

Lesson 18

Electromagnetic Fields and Waves

横向谐振
介质光波导

郑史烈

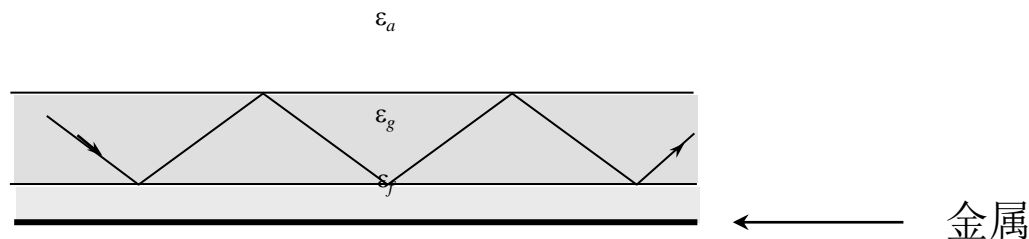
zhengsl@zju.edu.cn



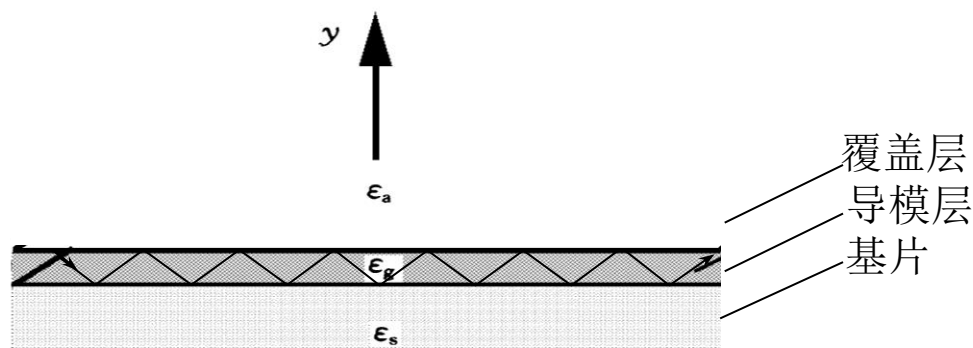
James Clerk Maxwell
1831 – 1879

平板介质光波导导引电磁波的物理解释

- ❖ 导模层介电常数大于两旁的介电常数，入射角大于临界角，发生全内反射
- ❖ 内部区域波来回反射一次相移为 $2n\pi$ 。



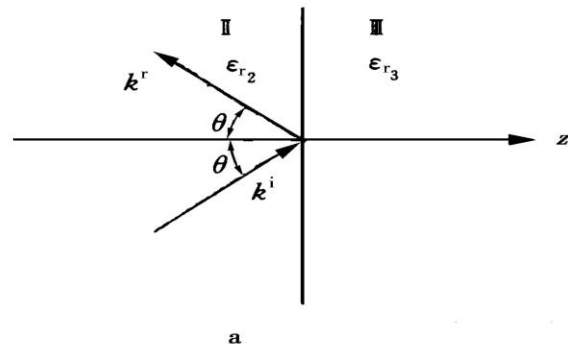
(a) 毫米波介质波导



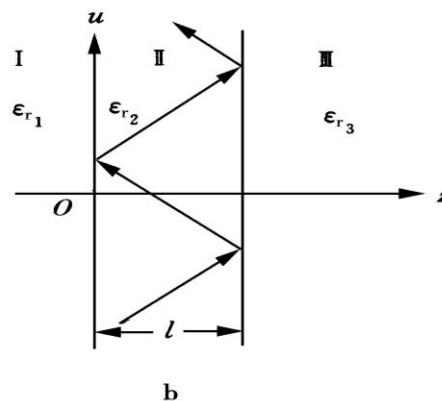
(b) 平板介质光波导

平板介质光波导

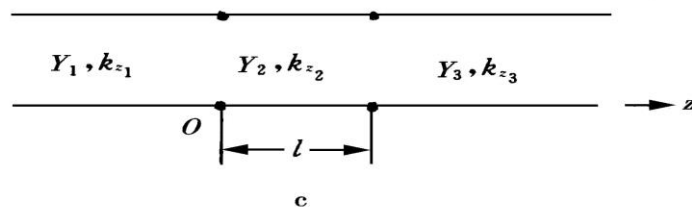
a) 光从密媒质到疏媒质的全反射



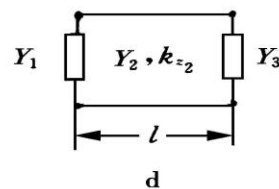
b) 光在单层平板介质波导中的传播



c) 单层平板介质波导的横向等效电路



d) 单层平板介质波导横向等效电路的进一步简化



平板介质波导的横向谐振原理

$$\vec{Y} + \vec{Y} = 0$$

❖ 式中 $\vec{Y} = Y_1$

$$\vec{Y} = Y_2 \frac{Y_3 + jY_2 \tan(k_{z2} l)}{Y_2 + jY_3 \tan(k_{z2} l)}$$

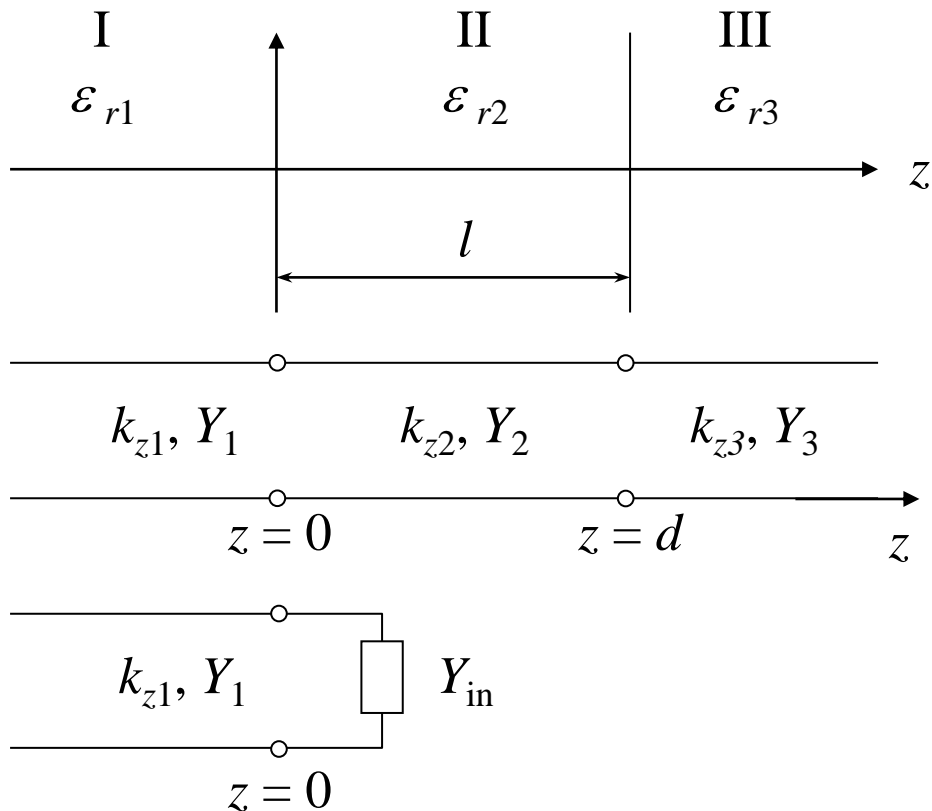
❖ 由此得到

$$Y_1 + Y_2 \frac{Y_3 + jY_2 \tan(k_{z2} l)}{Y_2 + jY_3 \tan(k_{z2} l)} = 0$$

❖ 可改写成

$$\tan(k_{z2} l) = j \frac{Y_2 (Y_1 + Y_3)}{Y_1 Y_3 + Y_2^2}$$

❖ 电磁波在薄层介质II中传播, 要求 k_{z2} 、 Y_2 是实数, 此时 Y_1 、 Y_3 一定是虚数, k_{z1} 、 k_{z3} 也是虚数, 区域I、III 没有波的传播。



平板介质波导

横向谐振包含波限制在导模层中传播必要而充分的条件

$$\tan(k_{z_2} l) = j \frac{Y_2 (Y_1 + Y_3)}{Y_1 Y_3 + Y_2^2} \quad (1)$$

k_{z_1}, k_{z_3} 为虚数要求

$$\epsilon_{r2} > \epsilon_{r1}, \quad \epsilon_{r2} > \epsilon_{r3}$$

❖ 式(1)还可改写为

$$\frac{Y_2 - Y_1}{Y_2 + Y_1} = \frac{Y_2 + Y_3}{Y_2 - Y_3} e^{j2k_{z_2} l}$$

❖ 定义介质分界面的反射系数

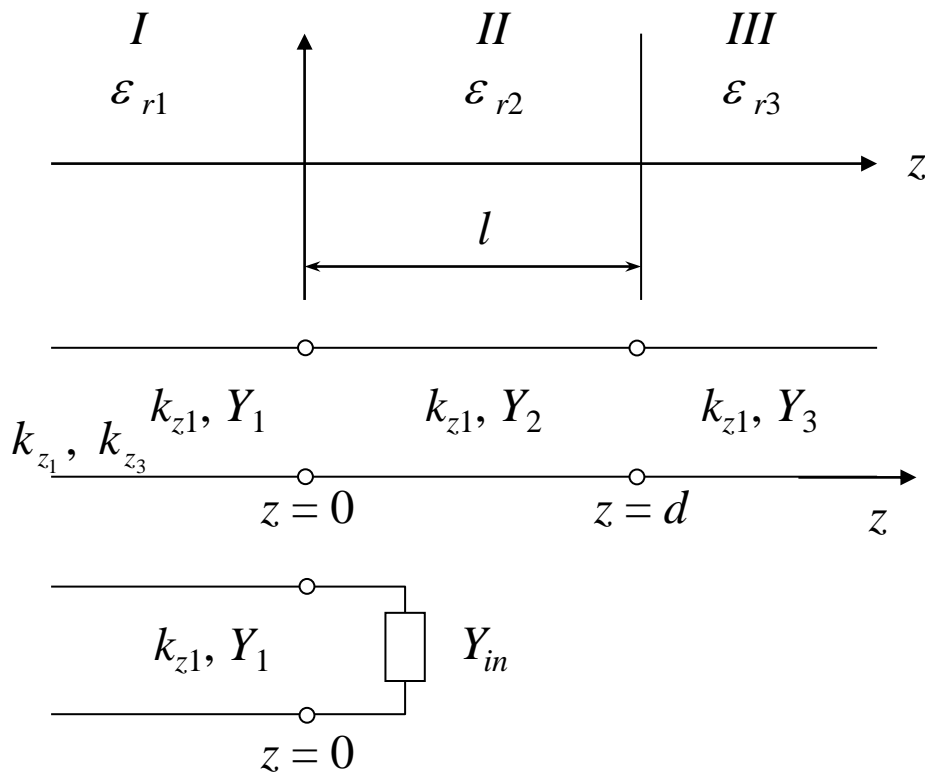
$$\Gamma_{12} = -\Gamma_{21} = \frac{Y_1 - Y_2}{Y_1 + Y_2}$$

