James Clerk Maxwell
1831 – 1879

Lesson 1

Electromagnetic Fields and Waves

绪论
波的基本特征

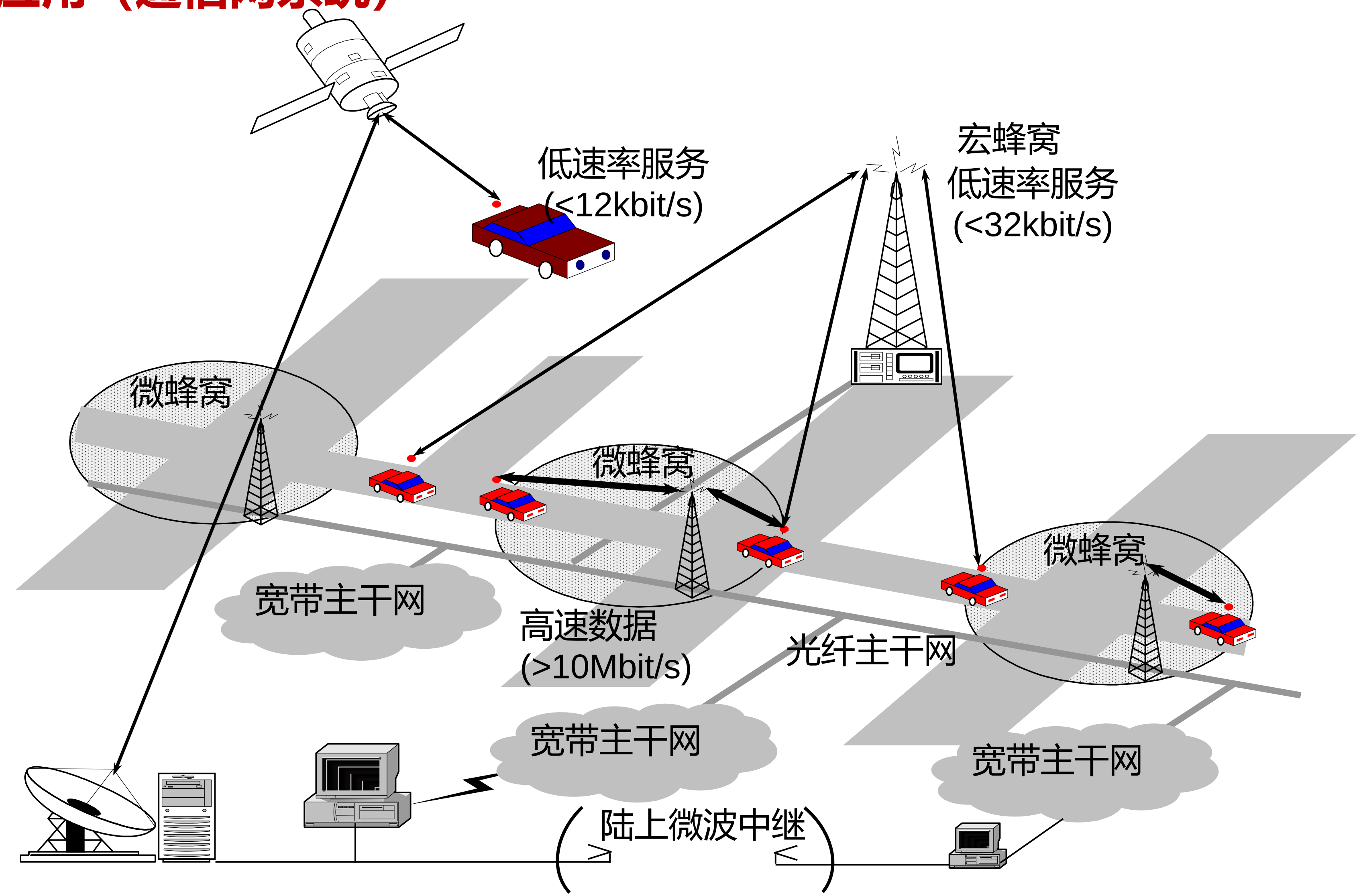
郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn

课程简介

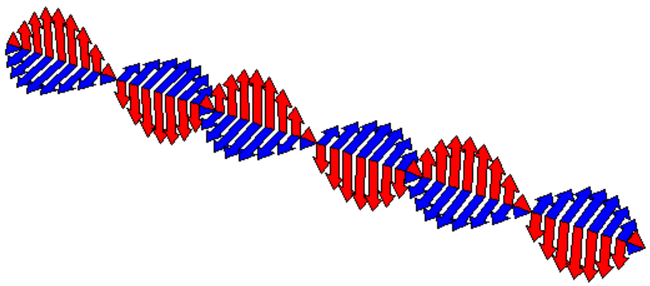
- ❖ 讲述电磁运动的基本规律及其应用。
- ❖ 传输线理论
  - – 场的问题转化为路的问题
- ❖ 麦克斯韦方程组
  - – 一组描述电场、磁场与电荷密度、电流密度之间关系的偏微分方程
- ❖ 电磁波的传播特性
  - – 在各种介质中的传播
  - – 在波导中的传播
  - – 反射 、折射、透射
- ❖ 谐振器和天线

应用（通信网系统）


低速率服务
(<12kbit/s)
宏蜂窝
低速率服务
(<32kbit/s)
微蜂窝
微蜂窝
微蜂窝
宽带主干网
高速数据
(>10Mbit/s)
光纤主干网
宽带主干网
宽带主干网
陆上微波中继

EM anywhere anytime

- ❖ **任何时候、任何地方都有电磁场与电磁波；**
- ❖ **人类社会、人们生活离不开电磁场与电磁波；**
- ❖ **信息时代更离不开电磁场与电磁波——网络上的信息都是通过电磁波这个载体传播的；**
- ❖ **From your kitchen to the Edges of the Universe**



Q：为什么说电磁波是一项宝贵资源？

电磁波可以用波长或频率区分

频率常用单位

名　　称	简　写	与 Hz 的关系
千赫（kilohertz）	kHz	10^3
兆赫（megahertz）	MHz	10^6
吉赫（gigahertz）	GHz	10^9
太赫（Terahertz）	THz	10^{12}
皮赫（Petahertz）	PHz	10^{15}

波长常用单位

名　　称	简　写	与 m 的关系
千米（kilometre）	km	10^3
毫米（millimetre）	mm	10^{-3}
微米（micrometre）(or micron)	μm	10^{-6}
纳米（nanometre）	nm	10^{-9}

❖

$$\lambda f = c$$

❖ **波数**（cm^{-1}）：单位长度的波周数

$$k = \frac{1}{\lambda}$$

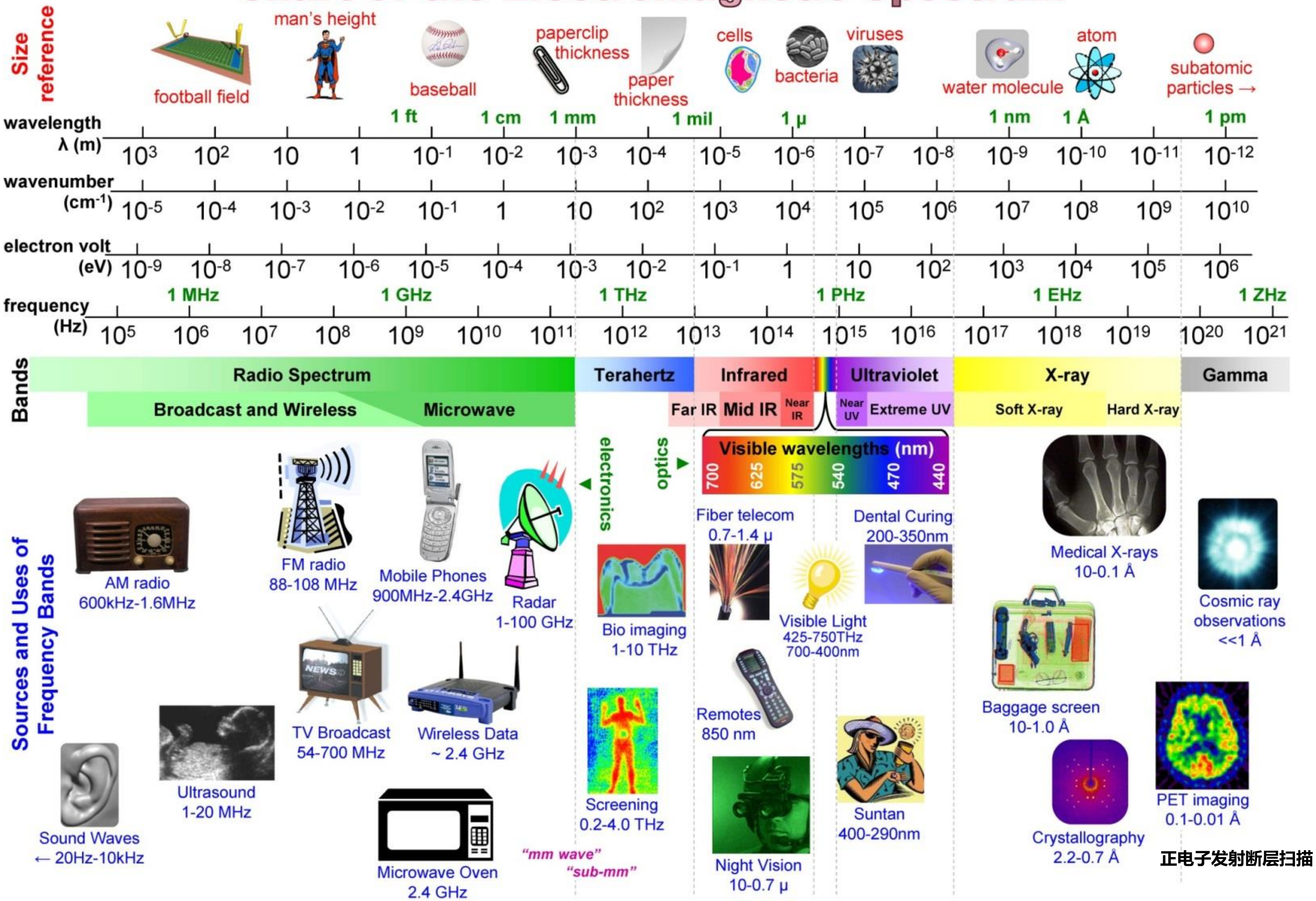
❖ **电子伏特**(ev)

$$E(eV) = \frac{hc}{\lambda}$$

h=6.62606957×10^{-34} J·s

h=4.13566743×10^{-15} eV·s

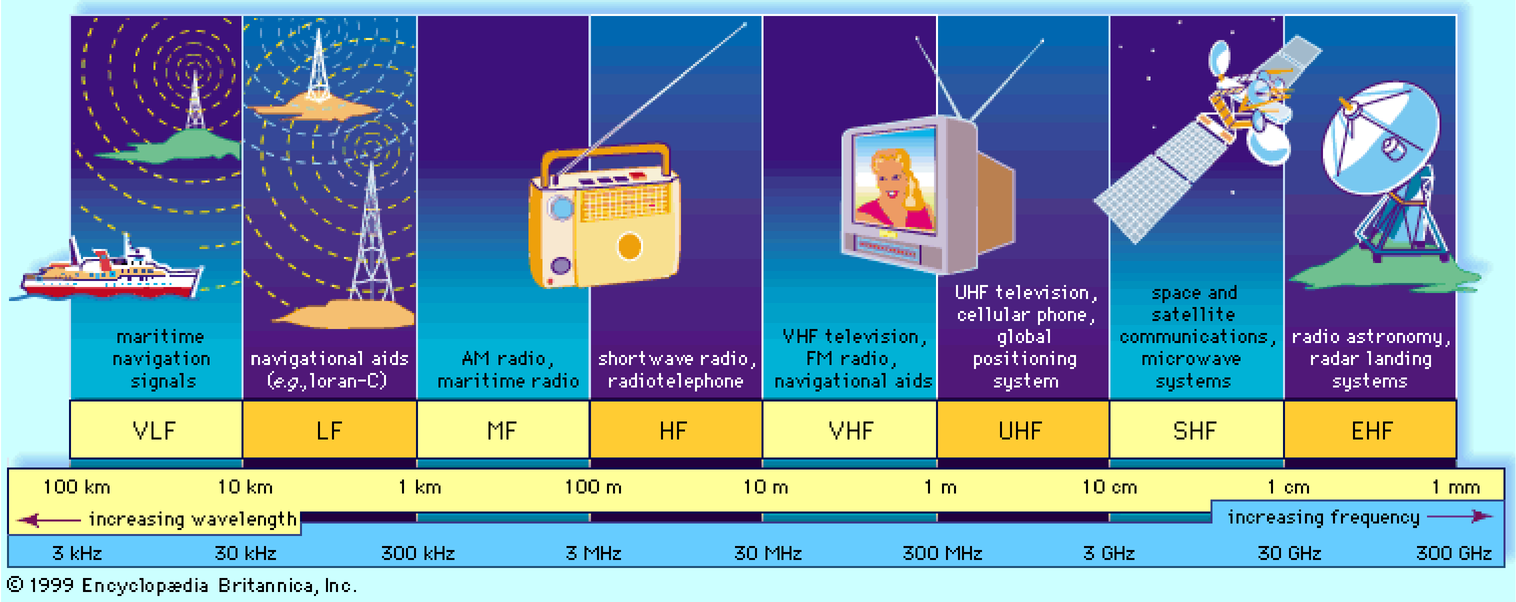
Chart of the Electromagnetic Spectrum



$\lambda = 3\times10^8/\text{freq} = 1/(\text{wn}*100) = 1.24\times10^{-6}/\text{eV}$

无线电波谱

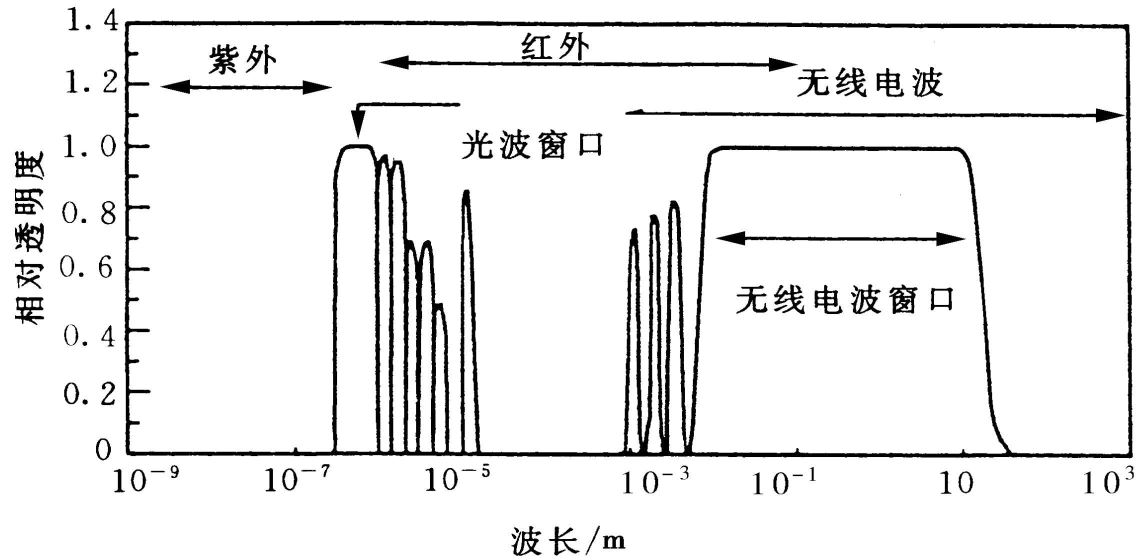
- 无线电波：包括甚低频（VLF，3至30kHz，超长波）、低频（LF，30至300kHz，长波）、中频（MF，300至3000kHz，中波）、高频（HF，3至30MHz，短波）、甚高频（VHF，30至300MHz，超短波）
- 微波：频率300MHz~300GHz，波长范围是1m~1mm。分米波（特高频）、厘米波（超高频）、毫米波（极高频）



雷达波段代号

代号	L	S	C	X	Ku	K	Ka	U	V	W
标称波长 cm	22	10	5	3	2	1.25	0.8	0.6	0.4	0.3
频率范围 GHz	1-2	2-4	4-8	8-12	12-18	18-27	27-40	40-60	60-80	80-100
波长范围 cm	30-15	15-7.5	7.5-3.75	3.75-2.5	2.5-1.67	1.67-1.11	1.11-0.75	0.75-0.5	0.5-0.375	0.375-0.3

电磁波大气传输窗口



- 不同波段电磁波传播特性不同
  - 地波，天波，空间波
  - 光波

应用

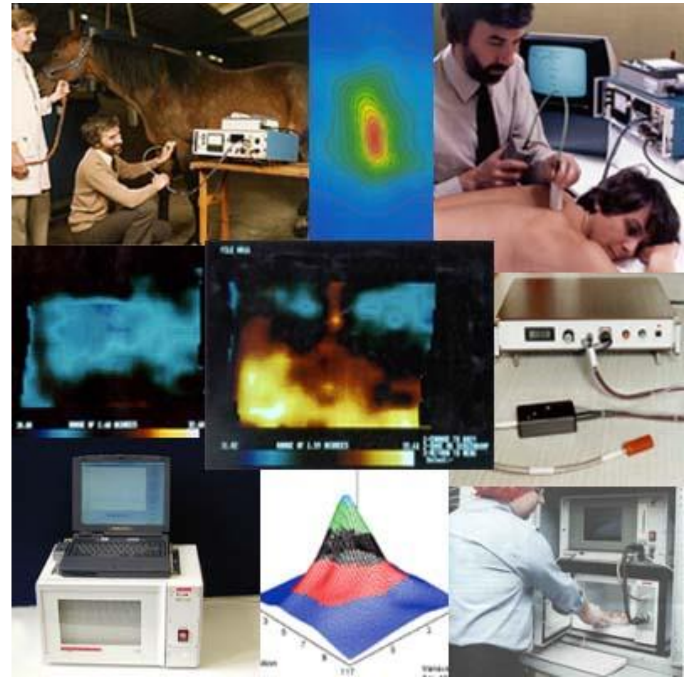
- ❖ 雷达
- ❖ 导弹制导
- ❖ 相控阵雷达
- ❖ 电子战
- ❖ 通讯
- ❖ 定位
- ❖ 高功率微波

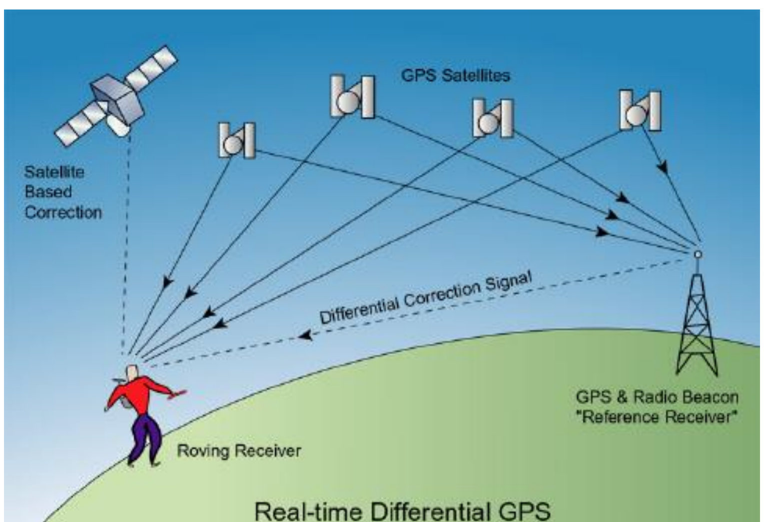
A type of radar set used on the DEW line in the mid 1950s.

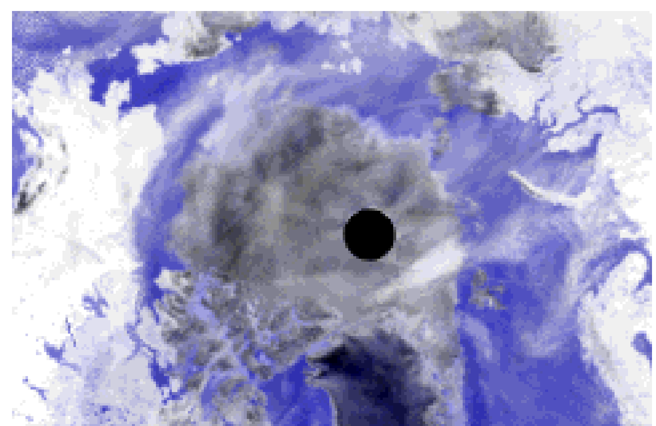
A radar-guided Patriot missile being launched.（1991）

应用

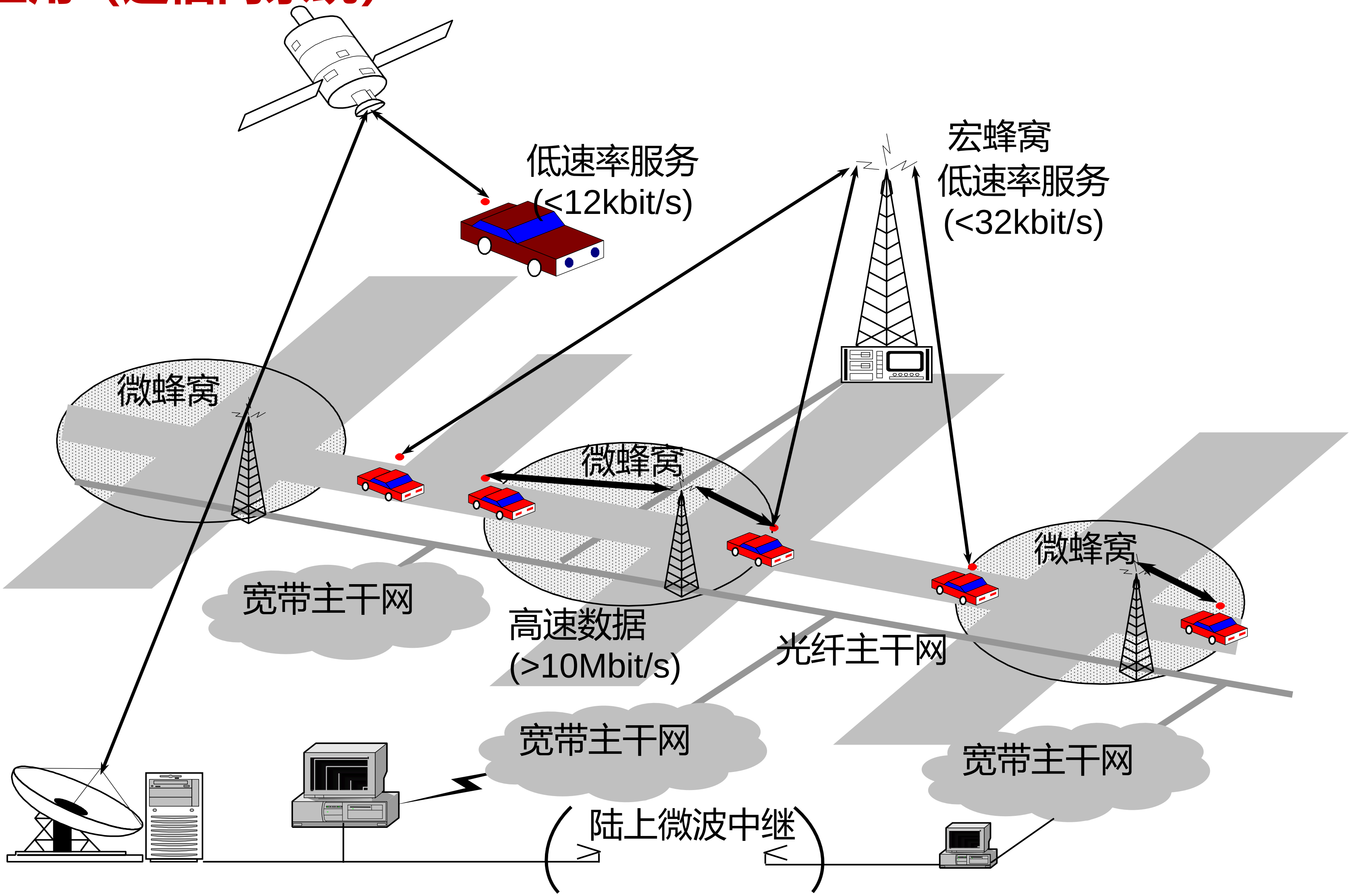

RFID



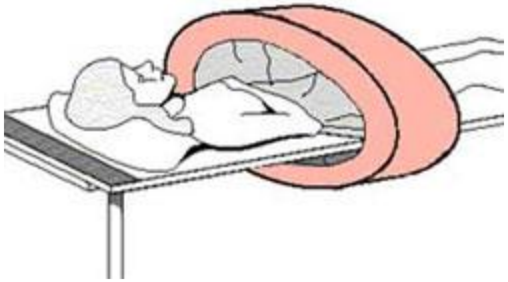

GPS Satellites
Satellite
Based
Correction
Differential Correction Signal
GPS & Radio Beacon
"Reference Receiver"
Roving Receiver
Real-time Differential GPS

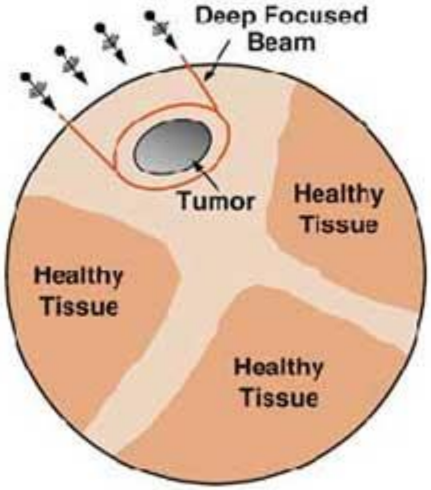


应用（通信网系统）


低速率服务
(<12kbit/s)
宏蜂窝
低速率服务
(<32kbit/s)
微蜂窝
微蜂窝
微蜂窝
宽带主干网
高速数据
(>10Mbit/s)
光纤主干网
宽带主干网
宽带主干网
陆上微波中继

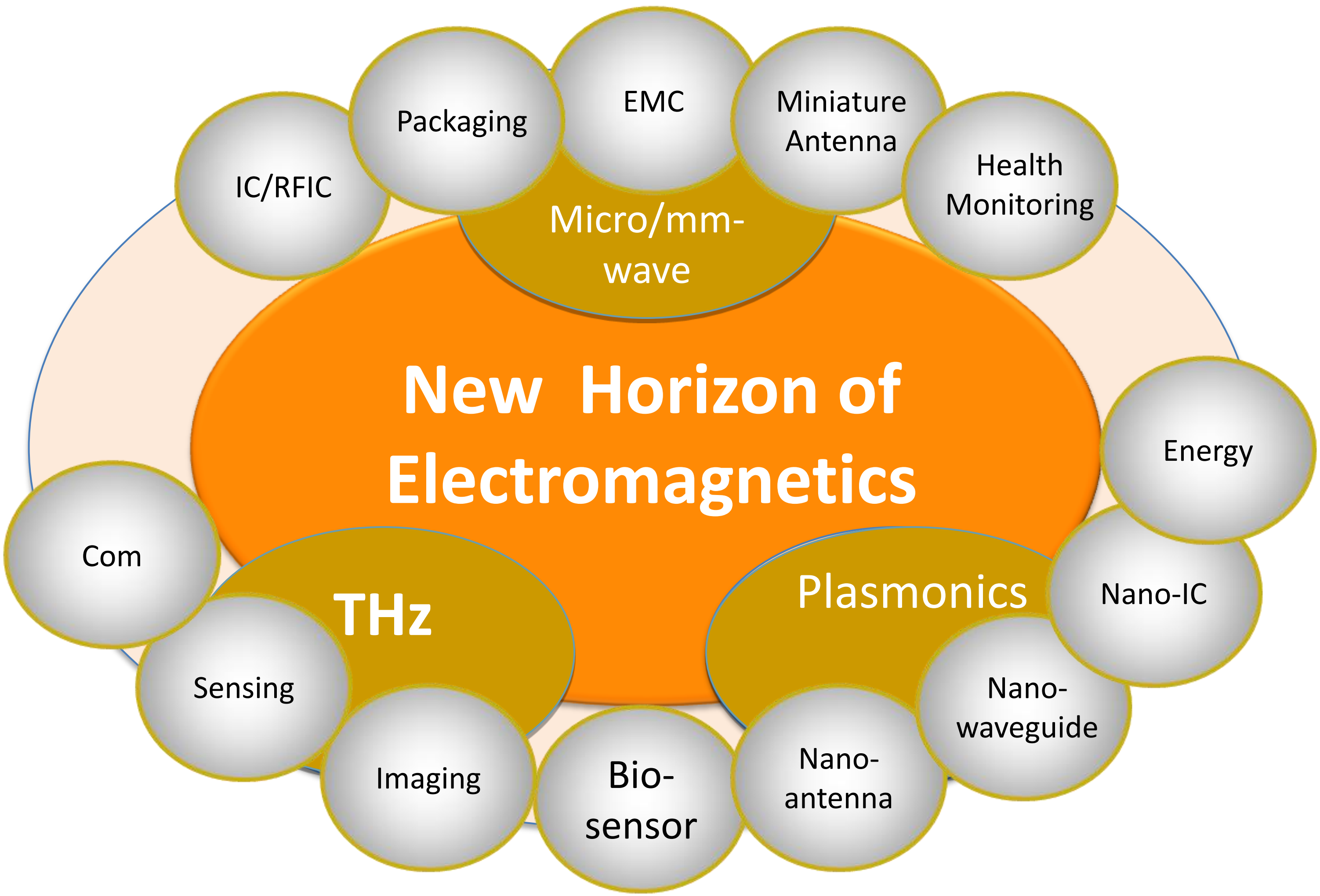
应用




Deep Focused Beam
Tumor
Healthy Tissue
Healthy Tissue
Healthy Tissue

微波治疗

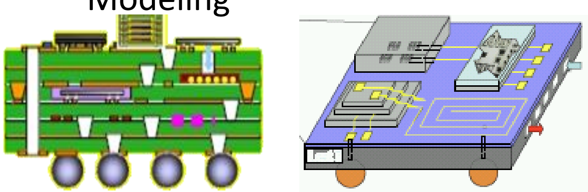
电磁射频技术在最新纳米系统、集成电路和通讯领域的应用



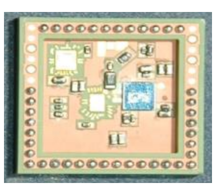
EM for Micro/Nano-scale Electronics and Its Integration

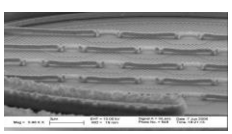
Scope

- Electromagnetic CAE for Micro/nano-scale integrated circuits
- Nano-interconnects
- Electrical performance for 3D integration
- Multi-Physics Simulation Platform for Mixed Electrical-Optical with Simultaneous Thermal-Electrical Modeling



3D System Integration





Nano-interconnects

EM for Health Science and Environmental Monitoring System

Scope

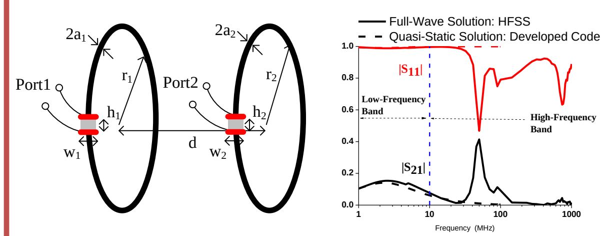
- Body area network
- Wideband antenna /sensors
- Wireless environmental monitoring systems

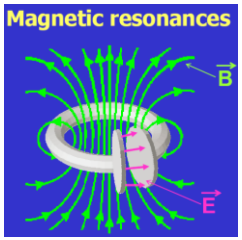
Wireless EM Energy

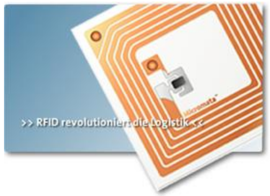
Scope: Electromagnetic resonance based wireless energy to power the lower energy portable biomedical, potable devices

Potential Applications

- RFID
- Wireless mobile devices
- Nano- robot
- Potable Medical devices







…… ……

Maxwell’s Prediction

James Clerk Maxwell
13 Jun 1831- 5 Nov 1879

And Maxwell said,

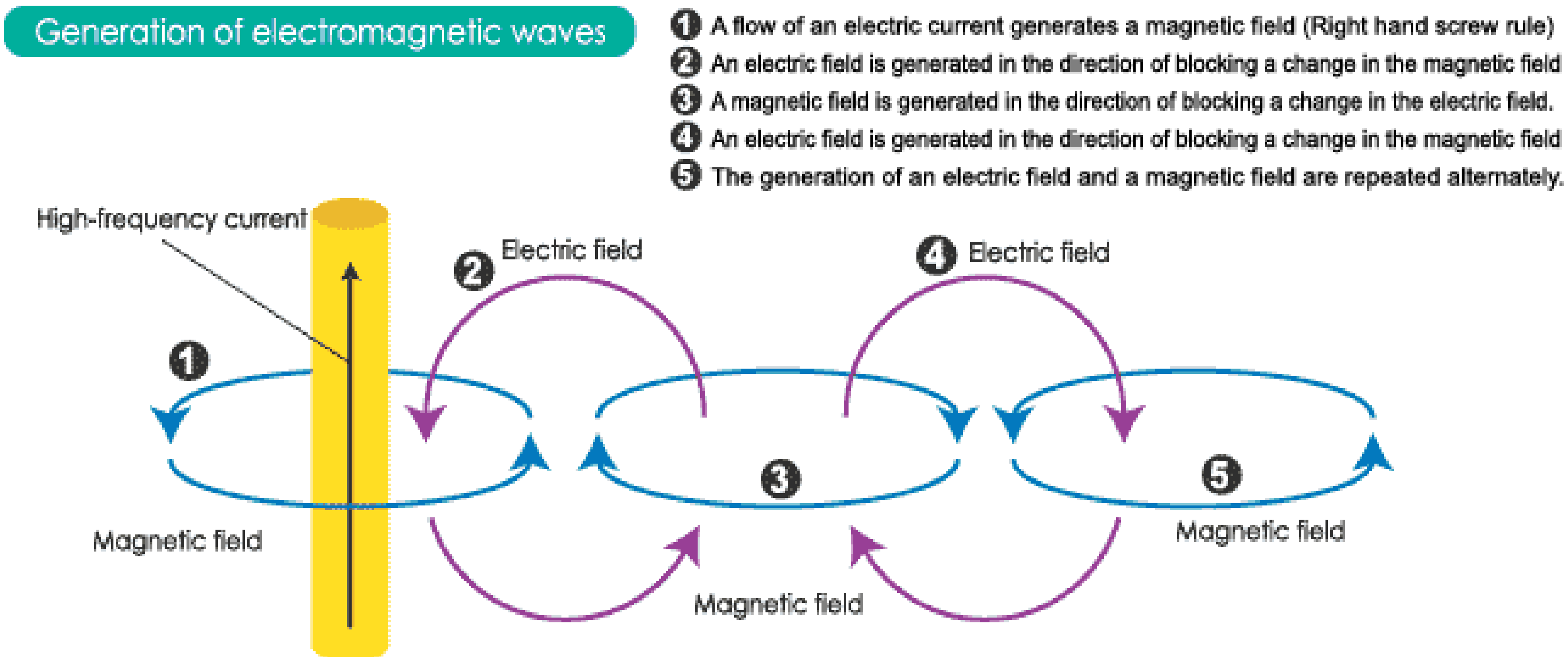
$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_V$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

and then there was light.

1873， 《A Treatise of Electricity and Magnetism》

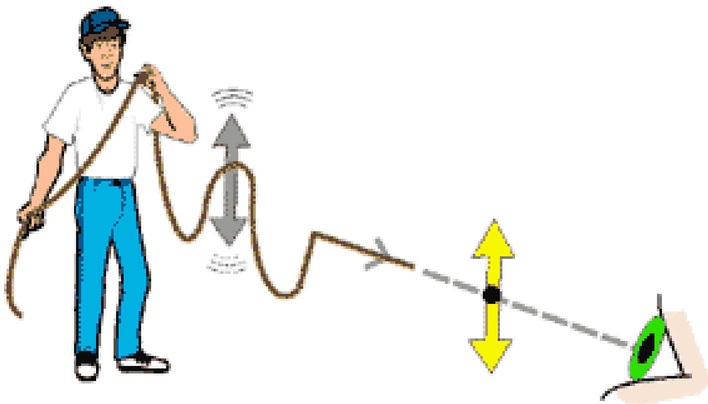
随时间变化的电场、磁场耦合在一起

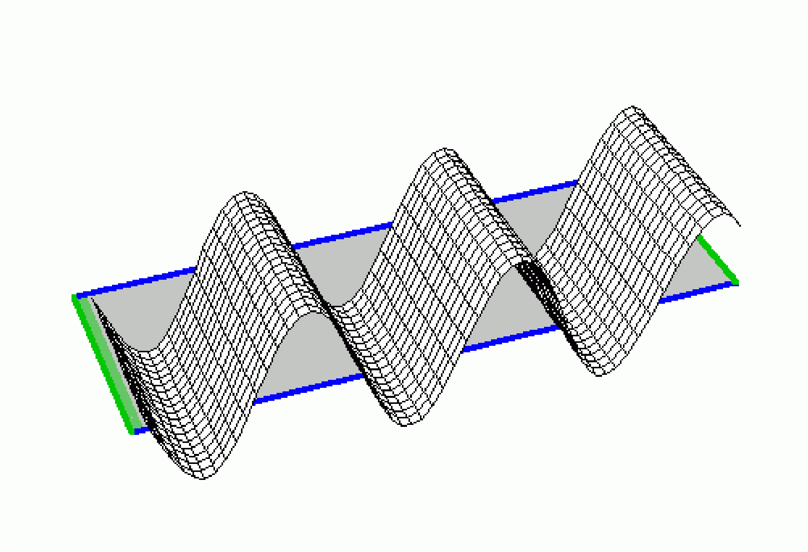


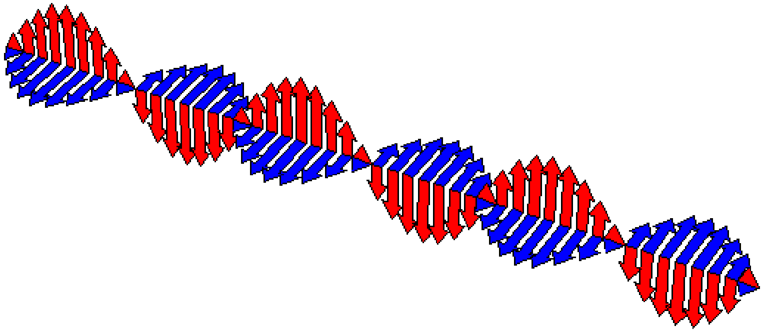
❖ 随时间变化的电场产生磁场，随时间变化的磁场产生电场

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho_V \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0$$

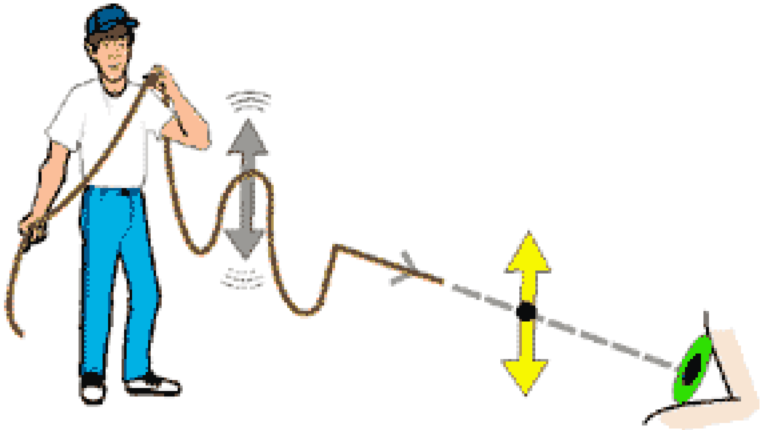
波动

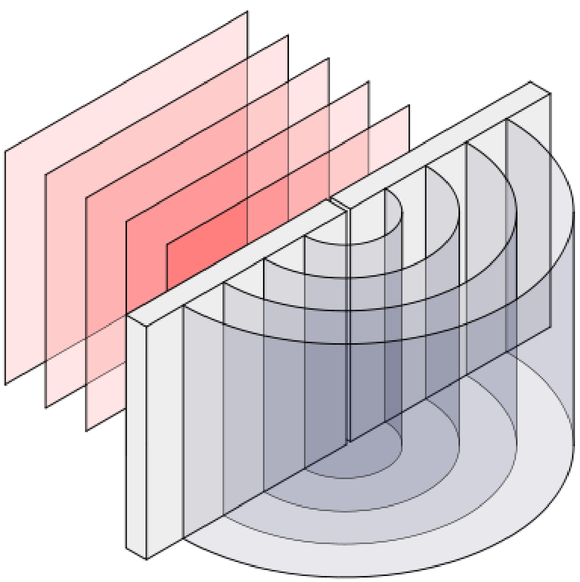


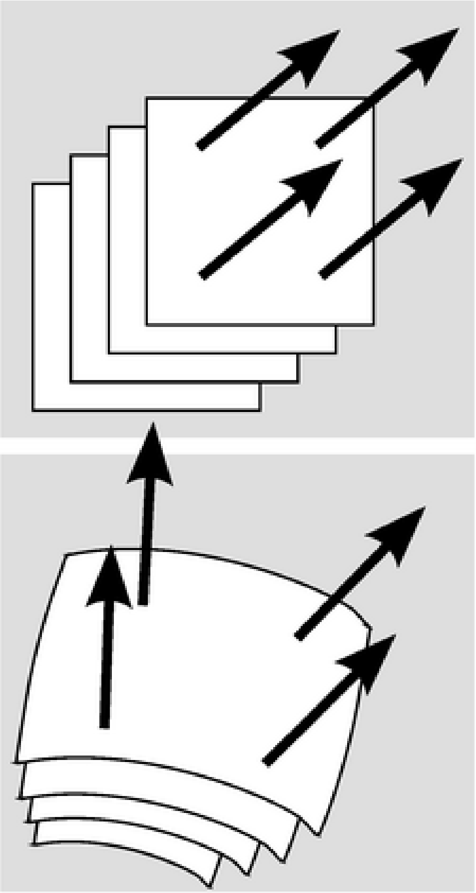




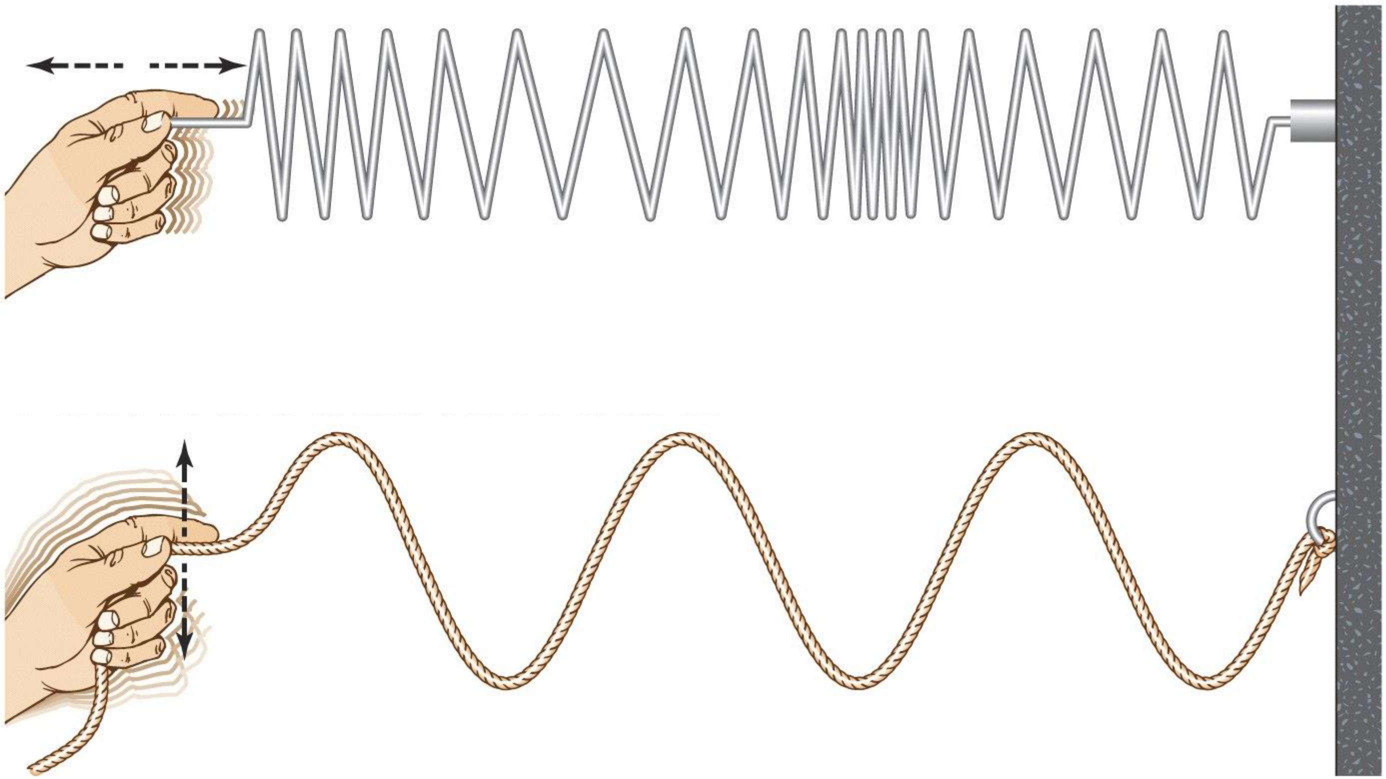
一维波，二维波与三维波



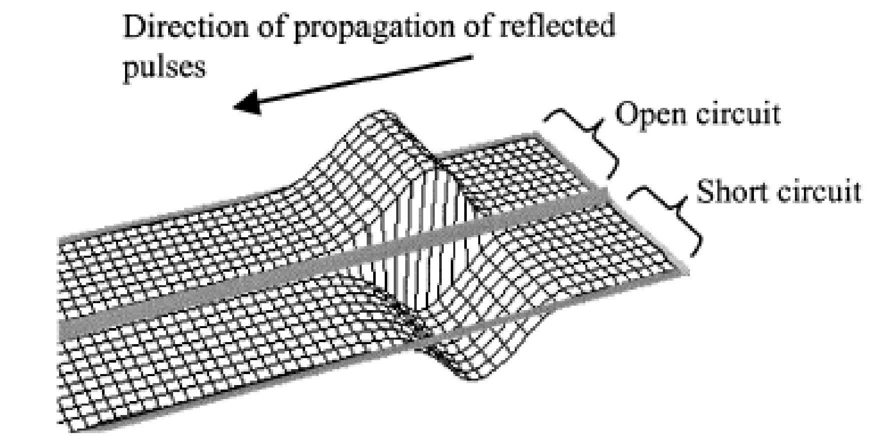


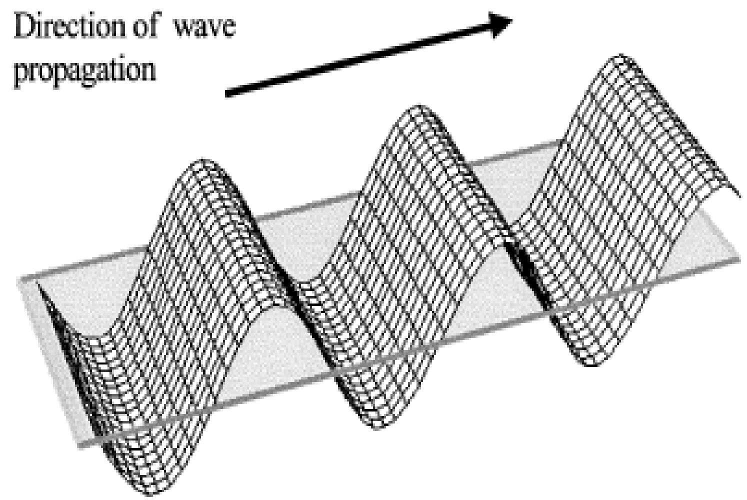


纵波与横波



连续波与脉冲波

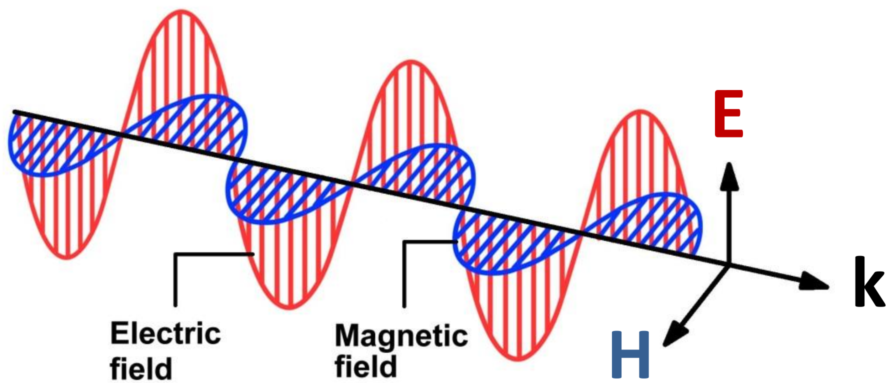




波有瞬态波和随时间作简谐变化的连续波之分。前者作为波源的扰动局限于一个很短的时间内，而后者为连续的简谐振荡源激励。

随时间做简谐变化的连续波的特征

$$A(z,t)=A_0\cos(\omega t-kz+\varphi_0)$$

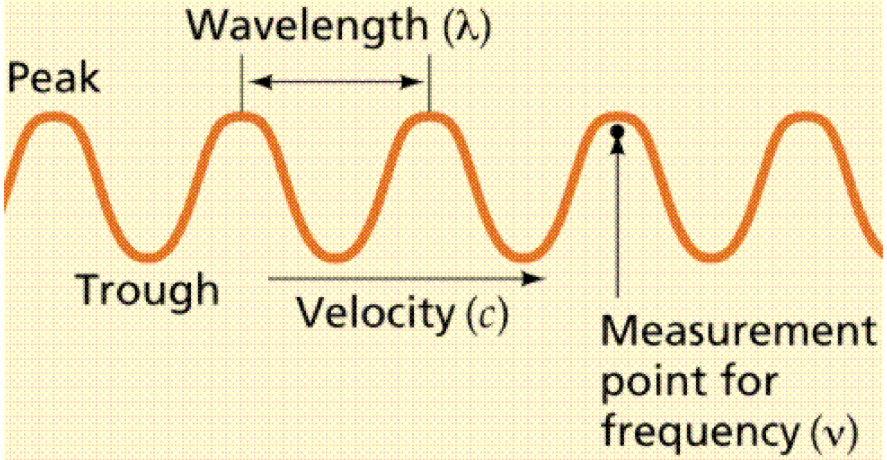


A_0 称为波的振幅

ω 称为角频率

k 称为波的传播常数

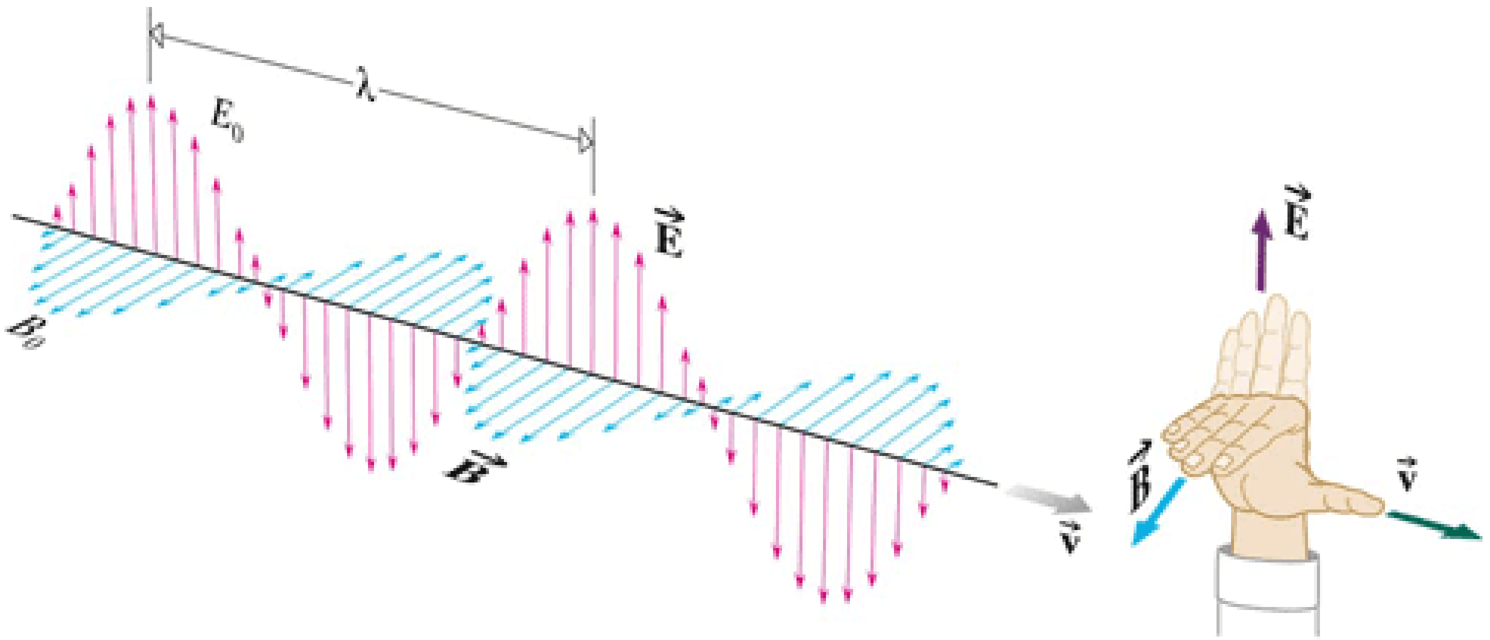
$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\pi f}{c}=\frac{\omega}{c}$$



（$\omega t-kz+\varphi_0$）称为波的**相位**

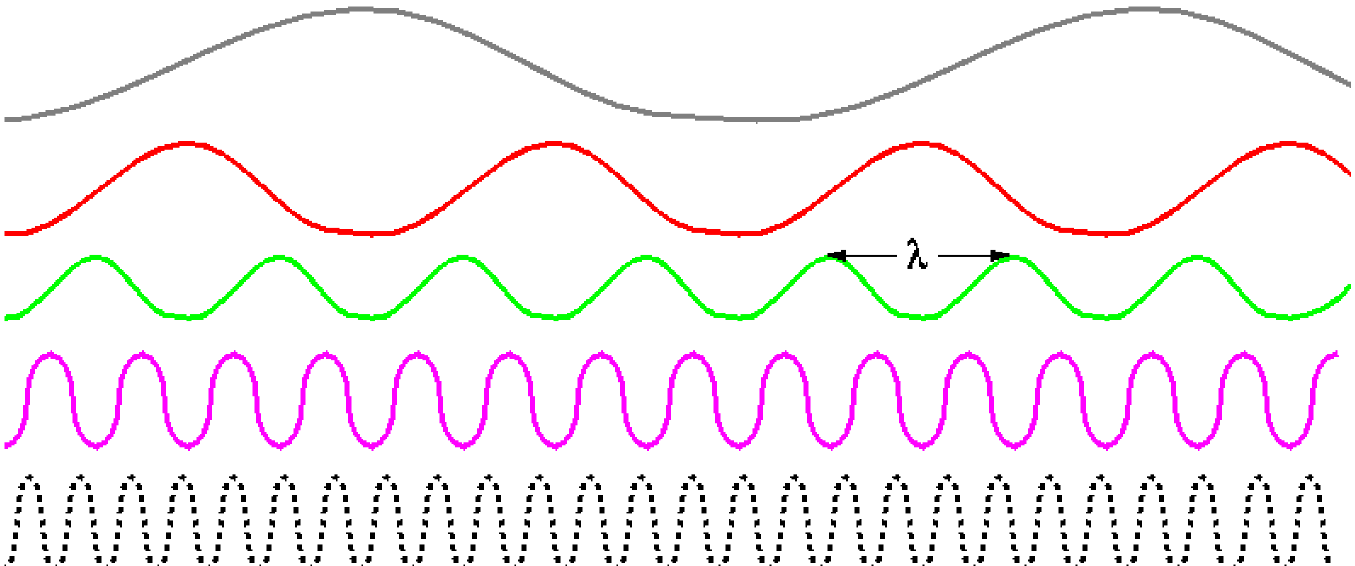
φ_0 称为波的初相

传播方向



波长

The Electromagnetic Spectrum



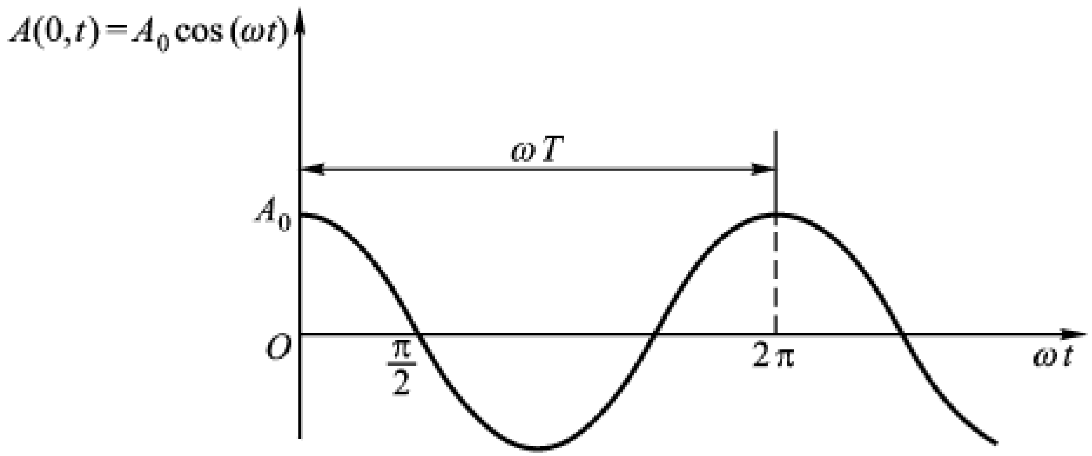
speed = wavelength x frequency

$$c = \lambda f$$

$$\text{Energy of photon} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

where h is Planck' s constant

时间域中看波



- 固定于空间某一点，比如z = 0，观察A(0, t)随时间的变化。
- A随t作周期变化，相位变化2π的时间叫周期T，即$\boxed{\omega T = 2\pi}$
- 频率 $\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$ ，单位为赫兹（Hz）。
- $\boxed{\omega = 2\pi f}$，称为角频率，单位是弧度/秒（rad/s）。
- ω表示2π时间长度内包含的时间周期数。

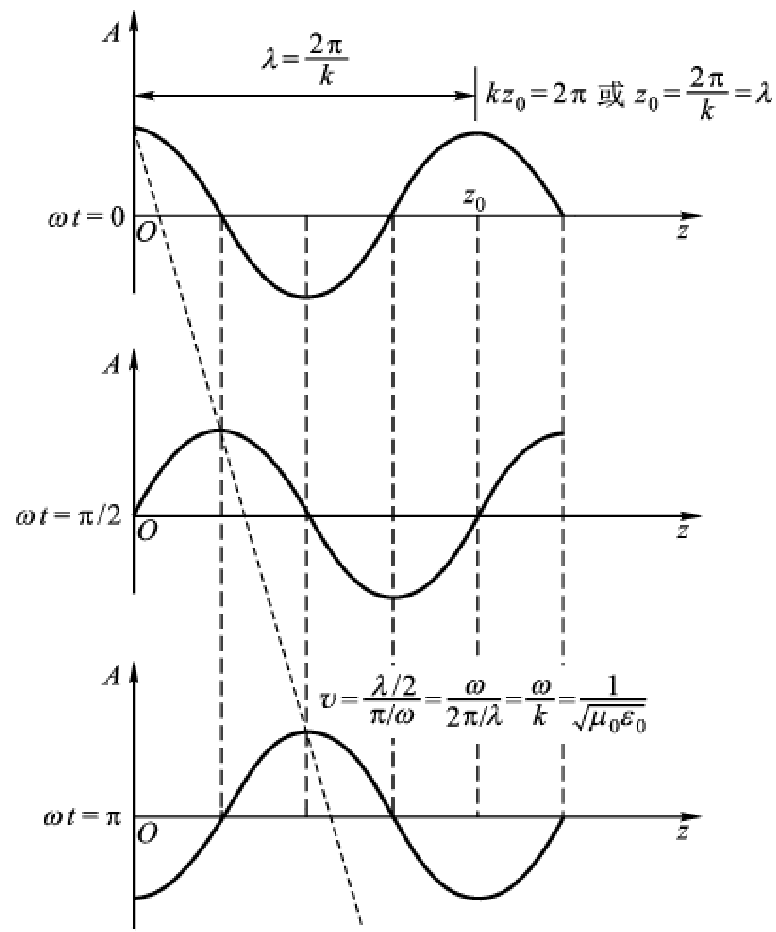
空间域中看波

$$A(z,t)=A_0\cos(\omega t-kz)$$

- 固定时间t，观察A随z的变化
- ωt = 0, π/2, π （或t = 0, T/4, T/2） 三个时刻A随空间z的变化。
- A在z方向也是周期变化的。
- 相位变化2π的距离称为波长λ，即

  $k\lambda=2\pi$， 由此得到 $\boxed{\lambda=\dfrac{2\pi}{k}}$

- k为2π距离内包含的波数，或2π距离内包含的空间周期数，即 $\boxed{k=\dfrac{2\pi}{\lambda}}$
- **空间域中波长λ、波数k与时间域中周期T、角频率ω是等价的。**



波的速度

$$A(z,t)=A_0\cos(\omega t-kz+\varphi_0)$$

❖ 设想有一个人站在波峰上，此人随着波峰前进的速度即波的速度，这就要求cos($\omega t-kz$)是常数，或者波的相位是常数：

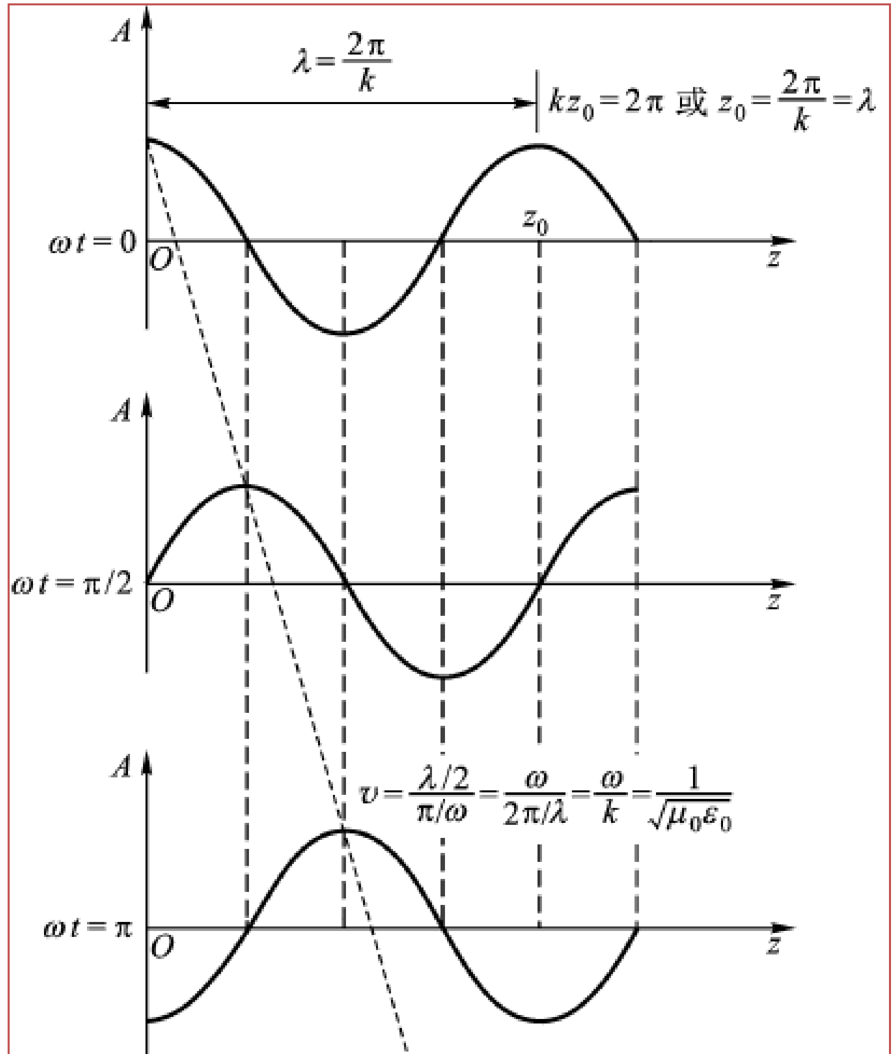
$\omega t-kz$ = 常数

❖ 波传播速度 $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=v=\dfrac{\omega}{k}}$

❖ 因为 $\omega=2\pi f$，而 $k=\dfrac{2\pi}{\lambda}$

所以 $v=f\lambda$。

❖ 在真空中v等于光速c，即 $c=f\lambda$



波的基本信息

$$A(z,t) = A_0 \cos(\omega t - kz + \varphi_0)$$

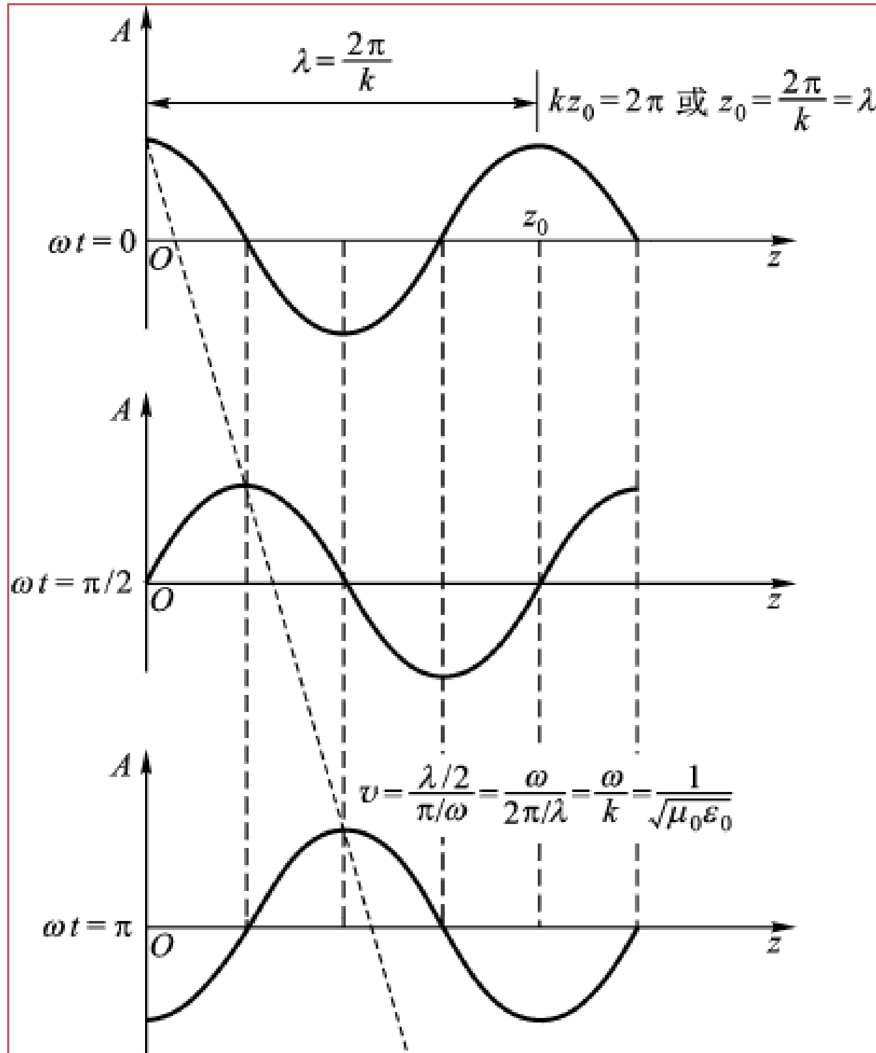
- 如果式中相位表达式为

$$\omega t + kz + \varphi_0$$

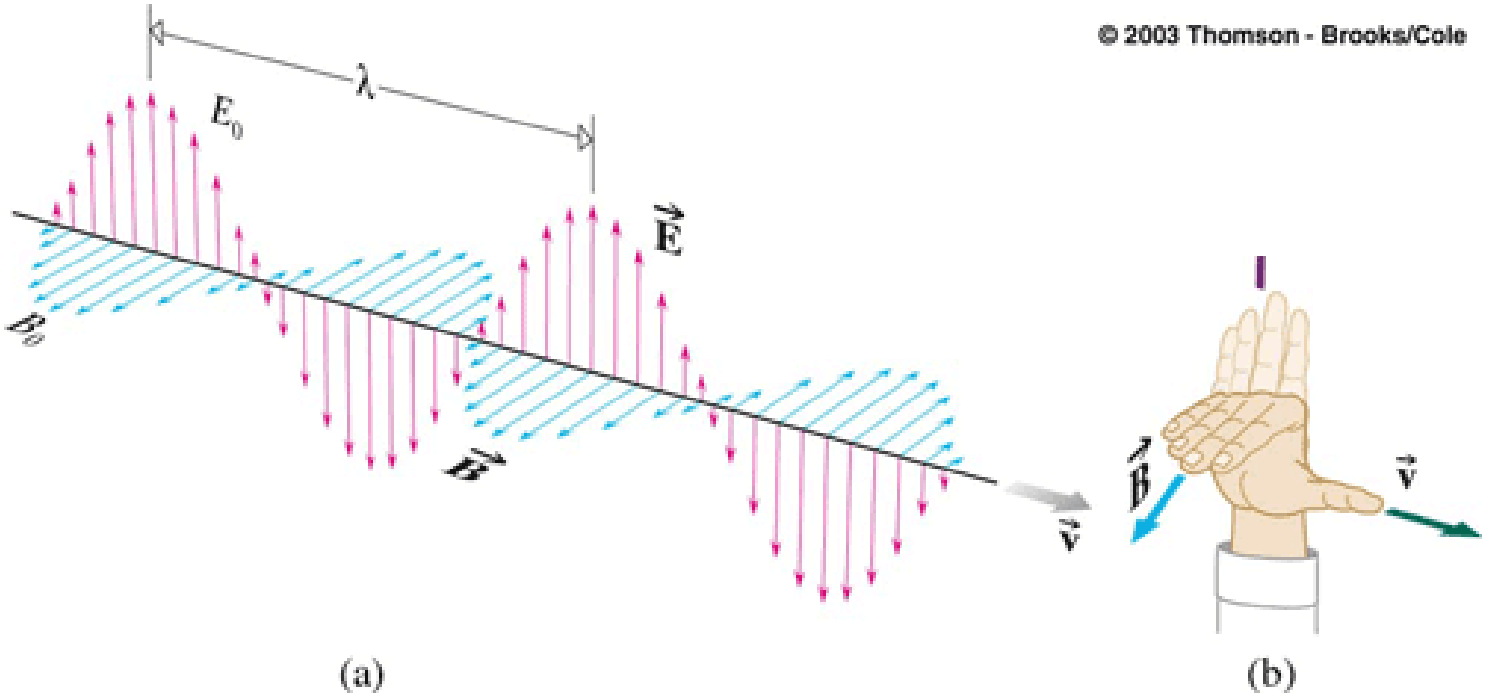
- 则表示沿$-z$方向传播的波。
- 表示波动的两个主要参数ω由激励波的振荡源频率决定。
- 在ω已知的情况下，描述波特征的物理量主要是波的传播常数k，它决定了波的波长及波传播的速度。

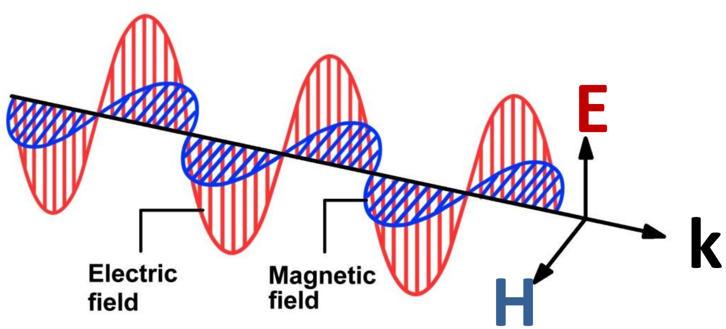
$$\frac{dz}{dt} = v = \frac{\omega}{k} \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = 2\pi f \qquad v = f\lambda$$



电磁波


© 2003 Thomson - Brooks/Cole
λ
E_0
$\vec{E}$
B_0
$\vec{B}$
$\vec{v}$
I
$\vec{B}$
$\vec{v}$
(a)
(b)


E
k
H
Electric field
Magnetic field

电磁波是横波

时谐标量波的复数表示

❖ 时谐标量波可表示成

$$u(z,t)=U_0\cos(\omega t-kz+\varphi_{0u})=U_0\cos[\omega t+\varphi_u(z)]$$

$$\varphi_u(z)=-kz+\varphi_{0u}$$

❖ 时谐标量波可用复数表示

– 表示”的意义是，电压波 $u(z, t)$ 与一个复数 U 对应

❖ 复数 U 的定义是

$$\boxed{U=U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u(z)}=U_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(kz-\varphi_{0u})}}$$

❖ 复数 U 的模 $|U| = U_0$，相位 $\boxed{\varphi_u(z)=-kz+\varphi_{0u}}$

时谐标量波的复数表示

❖ $u(z, t)$ 与 U 对应的意义是，U 乘 $e^{j\omega t}$ 取实部，就得到$u(z, t)$，即

$$u(z,t)=\mathrm{Re}\left[U\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$
$$=\mathrm{Re}\left[\left(U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u(z)}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$
$$=\mathrm{Re}\left[\left(U_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(kz-\varphi_{0u})}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

❖ 式中，Re[]表示对[ ]中的复量取实部运算。为简化书写，符号 $\mathrm{Re}\left[(\ )\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$ 常略去，用复数 U 等效于时谐标量波 $u(z, t)$，即

$$u(z,t)\leftrightarrow U=U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u}=U_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(kz-\varphi_{0u})}$$

时谐标量波复数表示的加法运算规则

❖ 如果 $u(z,t)=U_0\cos(\omega t-kz+\varphi_{0u})$

$$u(z,t)\leftrightarrow U=U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u}\qquad \varphi_u=-kz+\varphi_{0u}$$

$$v(z,t)=V_0\cos(\omega t-kz+\varphi_{0v})$$

$$v(z,t)\leftrightarrow V=V_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_v}\qquad \phi_v=-kz+\phi_{0v}$$

❖ 很容易证明 $\left(u(z,t)+v(z,t)\right)$ 与复数（U+V）对应，即

$$\boxed{u(z,t)+v(z,t)\leftrightarrow U+V}$$

❖ 因为

$$u(z,t)+v(z,t)=\mathrm{Re}\left[(U+V)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

时谐标量波复数表示的微分、积分运算规则

$$\frac{\partial}{\partial t}u(z,t)\leftrightarrow \mathrm{j}\omega U$$

$$\int u(z,t)\mathrm{d}t \leftrightarrow \frac{U}{\mathrm{j}\omega}$$

❖ 因为

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial t}=-\omega U_0\sin(\omega t-kz+\varphi_{0u})=\mathrm{Re}\left[\mathrm{j}\omega U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

$$\int u(z,t)\mathrm{d}t=\frac{U_0\sin(\omega t-kz+\varphi_{0u})}{\omega}=\mathrm{Re}\left[\frac{U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{\mathrm{j}\omega}\right]$$

❖ 对于随时间变化的量，上式积分中的常数可不予考虑。所以时谐标量波用复数表示后，对时间的微分、积分运算简化为乘与除 $j\omega$ 的代数运算。

两时谐变量乘积的时间平均值运算规则

❖时谐变量的时间平均值总是等于零的。$< u(t) >= \frac{1}{T}\int_0^T U_0\cos(\omega t+\varphi_u)\mathrm{d}t = 0$

❖但是两个时谐变量乘积的平均值并不总是等于零的，例如

$$u(t) = U_0\cos(\omega t+\varphi_u) \qquad i(t) = I_0\cos(\omega t+\varphi_i)$$

$$\langle u(t)i(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T U_0\cos(\omega t+\varphi_u)I_0\cos(\omega t+\varphi_i)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}U_0I_0\cos(\varphi_u-\varphi_i)$$

❖与$u(t)$、$i(t)$对应的复数 U、I 分别为

$$u(t) \leftrightarrow U = U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u} \qquad i(t) \leftrightarrow I = I_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_i}$$

❖因为 $\mathrm{Re}\left[UI^*\right] = \mathrm{Re}\left[U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u}I_0\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\varphi_i}\right] = \mathrm{Re}\left[U_0I_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_u-\varphi_i)}\right] = U_0I_0\cos(\varphi_u-\varphi_i)$

所以，引入 $u(t)$、$i(t)$ 的复数表示 U、I 后，$u(t)$与$i(t)$乘积的时间平均值计算可简化为

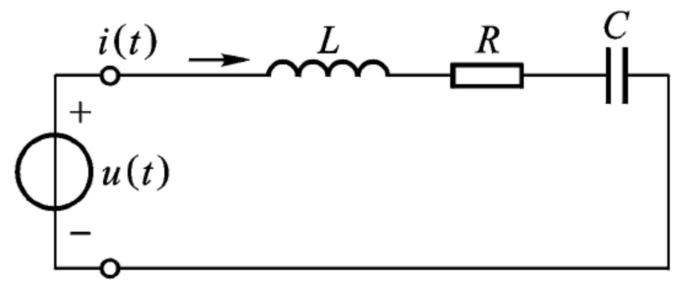
$$< u(t)i(t) >= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[VI^*\right]$$

时谐标量波的复数表示解电路方程

❖ 如果工作频率很低，在电路元件占据的空间范围内，$kz=2\pi\dfrac{z}{\lambda}$ 随 z 的变化可忽略不计，那么电压波（φ_u 可认为与 z 无关）

$$u(z,t)=U_0\cos(\omega t-kz+\varphi_{0u})=U_0\cos(\omega t+\varphi_u)=u(t)$$

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}+Ri(t)+\frac{\int i(t)\mathrm{d}t}{C}=u(t)$$



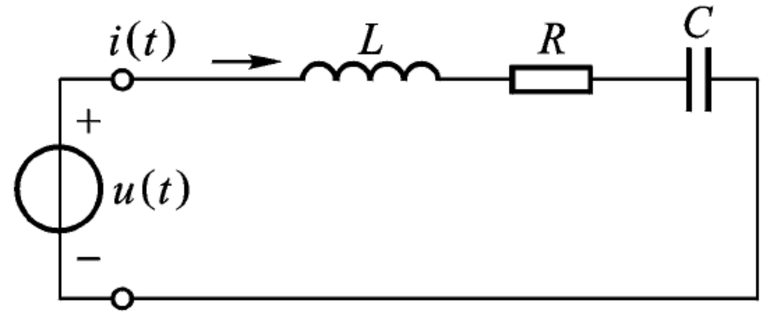
❖ 当简谐变化的电压u(t)、i(t)用复数表示时，即

$$u(t)\leftrightarrow U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u}=U \qquad i(t)\leftrightarrow I_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_i}=I$$

$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}\leftrightarrow \mathrm{j}\omega I_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_i}=\mathrm{j}\omega I \qquad \int i(t)\mathrm{d}t\leftrightarrow\frac{I_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_i}}{\mathrm{j}\omega}=I/\mathrm{j}\omega$$

时谐标量波的复数表示解电路方程

$$L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}+Ri(t)+\frac{\int i(t)\mathrm{d}t}{C}=u(t)$$



***u* (*t*)作用于*RLC*回路**

微分方程可简化为代数方程

$$\mathrm{j}\omega LI+RI+\frac{I}{\mathrm{j}\omega C}=U$$

所以 $I=U/Z$

式中

$$Z=R+\mathrm{j}\omega L+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}$$

而 $i(t)=\mathrm{Re}\left[I\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]=\mathrm{Re}\left[\frac{U_0\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_u}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}}{R+\mathrm{j}\omega L+1/\mathrm{j}\omega C}\right]$

时谐矢量的复矢量表示

设随时间作简谐变化的电场强度为

$$\boldsymbol{E}(x,y,z,t)=\boldsymbol{x}_0 E_x(x,y,z,t)+\boldsymbol{y}_0 E_y(x,y,z,t)+\boldsymbol{z}_0 E_z(x,y,z,t)$$

其x 分量$E_x(x, y, z, t)$表示为

$$E_x(x,y,z,t)=E_1(x,y,z)\cos(\omega t+\varphi_1)$$

这是一个时谐标量，与其对应的复数表示是

$$E_x(x,y,z)=E_1(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_1}$$

于是

$$\boxed{E_x(x,y,z,t)=\mathrm{Re}\left[E_x(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]}$$

所以时谐标量 $E_x(x,y,z,t)$ **与复数**$E_x(x,y,z)$**对应。**

时谐矢量的复矢量表示

$$\boldsymbol{E}(x,y,z,t)=\boldsymbol{x}_0E_x(x,y,z,t)+\boldsymbol{y}_0E_y(x,y,z,t)+\boldsymbol{z}_0E_z(x,y,z,t)$$

同样 $$E_y(x,y,z,t)=E_2(x,y,z)\cos(\omega t+\varphi_2)$$

可表示成 $$\boxed{E_y(x,y,z,t)=\mathrm{Re}\left[\dot{E}_y(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]}$$

式中 $$\dot{E}_y(x,y,z)=E_2(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_2}$$

同样 $$E_z(x,y,z,t)=E_3(x,y,z)\cos(\omega t+\varphi_3)$$

可表示成 $$\boxed{E_z(x,y,z,t)=\mathrm{Re}\left[\dot{E}_z(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]}$$

式中 $$\dot{E}_z(x,y,z)=E_3(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_3}$$

时谐矢量的复矢量表示

$$\boldsymbol{E}(x,y,z,t)=\boldsymbol{x}_0E_x(x,y,z,t)+\boldsymbol{y}_0E_y(x,y,z,t)+\boldsymbol{z}_0E_z(x,y,z,t)$$

$$E_x(x,y,z,t)=\mathrm{Re}\left[E_x(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

$$E_y(x,y,z,t)=\mathrm{Re}\left[E_y(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

$$E_z(x,y,z,t)=\mathrm{Re}\left[E_z(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{E}(x,y,z,t)=\mathrm{Re}\left\{[\boldsymbol{x}_0E_x(x,y,z)+\boldsymbol{y}_0E_y(x,y,z)+\boldsymbol{z}_0E_z(x,y,z)]\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right\}}$$

$$\boldsymbol{E}(x,y,z,t)=\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{E}(x,y,z)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right]$$

$$\boxed{\boldsymbol{E}(x,y,z)=\boldsymbol{x}_0E_x(x,y,z)+\boldsymbol{y}_0E_y(x,y,z)+\boldsymbol{z}_0E_z(x,y,z)}$$

称***E*(*x*,*y*,*z*)**为复矢量。

复矢量是矢量，每一个分量是复数，它不是时间的函数。

两时谐矢量叉积的时间平均值

❖ 设复矢量 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{E}_r + j\boldsymbol{E}_i$， $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{H}_r + j\boldsymbol{H}_i$，

与复矢量对应的时谐矢量为 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$，$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right] = \boldsymbol{E}_r\cos(\omega t) - \boldsymbol{E}_i\sin(\omega t)$$

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{Re}\left[\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\right] = \boldsymbol{H}_r\cos(\omega t) - \boldsymbol{H}_i\sin(\omega t)$$

❖ 所以 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$ 的时间平均值是

$$\boxed{\left\langle \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)\right\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{E}_r\times\boldsymbol{H}_r + \boldsymbol{E}_i\times\boldsymbol{H}_i\right)}$$

两时谐矢量叉积的时间平均值

$$\langle \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)\rangle=\frac{1}{T}\int_0^T\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)dt=\frac{1}{2}(\boldsymbol{E}_r\times\boldsymbol{H}_r+\boldsymbol{E}_i\times\boldsymbol{H}_i)$$

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{E}_r+j\boldsymbol{E}_i,\quad \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{H}_r+j\boldsymbol{H}_i,$$

如果我们取复矢量 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ 与 $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 的共轭复矢量$\boldsymbol{H}^*(\boldsymbol{r})$的叉积

$$\boxed{\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{H}^*(\boldsymbol{r})=\boldsymbol{E}_r\times\boldsymbol{H}_r+\boldsymbol{E}_i\times\boldsymbol{H}_i+j(\boldsymbol{E}_i\times\boldsymbol{H}_r-\boldsymbol{E}_r\times\boldsymbol{H}_i)}$$

因此 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)$ 的时间平均值又可表示为

$$\boxed{\langle \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)\times\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r},t)\rangle=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})\times\boldsymbol{H}^*(\boldsymbol{r})\right]}$$

两时谐矢量叉积的时间平均值计算可简化为取实部运算。

复 习

- **要点:**
  - 最简单一维波表示为Acos(ωt-kz)
  - 波的振幅A，频率f，角频率$\omega=2\pi f$，相移常数（也称为空间频率）k，波的振荡周期$T=2\pi/\omega$，波长$\lambda=2\pi/k$，相速$v=\omega/k$的物理意义。
  - 时谐标量波及其复数表示
  - 时谐矢量波及其复矢量表示
- **复习**
  - 1.1-1.4，
- **预习**
  - 2.1-2.3

The End.

郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn