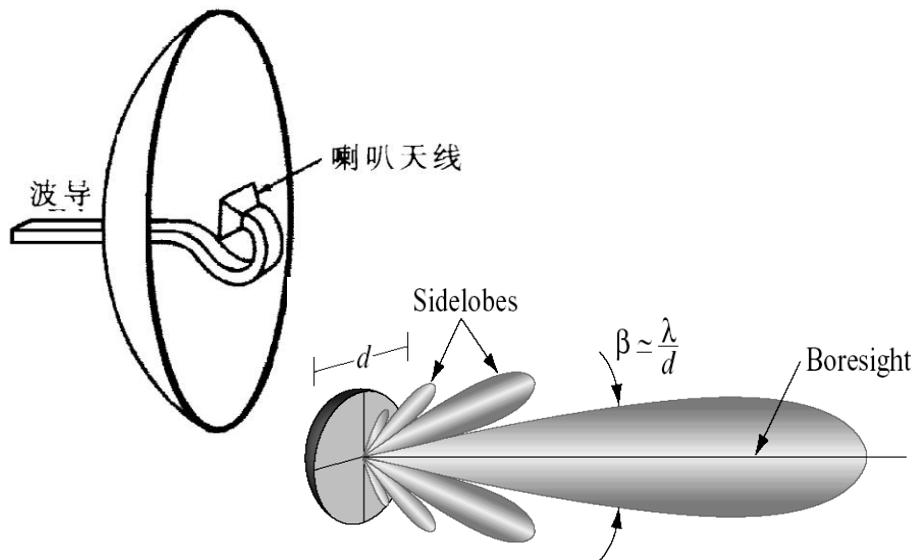
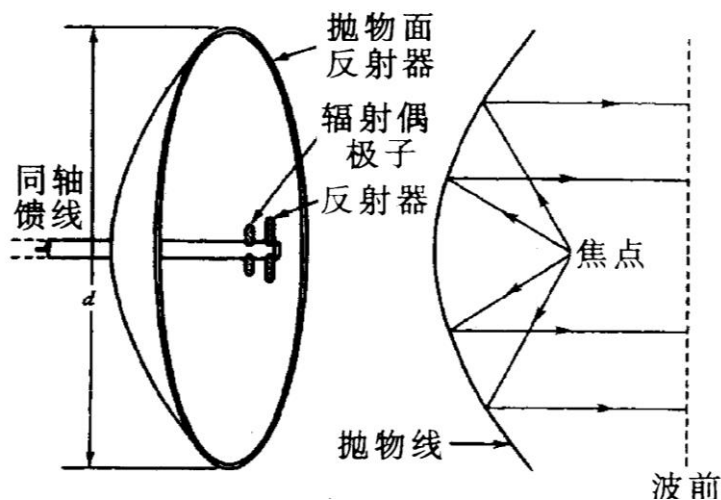


图8-36 口面场分布对天线辐射场的影响  
(a) 口面场分布 (b) 远区辐射波束场分布  
实线：渐变场分布；虚线：均匀场分布(矩形函数)

## 抛物面天线



频率较低时，用偶极子天线作馈源；频率较高时 ( $>2\text{GHz}$ )，用喇叭天线作馈源。无论用偶极子天线还是用喇叭天线，它们都有一定大小，不可能理想化为抛物面焦点上的一个点，辐射的场在各个方向也不均匀，所以实际抛物面天线口面上场不可能均匀分布。



## 卡塞格伦天线

### ❖ 有两个反射面：

- 主反射面前处安放一个由金属栅丝组成的网，栅丝的方向相对于水平方向转过 $45^\circ$ 。
- 副反射面由埋在玻璃纤维中的水平方向的金属栅丝组成。

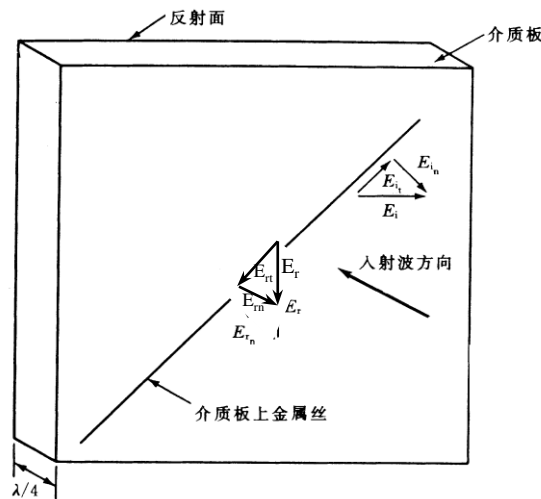
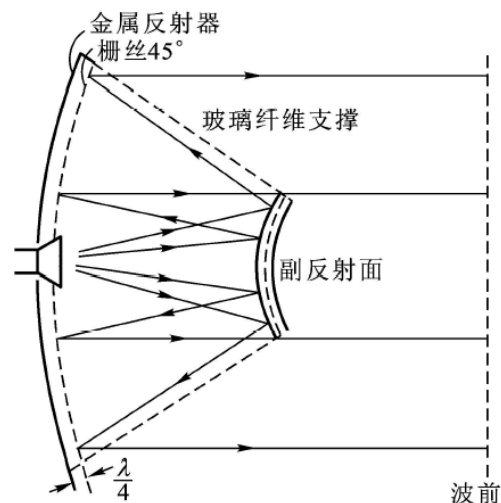
### ❖ 馈源安放在主反射面中心，并对准副反射面。

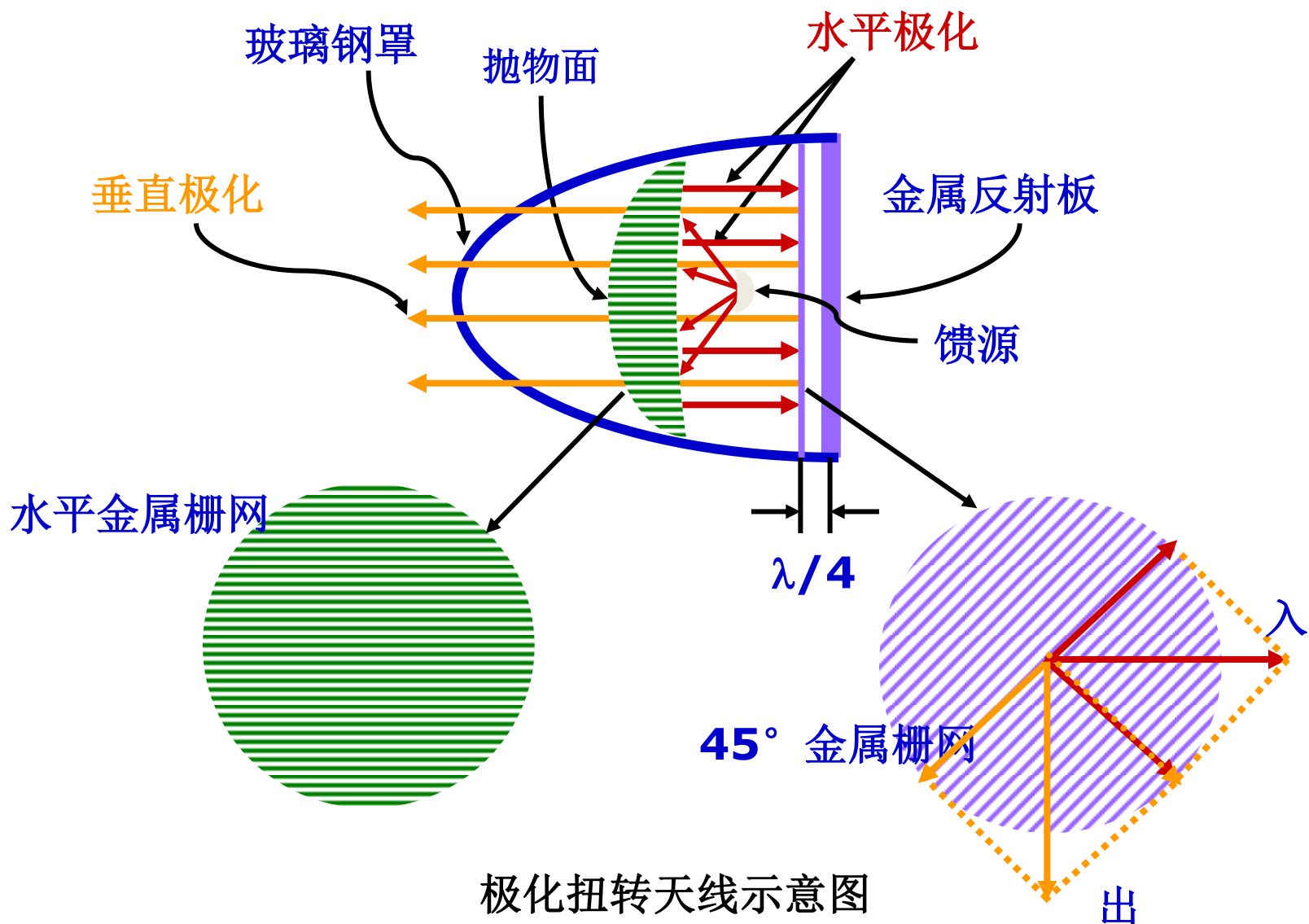
### ❖ 特点：

- 馈源辐射场是水平极化的，从主反射面反射的波其极化面将转过 $90^\circ$ ，变为垂直极化波。
- 副反射面对于从主反射面反射回来的波是透明的。

### ❖ 极化面旋转 $90^\circ$ 的原因：

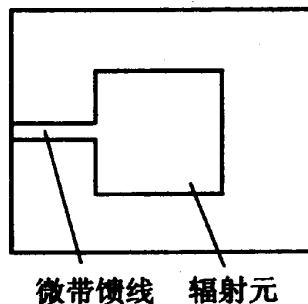
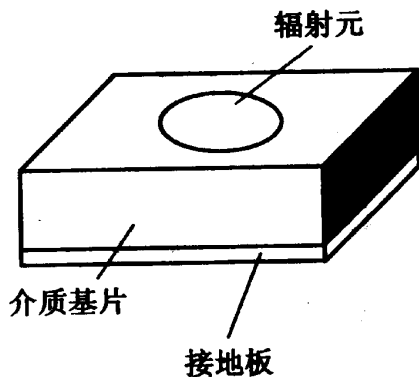
- 水平极化波到达主反射面前的栅网时，可分解成平行于栅丝方向与垂直于栅丝方向。在主反射面的栅网处有 $180^\circ$ 相位差，其合成的反射波电场将垂直指向。



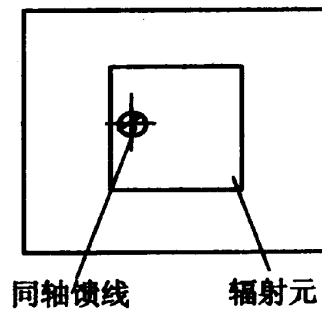


## 微带天线的结构及特点

- ❖ 由一块厚度远小于波长的介质板和覆盖在它的两面上的金属片构成的，其中完全覆盖介质板一片称为接地板，而尺寸可以和波长相比拟的另一片称为辐射元。辐射元的形状可以是方形、矩形、圆形和椭圆形等。
- ❖ 馈电方式：一种是侧面馈电，另一种是底馈。
- ❖ 主要特点：
  - 体积小、重量轻、低剖面，因此容易做到与高速飞行器共形，且电性能多样化（如双频微带天线、圆极化天线等），尤其是容易和有源器件、微波电路集成为统一组件，因而适合大规模生产。
- ❖ 应用：在现代通信中，广泛地应用于100MHz到50GHz的频率范围。

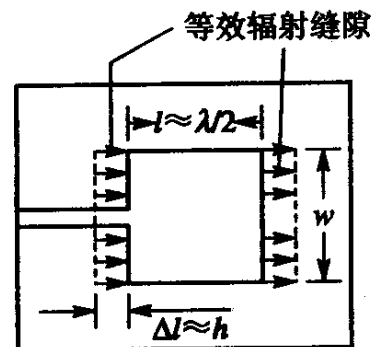
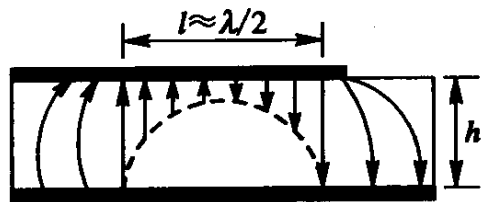
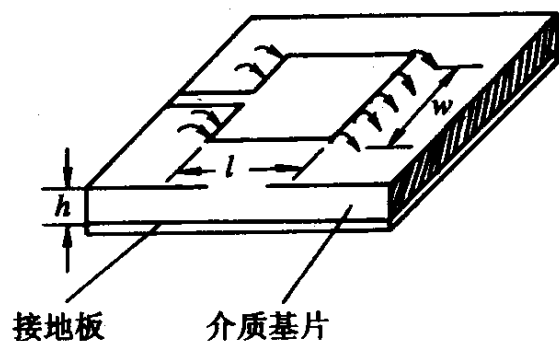


(a)



(b)

## 微带天线的辐射原理



### ❖ 矩形微带天线的辐射原理:

- 微带天线的辐射可以等效为由两个缝隙所组成的二元阵列。
- ❖ 由于基片厚度  $h \ll \lambda$ , 场沿  $h$  方向均匀分布。假定场沿宽度  $w$  方向也没有变化, 而仅在长度方向 ( $l \approx \lambda/2$ ) 有变化。
- ❖ 在两开路端的电场均可以分解为相对于接地板的垂直分量和水平分量, 两垂直分量方向相反, 水平分量方向相同, 因而在垂直于接地板的方向, 两水平分量电场所产生的远区场同相叠加, 而两垂直分量所产生的场反相相消。
- ❖ 因此, 两开路端的水平分量可以**等效为无限大平面上同相激励的两个缝隙**。缝的宽度为  $\Delta l \approx h$ , 长度为  $w$ , 两缝间距为  $l \approx \lambda/2$ 。

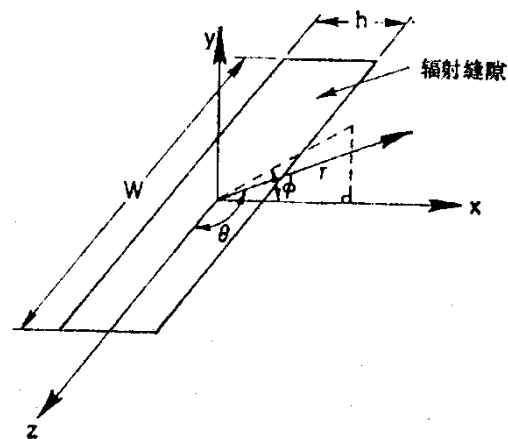
## 辐射场及方向函数

- ❖ 设缝隙上电压为 $U$ ，缝的切向电场沿 $x$ 轴均匀分布
- ❖  $E_x = U/h$ ，沿 $z$ 方向的磁流密度  $J_m = U/h$
- ❖ 考虑到理想接地板上磁流的镜像，缝隙的等效磁流密度要乘2，故方向 $z$ 等效磁流为  $I_m = 2J_m h = 2U$
- ❖ 再设磁流沿 $z$ 方向也均匀的，并注意到 $h \ll \lambda$ ，则单缝辐射的远区场为

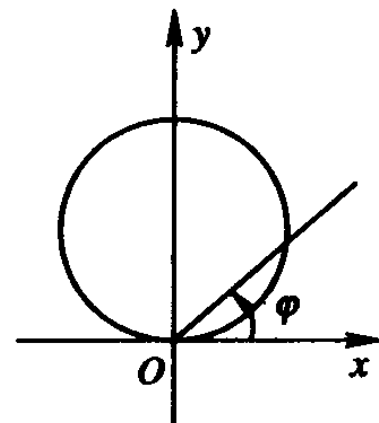
$$E_\varphi = -j2Ukw \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \frac{\sin(\frac{kw}{2} \cos \theta)}{\frac{kw}{2} \cos \theta} \sin \theta$$

- ❖ 因两缝隙天线间距 $l \approx \lambda/2$ ，又同相激励，当 $\theta = \pi/2$ 时，其 $E$ 面辐射方向性函数为

$$F_T(\varphi) = \cos\left(\frac{kl}{2} \cos \varphi\right)$$

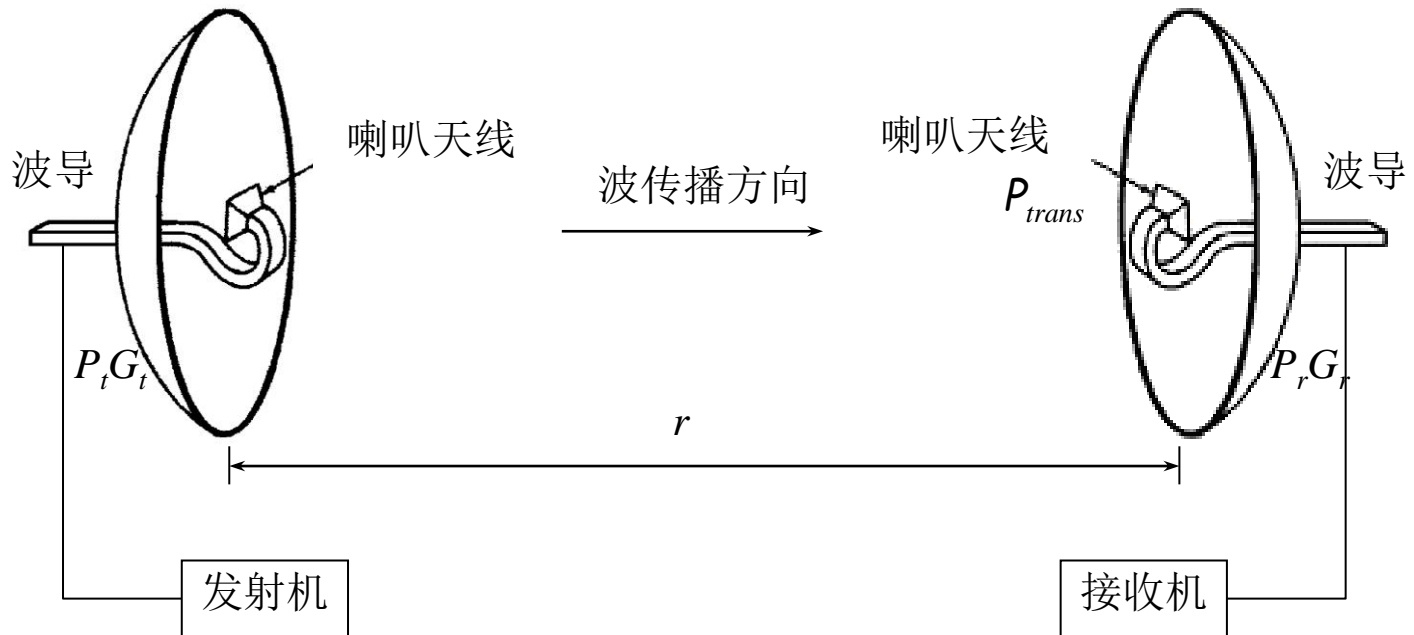


缝隙的辐射



微带天线方向图

# 传输方程



$$P_{trans} = \frac{P_t G_t}{4\pi r^2}$$

$$A_e = \frac{G\lambda^2}{4\pi}$$

$$P_{R\max} = A_{er} P_{trans} = \left( \frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 P_t G_t G_r$$

费里斯(Friis)传输方程

# 卫星通信系统

## ❖ 地面站接收输入机端的载波功率

$$P_R = \left( \frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \frac{G_r}{L} EIRP = \frac{EIRP}{L_p} \frac{G_r}{L}$$

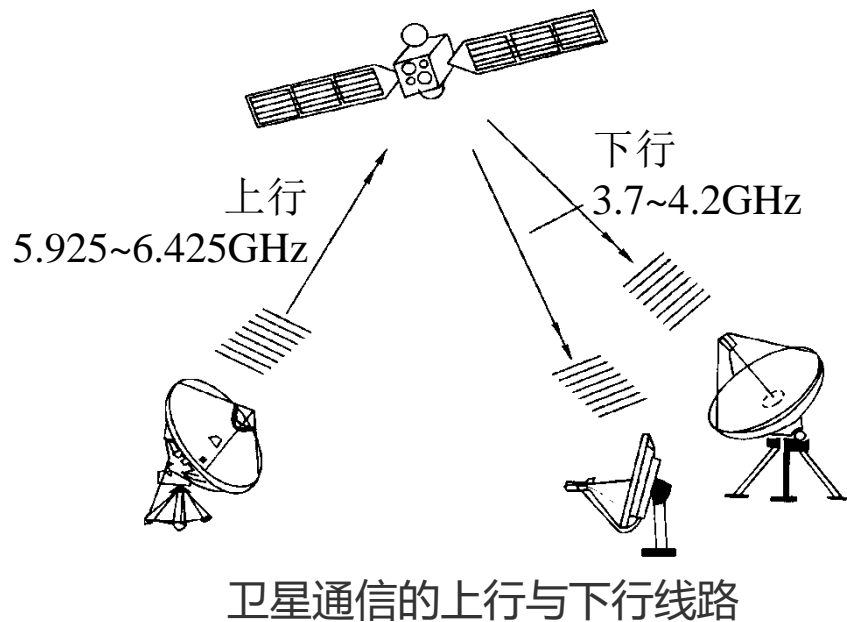
## ❖ EIRP: 卫星转发器对地面某一方向的等效全向辐射功率。

## ❖ $L_p = \left( \frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2$ : 自由空间传输损失

## ❖ $L$ : 其他附加损失

## ❖ 信噪比: $\frac{C}{N} = \frac{P_R}{P_N} = (EIRP) \frac{G_r}{kT_s B L_p L}$

$$P_N = kT_s B$$



# 雷达方程

❖ 设 $G$ 为天线增益，距天线 $r$ 处由天线辐射来的脉冲功率密度为  $P_{trans} = \frac{P_T G}{4\pi r^2}$

❖ 如目标离开天线距离为 $R$ ，则目标处功率密度为  $P_{target} = \frac{P_T G}{4\pi R^2}$

式中， $P_T$ 为天线发送功率。

❖ 由目标反射并到达天线的功率密度为

$$P_{rec} = \frac{P_T G}{4\pi R^2} \left( \frac{\sigma}{4\pi R^2} \right)$$

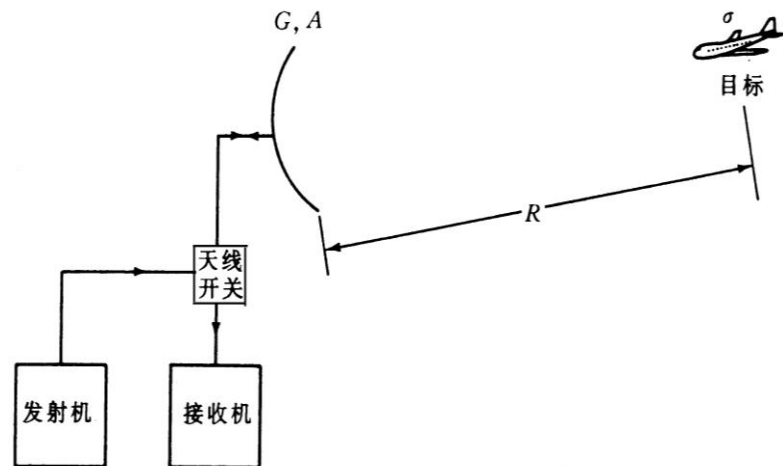
❖  $\sigma$ 为目标雷达截面

❖ 接收机接收到的功率为

$$P_R = P_{rec} A_e = P_{rec} \frac{\lambda^2 G}{4\pi}$$

或

$$P_R = \frac{P_T G^2 \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4}$$



基本雷达系统



## 目标雷达截面 $\sigma$

目标雷达截面 $\sigma$ 既是目标接收面积的度量，也反映目标的辐射特性。

给定方向的目标散射截面定义为某一指定方向散射波强度乘  $4\pi r^2$  与极化方向给定的入射平面波单位面积功率之比。

对于直径  $a$  远大于波长的金属球，雷达截面为  $\frac{\pi a^2}{4}$ ，对于与雷达辐射波束垂直的平板，雷达截面为

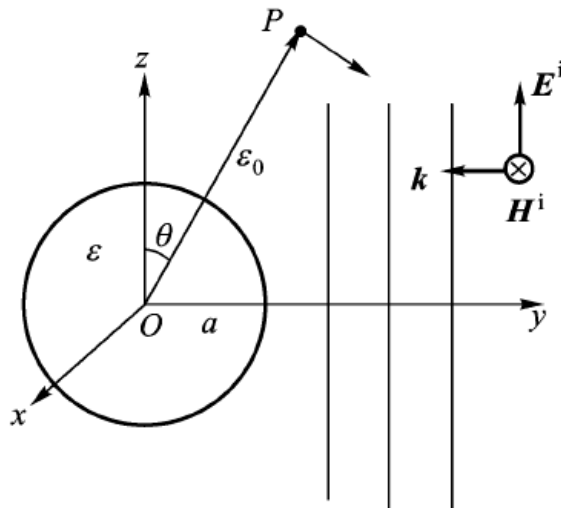
$$\sigma_{\text{平板}} = \frac{4\pi A_{\sigma}^2}{\lambda^2}$$

式中  $A_{\sigma}$  为平板的面积。

实际目标是相当复杂的，其表面构成既有平面又有曲面，不仅曲率半径不一致，辐射特性也不一样。所以**目标雷达截面要凭经验估计或通过缩尺模型的实测得到**。即使对于同一目标，其雷达截面从不同的角度测量也可能相差数十分贝，如正对飞机飞行方向，飞机雷达截面只有  $1\text{m}^2$ ，而在其侧面方向，雷达截面可达  $100\text{m}^2$ 。

## 瑞利散射模型

- ❖ 电磁波传播过程中碰到障碍物将发生散射，散射过程和所表现的特性与障碍物大小有强烈依赖关系。
- ❖ 当障碍物为介质球且其直径比波长小得多时，介质球对电磁波的散射称为**瑞利散射**。



- ❖ 当介质球直径可与波长比拟时，介质球对电磁波散射就称为**Mie散射**。
- ❖ 瑞利散射模型：
  - 设介质球的半径为  $a \ll \lambda$ ，介电常数为  $\epsilon$ ，入射波为均匀平面波。
  - 散射的基本机理是，当均匀平面波投射到介质小球时，将在介质小球内感应出电偶极子，这个偶极子按入射平面波频率振荡，这个振荡偶极子相当于一个偶极子天线向空间各个方向辐射电磁能量，即所谓散射场。

## 瑞利散射

❖ 介质小球的散射场可视为电基本振子辐射的场

$$\begin{cases} H_{\varphi} = \frac{A \sin \theta}{\eta_0 r^3} [(jkr) + (jkr)^2] e^{-jkr} \\ E_r = \frac{2A \cos \theta}{r^3} (1 + jkr) e^{-jkr} \\ E_{\theta} = \frac{A \sin \theta}{r^3} [1 + (jkr) + (jkr)^2] e^{-jkr} \end{cases}$$

❖ 介质球附近,  $kr \ll 1$  成立, 散射场为  $E_s = \frac{A}{r^3} [r_0 2 \cos \theta + \theta_0 \sin \theta]$

❖ 入射平面波可表示为  $E = E_0 [r_0 \cos \theta - \theta_0 \sin \theta] e^{-jk \cdot r}$

❖ 介质球内部被激励的电场与入射波平行, 其幅度设为  $B$   $E_i = B(r_0 \cos \theta - \theta_0 \sin \theta)$

❖ 在  $r=a$  的介质球面上,  $kr \ll 1$  成立, 由  $E$  切向分量,  $D$  的法向分量连续可得

$$-E_0 + \frac{A}{a^3} = -B \quad E_0 + \frac{2A}{a^3} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} B$$

❖ 求得

$$A = \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \right) a^3 E_0$$

❖ 由此得到散射场的具体表达式。

## 瑞利散射特点

- ❖ 考虑瑞利散射远区场，在远区满足  $kr \gg 1$  条件

$$H_{\varphi} = -\frac{E_0(\varepsilon - \varepsilon_0)k^2 a^3}{Z_0(\varepsilon + 2\varepsilon_0)r} \sin \theta e^{-jkr} = \frac{1}{\eta_0} E_{\theta}$$

- ❖ 坡印廷矢量  $\langle S \rangle = \frac{E_0^2(\varepsilon - \varepsilon_0)^2 k^4 a^6}{2Z_0(\varepsilon + 2\varepsilon_0)^2 r^2} \sin^2 \theta \mathbf{r}_0$

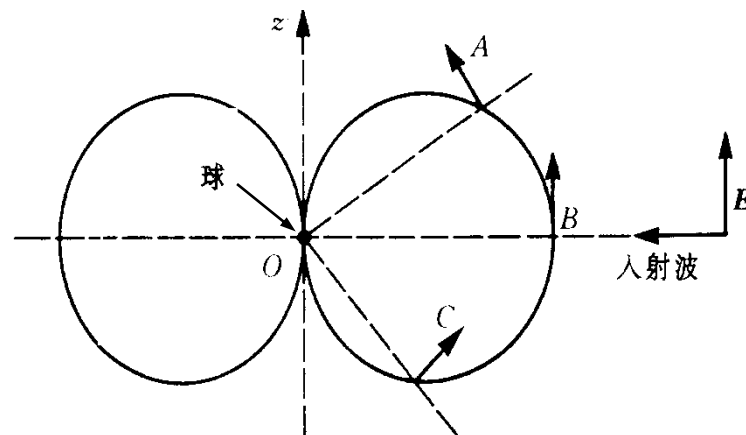
- ❖ 总辐射功率

$$P_{\text{总}} = \int_0^{\pi} [\langle S \rangle \cdot \mathbf{r}_0] 2\pi r^2 \sin \theta d\theta = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \right)^2 k^4 a^6 \left[ \frac{E_0^2}{2Z_0} \right]$$

- ❖ 定义总的散射功率  $P$  总与入射功率密度  $E_0^2 / (2Z_0)$  之比为总的散射截面  $\sigma_{\text{总}}$

$$\sigma_{\text{总}} = \frac{8}{3} \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \right)^2 (k^4 a^4) (\pi a^2)$$

- ❖ 散射功率正比于频率的四次方，这个定律称为**瑞利散射**。



介质小球的散射场图形

## 后向散射截面

❖ 给定方向目标的散射截面定义为某一指定方向散射波辐射强度乘 $4\pi r^2$ 与极化方向给定的入射平面波单位面积功率之比。

❖ 对于z方向极化的平面波被介质小球散射的情况，散射截面 $\sigma(\theta)$ 为

$$\sigma(\theta) = \frac{4\pi r^2 \langle S^s \rangle \cdot \mathbf{r}_0}{\frac{1}{2}[E_0^2 / Z_0]} = 4\pi \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon + 2\varepsilon_0} \right)^2 k^4 a^6 \sin^2 \theta$$

❖ 散射功率密度在赤道面 ( $\theta=90^\circ$ ) 最强，包括前向和后向两个方向，正对着目标方向的散射截面 $\sigma$ 值称为后向散射截面。

❖ 当雷达波束照射到目标时，后向散射截面决定了雷达能检测到的总功率强度。

❖ 求雨滴的后向散射截面：

- 雨滴为球形，直径3mm，频率 $f=10\text{GHz}$  (10GHz时水的 $\varepsilon=61\varepsilon_0$ )
- 波长大于雨滴直径，满足瑞利散射条件

$$\lambda = \frac{3 \times 10^8}{10 \times 10^9} \text{ m} = 0.03 \text{ m}$$

$$\frac{\sigma_{\text{总}}}{\pi a^2} = 0.024$$

## 天空为什么是蓝的

- ❖ 太阳光穿过大气层时将被散射，质点对高频分量的散射比对低频分量的散射更有效，紫光的频率约 $6.9 \times 10^{14} \text{Hz}$ ，而红光的频率约 $4.6 \times 10^{14} \text{Hz}$ ，所以

$$\frac{\sigma_{\text{总}}(\text{紫光})}{\sigma_{\text{总}}(\text{红光})} = \left( \frac{6.9}{4.6} \right)^4 = 5.1$$

- ❖ 换句话说，大气质点对紫蓝光的散射比对黄红光的散射差不多要强4倍，所以天空的颜色主要成分是紫色和蓝色，伴有绿色和黄色，红色成分很少。因为人眼对紫色不灵敏，所以人眼的感觉，天空是蓝色的。
- ❖ 太阳从地平线升起为什么看上去呈红色？

## 复习

### ❖ 要点

- 根据对偶原理，裂缝天线辐射的场可从线天线辐射的场得到。口径天线可以看作无限多裂缝天线组成的天线阵，其阵因子 $F(\theta, \varphi)$ 与线阵天线有相同的表达式。
- 微带天线可看成2裂缝天线组成的线阵天线进行分析。
- 传输方程、雷达方程是点对点微波通信、雷达工作的基本方程，要理解、掌握。
- 当平面波照射介质小球时，将在介质小球内感应出电偶极子。这个振荡电偶极子相当于一个偶极子天线向空间各个方向辐射电磁波，这就是瑞利散射，总的散射功率 $P$ 比例于频率的四次方。

### ❖ 复习

- 8.7~8.10