$$\Gamma_{23} = -\Gamma_{32} = \frac{Y_2 - Y_3}{Y_2 + Y_3}$$

❖ 则式(1)可写成

$$e^{-jk_{z_2} l} \Gamma_{23} e^{-jk_{z_2} l} \Gamma_{21} = 1$$

❖ 上式表明，波在介质II沿z方向来回反射一次后，没有发生变化。



平板介质波导

横向谐振包含波限制在导模层中传播必要而充分的条件

$$e^{-jk_{z_2}l} \Gamma_{23} e^{-jk_{z_2}l} \Gamma_{21} = 1$$

❖ 只有 $|\Gamma_{21}|$ 、 $|\Gamma_{23}|$ 等于1才能使上式成立，这就要求 Y_1 、 Y_3 为纯虚数

$$Y_1 = jx_1 \quad Y_3 = jx_3$$

❖ 因此 $\Gamma_{2i} = \frac{Y_2 - Y_i}{Y_2 + Y_i} = \frac{Y_2 - jx_i}{Y_2 + jx_i} = e^{-j2\varphi_i} \quad (i=1,3)$

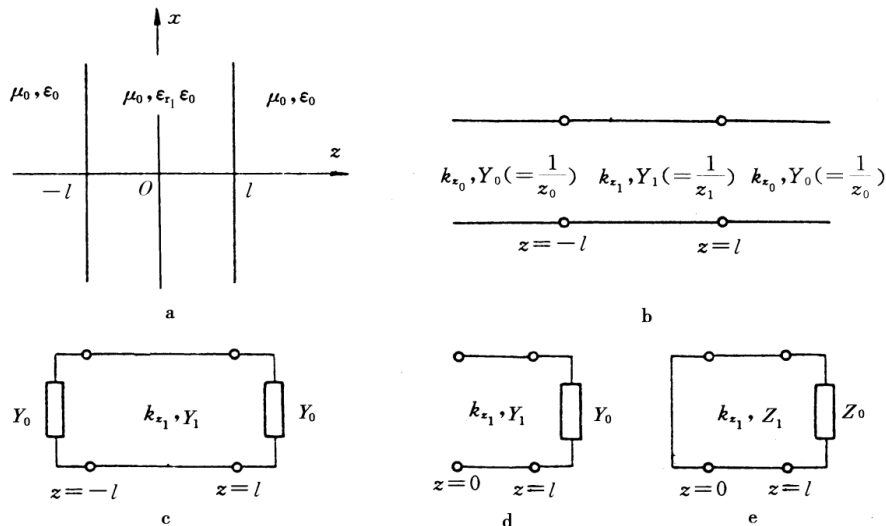
$$\varphi_i = \arctan \left(\frac{X_i}{Y_2} \right) \quad (i=1,3)$$

❖ 由此得到电磁波限制在导模层（介质II）中传播的条件是

$$(1) \quad \varepsilon_{r_2} > \varepsilon_{r_1}, \quad \varepsilon_{r_2} > \varepsilon_{r_3} \quad (2) \quad \varphi_1 + \varphi_3 + k_{z_2}l = n\pi$$

❖ 条件（1）保证介质II与介质I、III分界面发生全内反射，条件（2）则保证导膜层内波来回反射一次总相移为 $2n\pi$ ，这都含在 $\Sigma Y = 0$ （或 $\Sigma Z = 0$ ）中。

对称单层平板介质光波导



对称单层平板介质波导及其等效电路

❖ 所讨论的单层平板介质光波导具有对称性，其场分布有两种可能：

- 一种是偶对称，对于电压来说，对称面 ($z=0$) 为波幅，相当于开路；
- 另一种是奇对称，对称面对于电压来说是波节，相当于短路。

❖ 因此电磁波沿对称结构的单层平板介质光波导的传播可以分为四种情况

对称面开路 $\begin{cases} \text{TE模} \\ \text{TM模} \end{cases}$

对称面短路 $\begin{cases} \text{TE模} \\ \text{TM模} \end{cases}$

对称单层平板介质光波导—对称面开路

$$\vec{Y} + \vec{Y} = 0$$

$$\vec{Y} = Y_0$$

$$\vec{Y} = jY_1 \tan(k_{z1}l)$$

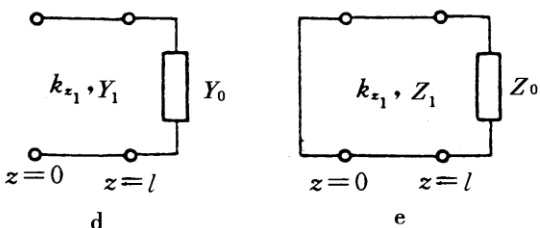
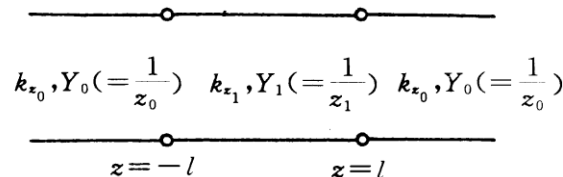
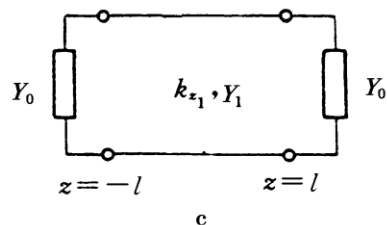
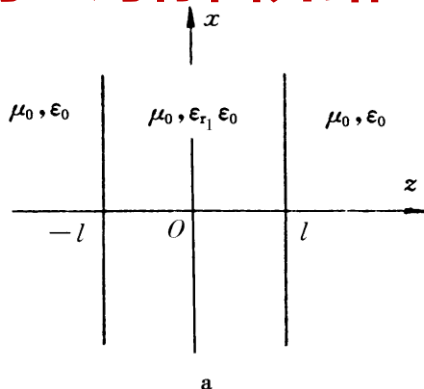
$$Y_i = \begin{cases} \frac{k_{zi}}{\omega\mu_0} & \text{TE模} \\ \frac{\omega\epsilon_{ri}\epsilon_0}{k_{zi}} & \text{TM模} \end{cases}$$

$$k_{zi} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_{ri} - k_x^2} \quad Y_0 + jY_1 \tan(k_{z1}l) = 0$$

❖ 要求 k_{z1} 是实数, k_{z0} 是虚数, k_1 、 k_0 和 k_x 满足如下关系

$$k_0 \sqrt{\epsilon_{r1}} > k_x > k_0$$

❖ 此时对于 $z > l$ 的区域 $k_{z0} = -j\alpha_0$, $\alpha_0 = \sqrt{k_x^2 - k_0^2}$ 是实数



对称单层平板介质光波导—对称面开路TE模

$$Y_1 = k_{z1}/\omega\mu \quad Y_0 = k_{z0}/\omega\mu = -j\alpha_0/\omega\mu$$

$$\alpha_0 = \sqrt{k_x^2 - k_0^2} \quad k_{z1} = \sqrt{k_0^2 \epsilon_{r1} - k_x^2}$$

$$Y_0 + jY_1 \tan(k_{z1}l) = 0$$

❖ 成为

$$-j\frac{\alpha_0}{\omega\mu} + j\frac{k_{z1}}{\omega\mu} \tan(k_{z1}l) = 0$$

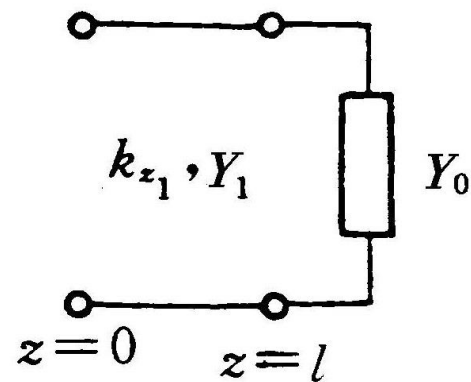
❖ 引入有效介电常数 $\epsilon_{\text{eff}} = (k_x/k_0)^2$ ，上式成为

$$\tan(k_0 l \sqrt{\epsilon_{r1} - \epsilon_{\text{eff}}}) = \sqrt{\frac{\epsilon_{\text{eff}} - 1}{\epsilon_{r1} - \epsilon_{\text{eff}}}}$$

❖ 或

$$k_0 l = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r1} - \epsilon_{\text{eff}}}} \left[n\pi + \arctan\left(\sqrt{\frac{\epsilon_{\text{eff}} - 1}{\epsilon_{r1} - \epsilon_{\text{eff}}}}\right) \right] \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

❖ 当 $k_0 l = 0$ 时, $\epsilon_{\text{eff}} = 1$ 。而当 $k_0 l$ 趋于无穷大时, $\epsilon_{\text{eff}} = \epsilon_{r1}$ 。



对称面开路，TM模

$$Y_0 = \omega \varepsilon_0 / k_{z0} = j \omega \varepsilon_0 / \alpha_0 = j \omega \varepsilon_0 / k_0 \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}} - 1}$$

$$Y_1 = \omega \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 / k_{z1} = \omega \varepsilon_{r1} \varepsilon_0 / k_0 \sqrt{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{\text{eff}}}$$

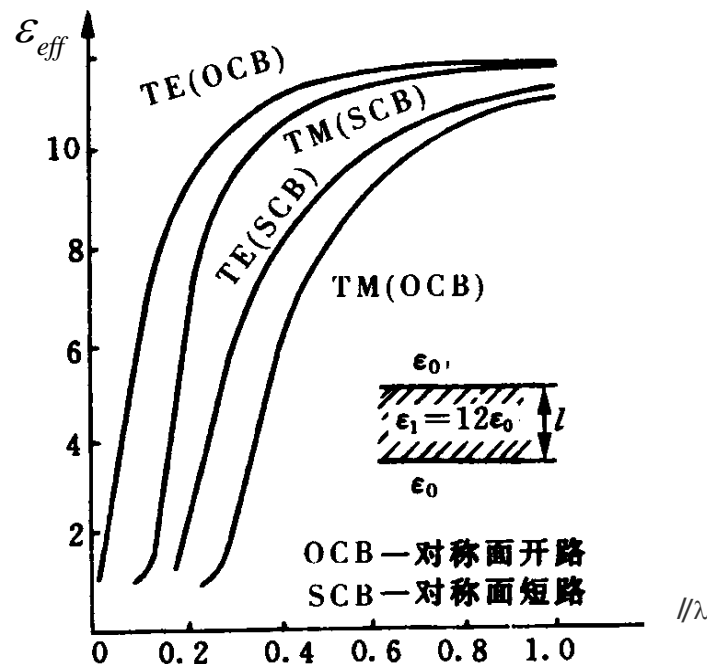
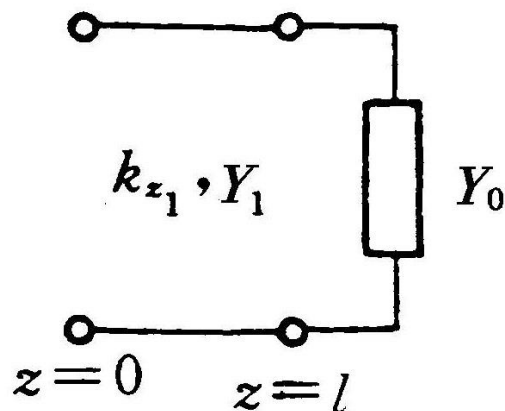
❖ 由 $Y_0 + jY_1 \tan(k_{z1}l) = 0$ 可得

$$\tan(k_0 l \sqrt{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{\text{eff}}}) = -\frac{1}{\varepsilon_{r1}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{\text{eff}}}{\varepsilon_{\text{eff}} - 1}}$$

$$k_0 l = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{\text{eff}}}} \left[n\pi - \arctan \left(\frac{1}{\varepsilon_{r1}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{\text{eff}}}{\varepsilon_{\text{eff}} - 1}} \right) \right]$$

❖ 图中给出了对称面开路（TE、TM模）

和短路（TE、TM模）四种情况下最低模的色散特性。



对称单层平板介质的色散关系

场分布

❖ 以对称面开路TE模为例

$$E_{yi}(x, z) = -\varphi_i(x)U_i(z)$$

$$H_{xi}(x, z) = \varphi_i(x)I_i(z)$$

$$H_{zi}(x, z) = \frac{1}{j\omega\mu} \frac{\partial}{\partial x} E_{yi}(x, z)$$

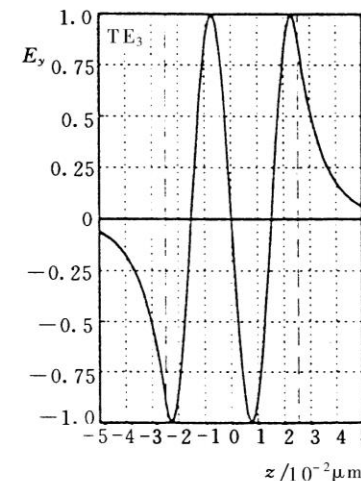
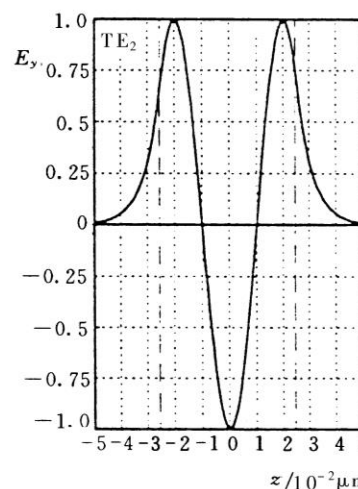
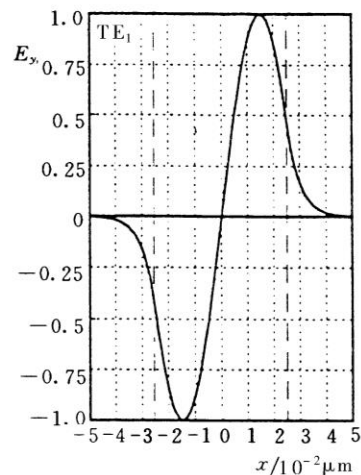
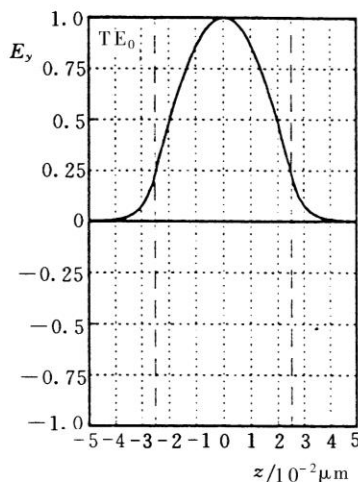
❖ x方向都是均匀的，因而模式函数 $\varphi_0(x)$ 、

$\varphi_1(x)$ 相同，且为 $\varphi_i(x) = e^{-jk_x x} \quad (i = 0, 1)$

❖ 表示z方向场分布的电压 $U_1(z)$ 、电流 $I_1(z)$ 为

$$U_1(z) = \frac{1}{2}(a e^{-jk_{z1}z} + b e^{jk_{z1}z})$$

$$I_1(z) = \frac{1}{2}Y_1(a e^{-jk_{z1}z} - b e^{jk_{z1}z})$$



单层平板介质波导中的电场分布
(对称面开路TE₀、TE₂，对称面短路TE₁、TE₃模)

场分布

$$U_1(z) = \frac{1}{2}(a e^{-jk_{z1}z} + b e^{jk_{z1}z})$$

$$I_1(z) = \frac{1}{2}Y_1(a e^{-jk_{z1}z} - b e^{jk_{z1}z})$$

❖ 对称面开路时，对称面电压为波幅，电流

$I_1(0)=0$ 。入射波等于反射波，即 $b=a$ 。

$$U_1(z) = a \cos(k_{z1}z) \quad I_1(z) = -ja \frac{k_{z1}}{\omega\mu} \sin(k_{z1}z)$$

❖ 所以，在平板介质内场量可表示成

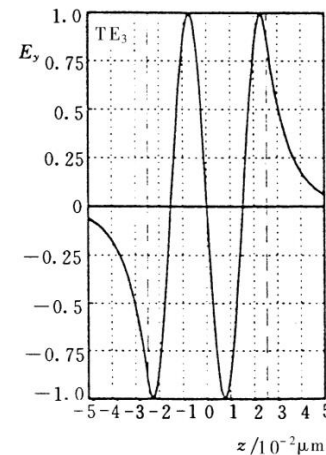
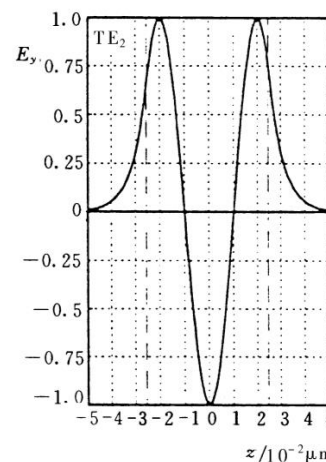
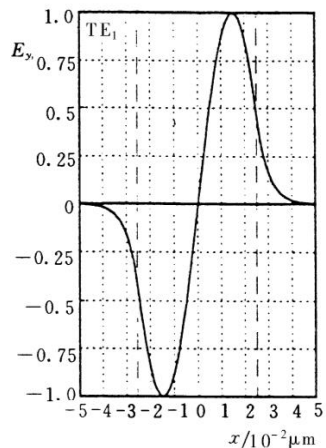
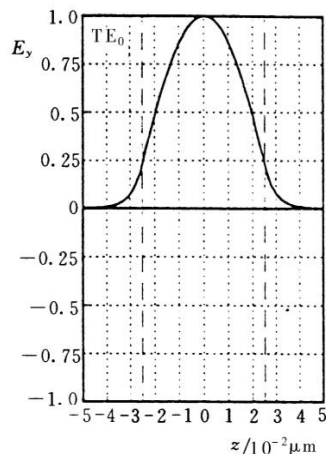
$$E_{y1}(x, z) = -a e^{-jk_x x} \cos(k_{z1}z)$$

$$H_{x1}(x, z) = -ja \frac{k_{z1}}{\omega\mu} e^{-jk_x x} \sin(k_{z1}z)$$

$$H_{z1}(x, z) = -\frac{k_x}{\omega\mu} a e^{-jk_x x} \cos(k_{z1}z)$$

❖ 平板介质以外的空间 ($z>l$)

$$E_{y0} = -c e^{-jk_x x} e^{-\alpha_0(z-l)} \quad H_{x0} = -j \frac{\alpha_0}{\omega\mu} c e^{-jk_x x} e^{-\alpha_0(z-l)} \quad H_{z0} = -\frac{k_x}{\omega\mu} c e^{-jk_x x} e^{-\alpha_0(z-l)}$$



单层平板介质波导中的电场分布
(对称面开路 TE_0 、 TE_2 ，对称面短路 TE_1 、 TE_3 模)

单界面能否传播表面波？电磁波能否束缚在单个介质界面？

解：单界面[图 6-44(a)]的横向等效网络如图 6-44(b)，取交界面 $x=0$ 为参考面，横向谐振条件要求。

$$Z^{\uparrow} + Z^{\downarrow} = 0。$$

$$Z^{\uparrow} = \begin{cases} \omega\mu/k_{xa} & TE \\ k_{xa}/\omega\epsilon_a & TM \end{cases}$$

$$Z^{\downarrow} = \begin{cases} \omega\mu/k_{xs} & TE \\ k_{xs}/\omega\epsilon_s & TM \end{cases}$$

目前已知的介质， μ 不可能为负数，所以对于 TE 模， $Z^{\uparrow} + Z^{\downarrow} = 0$ ，得不到满足，但对 TM 模，对于某些介质，如等离子体， ϵ 可以为负，所以对于 TM 模， $Z^{\uparrow} + Z^{\downarrow} = 0$ 在特定单界面介质系统中可以成立，也就是说对于 TM 模，电磁波束缚在单个介质交界面传播是有可能的。对于机械波，地震波就可以沿地球表面传播。

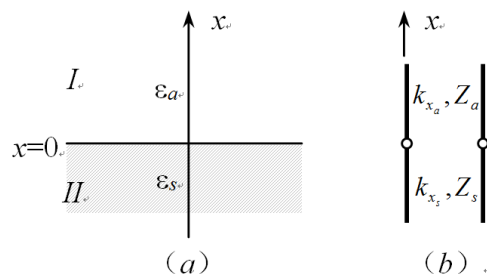


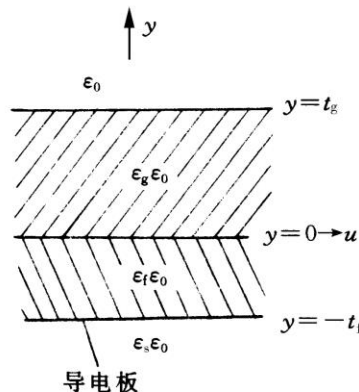
图 6-44 例 6-4 及其等效电路。
(a) 单界面 (b) 等效电路。

非对称毫米波介质波导色散关系举例

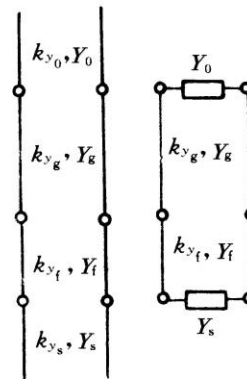
$$k_{yi}^2 = k_0^2 \epsilon_{ri} - k_x^2$$

$$Y_i = \begin{cases} k_{yi}/\omega\mu & \text{TE模} \\ \omega\epsilon_{ri}\epsilon_0/k_{yi} & \text{TM模} \end{cases}$$

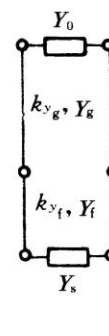
$$Y^\uparrow + Y^\downarrow = 0$$



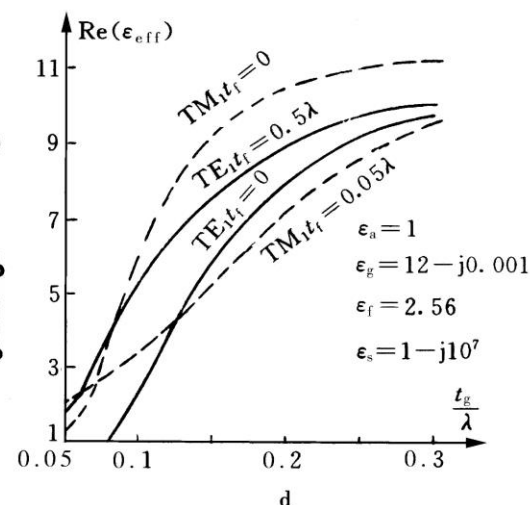
a



b



c



d

❖ 取 $y=0$ 为参考面

$$Y^\uparrow = Y_g \frac{Y_a + jY_g \tan(k_{yg}t_g)}{Y_g + jY_a \tan(k_{yg}t_g)}$$

$$Y^\downarrow = Y_f \frac{Y_s + jY_f \tan(k_{yf}t_f)}{Y_f + jY_s \tan(k_{yf}t_f)}$$

❖ 色散方程为

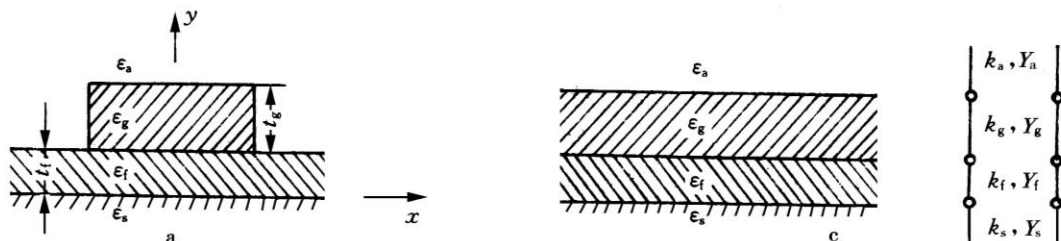
$$Y_g \frac{Y_a + jY_g \tan(k_{yg}t_g)}{Y_g + jY_a \tan(k_{yg}t_g)} + Y_f \frac{Y_s + jY_f \tan(k_{yf}t_f)}{Y_f + jY_s \tan(k_{yf}t_f)} = 0$$

❖ 将 $k_{yi}^2 = k_0^2 \epsilon_{ri} - k_x^2$ 代入, 可进一步求得 $\epsilon_{\text{eff}} = (k_x/k_0)^2$

条形介质光波导的近似分析——EDC法

❖ EDC法步骤

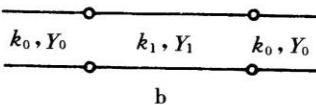
- ❖ 将条形介质波导分成内部区域（条形介质所在区域）与外部区域。



- ❖ 利用 y 方向谐振计算内部区域的有效介电常数 ϵ_{eff_i}



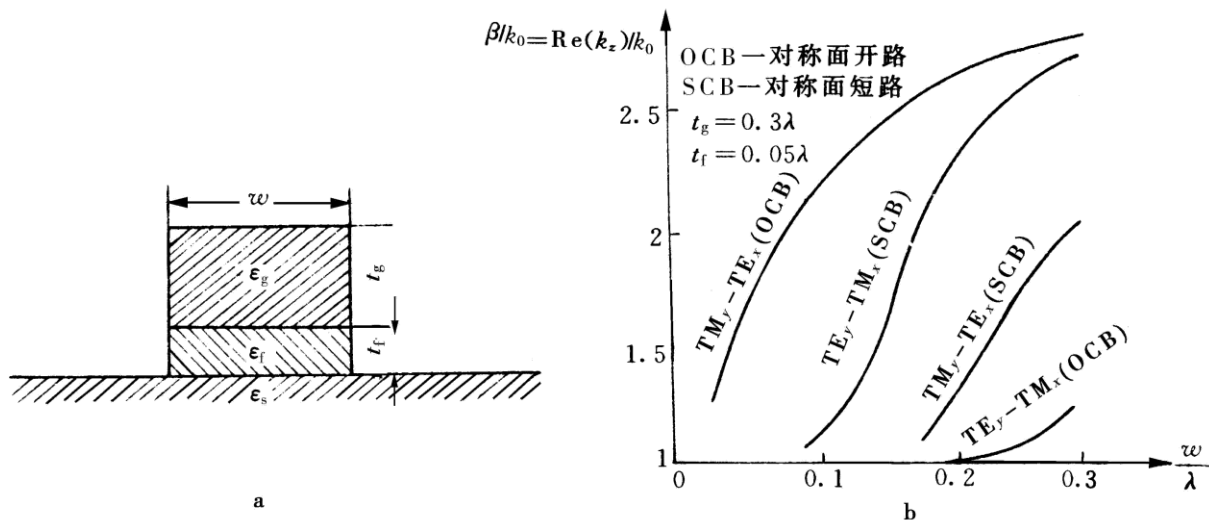
- ❖ 利用 y 方向谐振计算外部区域的有效介电常数 ϵ_{eff_0}



- ❖ 利用 x 方向谐振再计算 (ϵ_{eff_0} , ϵ_{eff_0} , ϵ_{eff_i}) 系统有效介电常数, 即我们要求的 ϵ_{eff} 。

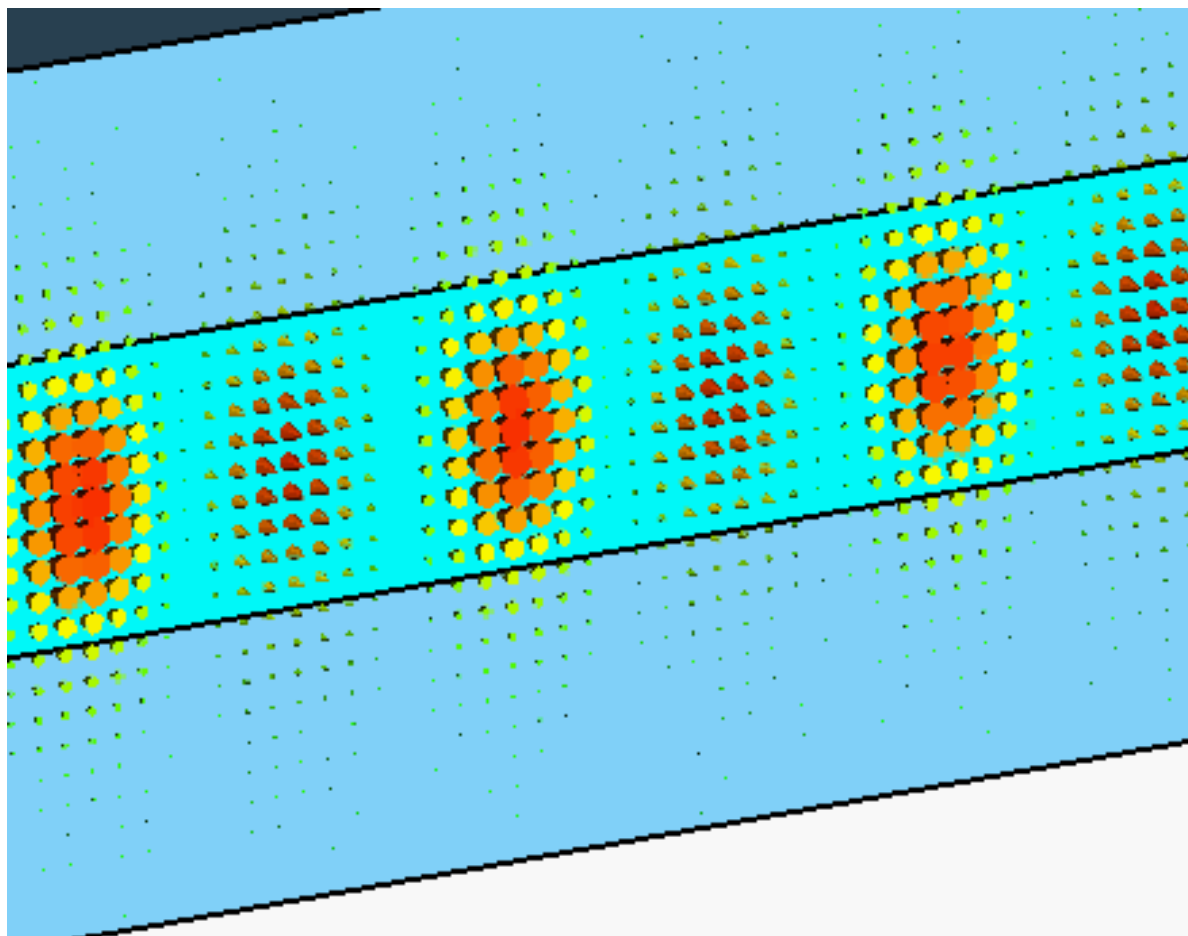
- ❖ EDC法的近似性: 忽略了内、外区域交界面的不连续效应, 因而内、外两区域的等效传输线可直接连接。

条形介质光波导的近似分析——EDC法

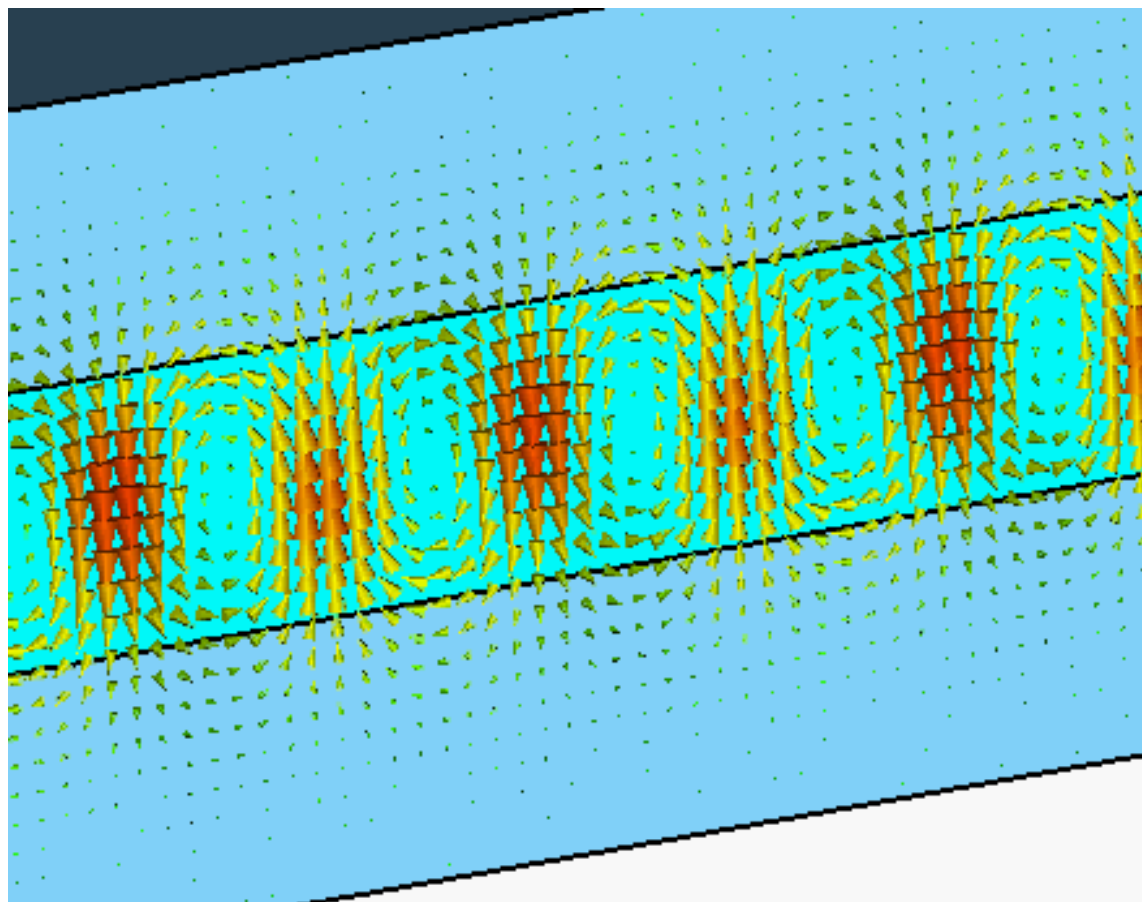


- ❖ 纵坐标为纵向传播常数 k_z 的实部 β 与自由空间波数 k_0 之比 β/k_0 ，其平方就是 ϵ_{eff} 。
- ❖ 横坐标是以波长归一化的条形介质带的宽度 w/λ 。
- ❖ 图中 TM_y-TE_x 等表示用 y 方向谐振条件求 ϵ_{eff} 时按 TM 模场计算，用 x 方向谐振条件求 $\epsilon_{\text{eff}} = (\beta/k_0)^2$ 时按 TE 模场计算，其余类推。
- ❖ 由图可知，最低模是对称面开路的 TM_y-TE_x 模。

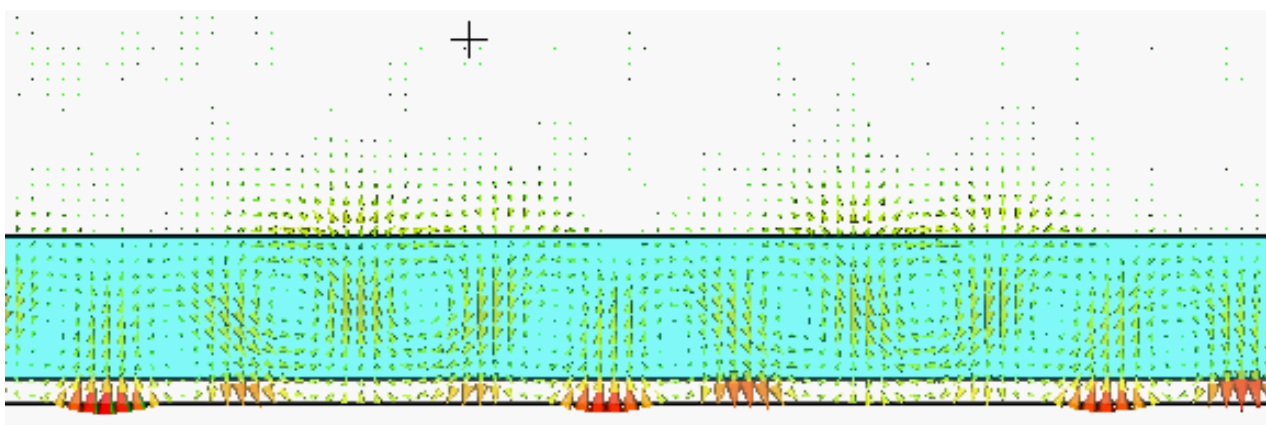
平板介质波导 (纵切面电场)



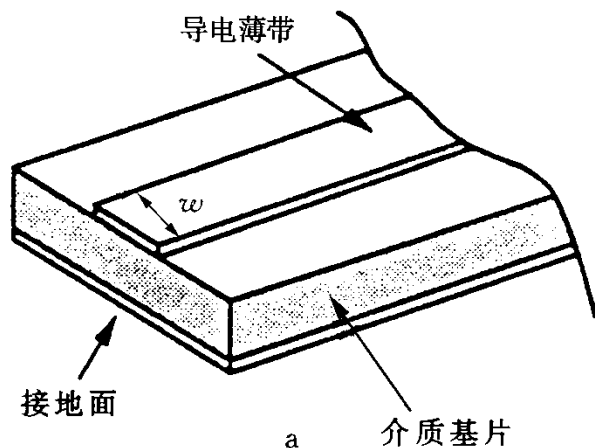
平板介质波导（纵切面磁场）



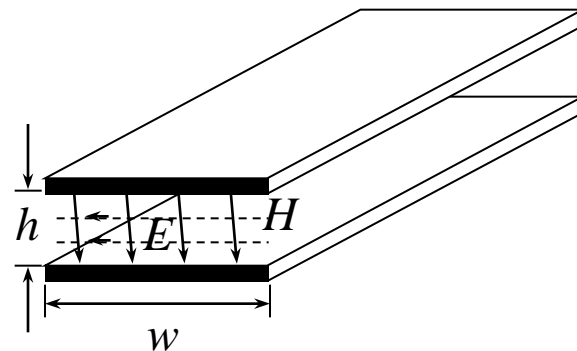
条形介质波导（横向电场）



TEM模近似下的微带线



用TEM模近似的平行平板波导

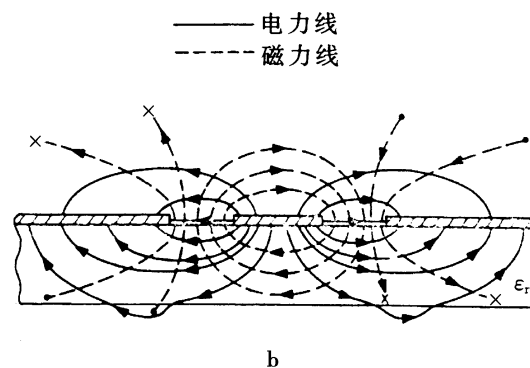
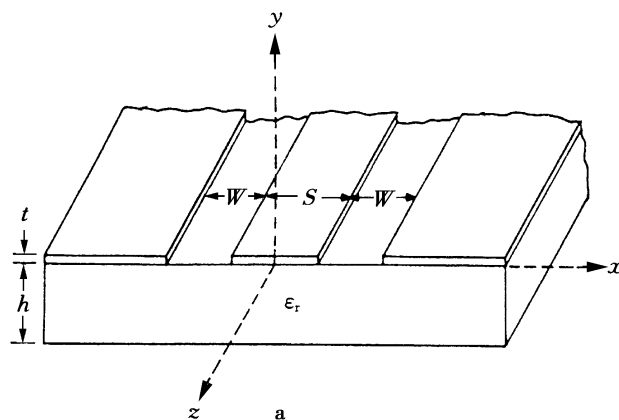


❖ TEM模近似下微带线的特征参数

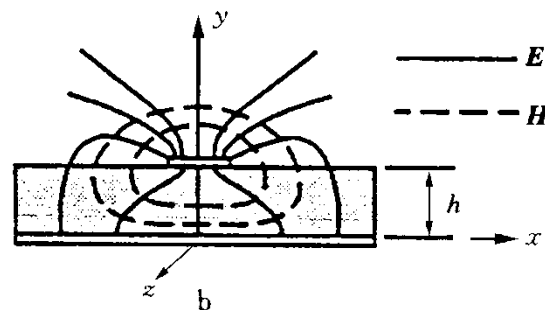
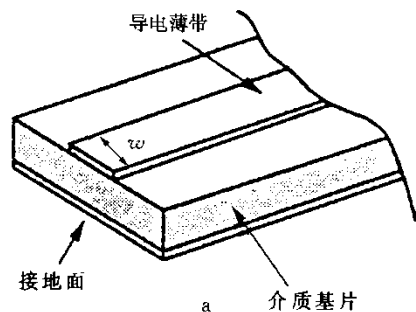
$$R' = \frac{2R_s}{w} \quad G' = \frac{\sigma w}{h} \quad L' = \frac{\mu h}{w} \quad C' = \frac{\epsilon w}{h}$$

$$k = \omega \sqrt{L'C'} = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \quad Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{h}{w}$$

共面波导



介质填充不均匀导致微带线不支持纯TEM工作



❖ 交界面电场切向分量连续 $E_x^d = E_x^a \Rightarrow (\nabla \times \mathbf{H})_x^d = \epsilon_r (\nabla \times \mathbf{H})_x^a$

$$\overbrace{\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r \mathbf{E}}$$

❖ 应用介质和空气分界面磁场法向分量连续条件

$$\epsilon_r \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} \right)^a - \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} \right)^d = (\epsilon_r - 1) \frac{\partial H_y}{\partial z}$$

❖ 因为 $\epsilon_r \neq 1$, $H_y \neq 0$, 所以式左边为非零量, 这只有当 $H_z \neq 0$ 才能满足。

❖ 同样, 从介质与空气交界面磁场的切向分量连续导致 $E_z \neq 0$ 。

准TEM模近似下的微带线

❖ 不考虑微带线的色散，即假设微带线的传播常数

k 与频率 ω 呈线性关系

$$k = \omega \sqrt{\mu \varepsilon_e} = \omega \sqrt{\varepsilon_{re} \varepsilon_0 \mu_0} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{re}}$$

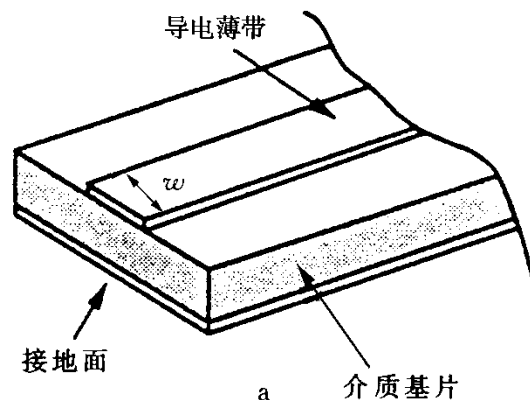
❖ ε_{re} 的物理意义是：当微带线等效为平行板波导并为相对介电常数 ε_{re} 的介质填充时，该平行平板波导的相速即微带线的相速。

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_e \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{re} \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{re}}}$$

❖ 准TEM模近似下，微带线的色散特性归结为求有效相对介电常数

$$\varepsilon_{re} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} F(w/h)$$

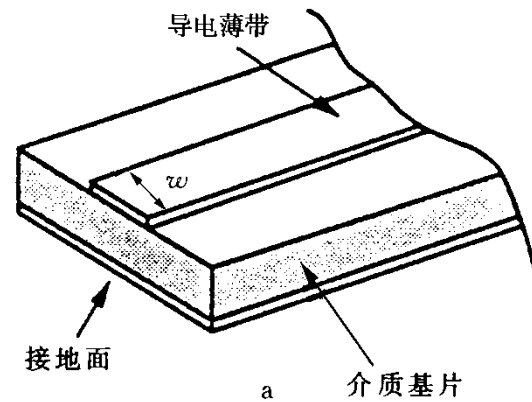
$$F(w/h) = \begin{cases} (1 + 12h/w)^{-1/2} + 0.04(1 - w/h)^2 & (w/h \leq 1) \\ (1 + 12h/w)^{-1/2} & (w/h \geq 1) \end{cases}$$



准TEM模近似下的微带线

❖ 特征阻抗 $Z_e = \frac{\eta_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{re}}} \ln\left(\frac{8h}{w} + 0.25\frac{w}{h}\right) \quad \left(\frac{w}{h} \leq 1\right)$

$$Z_e = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}} \left\{ \frac{w}{h} + 1.393 + 0.67 \ln\left(\frac{w}{h} + 1.44\right) \right\}^{-1} \quad \left(\frac{w}{h} \geq 1\right)$$



❖ 式中, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} = 120\pi \Omega$

❖ 微带线综合: 由 Z_e 、 ϵ_{re} 及介质基片相对介电常数 ϵ_r , 确定微带线相对尺寸 w/h

❖ 当 $Z_e \sqrt{\epsilon_{re}} \geq 89.91$, 也就是 $A > 1.52$ 时 $\frac{w}{h} = \frac{8 \exp(A)}{\exp(2A) - 2}$

❖ 当 $Z_e \sqrt{\epsilon_{re}} < 89.91$, 也就是 $A < 1.52$ 时

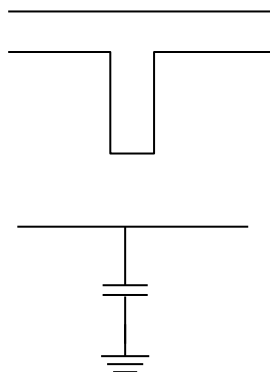
$$\frac{w}{h} = \frac{2}{\pi} \left\{ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left[\ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right] \right\}$$

$$A = \frac{Z_e}{60} \left(\frac{\epsilon_r + 1}{2} \right)^{1/2} + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left(0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right)$$

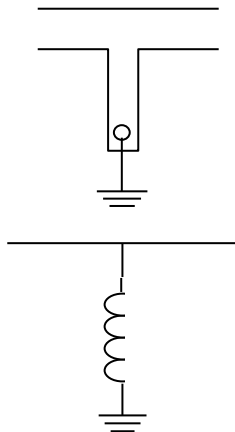
$$B = \frac{60\pi^2}{Z_e \sqrt{\epsilon_r}}$$

基于微带线的电路元件

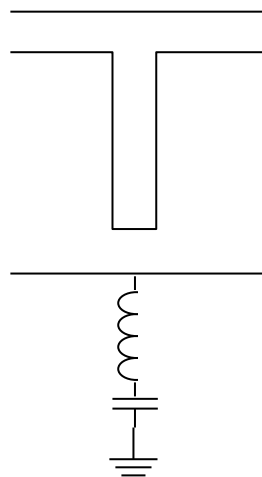
长度小于 $\lambda/4$ 的
开路微带线



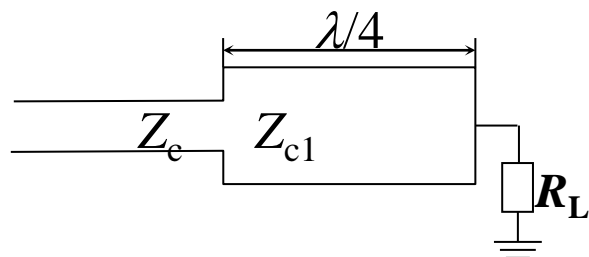
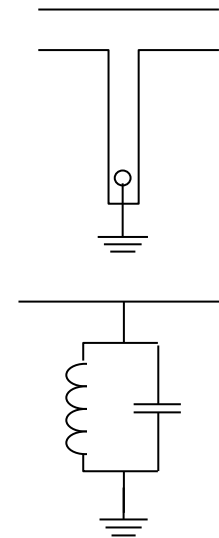
长度小于 $\lambda/4$ 的
短路微带线



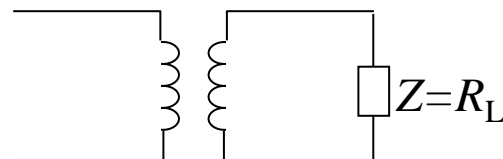
$\lambda/4$ 开路微带线



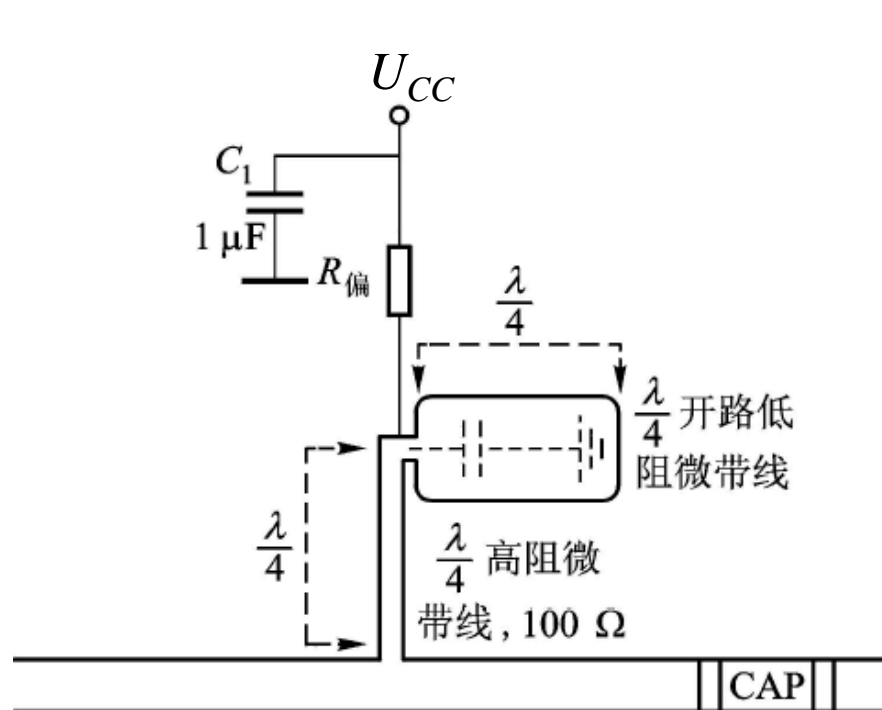
$\lambda/4$ 短路微带线



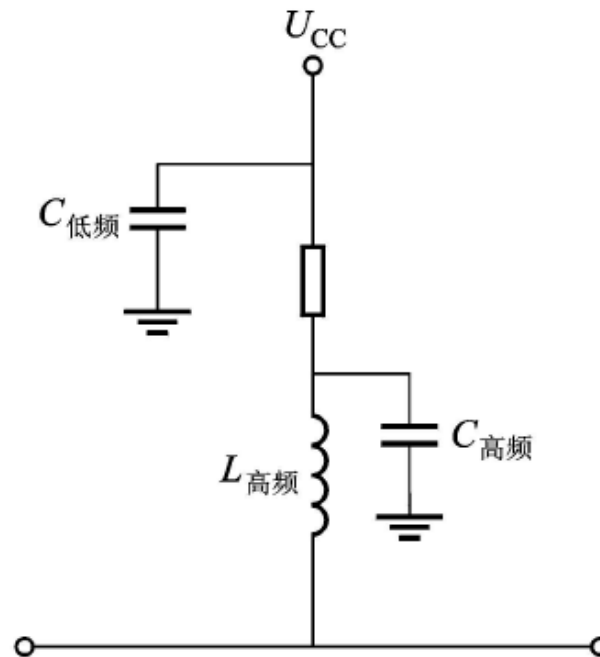
$\lambda/4$ 变换器



基于微带线的偏置电路



(a)

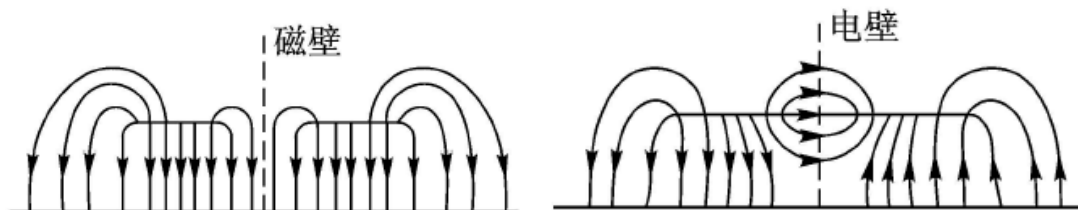
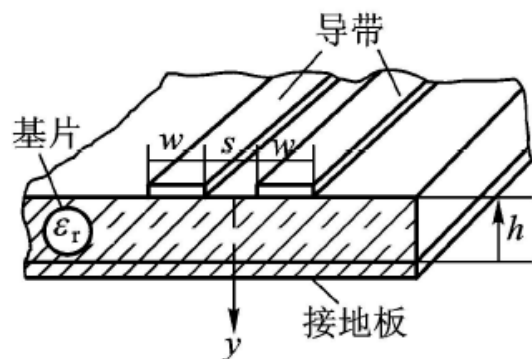


(b)

直流偏置去耦电路

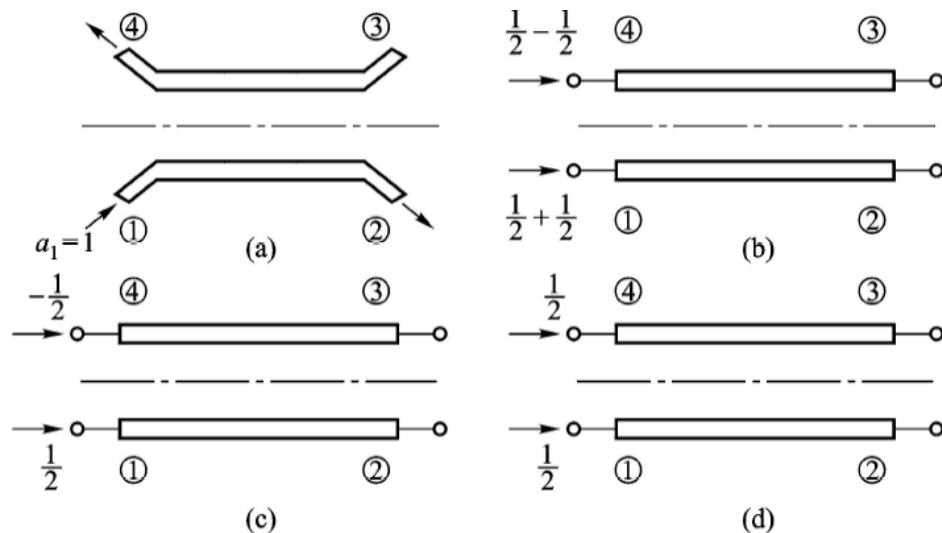
(a) 基于微带线的偏置电路 (b) 基于集总元件的偏置电路

耦合微带线



- ❖ **偶对称模式**：对于 $x = 0$ 对称面是偶对称的，两微带线中所传输的电场沿 y 轴方向同为正值。
- ❖ **奇对称模式**：对于 $x = 0$ 对称面是奇对称的，两个微带线中所传输的电场沿 y 轴方向一个为正，另一个为负。
- ❖ 对于偶对称模式，在 $x = 0$ 对称面上，磁场的切向分量为零，电力线平行于对称面，对称面可等效为“**磁壁**”，相当于开路。
- ❖ 对于奇对称模式，对称面上电场切向分量为零，对称面可等效为“**电壁**”，相当于短路。
- ❖ 奇模和偶模的特征阻抗、色散或有效介电常数都是有区别的。

耦合微带线的奇、偶模分析



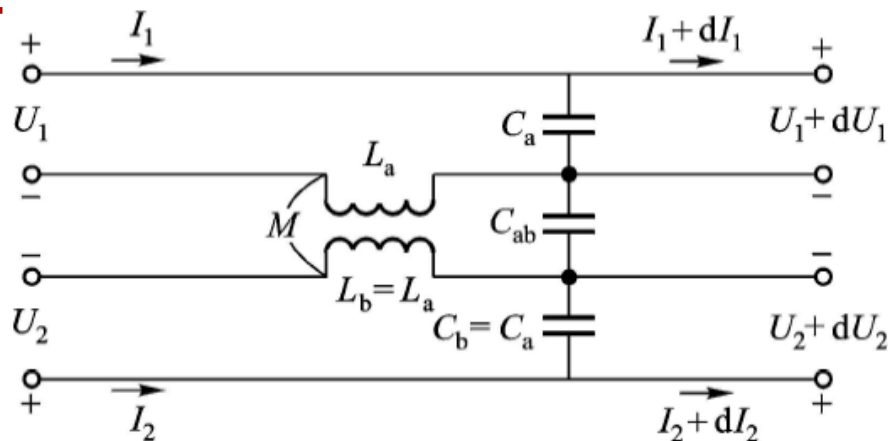
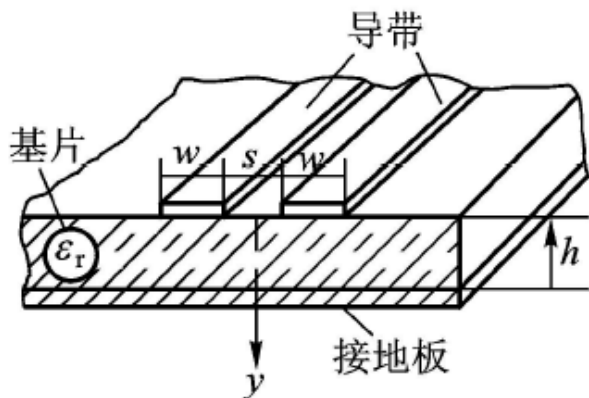
对称耦合微带线激励的分解

(a) 对称耦合微带线 (b) 非对称电压激励

(c) 等幅反相电压激励 (d) 等幅同相电压激励

- ❖ 图(b)表示该对称耦合微带线端口①为1 V的电压激励，图(c)表示该耦合线被等幅反相电压激励，它将在两根导带上激起数量相等、符号相反的电荷分布，故是奇对称激励，图(d)表示该耦合线被等幅同相电压激励，是偶对称激励。显然，图(c)、(d)所示的奇模激励、偶模激励的组合就是图(b)。因此对图 (b)激励的耦合微带线的分析就转变为图(c)、(d)表示的奇模、偶模激励微带线的分析。

耦合微带线的等效电路与方程



电路方程

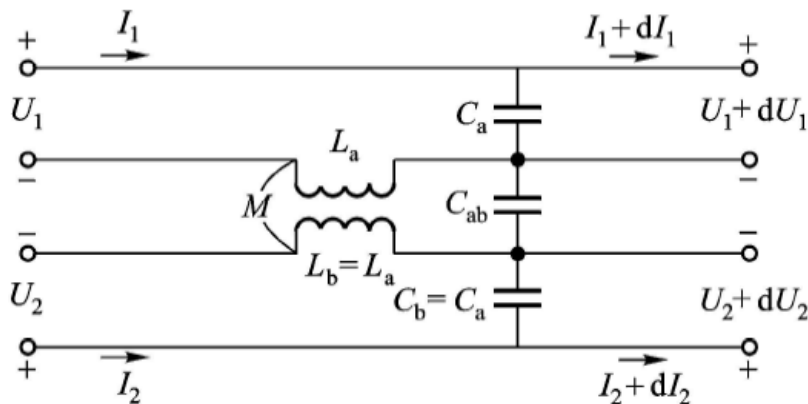
$$\left. \begin{aligned} -\frac{dU_1}{dz} &= j\omega LI_1 + j\omega L_{ab}I_2 \\ -\frac{dU_2}{dz} &= j\omega L_{ab}I_1 + j\omega LI_2 \\ -\frac{dI_1}{dz} &= j\omega CU_1 - j\omega C_{ab}U_2 \\ -\frac{dI_2}{dz} &= -j\omega C_{ab}U_1 + j\omega CU_2 \end{aligned} \right\}$$

对称耦合微带线

$$C_a = C_b, \quad L_a = L_b, \quad L_{ab} = M$$

式中, $L = L_a$ 与 $C = C_a + C_{ab}$ 分别表示另一根耦合线存在时的单线分布电感和分布电容。

耦合微带线的等效电路与方程



$$\left. \begin{aligned} U_e + U_o &= U_1 \\ U_e - U_o &= U_2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} U_e &= (U_1 + U_2)/2 \\ U_o &= (U_1 - U_2)/2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dU_1}{dz} &= j\omega L I_1 + j\omega L_{ab} I_2 \\ -\frac{dU_2}{dz} &= j\omega L_{ab} I_1 + j\omega L I_2 \\ -\frac{dI_1}{dz} &= j\omega C U_1 - j\omega C_{ab} U_2 \\ -\frac{dI_2}{dz} &= -j\omega C_{ab} U_1 + j\omega C U_2 \end{aligned} \right\}$$

分解为偶模激励方程与奇模激励方程

定义 $K_L = L_{ab}/L$ 与 $K_C = C_{ab}/C$ 偶

模激励: $U_1 = U_2 = U_e, I_1 = I_2 = I_e$

奇模激励 $U_1 = -U_2 = U_o, I_1 = -I_2 = I_o$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dU_e}{dz} &= j\omega L(1 + K_L) I_e \\ -\frac{dI_e}{dz} &= j\omega C(1 - K_C) U_e \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{dU_o}{dz} &= j\omega L(1 - K_L) I_o \\ -\frac{dI_o}{dz} &= j\omega C(1 + K_C) U_o \end{aligned} \right\}$$

耦合微带线偶模与奇模的特征参数

$$\left. \begin{array}{l} \text{偶模} \\ k_e = \omega \sqrt{LC(1+K_L)(1-K_C)} \\ v_{pe} = \frac{\omega}{k_e} = \frac{1}{\sqrt{LC(1+K_L)(1-K_C)}} \\ Z_{0e} = \frac{1}{v_{pe} C_{0e}} = \sqrt{\frac{L(1+K_L)}{C(1-K_C)}} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{奇模} \\ k_o = \omega \sqrt{LC(1-K_L)(1+K_C)} \\ v_{po} = \frac{\omega}{k_o} = \frac{1}{\sqrt{LC(1-K_L)(1+K_C)}} \\ Z_{0o} = \frac{1}{v_{po} C_{0o}} = \sqrt{\frac{L(1-K_L)}{C(1+K_C)}} \end{array} \right\}$$

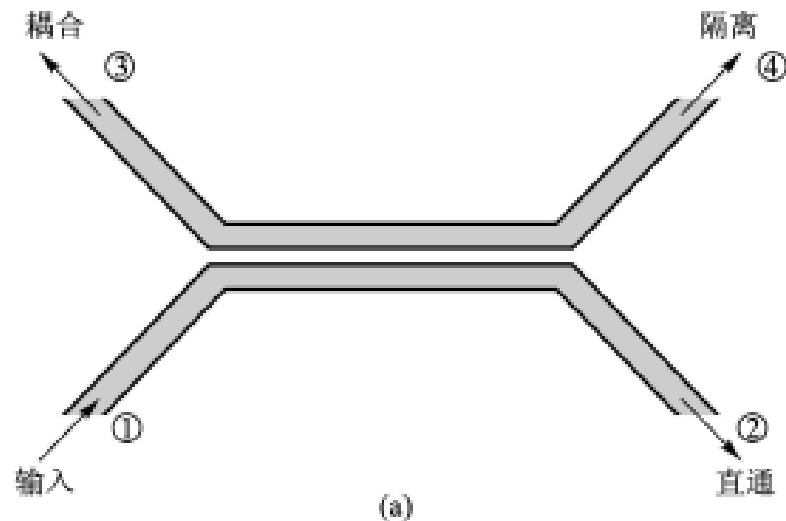
$$C_{0e} = C(1-K_C) = C_a \quad K_L = L_{ab}/L \text{ 与 } K_C = C_{ab}/C, \quad C_{0o} = C(1+K_C) = C_a + 2C_{ab}$$

偶模场沿耦合线的传播，与特征阻抗为 Z_{0e} 、传播常数为 k_e (或相速 $v_{pe} = \omega/k_e$)的传输线上电磁波的传播等效；同样，奇模场沿耦合线的传播，就等效于沿特征阻抗为 Z_{0o} 、传播常数为 k_o (或相速 $v_{po} = \omega/k_o$)的传输线上电磁波的传播。 Z_{0e} 、 k_e (或有效介电常数 ϵ_{ee})、 Z_{0o} 、 k_o (或有效介电常数 ϵ_{eo})就是描述耦合微带线的四个特征参数。

耦合微带线的定向耦合效应

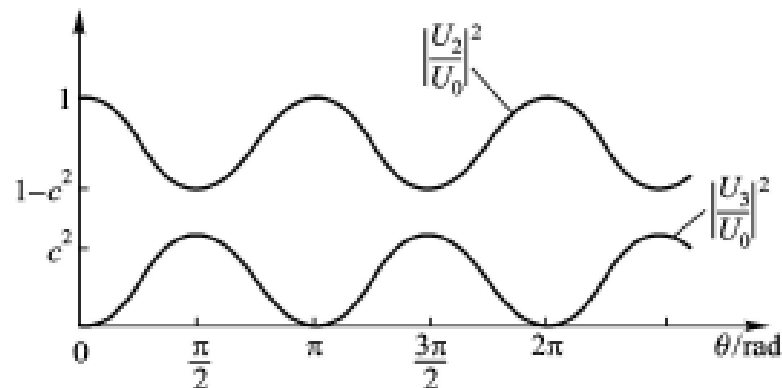
❖ 定向耦合效应是指：

- 四个端口都处匹配条件下，从端口①输入的信号除了直通到端口②外，还耦合到端口③，但端口④在理想情况下没有信号耦合输出，即端口④与端口①隔离。体现耦合的定向性。



❖ 耦合器的耦合端和直通端功率与耦合段电长度关系

$$\left| \frac{U_3}{U_1} \right|^2 \sim \theta \text{ 关系} \quad \left| \frac{U_2}{U_1} \right|^2 \sim \theta \text{ 关系}$$



❖ $\theta = \beta l$ 为耦合段相移。

第18讲复习

❖ 要点

- 波沿纵向无衰减传播，横向场分布必然是驻波，发生谐振，称为波导的横向谐振原理。
- 多层平板介质波导横向可用级联的传输线等效，利用横向谐振原理就可得出多层平板介质波导的色散关系，并可进一步用传输线模型得到横截面场分布。
- 由于介质填充的不均匀，微带线不支持纯TEM模，微带线传播的是准TEM模。微带线的工程分析都应用准TEM模近似。
- 耦合微带线的耦合特性、滤波特性是以耦合微带线为基础的定向耦合器、滤波器的理论基础。

❖ 复习

- 6.5、6.6

The End.

郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn