James Clerk Maxwell
1831 – 1879

Lesson 5

Electromagnetic Fields and Waves

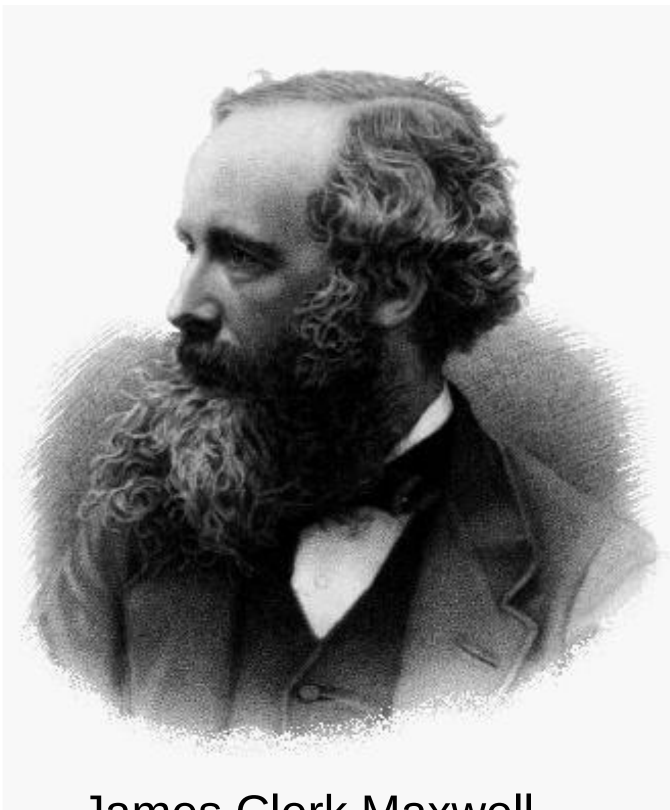
Maxwell Equation

郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn

Maxwell's Prediction

1873， «A Treatise of Electricity and Magnetism»



James Clerk Maxwell
13 Jun 1831- 5 Nov 1879

$$\oint H \cdot dl = I + \varepsilon \frac{d}{dt} \iint E \cdot ds$$

Ampere's Law

$$\oint E \cdot dl = -\mu \frac{d}{dt} \iint H \cdot ds$$

Faraday's Law

$$\varepsilon \oiint E \cdot ds = \iiint q_v dv$$

Gauss' Law

$$\mu \oiint H \cdot ds = 0$$

The Fourth Equation

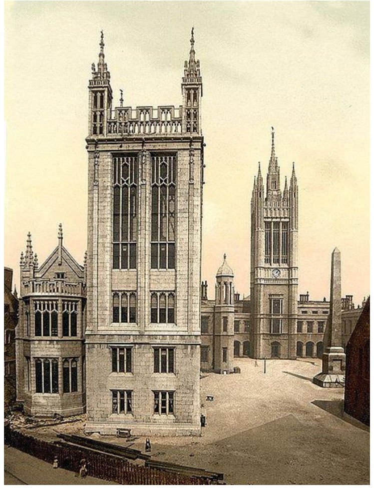
- 1831年6月13日生于苏格兰的爱丁堡
- 10岁时进入爱丁堡中学学习
- 14岁在爱丁堡皇家学会会刊上发表了关于二次曲线作图的数学论文
- 16岁进入爱丁堡大学学习数学和物理
- 19岁转入剑桥大学Trinity学院数学系学习
- 23岁以第二名的成绩获史密斯奖学金，毕业留校任职两年

•Edinburgh Academy, where Maxwell was schooled

•young Maxwell at Trinity College, Cambridge

•Edinburgh University, founded in 1582

- 25岁在苏格兰阿伯丁的马里沙耳任自然哲学教授
- 29岁到伦敦国王学院任自然哲学和天文学教授
- 30岁年选为伦敦皇家学会会员
- 35岁辞职系统地总结关于电磁学的成果，42岁发表巨著《论电和磁》
- 40岁受聘为剑桥大学新设立的卡文迪什试验物理学教授，负责筹建卡文迪什实验室，43岁任第一任主任，48岁直到逝世



•University of Aberdeen, founded in 1495

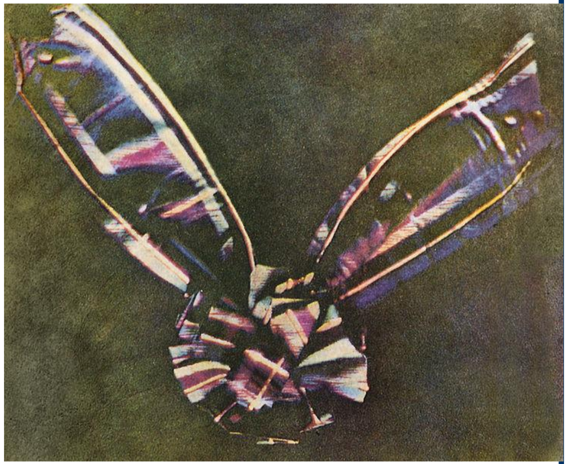
•King's College London

•Cavendish Laboratory

•29 researchers have won Nobel Prizes

Maxwell's Contributions

- **Electromagnetism**
  - **Maxwell's equations**
- **Color analysis(色视觉)**
  - **The discovery that color photographs could be formed using red, green, and blue filters.**
- **Kinetic theory and thermodynamics**
  - **Maxwell–Boltzmann distribution**
- **Control theory**
  - **Maxwell published a famous paper "On governors" in the Proceedings of Royal Society, vol. 16 (1867–1868). This paper is quite frequently considered a classical paper of the early days of control theory.**



The first permanent color photograph, taken by James Clerk Maxwell in 1861.

Maxwell Equation的提出

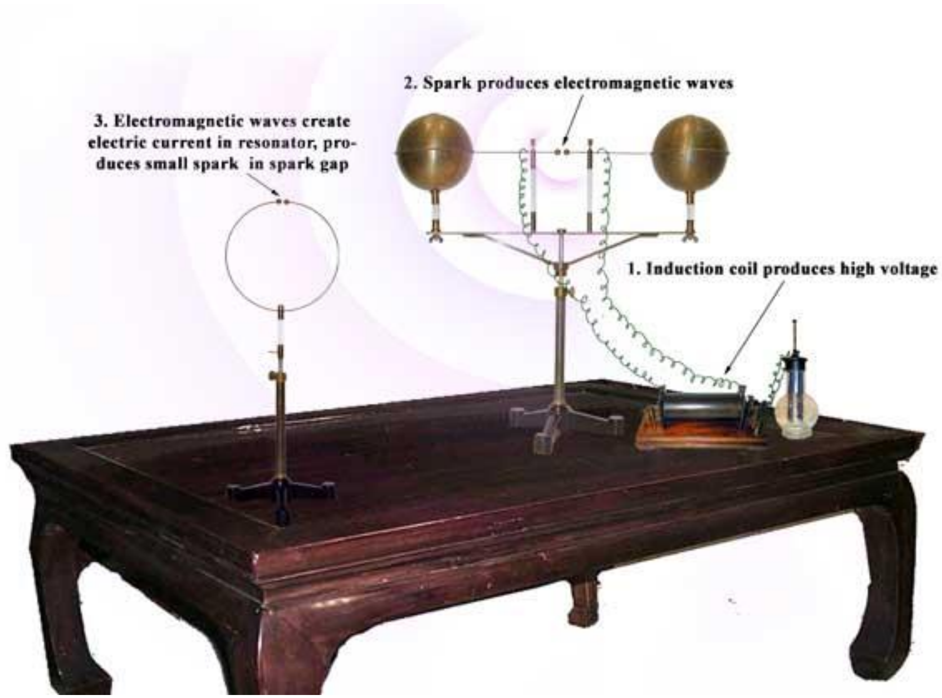
$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_V \quad \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \quad \nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

- Maxwell于1855年开始研究电磁学
- 将电磁场理论用简洁、对称、完美数学形式表示出来，经后人整理和改写，成为经典电动力学主要基础的麦克斯韦方程组。
- 1865年他预言了电磁波的存在，电磁波只可能是横波，并计算了电磁波的传播速度等于光速，同时得出结论：光是电磁波的一种形式，揭示了光现象和电磁现象之间的联系。
- 1873年出版了科学名著《A Treatise of Electricity and Magnetism》，系统、全面、完美地阐述了电磁场理论。这一理论成为经典物理学的重要支柱之一。

赫兹实验装置

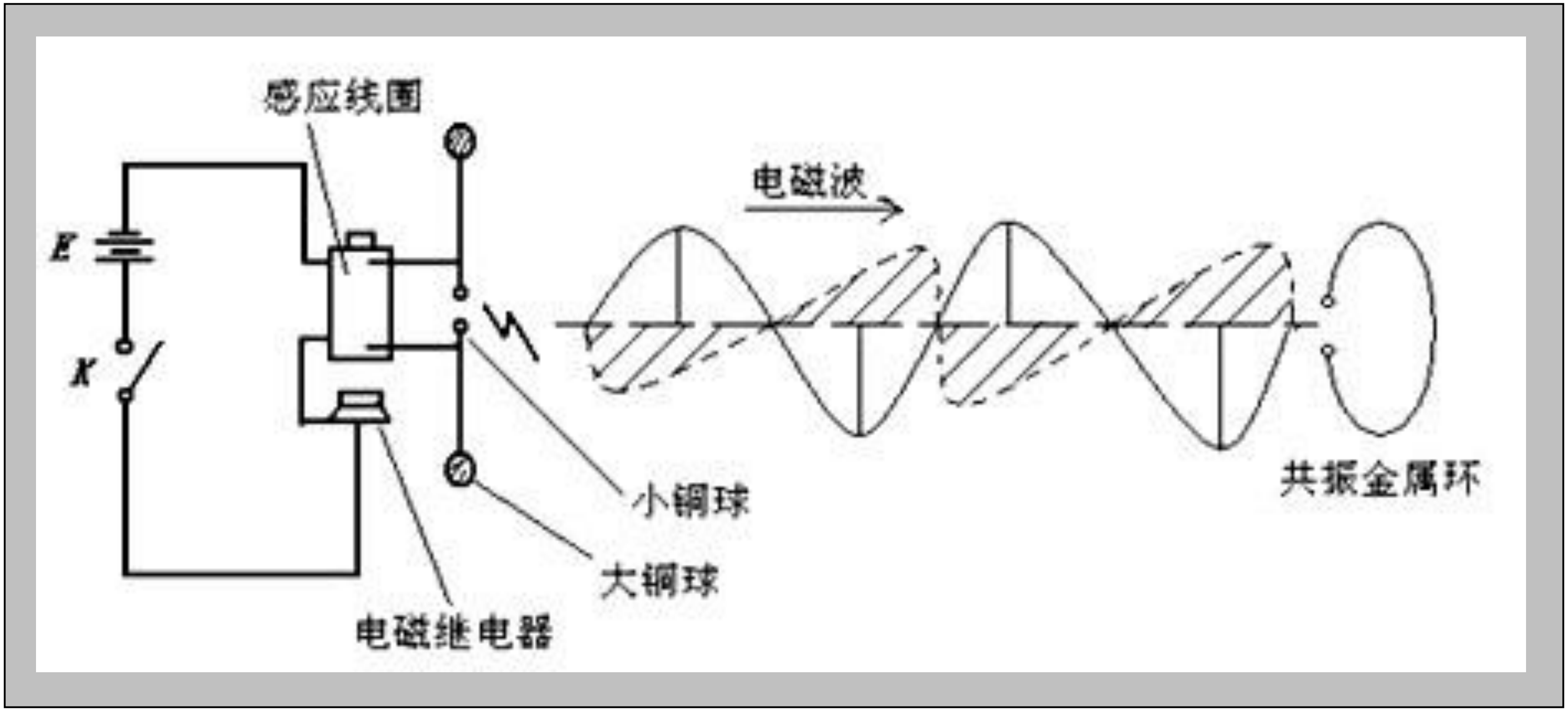
22 Feb 1857- 1 Jan 1894



❖ 1886年，德国科学家Heinrich Hertz由电火花产生无线电波。

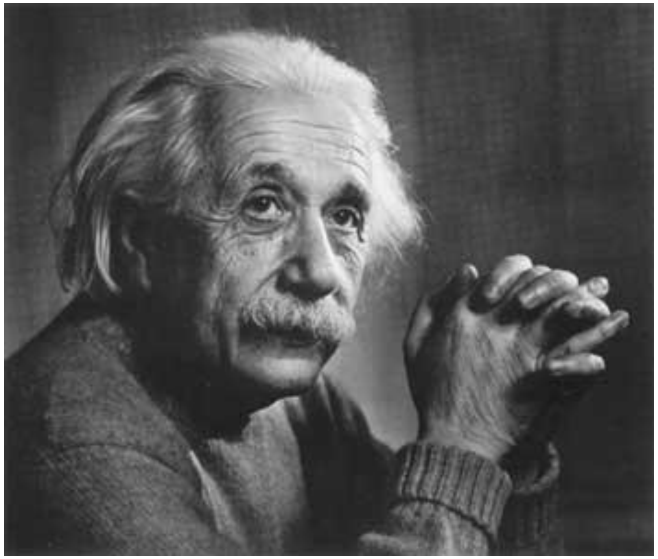
❖ 1890s, 其他科学家重复和发展了Hertz的实验。印度科学家Jagadish Chunder Bose实验获得波长5mm的波。

赫兹实验等效原理图



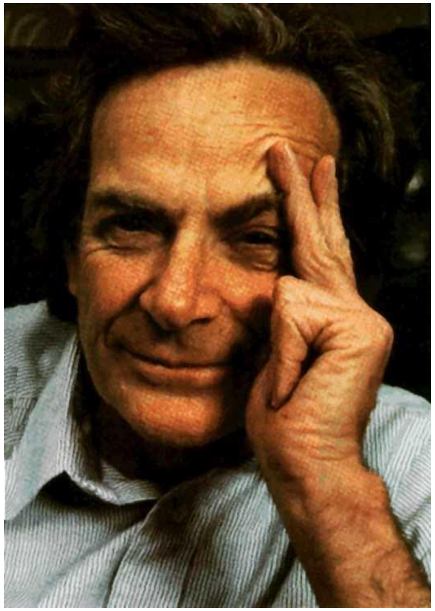
意义

❖ 爱因斯坦在自传中说：“在我求学的时代，最吸引人的题目就是麦克斯韦的理论”，“特殊的相对论起源于麦克斯韦的电磁场方程”。



❖ 1931年，在纪念麦克斯韦诞生100周年时，爱因斯坦把麦克斯韦的电磁场贡献评价为“自牛顿时代”以来物理学所经历的最深刻最有成效的变化。

意义



❖ **20世纪著名物理学家**

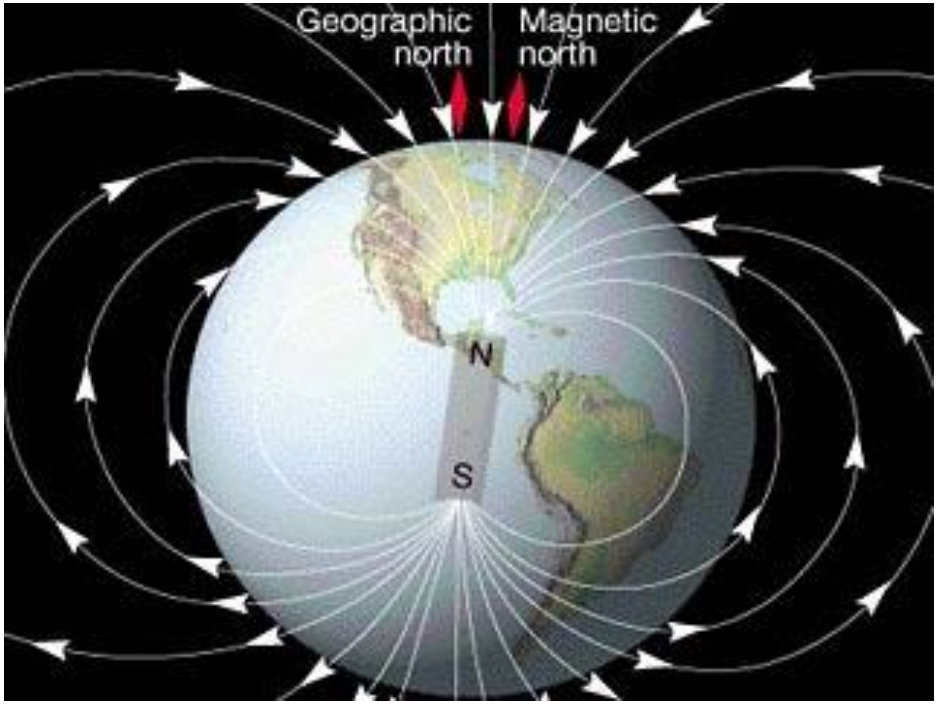
❖ **Richard Feynman （1918-1988）**

❖ **评价 Maxwell的贡献：**

❖ **“From a long view of the history of mankind, seen from, say, ten thousand years from now, there can be little doubt that the most significant event of the 19th century will be judged as Maxwell’s discovery of the laws of electrodynamics.”**

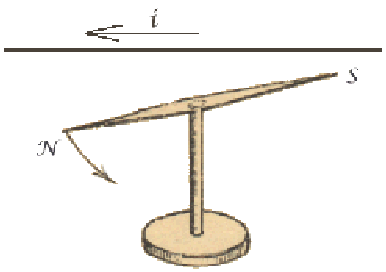
磁场的存在

❖世界上最早认识到地球磁场的存在并从而发明指南针的是中国



电与磁的关系?

❖ 1820年，丹麦科学家Hans Christian Øersted 发现当移动一根通电流的电线靠近罗盘磁针，磁针转动。之后，Michael Faraday、Joseph Henry等作了详细研究。




Øersted 1777~1861


Ampère 1775-1836


Faraday 1791-1867


Henry

描述电磁场与电磁波的四个场量

❖ 场量

- 电场强度 E　　伏特/米（V/m）
- 电通量密度（或电位移）D　　库仑/米²（C/m²）
- 磁场强度 H　　安培/米（A/m）
- 磁通量密度（或磁感应强度）B　　韦伯/米²（Wb/m²）特斯拉（Tesla）

❖ 物质本构关系

- D=εE,　$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$　　ε_r——介质相对介电常数
- B=μH,　$\mu=\mu_r\mu_0$　　μ_r——介质相对磁导率
- ε_0 真空介电常数　　8.854×10^{-12}F/m（法拉/米）
- μ_0 真空磁导率　　$4\pi\times10^{-7}$H/m（亨利/米）

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial\boldsymbol{D}}{\partial t}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{D}=\rho_V$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0$$

电荷与电流是产生电磁场的源

$$\nabla\times \boldsymbol{E}=-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\qquad \nabla\times \boldsymbol{H}=\boldsymbol{J}+\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\qquad \nabla\cdot \boldsymbol{D}=\rho_V\qquad \nabla\cdot \boldsymbol{B}=0$$

❖电荷量Q的单位是库仑（C） 电流强度 I 的单位是安培(A)

❖体积V内电荷量 Q 流过截面 *S* 的电流 *I*(*t*)

$$\boxed{Q(t)=\int_{V'}\rho_v(\boldsymbol{r}',t)\,\mathrm{d}V'}\qquad \boxed{I(t)=\int_S \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}',t)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}'}$$

❖电荷体密度ρ_V（C/m³） 电流体密度 J_v（A/m²）定义为

$$\boxed{\rho_V(\boldsymbol{r}',t)=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta Q}{\Delta V}}\qquad \boxed{\boldsymbol{J}_V=\rho_V v}$$

电荷与电流是产生电磁场的源

❖电荷量Q的单位是库仑（C） 电流强度 I 的单位是安培(A)

❖电荷面密度ρ_s（C/m²） 面电流密度J_s（A/m）

$$\boxed{Q(t)=\int_{S'}\rho_S(\mathbf{r}',t)\mathrm{dS}'}$$

$$\boxed{\boldsymbol{J}_S=\rho_S v}$$

❖电荷线密度ρ_V（C/m） 线电流I（A）定义为

$$\boxed{Q(t)=\int_{l'}\rho_l(\mathbf{r}',t)\mathrm{dl}'}$$

$$\boxed{I=\rho_l v}$$

人们通过物体间相互作用认识重力场g

❖如果在空间域Ω上，每一点都存在一确定的物理量A，我们就说：场域Ω上存在由场量A构成的场。

❖质量为m_1、m_2两物体间的引力F_{g21}

$$\boldsymbol{F}_{g21} = -\boldsymbol{r}_{12_0} \frac{Gm_1m_2}{r_{12}^2}$$

❖r_{12}为两物体质心间距，G为普适引力常数

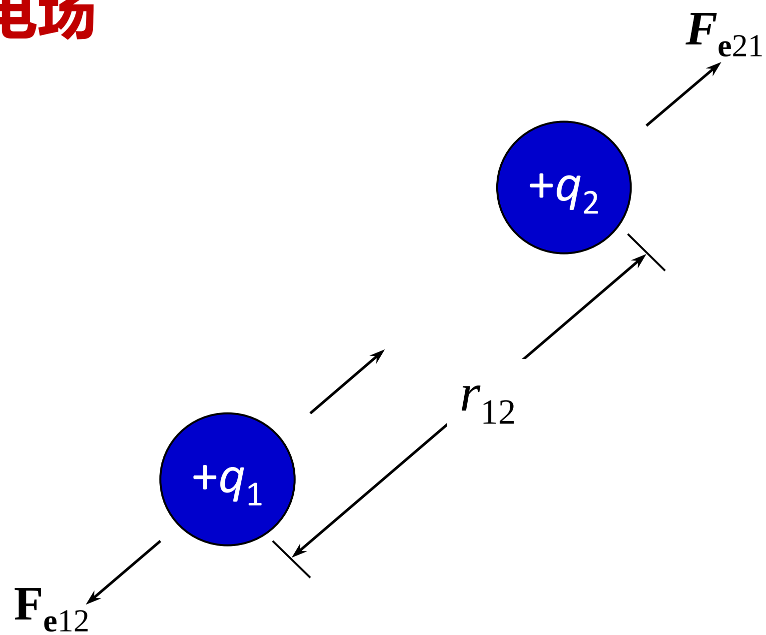
$$\boldsymbol{g} = -\boldsymbol{r}_0 \frac{GM}{r^2}$$

❖地球对任一质量为m的物体的作用力（重力）可认为是地球产生的重力场g对m的作用

人们通过电荷之间的相互作用认识电场

❖ 库仑定理

$$\boldsymbol{F}_{e21} = \boldsymbol{r}_{12_0} \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{12}^2}$$



❖ 点电荷Q对另一点电荷q的作用可认为是点电荷Q在**其周围产生的电场E**对另一点电荷q的作用

$$\boldsymbol{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{r}_0$$

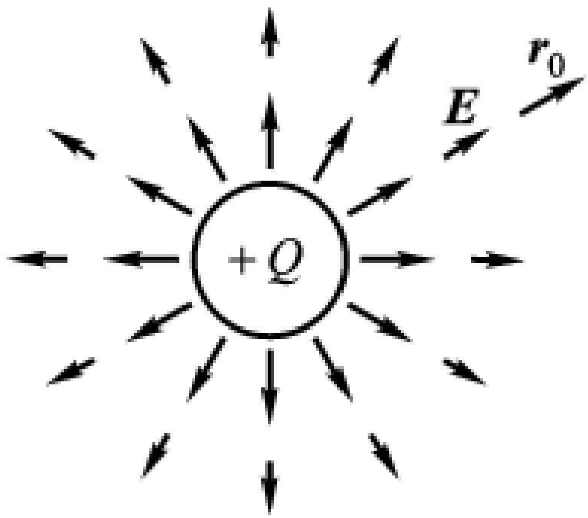
$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$$

❖ r_0是以点电荷Q所在点为球心的径向单位矢量

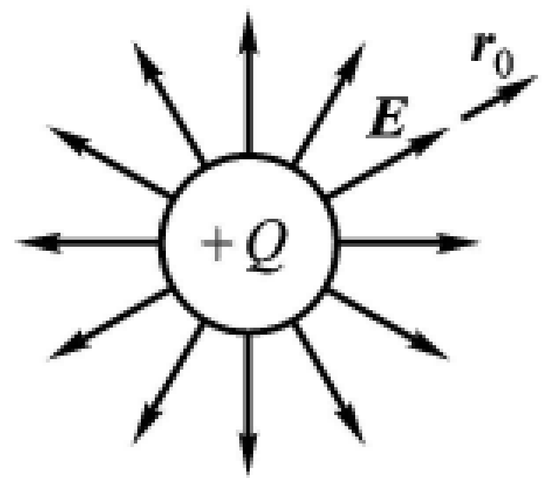
电场线

❖电场线表示电场是人们认识电场的一个飞跃

❖ 点电荷+Q产生的电场



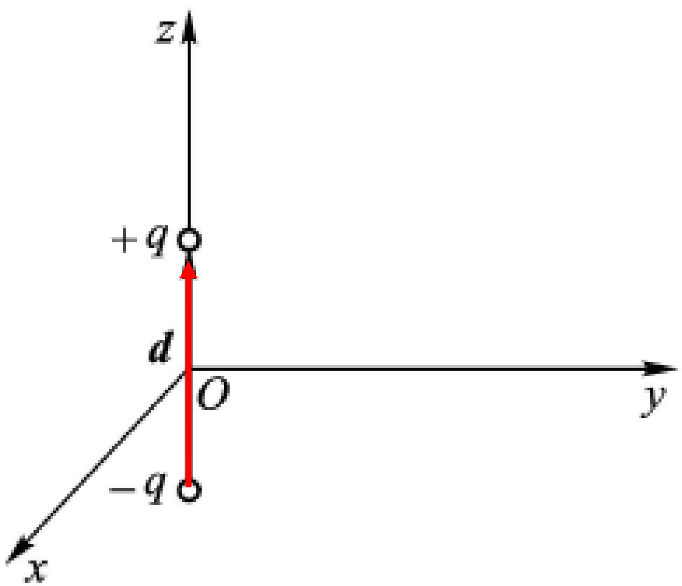
点电荷Q产生的电场线图

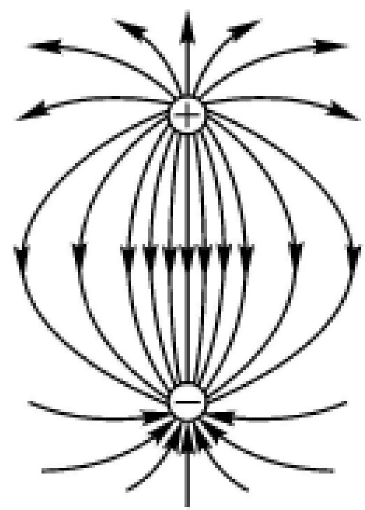


❖电场线上任一点的切线方向表示该点电场强度E的方向，而穿过垂直于电场线方向单位面积的电场线数就表示该点的电场强度。

电偶极子产生的场

❖电偶极子产生的场就是两个点电荷产生场的叠加





电偶极子 $\boxed{\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}}$ 电偶极子产生的电场线图

❖电偶极子用电矩p表示

电场中介质看成无限多电偶极子集合

❖介质中总的电场包括没有介质时点电荷q产生的电场以及因介质极化而致的诸多偶极子p产生的电场

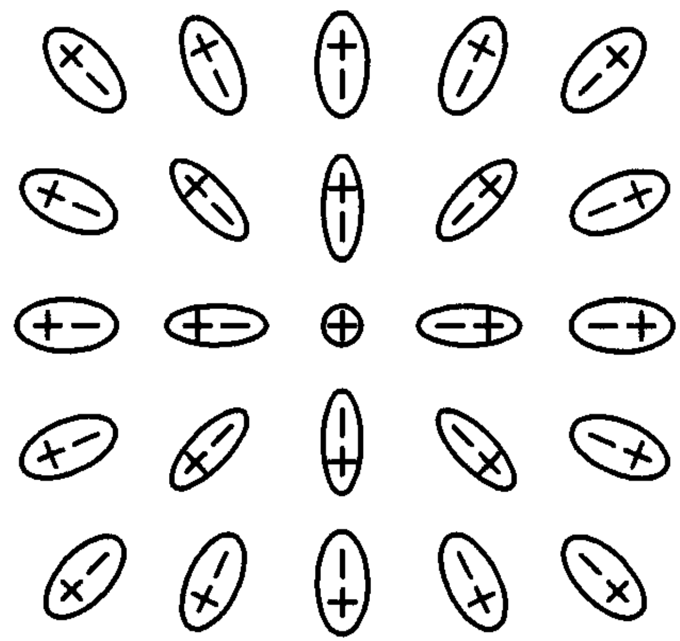
$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{r}_0 \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$$

❖ε 叫做介质的介电常数（或电容率）

❖定义电通量密度或电位移D

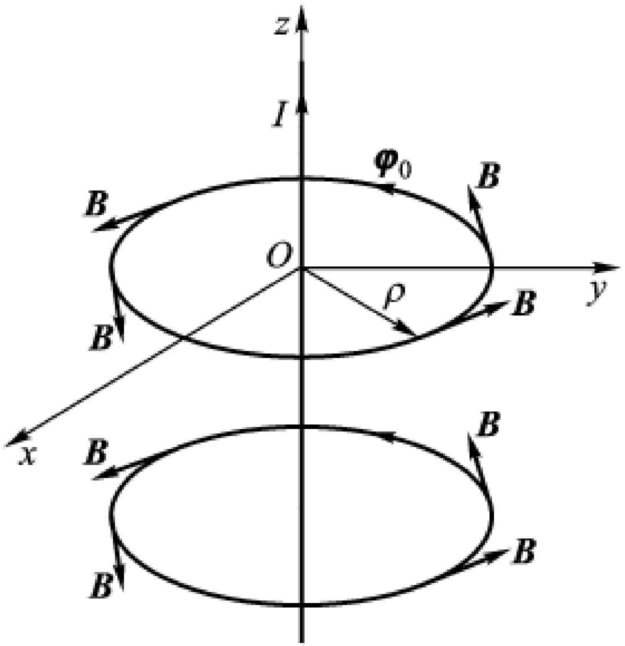
$$\boxed{\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}}$$

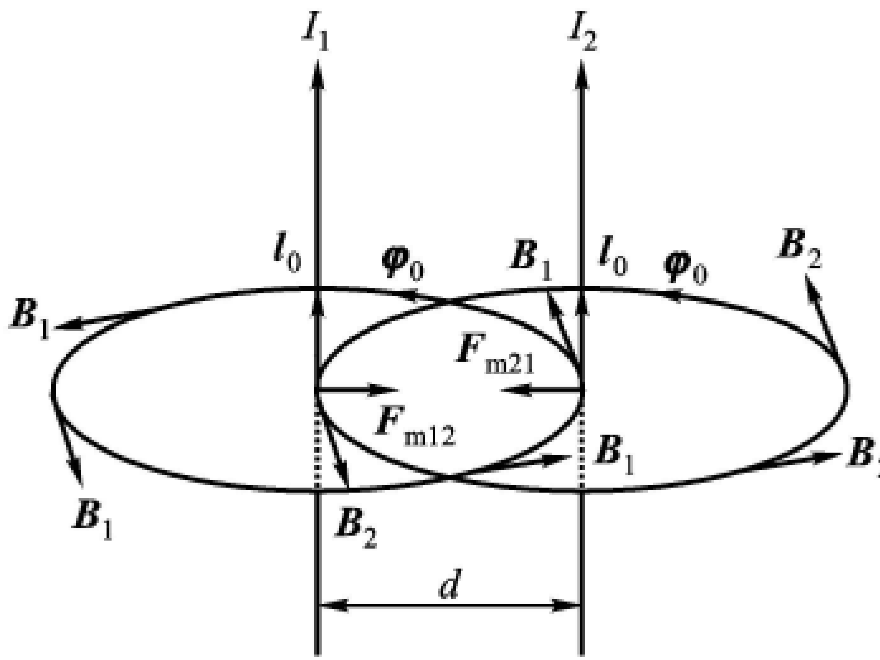


正电荷q产生的场使介质原子极化

❖它与电场强度E的关系由介质特性决定。

人们通过电流之间的相互作用认识磁场





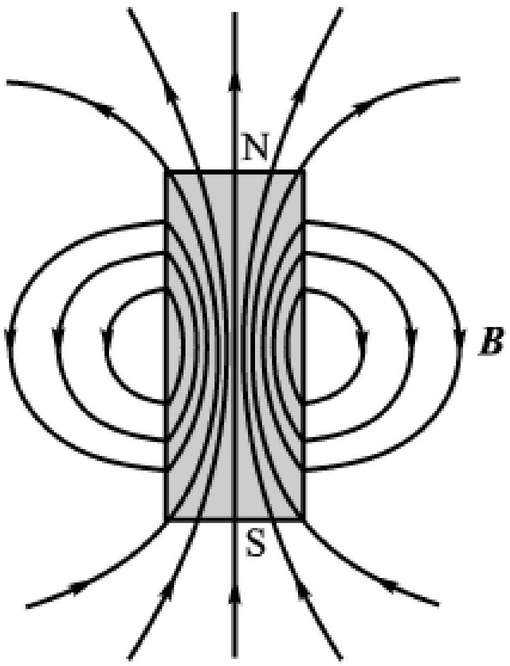
$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\varphi}_0 \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}$$

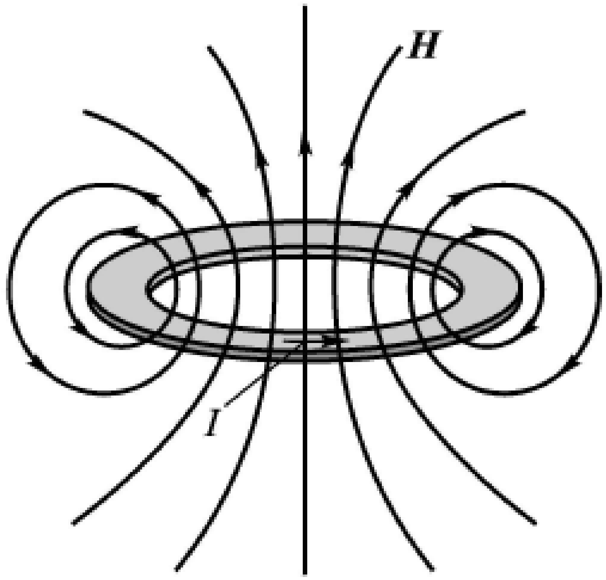
$$\boldsymbol{F}_{m21} = I_2 \boldsymbol{l}_0 \times \boldsymbol{B}$$

μ_0是一个常数，称为自由空间磁导率(或真空磁导率)

磁偶极子

❖ 永磁体及其产生的磁场线　　磁偶极子及其产生的磁场线

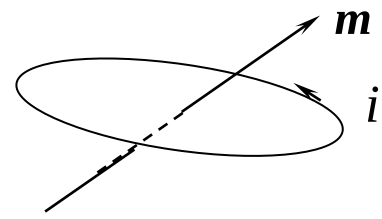




❖ **磁偶极子用磁矩m表示(dS为环面积)**　$\boldsymbol{m} = I\mathrm{d}\boldsymbol{S}$

磁场中介质可看成无限多有序排列的磁偶极子集合

- 通电导线置于介质中时，除介质不存在时通电导线产生的磁场外，又有在通电导线产生的磁场感应下，构成介质的无限多小磁体有序排列产生的净磁场。

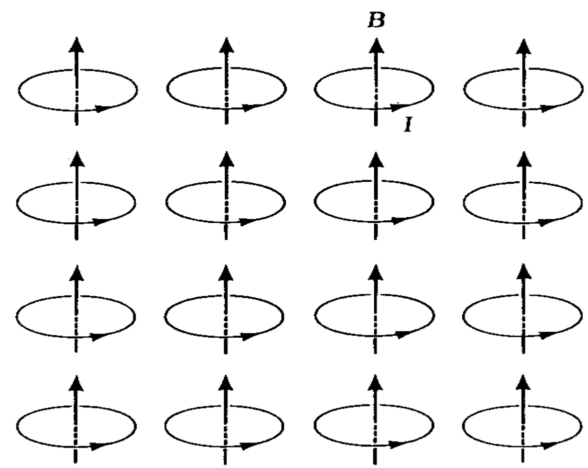


(a)磁偶极子

- 合成磁通量密度B：

$$\boxed{\boldsymbol{B} = \varphi_0 \frac{\mu I}{2\pi\rho}} \qquad \boxed{\mu = \mu_r \mu_0}$$

- μ叫做介质的磁导率， μ_r叫做介质的相对磁导率，量纲为一。
- 定义磁场强度H (单位A/m) $\boxed{\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}}$



(b)磁矩沿磁场方向有序排列

E与D，B与H，p与m

❖ 真空中 $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ $\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$

❖ 一般介质中 $\boxed{\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E}}$ $\boxed{\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H}}$

$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ $\mu = \mu_r \mu_0$

❖ ε_r 称为介质的相对介电常数

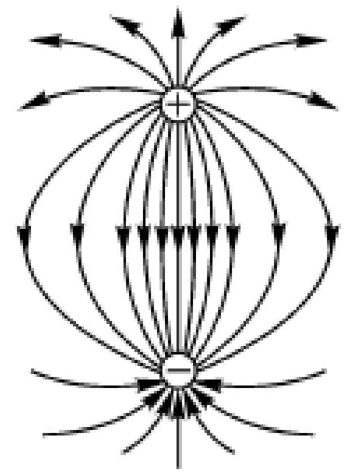
❖ μ_r称为介质的相对磁导率

❖ 电偶极子用电矩p表示 $\boxed{\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{d}}$

❖ 磁偶极子可用磁矩m表示 $\boxed{\boldsymbol{m} = IS\boldsymbol{z}_0}$

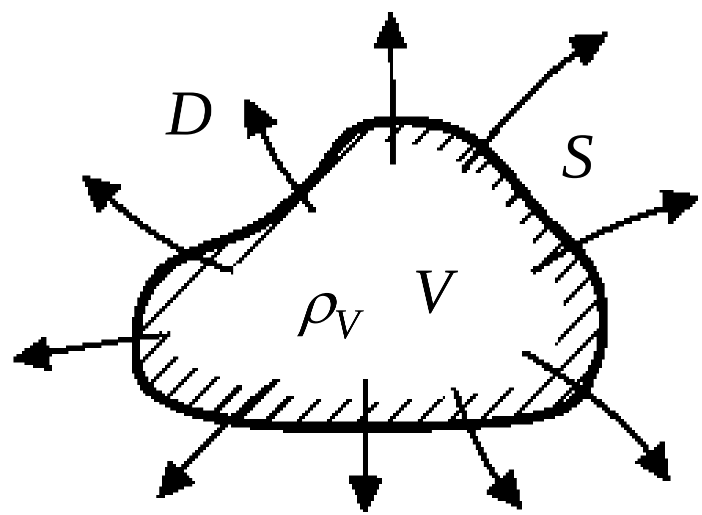
电磁运动规律的实验总结——高斯定理或库仑定理

❖ **电场线从正电荷出发终止于负电荷，电场线有头有尾，不自行闭合。**



❖ **穿出闭曲面S电通量密度线数等于闭曲面S包围的体积V中的电荷Q**

$$\boxed{\int_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q = \int_V \rho_V \mathrm{d}V}$$

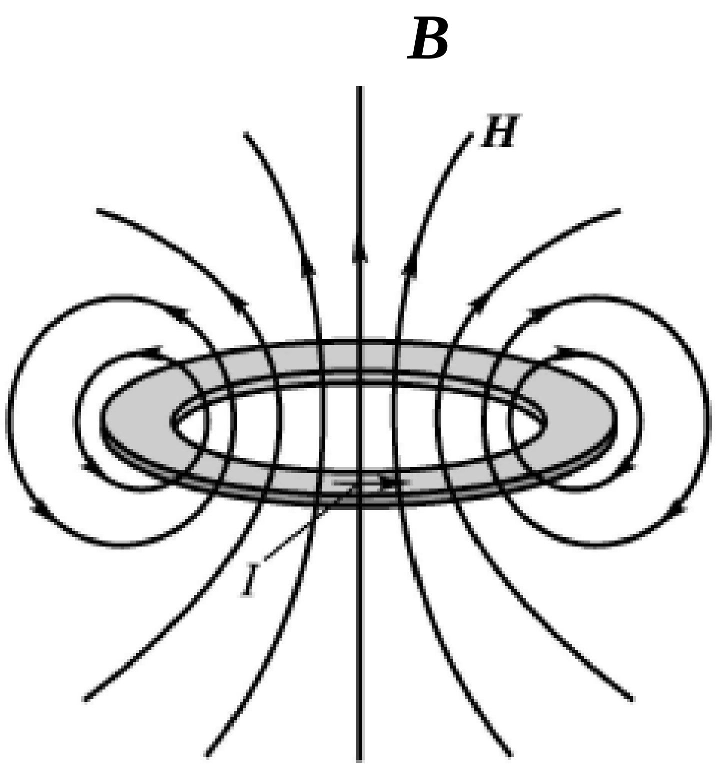


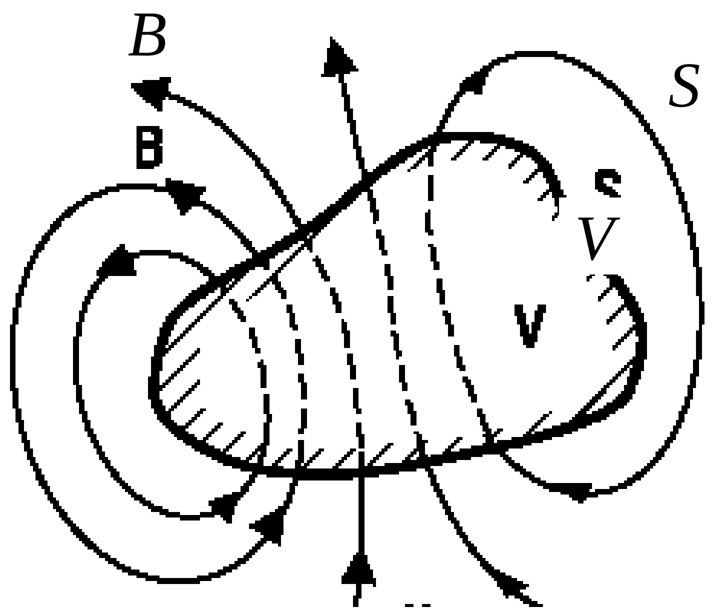
❖ **ρ_V为体电荷密度。**

电磁运动规律的实验总结——磁通连续性原理

❖ 磁场线无头无尾，总是一闭合曲线，因此穿出任一闭曲面磁场线数总是等于零的。

$$\boxed{\int_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=0}$$

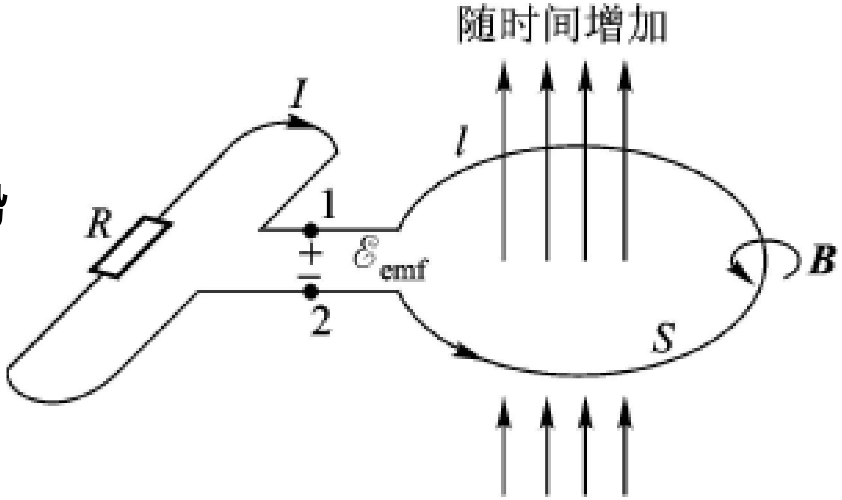




电磁运动规律的实验总结——法拉第定理

❖ 穿过闭合导线 l 所包围面积的磁通量 Ψ_m 随时间变化，则会感应一个电动势

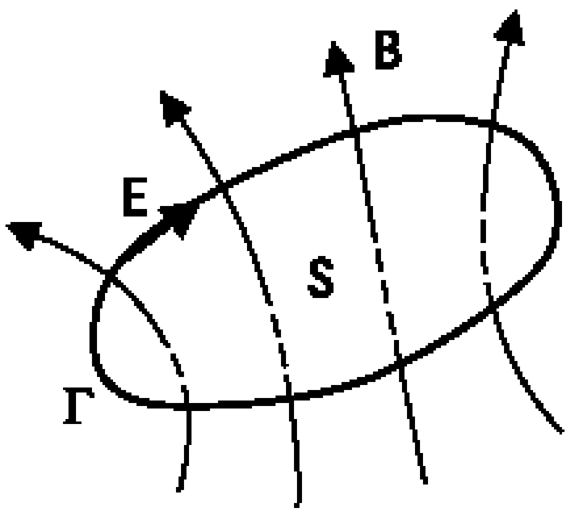
$$E_{emf} = \oint_l \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} \qquad \psi_m = \int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$



❖ E_{emf} 的大小等于穿过闭合导线 l 所包围面积 S 的磁通量随时间变化率的负数

$$E_{emf} = \oint_l \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{\partial \psi_m}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{S}$$

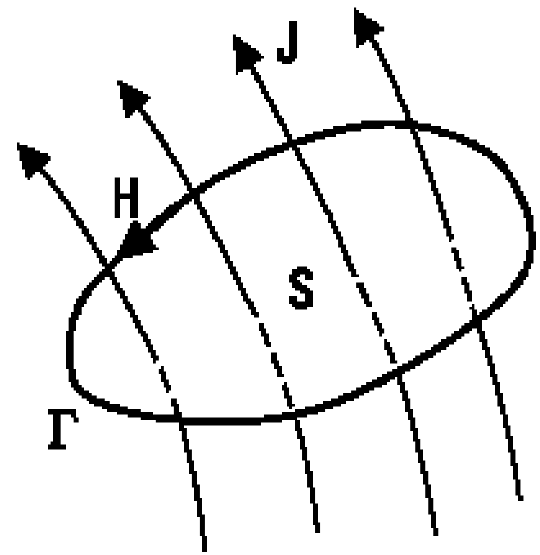
❖ 所以 $$\boxed{\oint_l \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}} \cdot d\boldsymbol{S}}$$



电磁运动规律的实验总结——推广的安培定理

❖ 磁场强度沿闭合曲线的线积分等于穿过闭合曲线所包围的面积的电流

$$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = I = \int_S \boldsymbol{J}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$



$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{J}_\mathrm{c} + \boldsymbol{J}_\mathrm{v} + \boldsymbol{J}_\mathrm{d}$$

❖ 在真空或气体中， $\boldsymbol{J}_\mathrm{v} = \rho \boldsymbol{v}$

❖ 在导体中 $\boldsymbol{J}_\mathrm{c} = \sigma \boldsymbol{E}$

❖ 位移电流 $\boxed{\boldsymbol{J}_\mathrm{d} = \dfrac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}}$

$$I_\mathrm{c} = \int_S \boldsymbol{J}_\mathrm{c}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

$$I_\mathrm{v} = \int_S \boldsymbol{J}_\mathrm{v}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

$$I_\mathrm{d} = \int_S \boldsymbol{J}_\mathrm{d}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

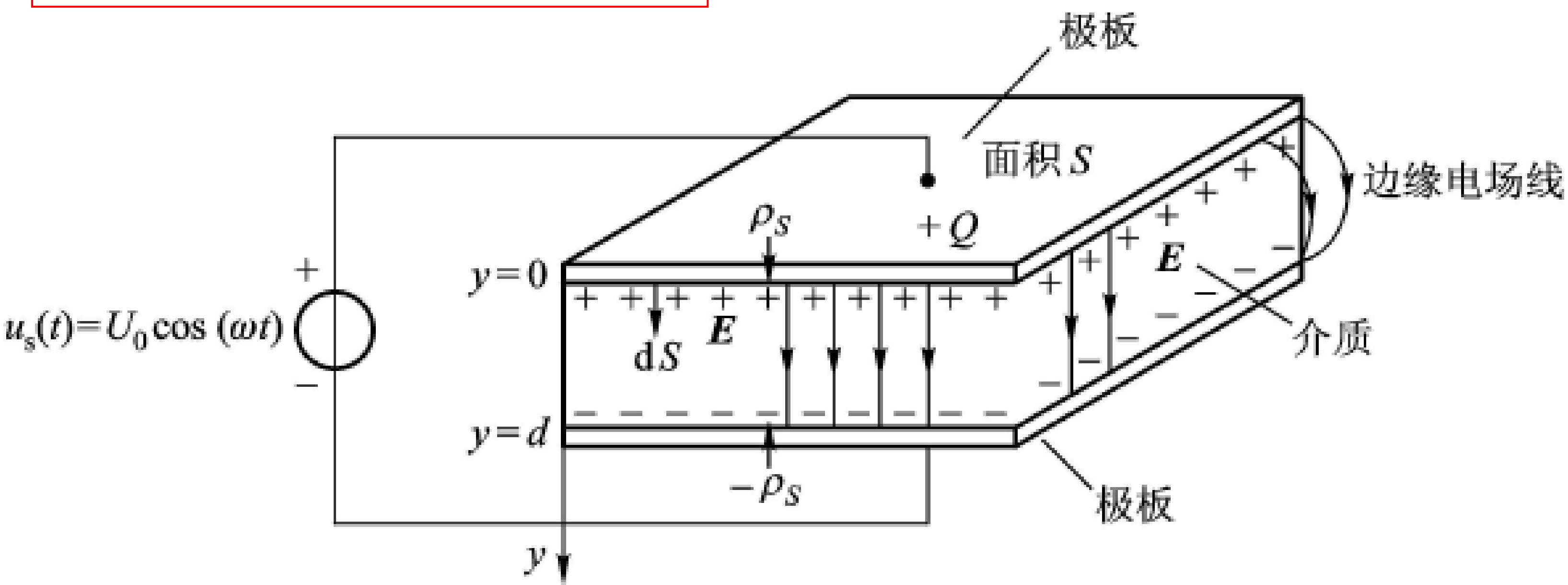
推广的安培定理成功地解释了电容器回路电流连续

❖ 推广的安培定理

$$\oint_l \boldsymbol{H} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S \left(\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \right) \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

位移电流

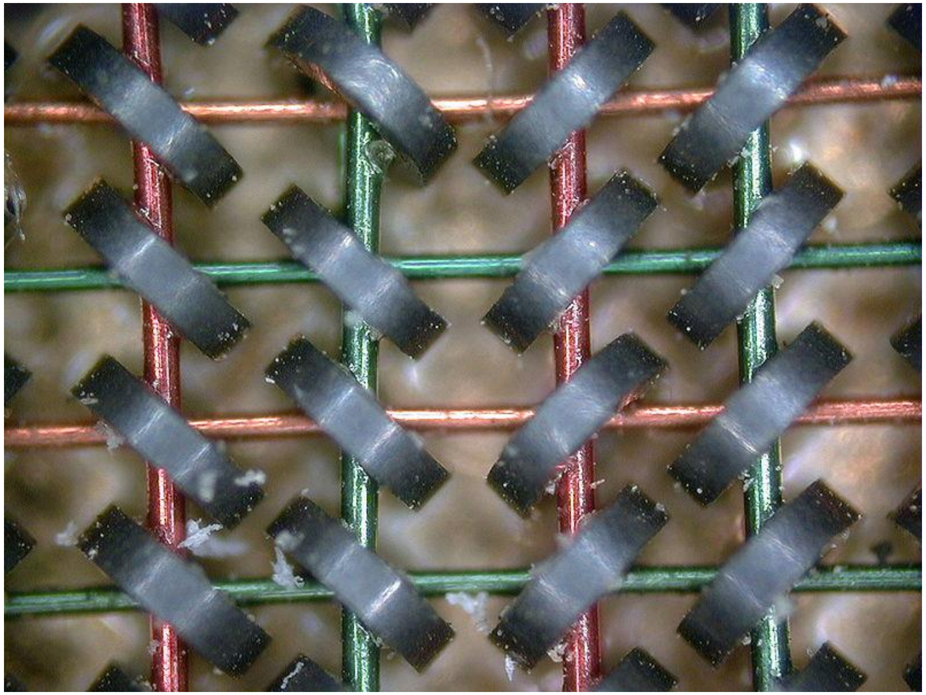
$$\boldsymbol{J}_{\mathrm{d}} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$



❖ 交流电源与平行板电容器相连构成的回路

安培定理的应用

- An Wang‘s magnetic core memory （1954）
- 在铁氧体磁环里穿进一根导线，导线中流过不同方向的电流时，可使磁环按两种不同方向磁化，代表“1”或“0”的信息便以磁场形式储存下来，每一个环存储一个bit数据。



积分形式的麦克斯韦方程

$$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V \rho_V dV$$

电荷是产生电场的源，电场线从正电荷出发终止于负电荷

$$\oint_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$$

磁场线总是闭合的

$$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S \left(\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial \boldsymbol{t}}\right)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

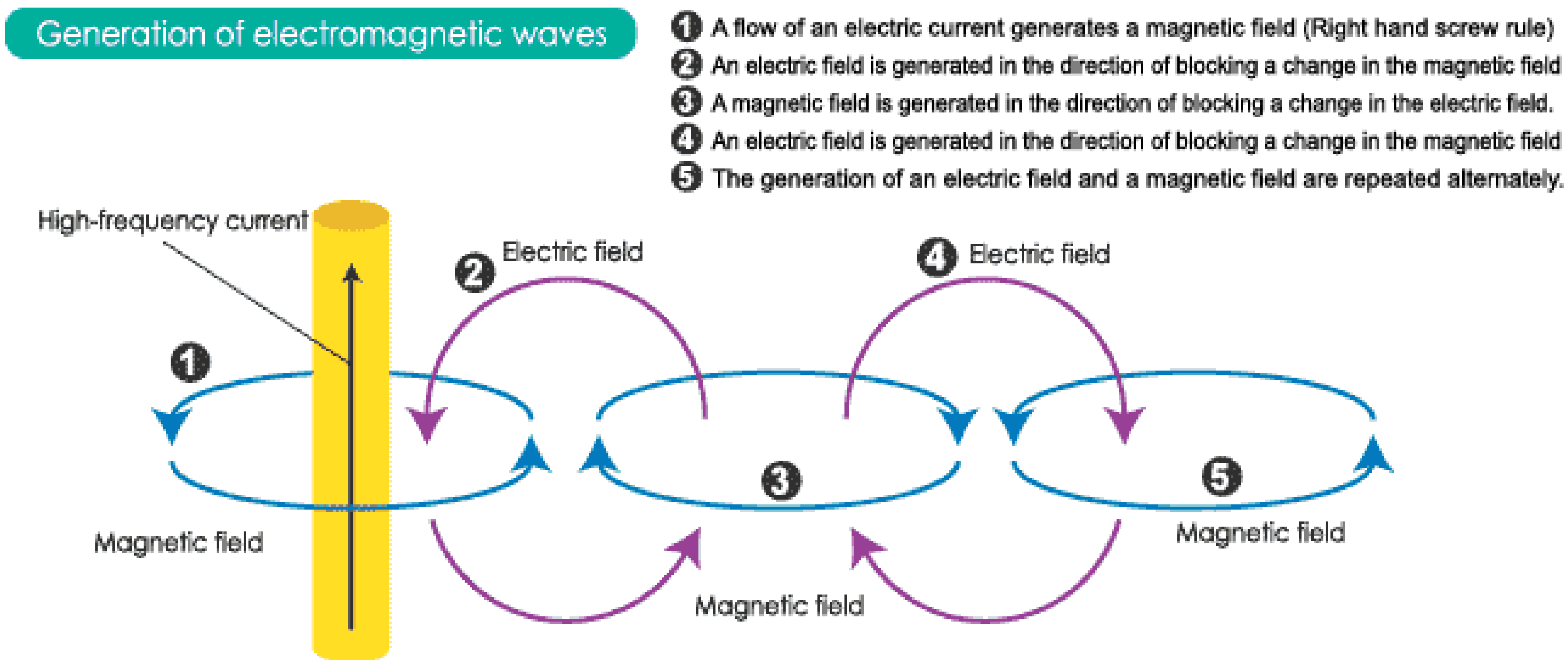
电流产生磁场，随时间变化的电场产生磁场

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

随时间变化的磁场产生电场

❖ **从这四个方程麦克斯韦预言电磁波的存在。赫兹实验证明电磁波的存在，因此麦克斯韦引入位移电流概念是正确的。**

随时间变化的电场、磁场耦合在一起



❖ **随时间变化的电场产生磁场，随时间变化的磁场产生电场**

怎么产生电磁波?

❖从闪电想到电磁波的产生

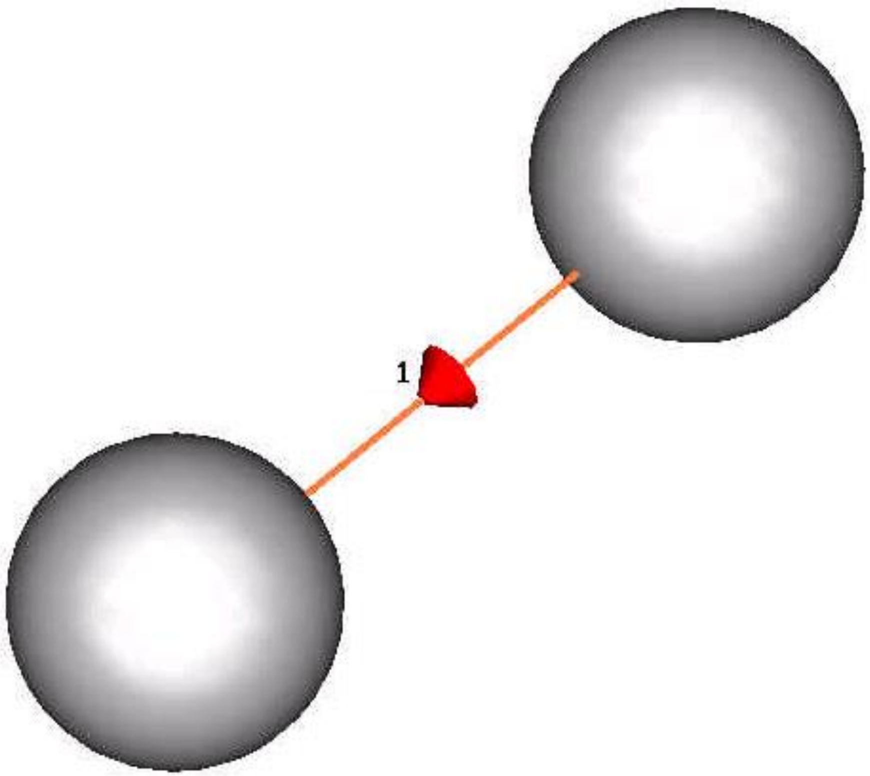
❖从电焊想到电磁波的产生

❖从开关合上或拉断时冒火花想到电磁波的产生

❖赫兹实验的原理

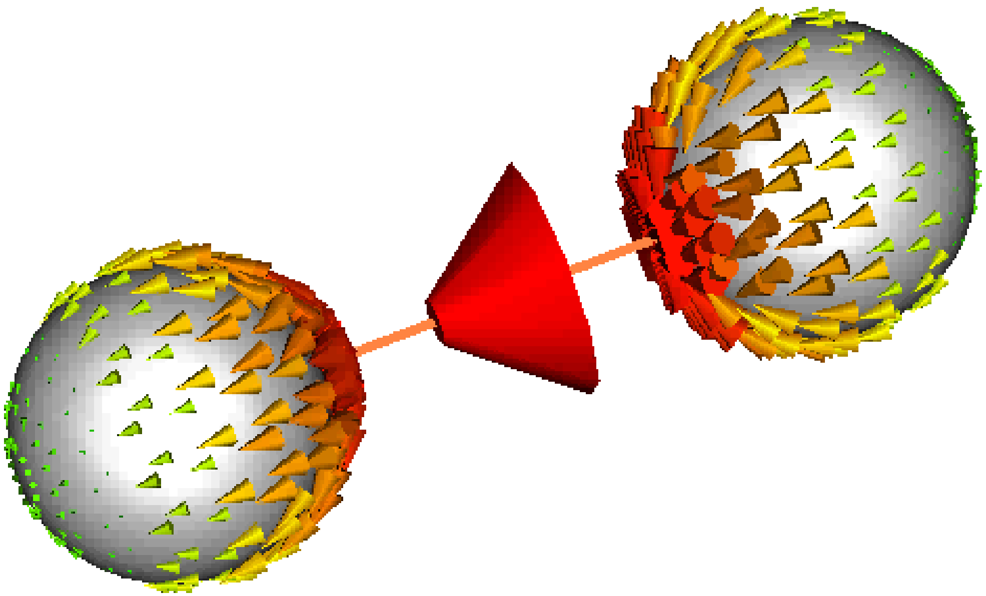
赫兹偶极子产生电磁辐射的数值模拟

❖ 模型



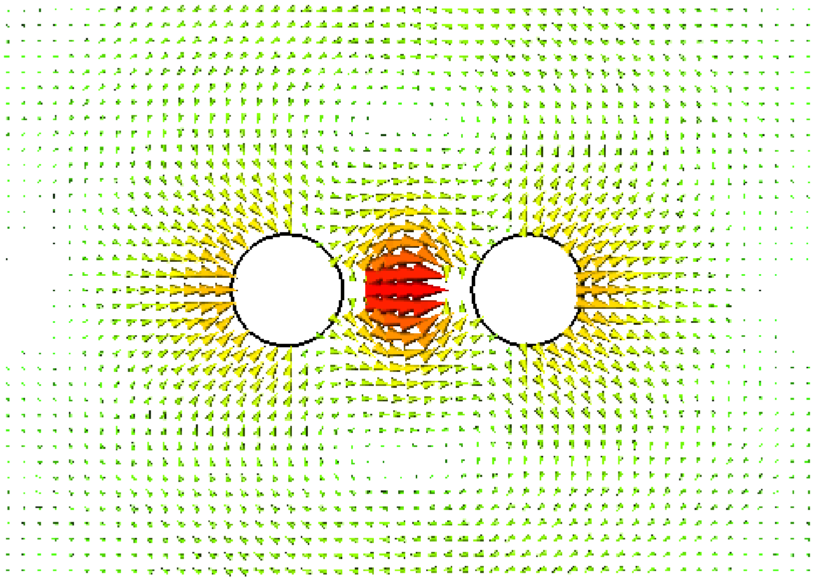
赫兹偶极子产生电磁辐射的数值模拟

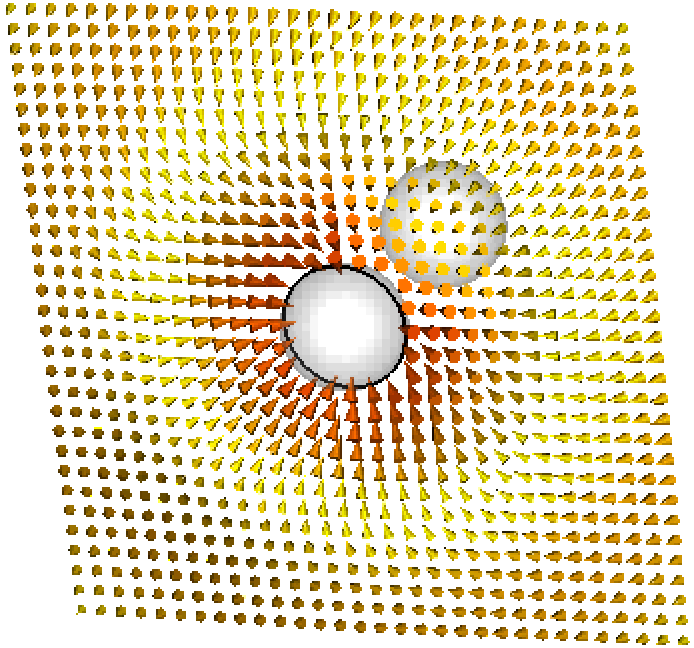
❖ 表面电流



赫兹偶极子产生电磁辐射的数值模拟

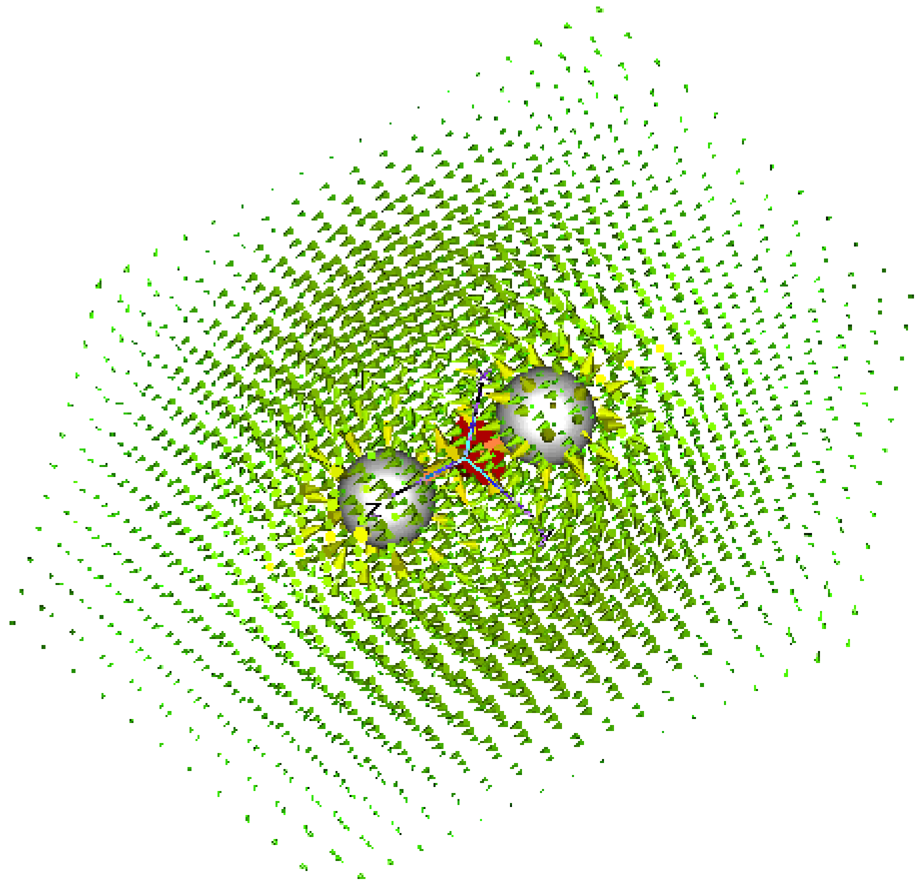
❖ **电场**





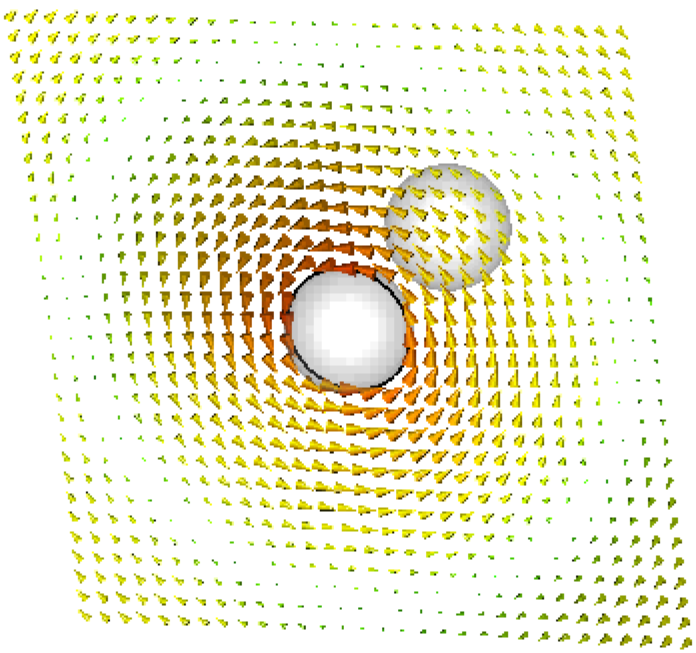
赫兹偶极子产生电磁辐射的数值模拟

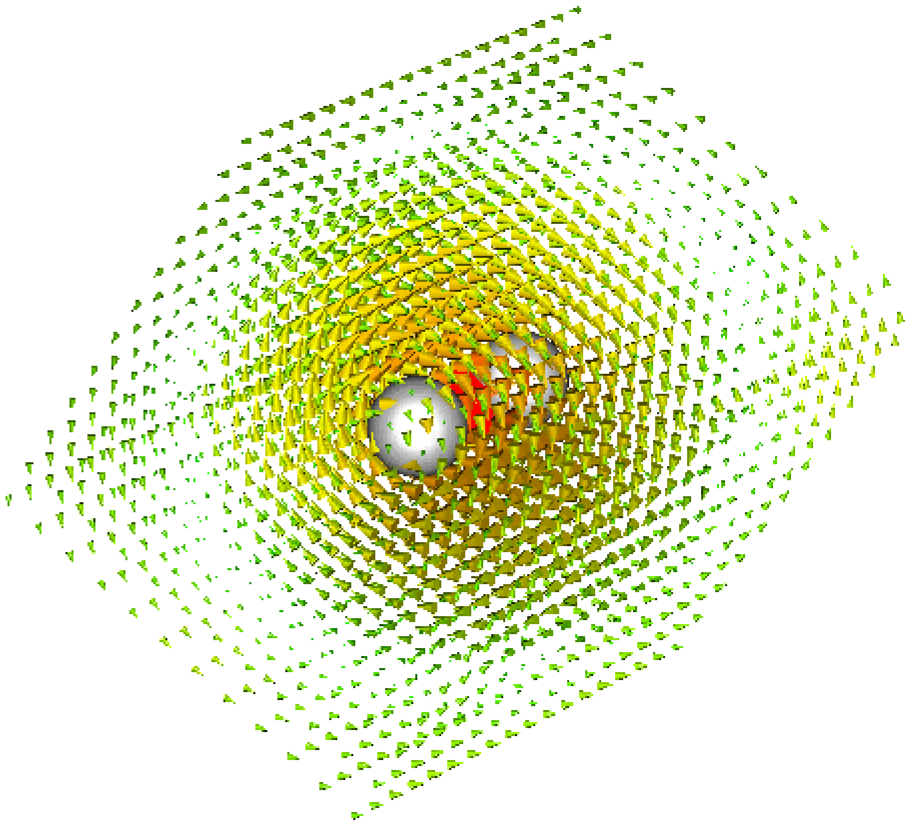
❖ **电场**



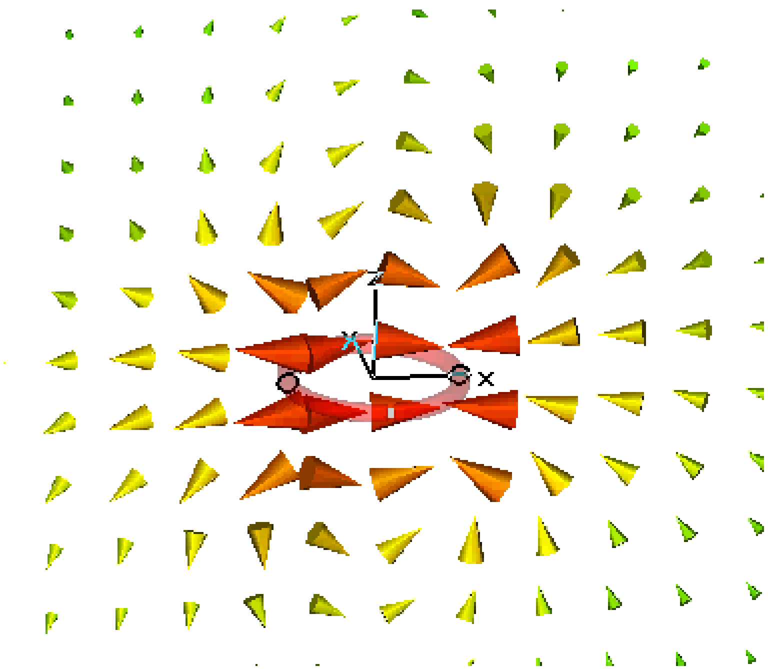
赫兹偶极子产生电磁辐射的数值模拟

❖ 磁场

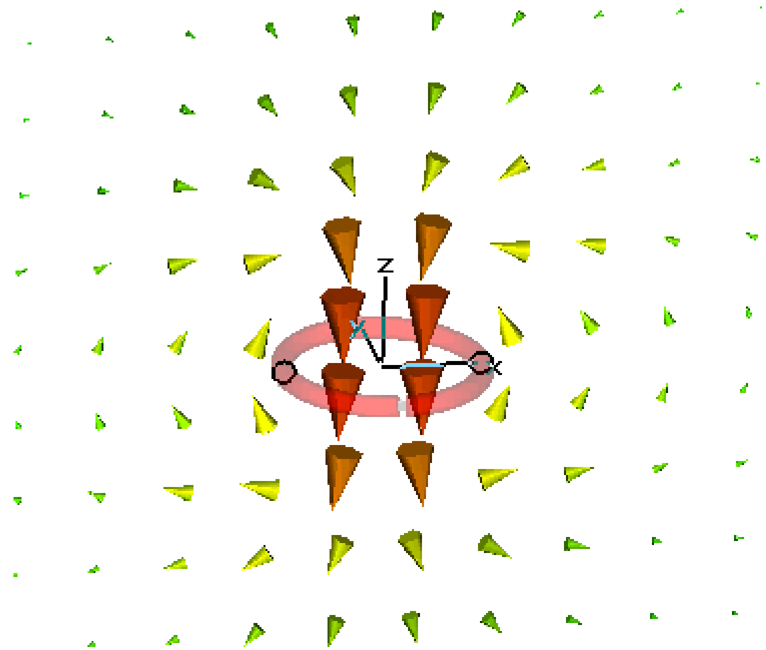




磁偶极子产生电磁辐射的数值模拟



电场



磁场

积分与微分形式的麦克斯韦方程

积分形式	微分形式
$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$	$\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$
$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S \left(\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$	$\nabla\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$
$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V \rho_V \mathrm{d}V$	$\nabla\cdot\boldsymbol{D} = \rho_V$
$\oint_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0$	$\nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0$
反映场在局部区域的平均性质	反映场在空间每一点的性质

❖ 当所考虑局部区域→0，积分形式麦氏方程就变为微分形式麦氏方程。

❖ 怎么从积分形式麦氏方程得出微分形式麦氏方程?

❖ ∇是什么? ∇•是什么? ∇×是什么?

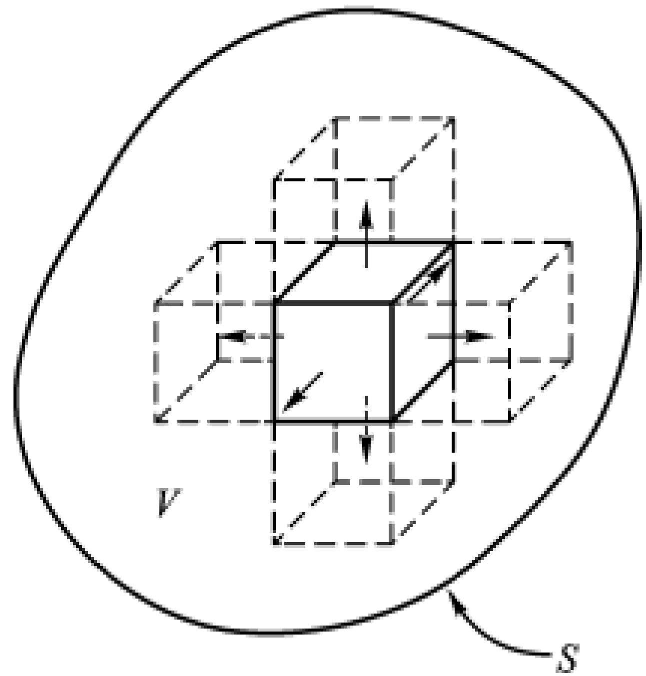
散度定理

对于由N个体积元ΔV 构成的体积V,

根据散度定义 $$\boxed{\sum_N\left(\oint_{\Delta S}\boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}\right)=\sum_N(\nabla\cdot\boldsymbol{A})\Delta V}$$

当 $N\to\infty,\quad \Delta V\to \mathrm{d}V$,

上式求和变成积分。因为除了包围体积V的闭曲面S外，所有相邻体积元交界面上 $\oint_{\Delta S}\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ 相互抵消，这样我们就得到



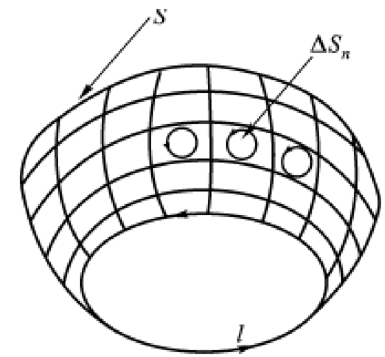
$$\boxed{\oint_S\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}=\int_V(\nabla\cdot\boldsymbol{A})\mathrm{d}V}$$

这就是著名的散度定理。它表示矢量A沿闭曲面的面积分$\oint_S\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$（或矢量场$A$流出闭合曲面$S$的通量）等于矢量$A$的散度 $\nabla\cdot\boldsymbol{A}$ 的体积分，积分域V为S包围的体积。

斯托克斯定理

- 对于有限面积S，如果将S分成无限多小矩形面积元S_n之和；当ΔS_n足够小时，根据旋度定义，可得

$$\boxed{\sum_n (\nabla\times\boldsymbol{A})\cdot\boldsymbol{n}\Delta S_n=\sum_n\oint_{\Delta l_n}\boldsymbol{A}_n\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}_n}$$



- 左边即（$\nabla\times\boldsymbol{A}$）穿过面积$S$总的通量

$$\sum_n (\nabla\times\boldsymbol{A})\cdot\boldsymbol{n}\Delta S_n=\int(\nabla\times\boldsymbol{A})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

- 右边n个线积分，除了包围面积S的周边C以外，所有相邻面积元交界线的线积分都抵消，故有

$$\boxed{\sum_n\oint_{\Delta l_n}\boldsymbol{A}_n\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}_n=\oint_l\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}}$$

- 由此得到

$$\boxed{\oint_l\boldsymbol{A}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\oint_S(\nabla\times\boldsymbol{A})\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}}$$

著名的斯托克斯定理，它表示矢量A沿闭曲线C的线积分（或环量）等于A的旋度 $\nabla\times\boldsymbol{A}$ 穿过曲线C包围的面积S的面积分。

从积分形式到微分形式的麦克斯韦方程组

根据矢量场的斯托克斯定律

$$\oint_l \boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S (\nabla\times\boldsymbol{A})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

麦克斯韦方程中两个旋度方程可写为

$$\oint_l \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S (\nabla\times\boldsymbol{E})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

$$\oint_l \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \int_S (\nabla\times\boldsymbol{H})\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_S \left(\boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\right)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

由上两式可得

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \qquad \nabla\times\boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

矢量场的散度定律

$$\oint_S \boldsymbol{A}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V (\nabla\cdot\boldsymbol{A})\,\mathrm{d}V$$

麦氏方程中两个散度方程可写成，　　由此可得

$$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V \nabla\cdot\boldsymbol{D}\,\mathrm{d}V = \int_V \rho_V\,\mathrm{d}V \qquad \nabla\cdot\boldsymbol{D} = \rho_V$$

$$\oint_S \boldsymbol{B}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_V \nabla\cdot\boldsymbol{B}\,\mathrm{d}V = 0 \qquad \nabla\cdot\boldsymbol{B} = 0$$

复习要点：

- 描述电磁场与电磁波的四个场量及其单位
- 电磁运动规律——麦克斯韦所依据的四个从实验研究得出的定理

（1）高斯定理或库仑定理

（2）磁通连续性原理

（3）法拉第电磁感应定理

（4）推广的安培定理

- 电偶极子、磁偶极子、电矩、磁矩
- 介电常数、磁导率

• 电荷体密度ρ_V（C/m³）电流体密度$\boldsymbol{J}_V$（A/m²）

• **复习范围**

- 1.1，1.2，1.7，3.1.1~ 3.1.4；
- 帮助理解的多媒体演示：MMS1、MMS3