

Lesson 3

Electromagnetic Fields and Waves

史密斯圆图
阻抗匹配

郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn



James Clerk Maxwell
1831 – 1879

电流反射系数与导纳

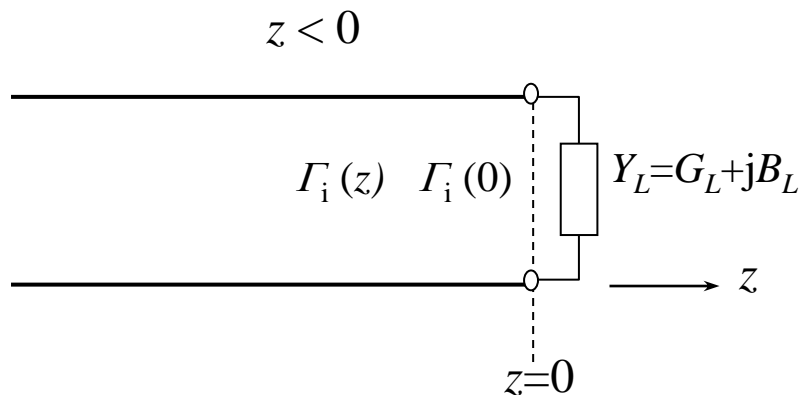
❖ 当负载用导纳表示时，不难得到

$$\Gamma_i(z) = \frac{-U^r e^{jkz} / Z_c}{U^i e^{-jkz} / Z_c} = -\frac{U^r}{U^i} e^{j2kz} = -\Gamma_u(z)$$

$$Z(z) = \frac{1}{Y(z)} = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_c \frac{(1 + \Gamma_u(z))}{(1 - \Gamma_u(z))}$$

$$\Gamma_u(z) = \frac{Z(z) - Z_c}{Z(z) + Z_c}$$

$$Z_{in}(z = -l) = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan kl}{Z_c + jZ_L \tan kl}$$



终端接负载 Y_L 的传输线

$$Y(z) = Y_c \frac{1 + \Gamma_i(z)}{1 - \Gamma_i(z)}$$

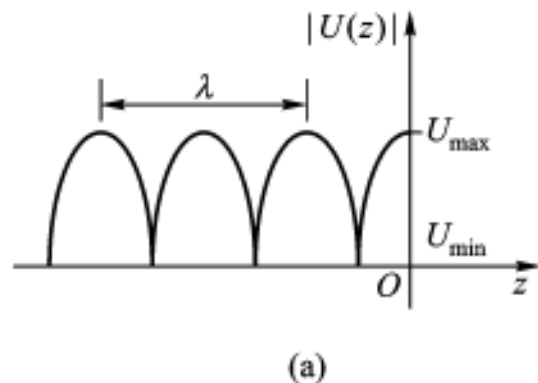
$$\Gamma_i(z) = \frac{Y(z) - Y_c}{Y(z) + Y_c}$$

$$Y(z = -l) = Y_c \frac{Y_L + jY_c \tan kl}{Y_c + jY_L \tan kl}$$

开路、短路、匹配情况时的电压、电流分布

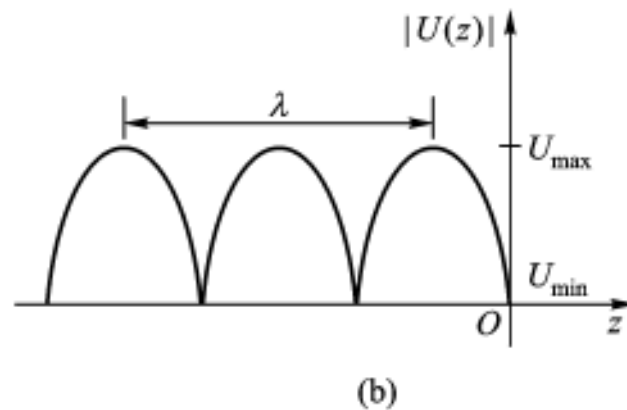
❖ 负载开路, $Z_L = \infty$, $|\Gamma_u| = 1$, $\psi = 0$

$$U_{\max} = 2 \quad U_{\min} = 0 \quad d_{\min 1} = \lambda/4$$



❖ 负载短路 $Z_L = 0$, $|\Gamma_u| = 1$, $\psi = 180^\circ$, 此时

$$U_{\max} = 2 \quad U_{\min} = 0 \quad d_{\min 1} = 0$$

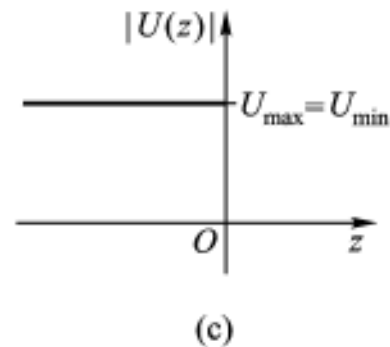


❖ 负载与传输线匹配, $Z_L = Z_c$, $\Gamma_u = 0$,

$$U_{\max} = 1 \quad U_{\min} = 1$$

❖ 电压、电流沿传输线没有变化, 这种状态称为**行波**。

$$\Gamma_u(z) = \frac{Z(z) - Z_c}{Z(z) + Z_c}$$



终端开路、短路时阻抗(或导纳)沿传输线变换的图示

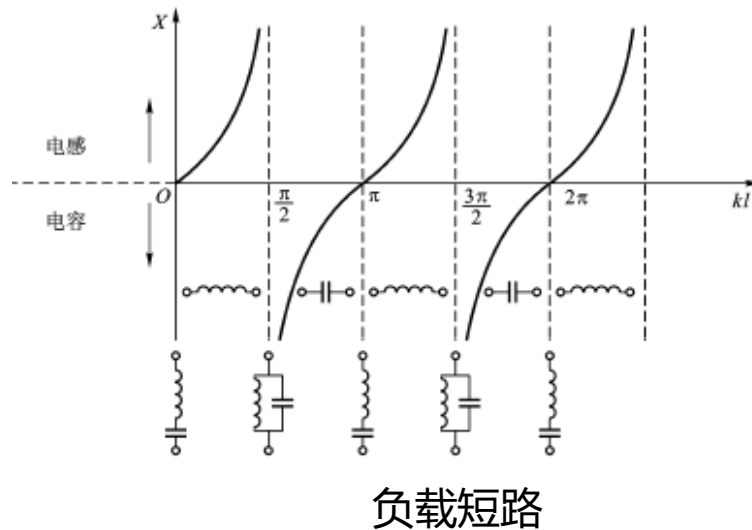
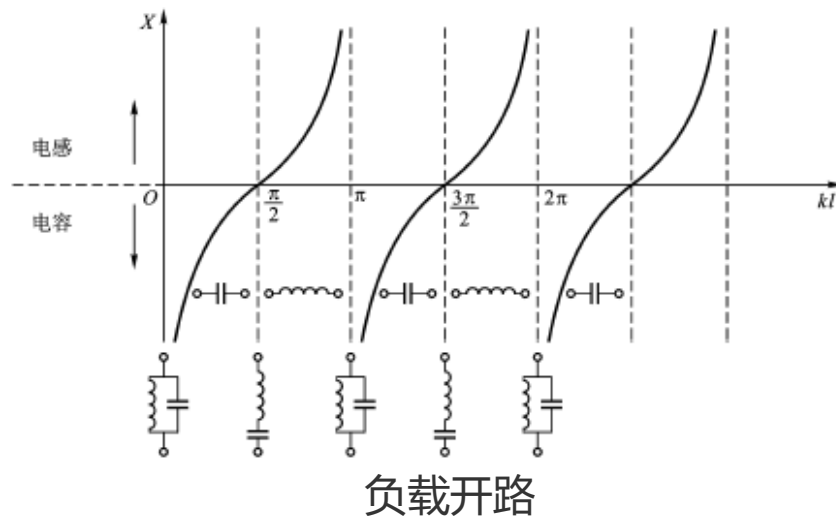
$$Z_{in} = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan kl}{Z_c + jZ_L \tan kl}$$

❖ 终端开路, 即 $Z_L = Z(0) = \infty$

$$Z_{in}(z = -l) = \frac{Z_c}{j \tan kl}$$

❖ 终端短路, 即 $Z_L = Z(0) = 0$

$$Z_{in}(z = -l) = jZ_c \tan kl$$



传输线上传输的功率

❖ 传输线上传输的功率可按式计算

$$P(z) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [U(z) \cdot I^*(z)]$$

❖ $U(z)$ 、 $I(z)$ 由入射波、反射波两项构成

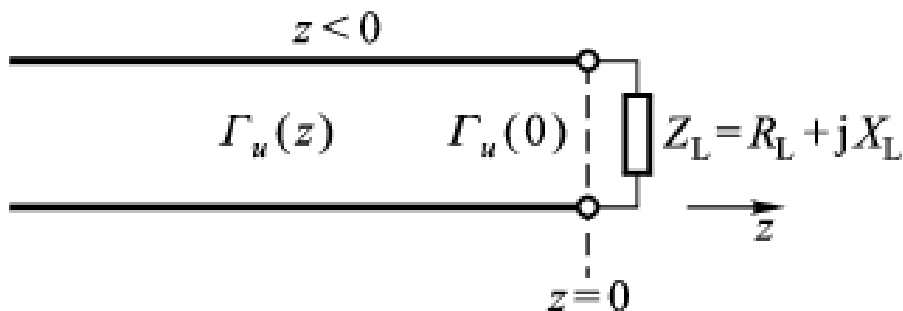
$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[U^i (1 + \Gamma_u(z)) \cdot \frac{U^{i*}}{Z_c^*} (1 - \Gamma_u^*(z)) \right] \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\frac{|U^i|^2}{Z_c^*} - \frac{|U^i|^2}{Z_c^*} |\Gamma_u(z)|^2 + \frac{|U^i|^2}{Z_c^*} (\Gamma_u(z) - \Gamma_u^*(z)) \right] \end{aligned}$$

❖ 对于无损传输线, Z_c 是实数, 则上式第三项等于零。 $|\Gamma_u|$ 为常数

❖ 所以 $P(z)=P$, 不随位置而变

$$P = \frac{1}{2} \frac{|U^i|^2}{Z_c} - \frac{1}{2} \frac{|U^i|^2}{Z_c} |\Gamma_u|^2 = P^i - P^r \quad P^i = \frac{1}{2} \frac{|U^i|^2}{Z_c}$$

❖ 传输线上任一点功率等于入射波功率与反射波功率之差, 而且 $\frac{P^r}{P^i} = |\Gamma_u|^2$



传输线上传输的功率

❖ 对于无损传输线，通过线上任一点的传输功率是相同的。但是为了简便起见，一般都取电压腹点或节点处计算。

❖ 如取电压腹点，则得功率为

$$P = \frac{1}{2} |U_{\max}| \cdot |I_{\min}| = \frac{1}{2} \frac{|U_{\max}|^2}{Z_c \rho}$$

❖ 如果取电压节点，则得

$$P = \frac{1}{2} |U_{\min}| \cdot |I_{\max}| = \frac{1}{2} \frac{Z_c |I_{\max}|^2}{\rho}$$

❖ 可见，当传输线的耐压一定或能载的电流一定，驻波系数 ρ 越趋近于 1，传输功率越大。

传输效率

❖ 定义传输效率为传输线终端 $z=0$ 处所接负载吸收功率 P_L 与传输线入口 $z=-l$ 处的输入功率 P_{in} 之比，用 η 表示，即

$$\eta = \frac{P_L}{P_{in}} (\%)$$

❖ 考虑损耗后传输线上电压、电流表示式为

$$U = U^i \left(e^{-k_i z} e^{-jk_r z} + \Gamma_u(0) e^{k_i z} e^{jk_r z} \right)$$

$$I = \frac{U^i}{Z_c} \left(e^{-k_i z} e^{-jk_r z} - \Gamma_u(0) e^{k_i z} e^{jk_r z} \right) \quad \Gamma_u(0) = \frac{U^r}{U^i} \quad z=0 \text{ 处反射系数}$$

❖ 传输线任一点传输功率为

$$P(z) = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(UI^*) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left(\frac{|U^i|^2}{Z_c^*} \right) \left(e^{-2k_i z} - |\Gamma_u(0)|^2 e^{2k_i z} \right)$$

- ❖ $z=0$ 处负载吸收功率为 $P_L = P(z=0) = \frac{|V^i|^2}{2 Z_c^*} (1 - |\Gamma_u(0)|^2)$
- ❖ $z = -l$ 处输入功率为 $P_{in} = P(z=-l) = \frac{|U^i|^2}{2 Z_c^*} (e^{2k_i l} - |\Gamma_u(0)|^2 e^{-2k_i l})$
- ❖ 所以传输效率为 $\eta = \frac{1 - |\Gamma_u(0)|^2}{e^{2k_i l} - |\Gamma_u(0)|^2 e^{-2k_i l}}$
- ❖ 利用指数函数与双曲函数之间关系 $\eta = \frac{1}{\operatorname{ch} 2k_i l + \frac{1}{2} \left(\rho + \frac{1}{\rho} \right) \operatorname{sh} 2k_i l}$
- ❖ 假如传输线损耗很小，或传输线长度很小，满足 $k_i l \ll 1$ ，则 $\operatorname{ch} 2k_i l \approx 1$ ， $\operatorname{sh} 2k_i l \approx 2k_i l$ ，并可得出
 - ❖ (1) ρ 一定时， k_i 越小， l 越短， η 越高；
 - ❖ (2) k_i 一定时， ρ 越接近1， η 越高。

输入阻抗计算的两种途径

❖ 用公式
$$Z_{in} = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan kl}{Z_c + jZ_L \tan kl}$$

❖ 通过反射系数求

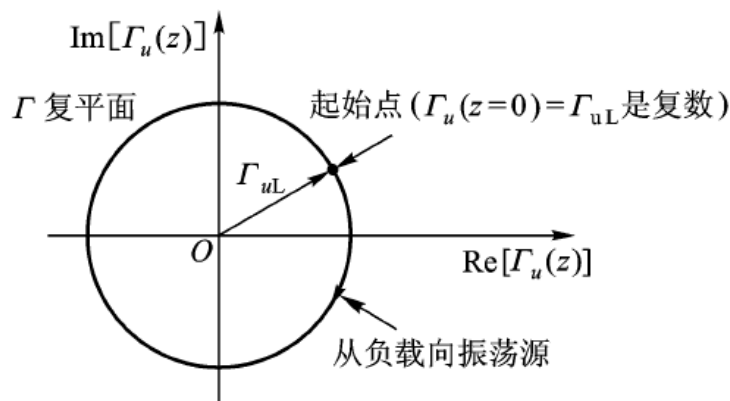
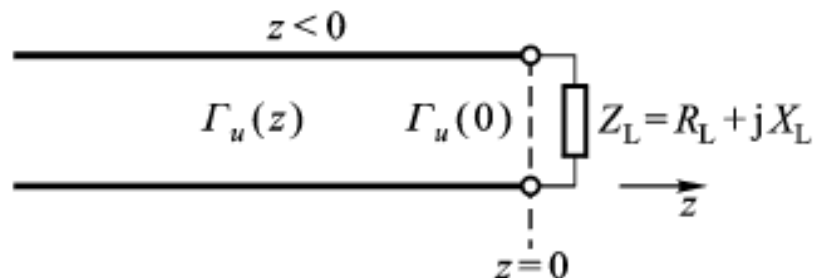
$$\begin{aligned} Z_L \Rightarrow \Gamma_u(0) &= \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \Rightarrow \Gamma_u(z = -l) = \Gamma_u(0)e^{j2kl} \\ \Rightarrow Z(z = -l) &= Z_c \frac{1 + \Gamma_u(z = -l)}{1 - \Gamma_u(z = -l)} \end{aligned}$$

❖ $\Gamma_u(z = 0) \Rightarrow \Gamma_u(z = -l)$ 沿 $|\Gamma_u|$ 的圆旋转即可得到。

❖ 如果在反射系数圆的图上同时能把阻抗以适当方式标出, 那么可直接用这个图得到:

$$\Gamma_u \Rightarrow Z \quad \text{或} \quad Z \Rightarrow \Gamma_u$$

❖ 输入阻抗的计算完全可在图上进行。



反射系数圆内的等R线与等X线

❖ 反射系数图上表示阻抗最简便的方法就是把阻抗实部R及虚部X的等值线标出。

❖ 反射系数圆内表示阻抗的优点：输线上所有可能的反射系数值必须落在半径为1的单位圆内。

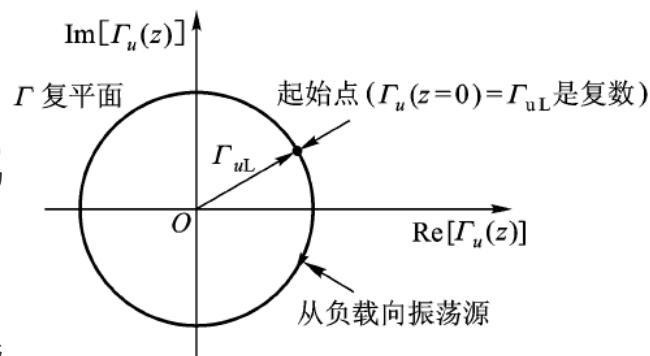
❖ $Z(z) = Z_c \frac{1 + \Gamma_u(z)}{1 - \Gamma_u(z)}$ 以特征阻抗 Z_c 归一化 $z(z) = \frac{Z(z)}{Z_c} = \frac{1 + \Gamma_u(z)}{1 - \Gamma_u(z)}$

❖ 令 $\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$, $z(z) = r + jx$, 得到

$$r + jx = \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i} = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2 + j2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2}$$

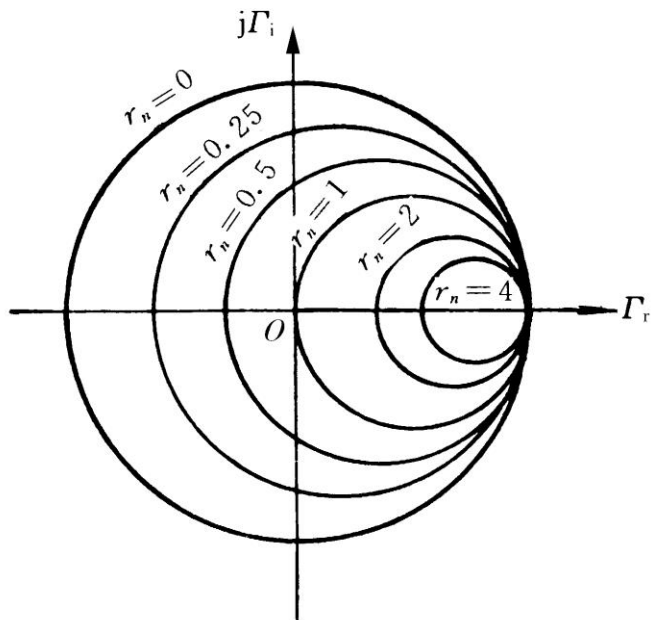
❖ 两边实部、虚部分别相等，便得到等r、等x线映射到反射系数圆上的关系式

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r} \right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r} \right)^2 \quad (\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} \right)^2$$



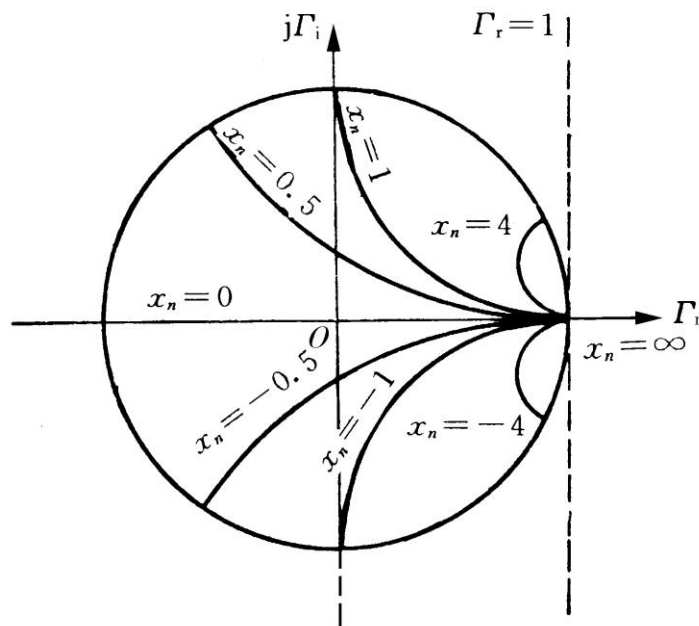
归一化电阻圆，归一化电抗圆

$$\left[\Gamma_r - \frac{r}{1+r} \right]^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r} \right)^2$$



等归一化电阻圆

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} \right)^2$$



等归一化电抗圆

- ❖ 等 r 线：其轨迹为一族圆，圆心坐标为 $\left[\frac{r}{r+1}, 0 \right]$ ，半径为 $1/(r+1)$ 。
- ❖ 等 x 线：其轨迹为一族圆，圆心坐标为 $(1, 1/x)$ ，半径为 $1/x$ 。

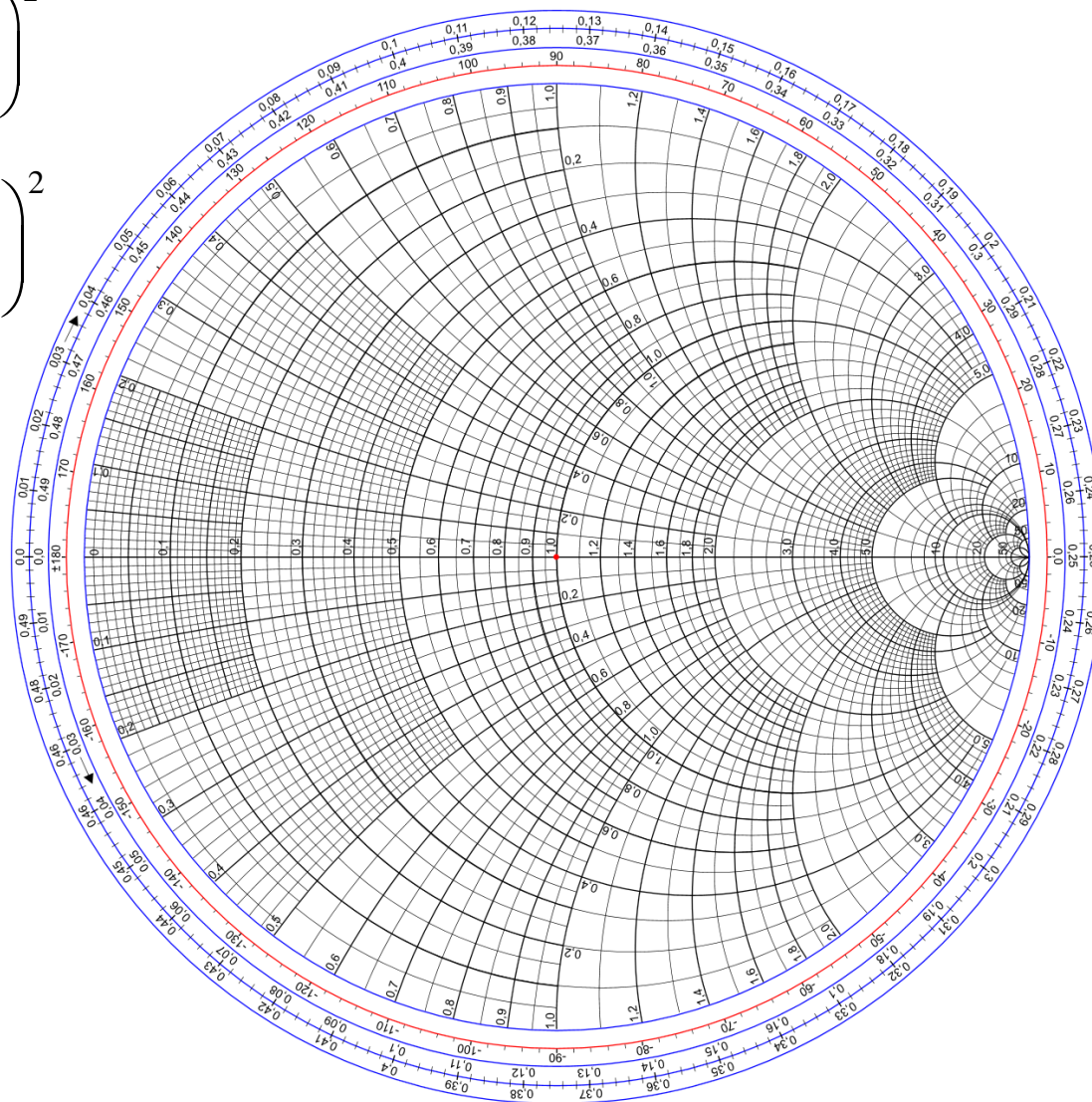
$$\left[\Gamma_r - \frac{r}{1+r} \right]^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r} \right)^2$$

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} \right)^2$$



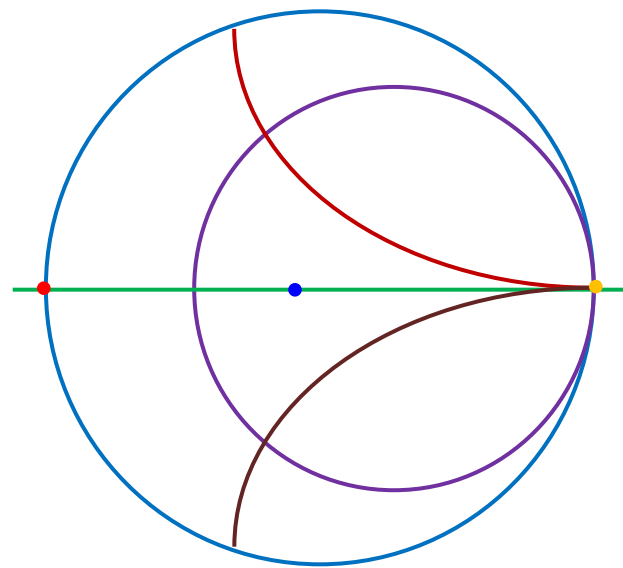
Phillip Smith

(April 29, 1905–August 29, 1987)



阻抗圆图上部分特征点、线、区域的意义

- ❖ 阻抗圆的上半圆内, $x > 0$, 其电抗为**感抗**, 下半圆内, $x < 0$, 其电抗为**容抗**。
- ❖ 阻抗圆图的实轴 $x = 0$, 实轴上每一点对应的阻抗都是纯电阻, 称为**纯电阻线**。
- ❖ $|\Gamma| = 1$ 的圆, $r = 0$, 其上对应的阻抗都是纯电抗, 称为**纯电抗圆**。
- ❖ 实轴左端点, 即左实轴与 $|\Gamma| = 1$ 的圆的交点, $z = 0$, 代表**阻抗短路点**, 而右实轴与 $|\Gamma| = 1$ 的圆的交点, 即右端点, $z = \infty$, 代表**开路点**。
- ❖ 圆图中心 $z = 1$, $|\Gamma| = 0$, $\rho = 1$, 称为**阻抗匹配点**。

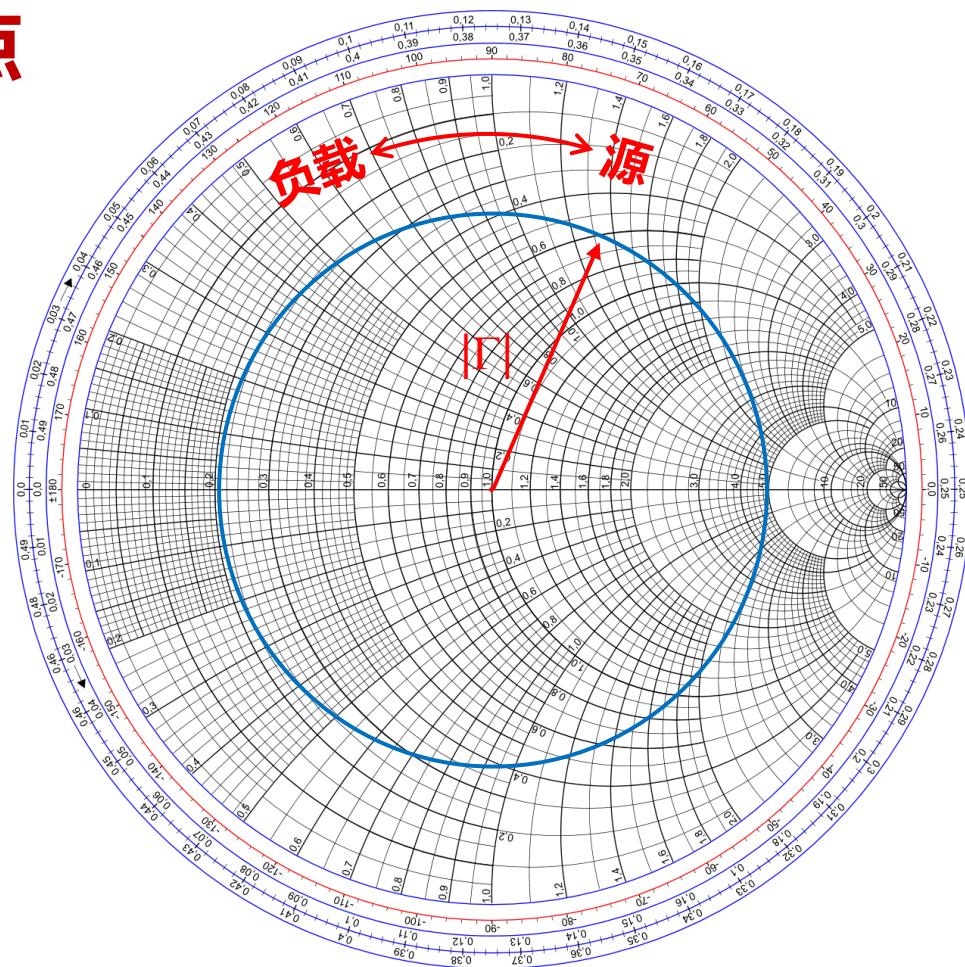


$$\left[\Gamma_r - \frac{r}{1+r} \right]^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r} \right)^2$$

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} \right)^2$$

使用圆图时要注意几点

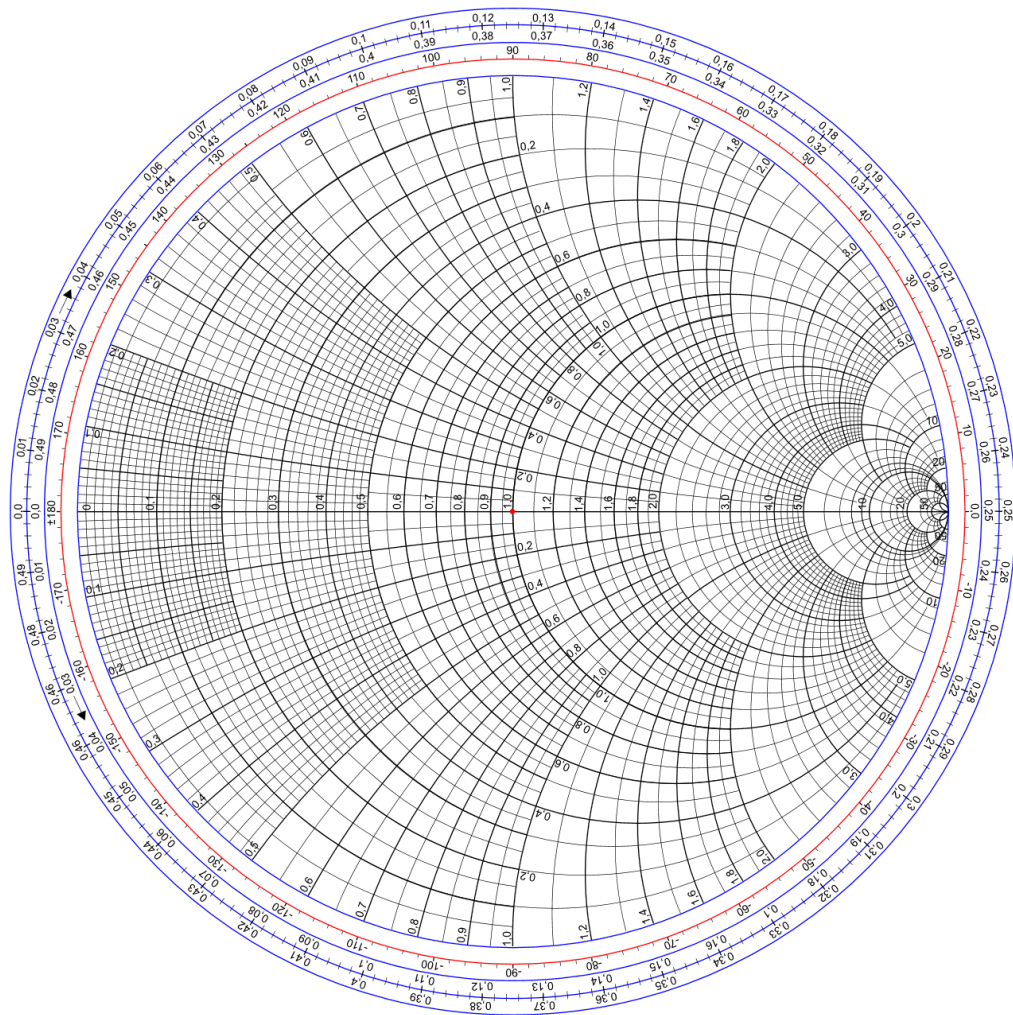
- ❖ 旋转方向:
- ❖ 由**负载**向**电源**方向移动 (l 增大), 在圆图上应**顺时针**方向旋转;
- ❖ 由**电源**向**负载**方向移动 (l 减小), 则应**逆时针**方向旋转。



$$\Gamma_u(z) = \Gamma_u(0)e^{j2kz}$$

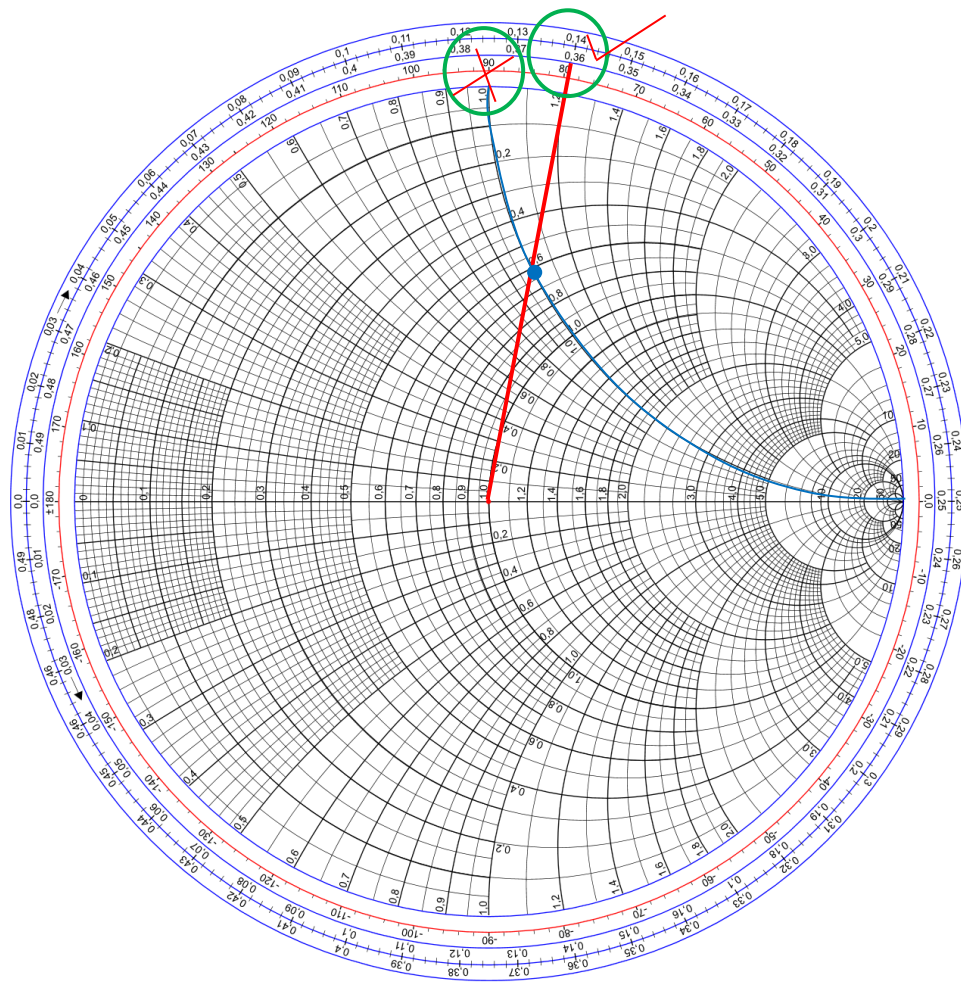
使用圆图时要注意以下几点

- ❖ 圆图纯电抗圆外面还有三个同心圆
- ❖ 最里面一个圆标有以度表示的反射系数的相角 Ψ
- ❖ 另外两个同心圆标出的是以波长 λ 归一化的传输线长度 d/λ （通常称为电长度），分别表示向电源和向负载方向的电长度



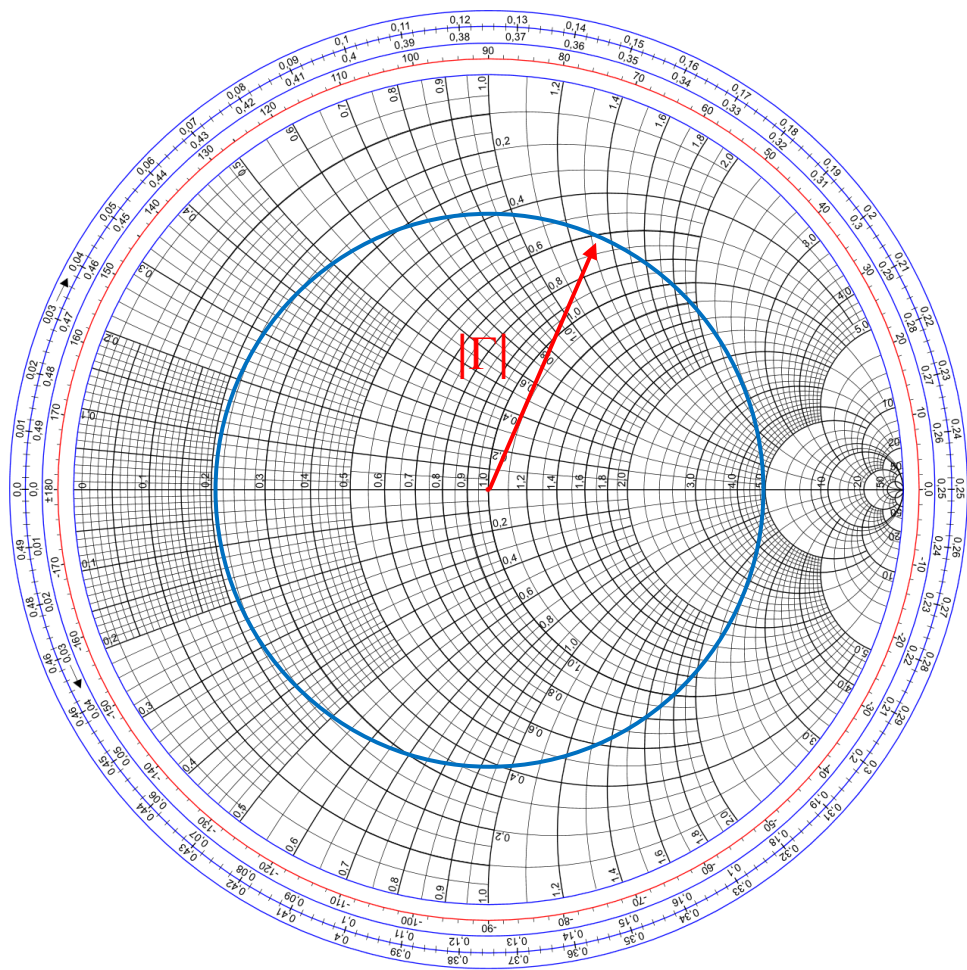
使用圆图时要注意几点

- ❖ 为了避免圆图上出现几次零值点，**电长度从 π 为起始点**
- ❖ 归一化阻抗点 z 所对应的**电长度是由连接圆图中心和 z 点的直线延长与电长度圆周的交点来确定，而不是由 z 所在的电抗曲线与电长度圆周的交点来确定。**



使用圆图时要注意以下几点

- ❖ 反射系数值圆图上未标出，计算时需将半径等分来确定
- ❖ 圆图中心 $|\Gamma|=0$ ，最大圆周的 $|\Gamma|=1$ 。
- ❖ 有的圆图在下面附有相应计算尺，其上标有**反射系数**、**驻波系数**，计算时可直接读取。



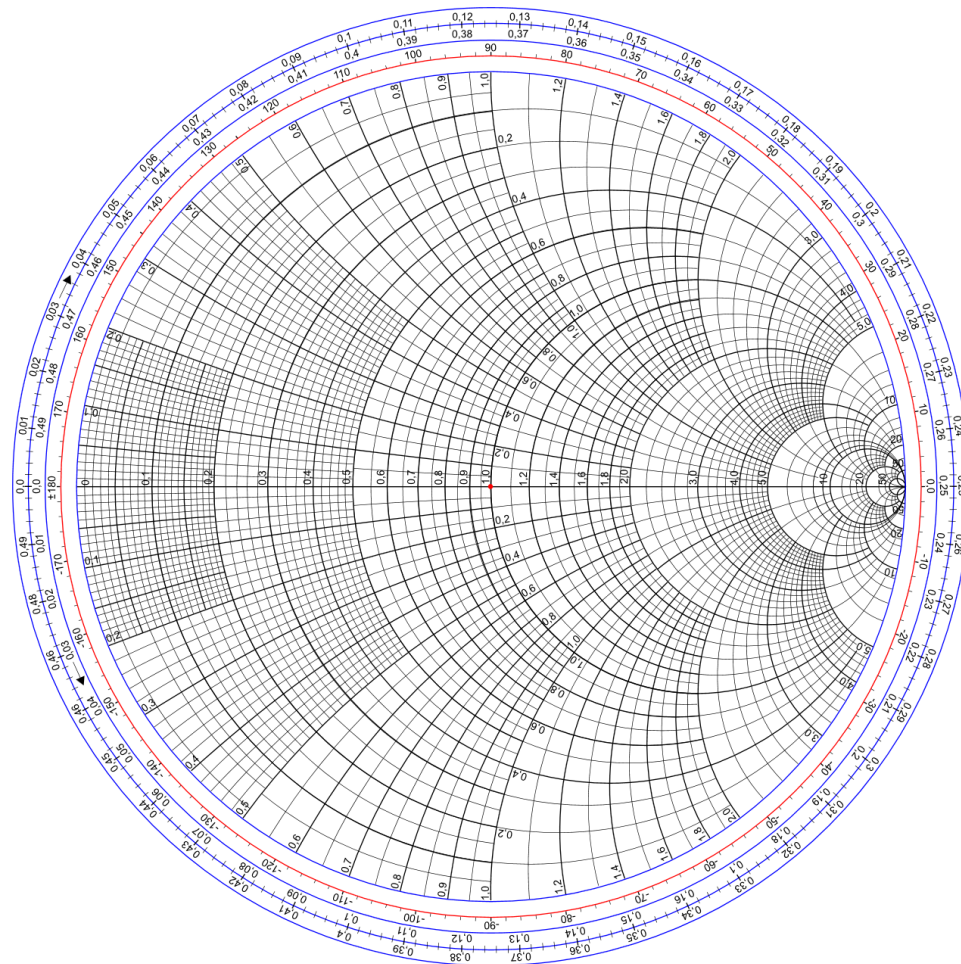
阻抗圆图上部分特征点、线、区域的意义

- ❖ 实轴左半径上的点代表**电压波节点**或**电流波腹点**，其上数据代表 r_{\min} 和驻波系数的倒数。

$$r_{\min} < 1 \quad |\Gamma| = \frac{1 - r_{\min}}{1 + r_{\min}} \quad \rho = \frac{1}{r_{\min}}$$

- ❖ 实轴右半径上的点代表**电压波腹点**或**电流波节点**，其上数据代表 r_{\max} 和驻波系数 ρ 。

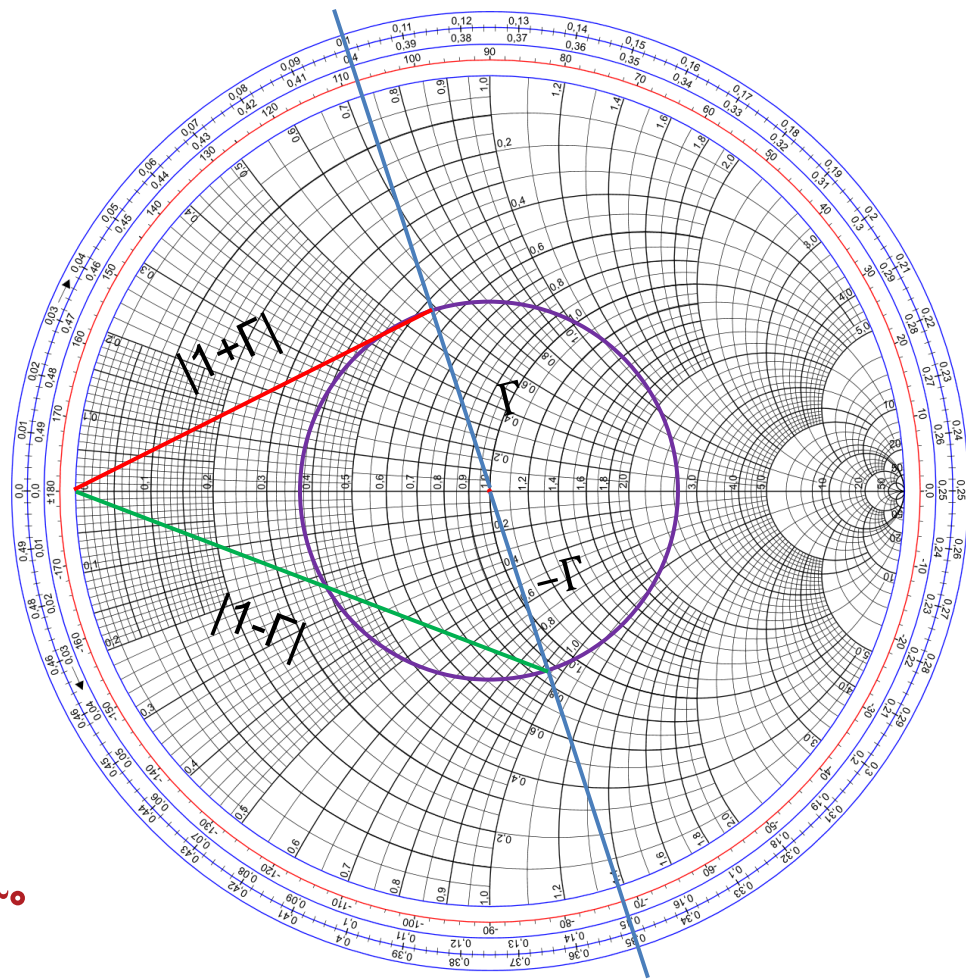
$$r_{\max} > 1 \quad |\Gamma| = \frac{r_{\max} - 1}{r_{\max} + 1} \quad \rho = r_{\max}$$



$$\rho = [1 + |\Gamma|] / [1 - |\Gamma|]$$

阻抗圆图上部分特征点、线、区域的意义

- ❖ 实轴左端点与圆图上某一阻抗对应的点连线长度就是以入射波电压归一化的电压的模 $|1+\Gamma|$
- ❖ 短路点与该阻抗对称点（以圆图圆心为对称中心）连线长度就是以入射波电流归一化的电流的模 $|1-\Gamma|$ 。
- ❖ 沿圆图旋转一周为 $\lambda/2$ ，不是 λ 。



导纳圆图与阻抗圆图具有相同形状

❖ 比较

$$z(z) = r + jx = \frac{1 + \Gamma_u(z)}{1 - \Gamma_u(z)} \Rightarrow \begin{cases} \left[(\Gamma_{ur} - 1)^2 + \left(\Gamma_{ui} - \frac{1}{x} \right)^2 \right] = \left(\frac{1}{x} \right)^2 \\ \left[\Gamma_{ur} - \frac{r}{1+r} \right]^2 + \Gamma_{ui}^2 = \left(\frac{1}{1+r} \right)^2 \end{cases}$$

$$y(z) = g + jb = \frac{1 + \Gamma_i(z)}{1 - \Gamma_i(z)} \Rightarrow \begin{cases} \left[(\Gamma_{ir} - 1)^2 + \left(\Gamma_{ii} - \frac{1}{b} \right)^2 \right] = \left(\frac{1}{b} \right)^2 \\ \left[\Gamma_{ir} - \frac{g}{1+g} \right]^2 + \Gamma_{ii}^2 = \left(\frac{1}{1+g} \right)^2 \end{cases}$$

❖ 在 Γ_i 复平面上等g线、等b线满足方程，与在 Γ_u 复平面上等r线与等x线满足的方程相同，所以，**导纳圆图与阻抗圆图具有相同形状。**

❖ 因为

$$z = \frac{1 + \Gamma_u}{1 - \Gamma_u} = \frac{1 + |\Gamma_u| e^{j\psi}}{1 - |\Gamma_u| e^{j\psi}} \quad y = \frac{1}{z} = \frac{1 - \Gamma_u}{1 + \Gamma_u} = \frac{1 - |\Gamma_u| e^{j\psi}}{1 + |\Gamma_u| e^{j\psi}} = \frac{1 + |\Gamma_u| e^{j(\psi-\pi)}}{1 - |\Gamma_u| e^{j(\psi-\pi)}}$$

❖ 这就是说从阻抗圆图转过 π （或 180° ）就得到导纳圆图。

传输线经过 $\lambda/4$ 阻抗变为导纳或相反

$$Z_{in}(z = -l) = Z_c \frac{Z_L + jZ_c \tan kl}{Z_c + jZ_L \tan kl}$$

❖ 因为 $Z_{in}\left(l = \frac{\lambda}{4}\right) \cdot Z_L = Z_c^2$

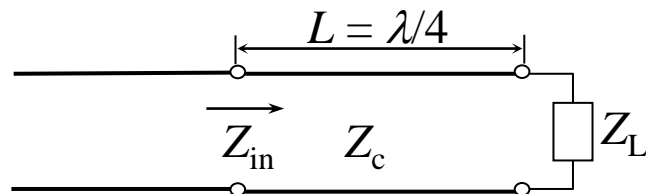
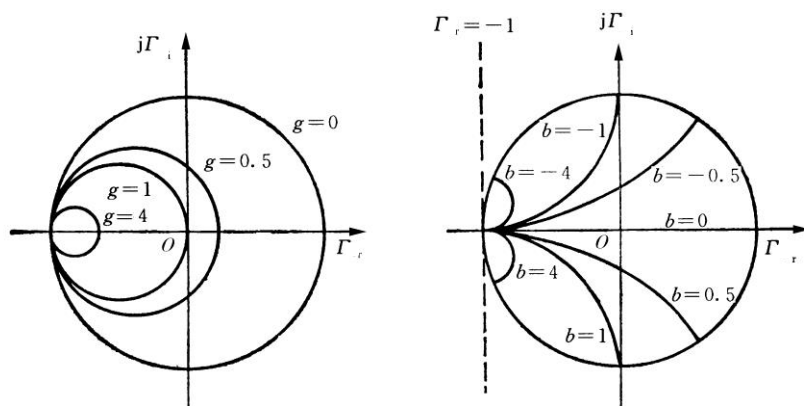
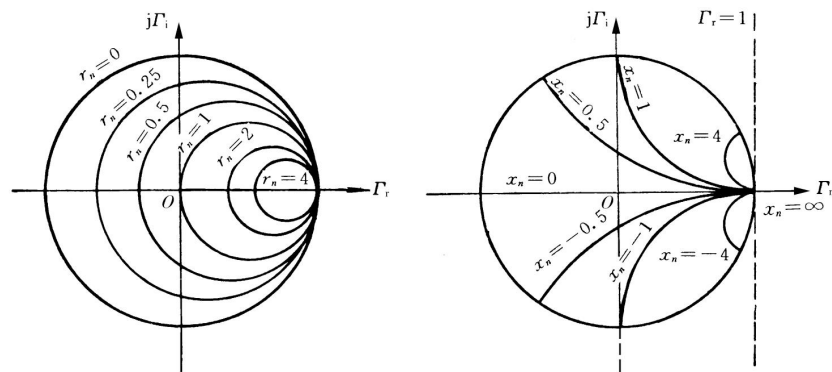
❖ 或 $z_{in}\left(l = \frac{\lambda}{4}\right) z_L = 1$

❖ 而 $y_L = \frac{1}{z_L}$

❖ 所以 $z_L = y_{in}\left(l = \frac{\lambda}{4}\right)$

$$z_{in}\left(l = \frac{\lambda}{4}\right) = y_L$$

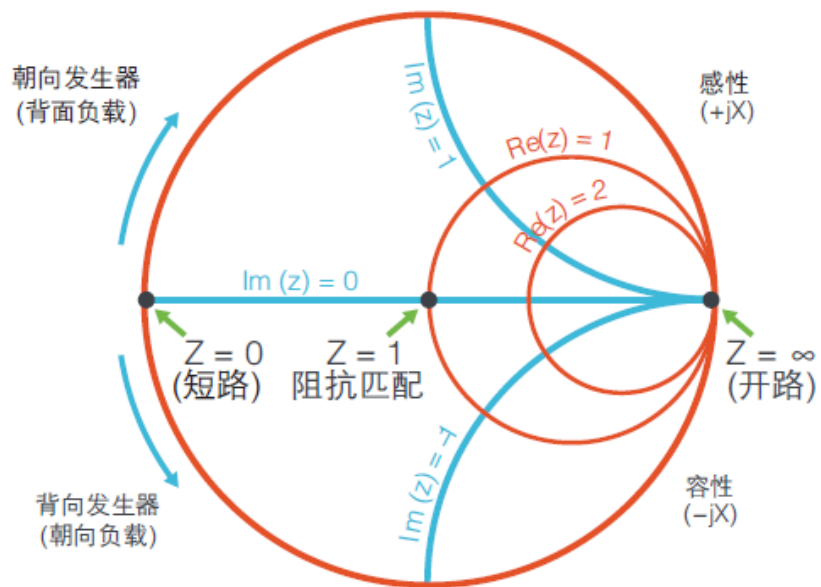
❖ 圆图中任一点的归一化阻抗值就是经 $\lambda/4$ 后的归一化导纳值，而该归一化阻抗对应的归一化导纳值则是经 $\lambda/4$ 后的归一化阻抗值。



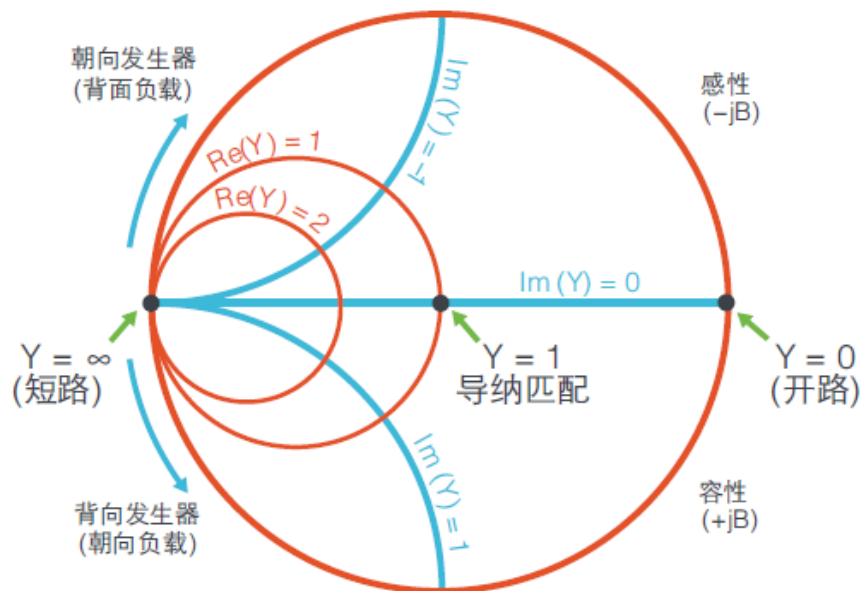
$\lambda/4$ 变换器

阻抗圆图和导纳圆图

阻抗 ($Z = R + jX$)



导纳 ($Y = G + jB$)



导纳圆图上特征点、线、面

$$y = g + jb$$

❖ 阻抗圆图当导纳圆图用时，要注意圆图上特征点、线、面与当作阻抗圆图用时的区别。主要是：

- 圆图上半圆 $b > 0$ ，电抗为容抗，下半圆 $b < 0$ ，其电抗为感抗。
- 圆图实轴 $b = 0$ ，是**纯电导线**。
- $|\Gamma| = 1$ 的圆 $g = 0$ ，是**纯电纳圆**。
- 实轴**左端点**与 $|\Gamma| = 1$ 的圆交点， $y = 0$ ，是**开路点**，而右实轴与 $|\Gamma| = 1$ 的圆的交点，即**右端点**， $y = \infty$ ，代表**短路**，圆图中心仍是**匹配点**。
- 圆图实轴左半径上点代表**电压波腹、电流波节**，其上数据代表 g_{\min} 和驻波系数倒数 $1/\rho$ ，而实轴右半径上的点代表**电压波节，电流波腹**，其上数据代表 g_{\max} 和驻波系数 ρ 。

❖ 所以具体应用时，阻抗圆图、导纳圆图实际上是同一张图，只要记住圆图上特征点、线、面所代表的物理意义的区别。

圆图上任一点对应一个具体的负载

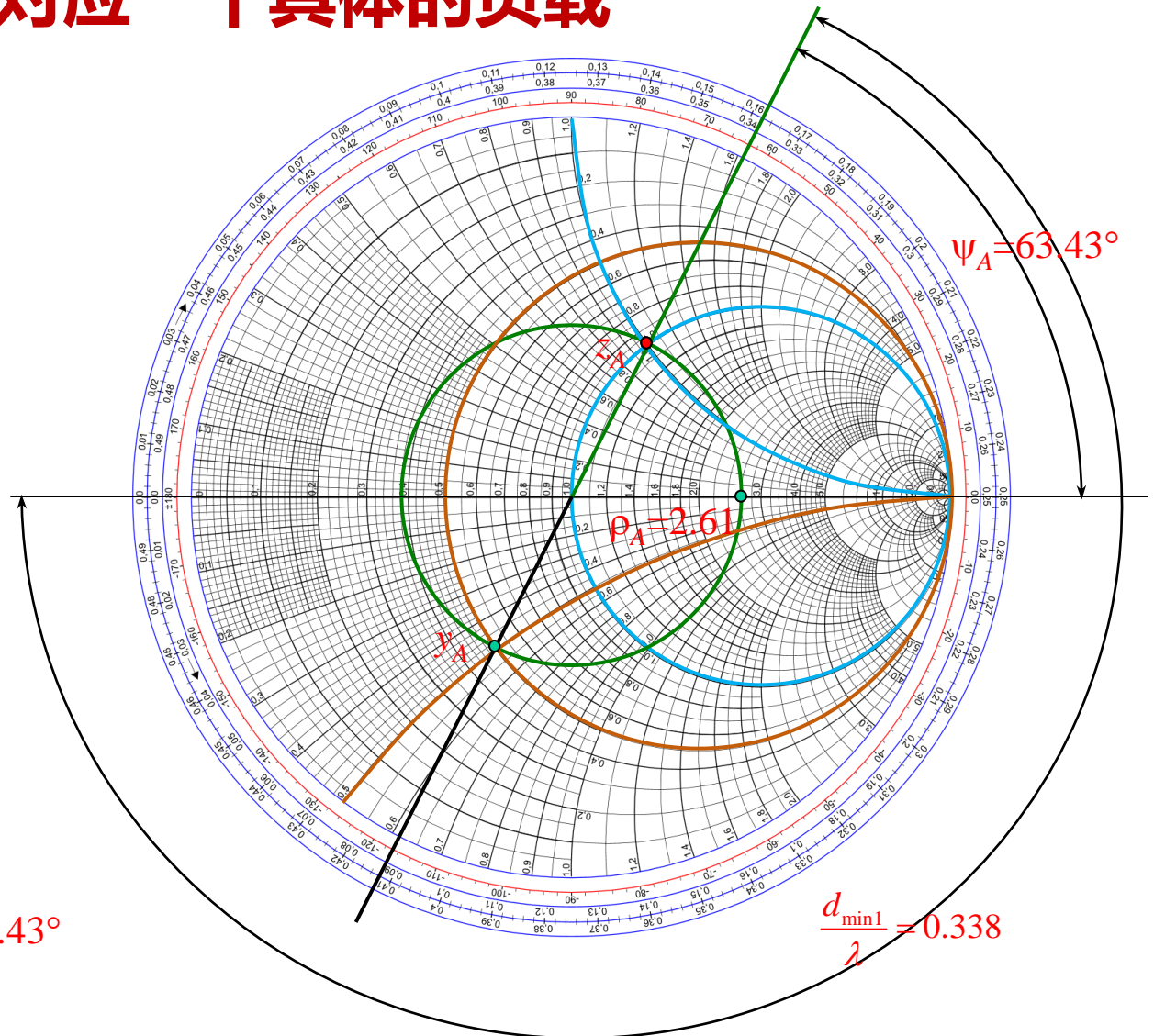
❖求图所示圆图
上A点对应的
阻抗 Z_A 、导
纳 Y_A

$$(|\Gamma_A|, \psi_A)$$

$$(\rho_A, d_{\min l_A})$$

$$Z_A = 1 + j1$$

$$|\Gamma_A| = 0.447 \quad \psi_A = 63.43^\circ$$



任何一个负载都可在圆图上找到相应的点

❖ 已知用阻抗表示的负载A

$$Z_A = 1 + j2$$

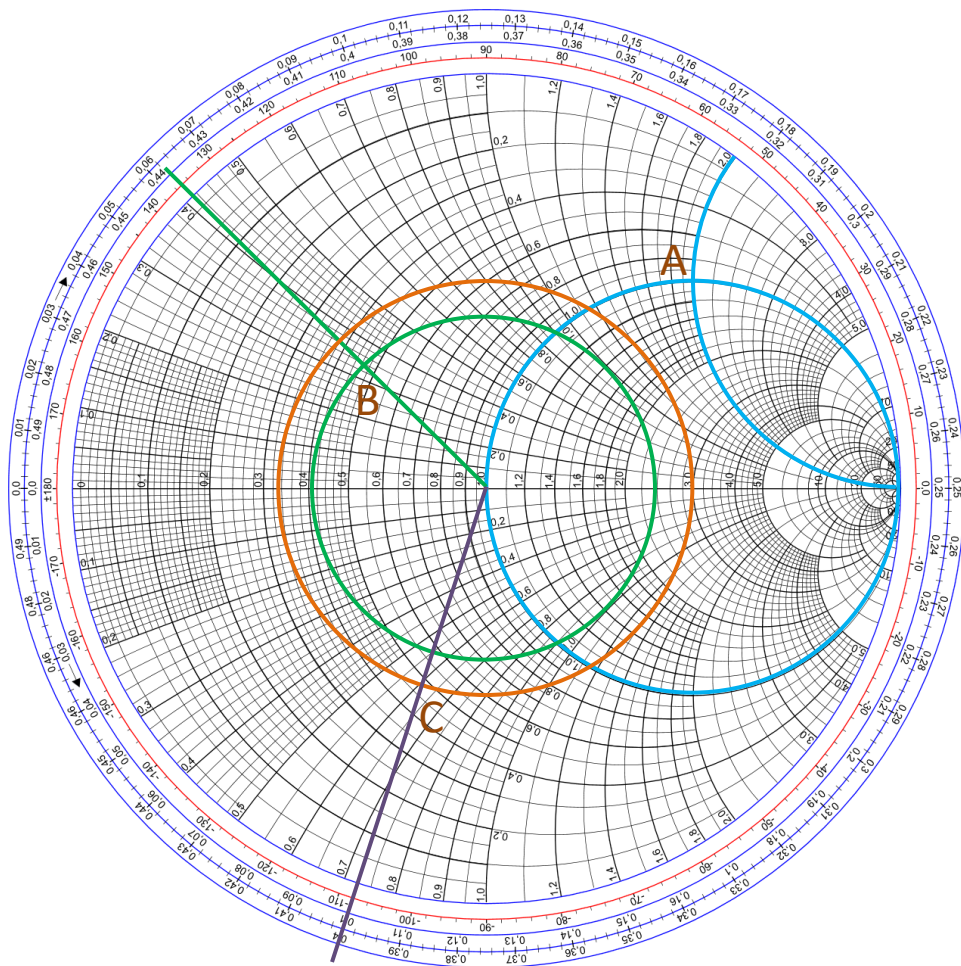
❖ 用反射系数表示的负载B

$$\Gamma_B = 0.4e^{j135^\circ}$$

❖ 用驻波系数及驻波最小点位置表示的负载C

$$\left(\rho_c = 3, \frac{d_{\min c}}{\lambda} = 0.1 \right)$$

❖ 在圆图上标出相应的点A、B、C



由负载阻抗求输入导纳

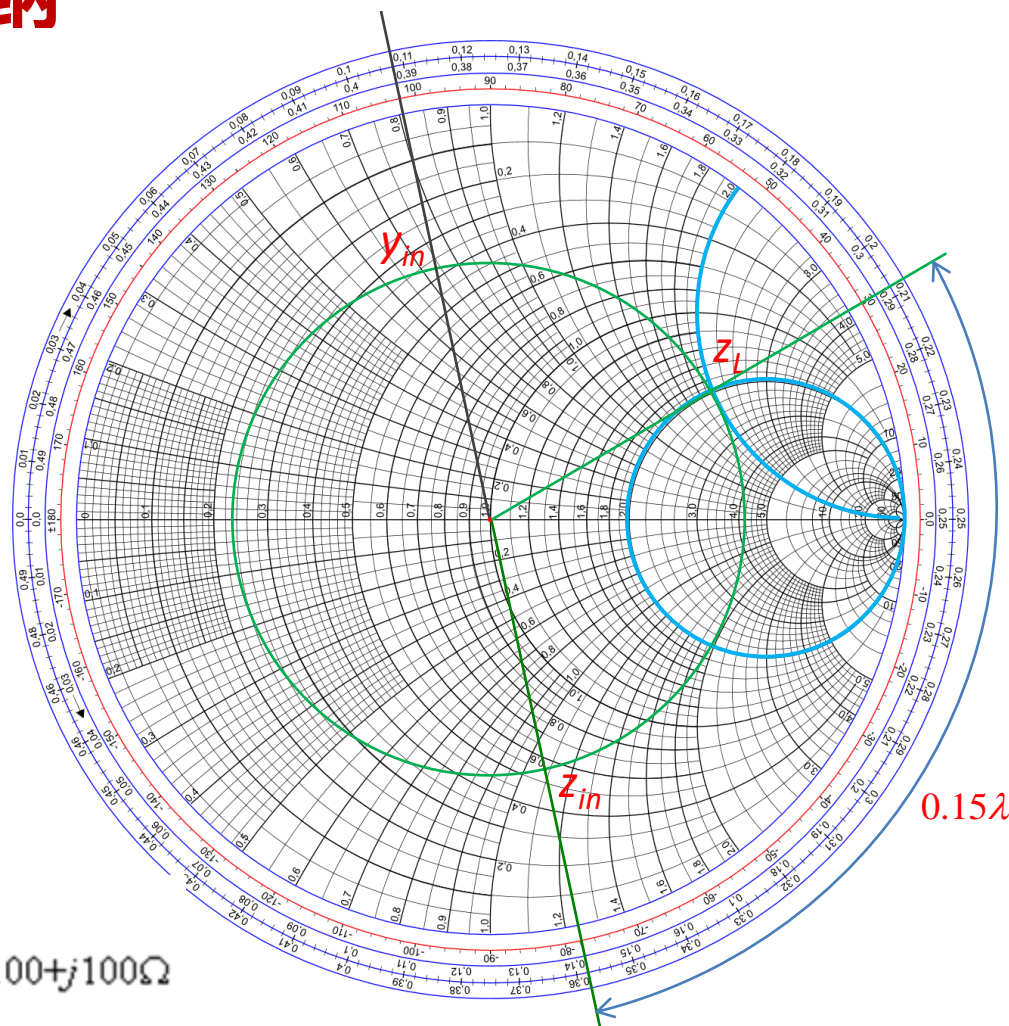
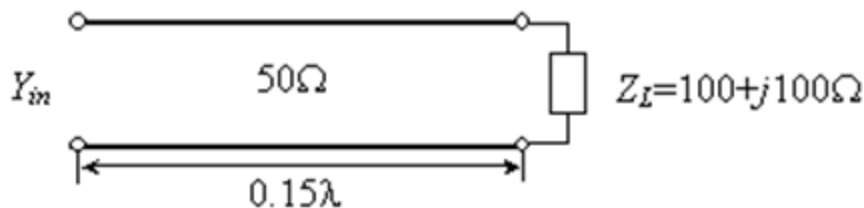
❖ 传输线特征阻抗为

50Ω , 负载阻抗

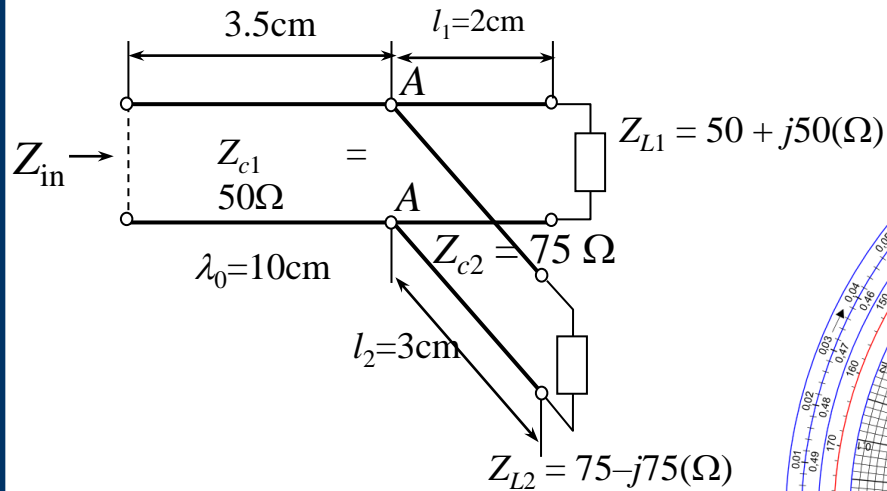
$$Z_L = (100 + j100)\Omega$$

❖ 求距负载 $l = 0.15\lambda$ 处

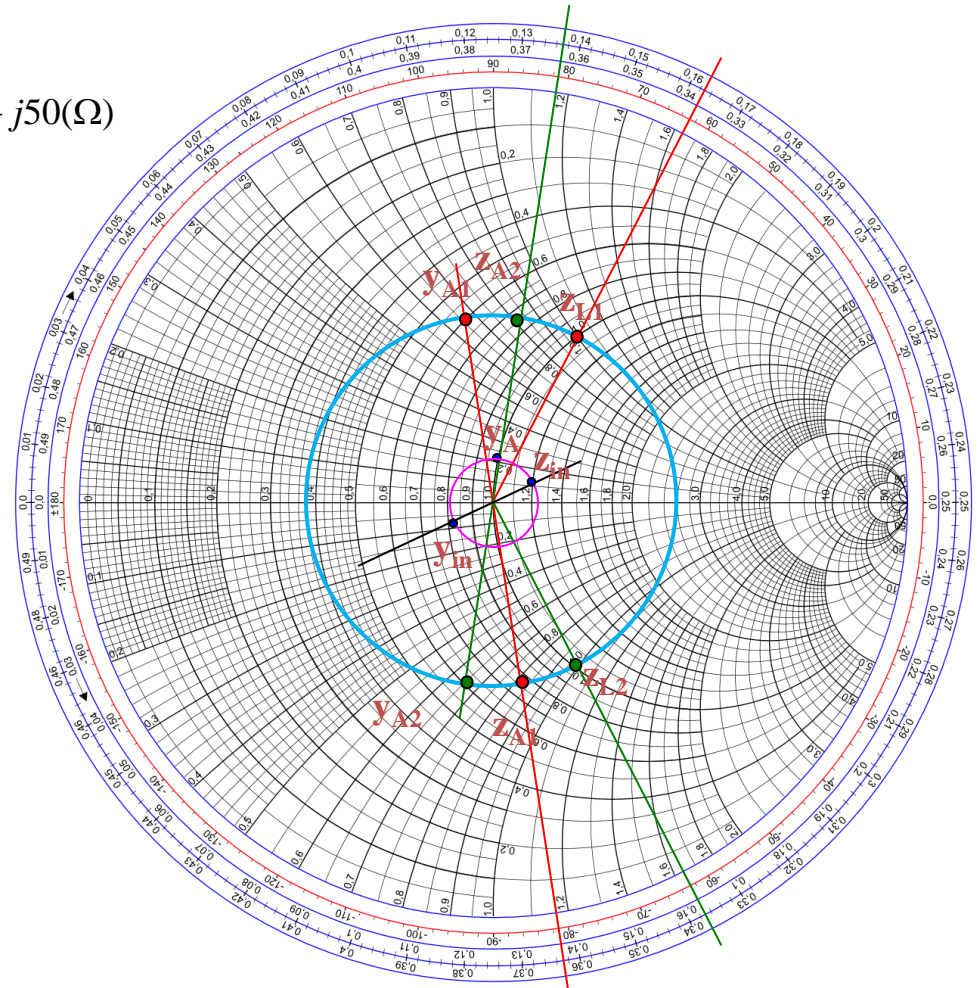
的输入导纳 Y_{in}



主教材例2-3圆图数据



$$y_A = \frac{y_{A1}Y_{c1} + y_{A2}Y_{c2}}{Y_{c1}}$$



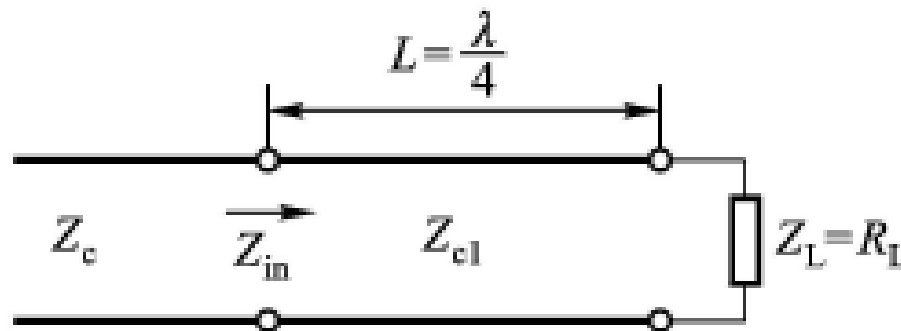
阻抗匹配及阻抗匹配器

❖ 负载的阻抗匹配

- ❖ 传输线与负载匹配，传输线处于行波状态，传输的功率大，效率高。
- ❖ 传输线与负载的匹配对于信号的有效传输与利用十分重要。
- ❖ 传输线的阻抗匹配实际包括两个方面：信号源与传输线的匹配，以及负载与传输线的匹配。
- ❖ 其方法是在负载与传输线之间加入一匹配装置，对匹配装置的基本要求是引入的附加损耗尽量小、频带宽、能适应各种负载（可调节）。
- ❖ 匹配的基本思路是负载不匹配引起的反射刚好被匹配器引入的反射相抵消，使得从匹配装置左面看进去的输入阻抗等于传输线特征阻抗，从而使传输线处于行波状态。

$\lambda/4$ 变换器

- ❖ 如果负载阻抗是纯电阻，可用
 $\lambda/4$ 阻抗变换器进行匹配。



- ❖ $\lambda/4$ 变换器是接在传输线与纯电阻负载之间的一段长度为 $\lambda/4$ 的传输线，其特征阻抗 Z_{c1} 等于负载电阻 R_L 与传输线特征阻抗 Z_c 乘积的平方根，即

$$Z_{c1} = \sqrt{R_L Z_c}$$

- ❖ 经过 $\lambda/4$ 变换器变换，从变换器左面看进去的输入阻抗 $Z_{in}=Z_c$ ，从而实现阻抗匹配。
- ❖ 如果负载不是纯电阻，仍要采用 $\lambda/4$ 变换器进行匹配，需将 $\lambda/4$ 变换器接在离负载一段距离的电压波节或电压波腹处，因为在电压波腹或电压波节处输入阻抗为纯电阻。

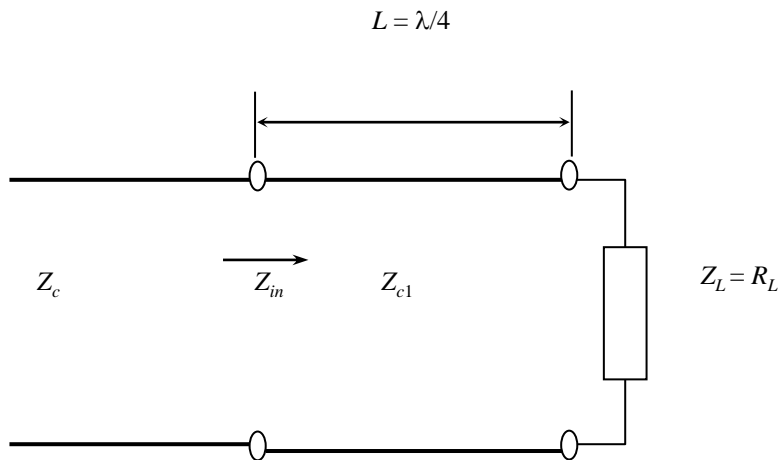


图2-25 $\lambda/4$ 变换器

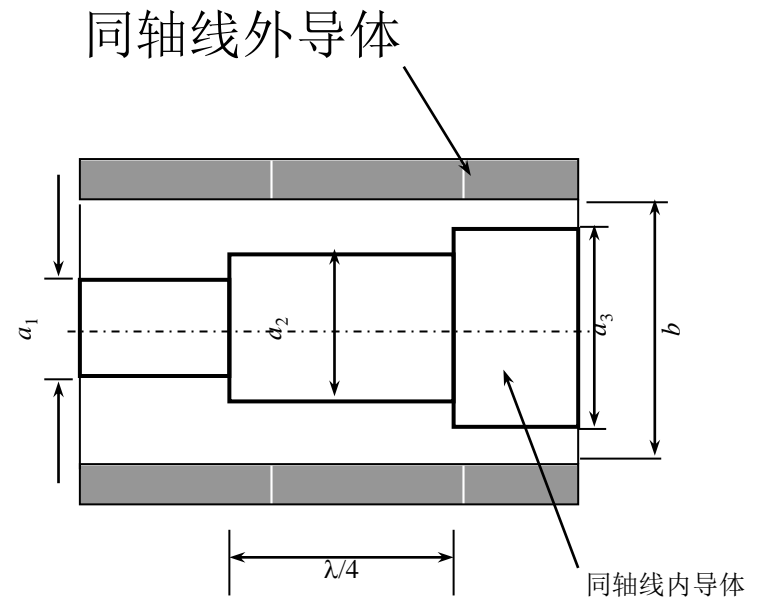
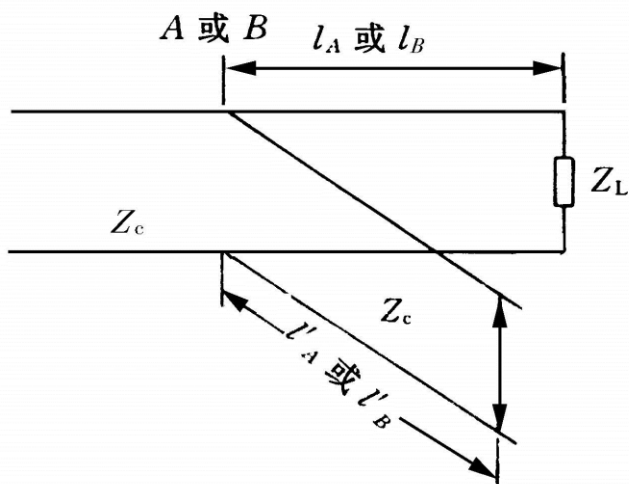


图2-26 $\lambda/4$ 同轴线阻抗变换器

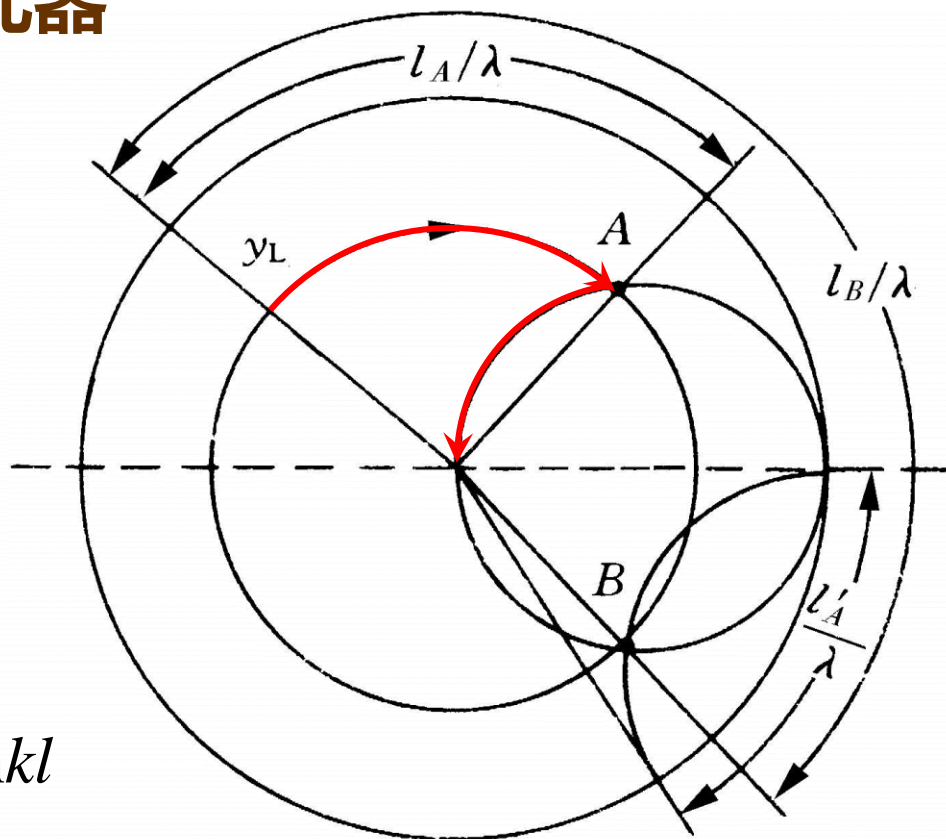
$$Z_c = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

可移动单可变电纳匹配器



开路: $Z_{in}(z = -l) = \frac{Z_c}{j \tan kl}$

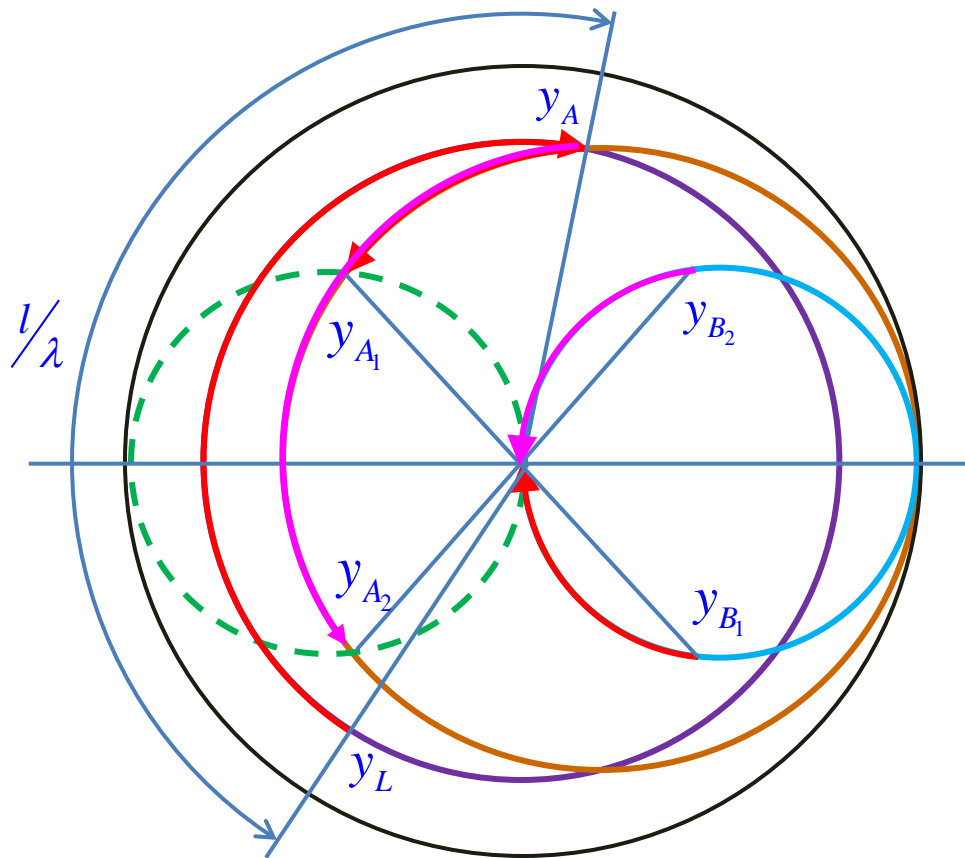
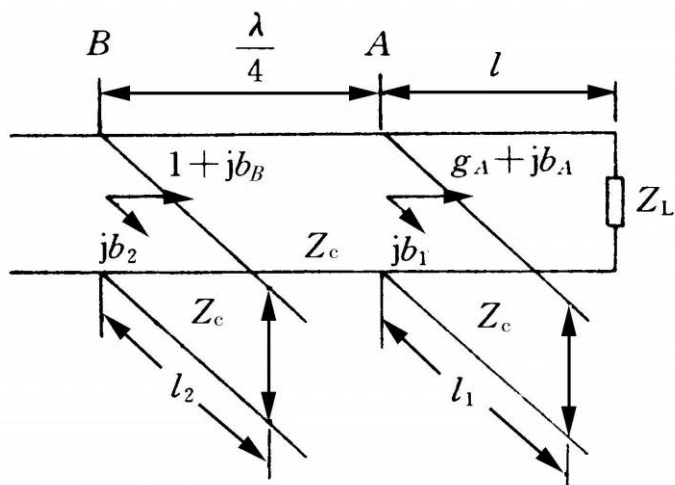
短路: $Z_{in}(z = -l) = jZ_c \tan kl$



❖ 连接点与负载之间电长度刚好使 y'_{in} 落在 $g=1$ 的等 g 圆上, 即 $y'_{in}=1+jb'_I$

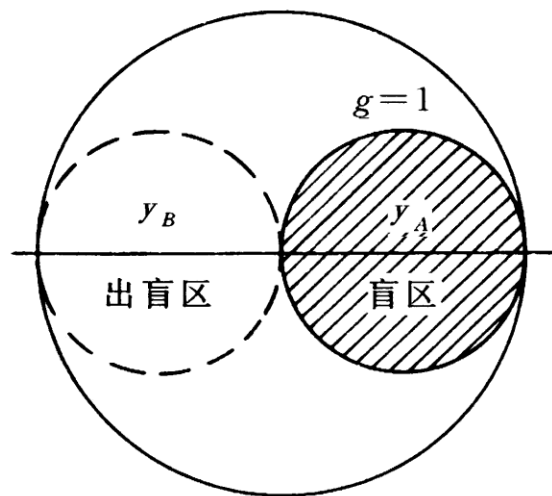
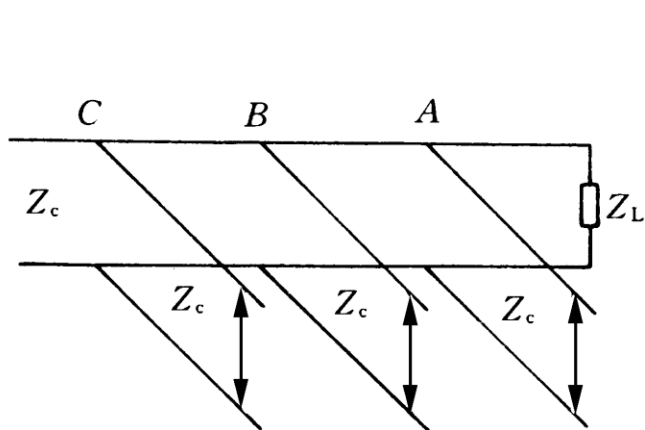
❖ 调节并联支路传输线短路面位置使并联支路引入的归一化电纳为 $-jb'_{in}$

双可变电纳匹配器

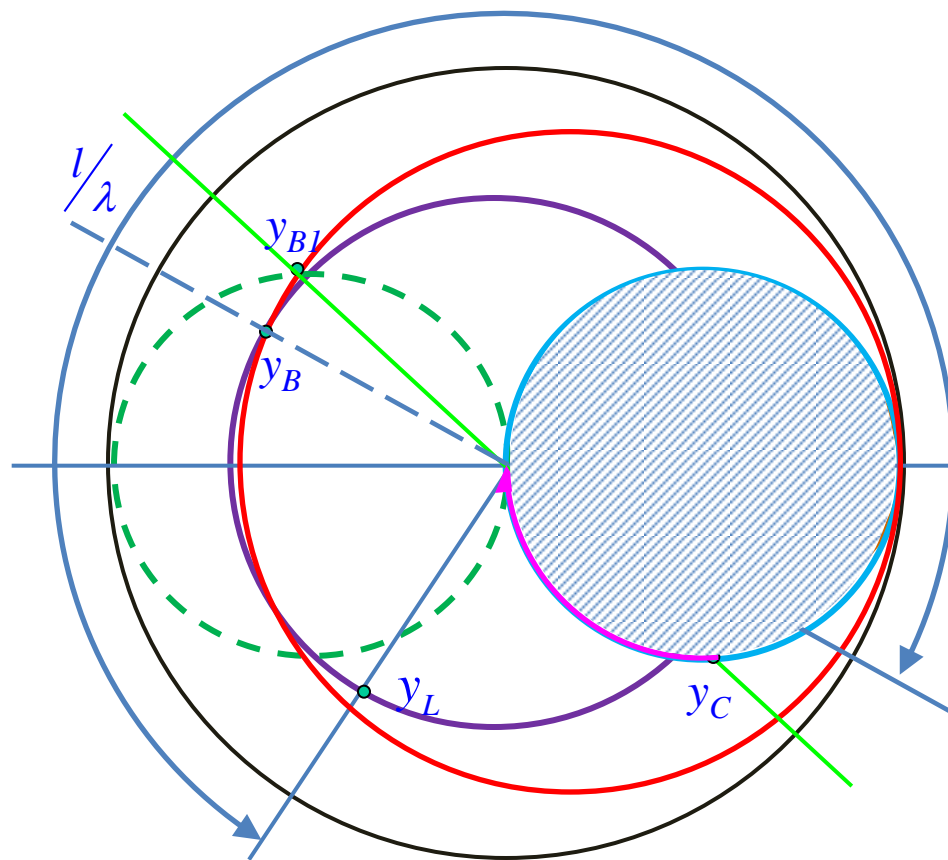
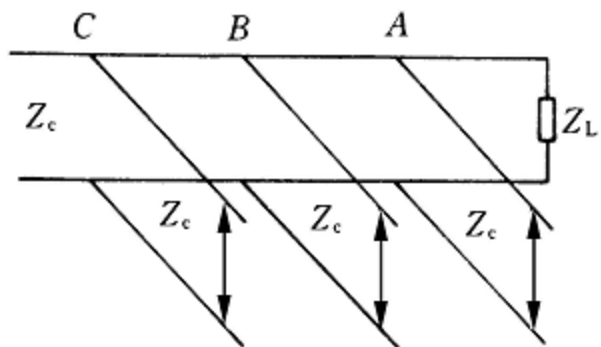


❖ 对于两并联支线间距为 $\lambda/4$ 的双可变电纳匹配器，如果 y'_{in} 在 $g=1$ 的圆内，则不可能实现负载与传输线匹配，即存在所谓匹配的“死区”。

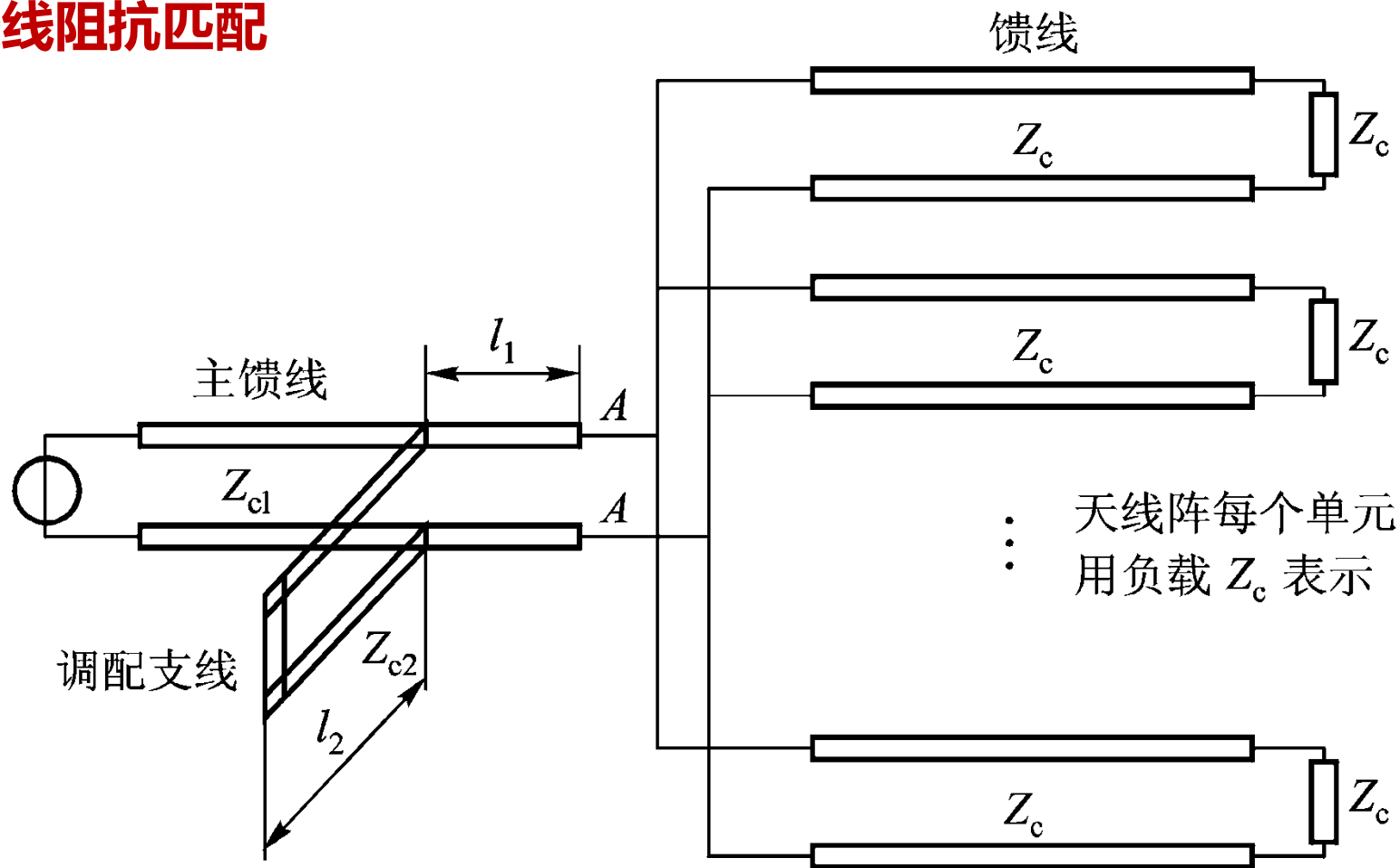
三可变电纳匹配器



❖ 在三可变电纳匹配器中，如果对于第一、第二个并联支线组成的双可变电纳匹配器，负载位于不匹配的“死区”，那么对于第二第三个并联支线组成的双可变电纳匹配器，要匹配的负载就一定出“死区”，因为经过第一、第二个并联支线间 $\lambda/4$ 传输线的变换沿等 $|\Gamma_L|$ 线转过 180° ，一定不在 $g=1$ 的圆内。



天线阻抗匹配

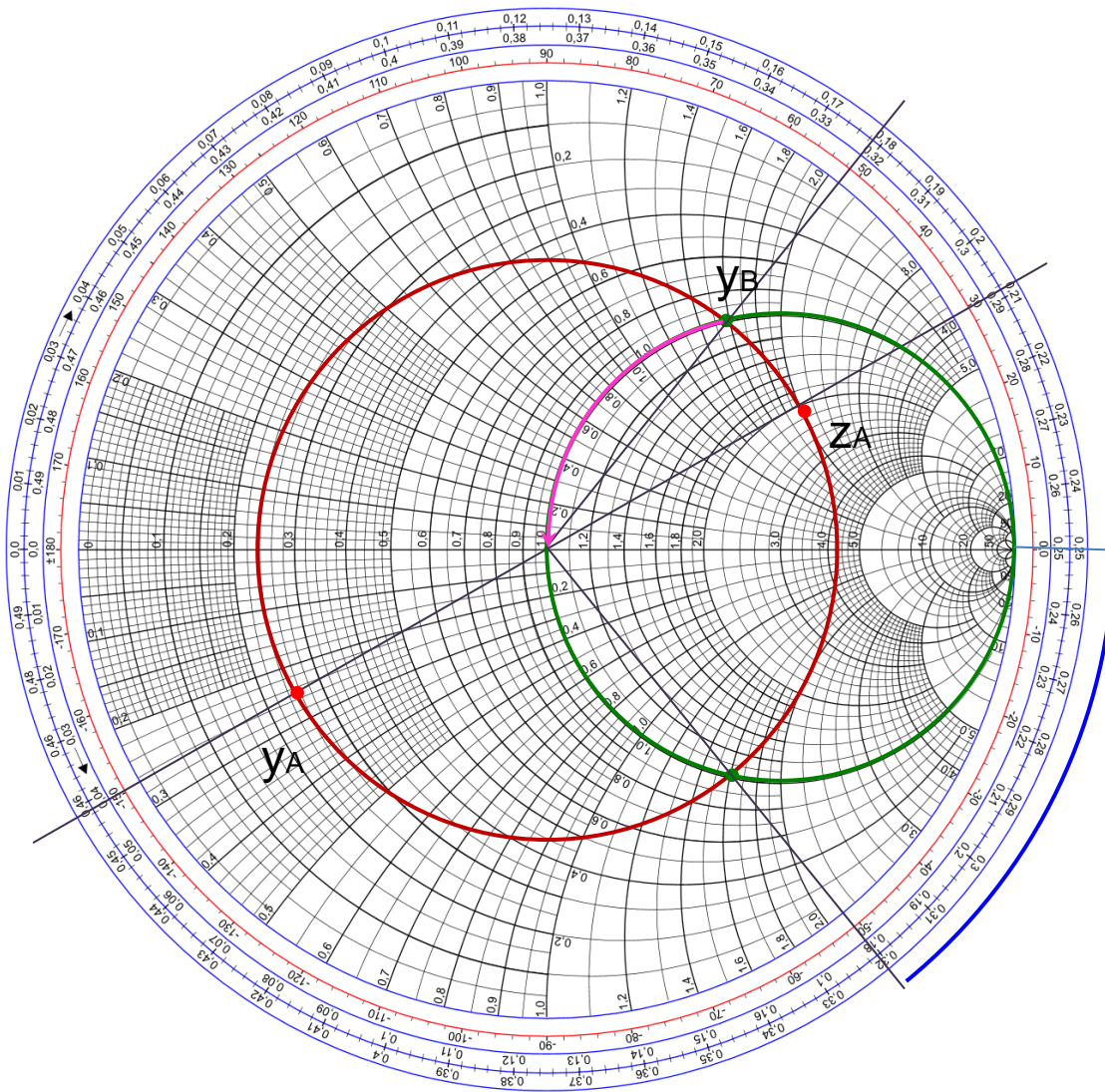


⋮ 天线阵每个单元
用负载 Z_c 表示

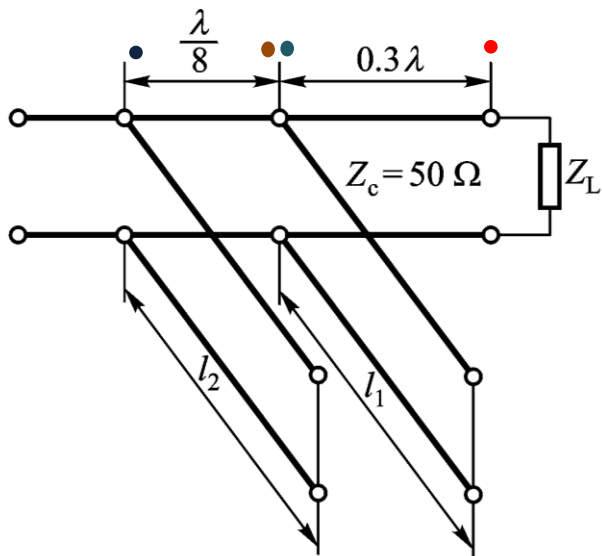
(a)

天线阻抗匹配

- ❖ 已知馈线特征阻抗
 75Ω ，测得AA负载
总阻抗为 $Z_A = (150 + j150)\Omega$ 。现欲用
单可变电纳匹配器
进行匹配，求单可
变电纳匹配器离开
AA面距离 l_1 以及并
联短路传输线（特
征阻抗 $Z_{c2} = 75\Omega$ ）
长度 l_2 。



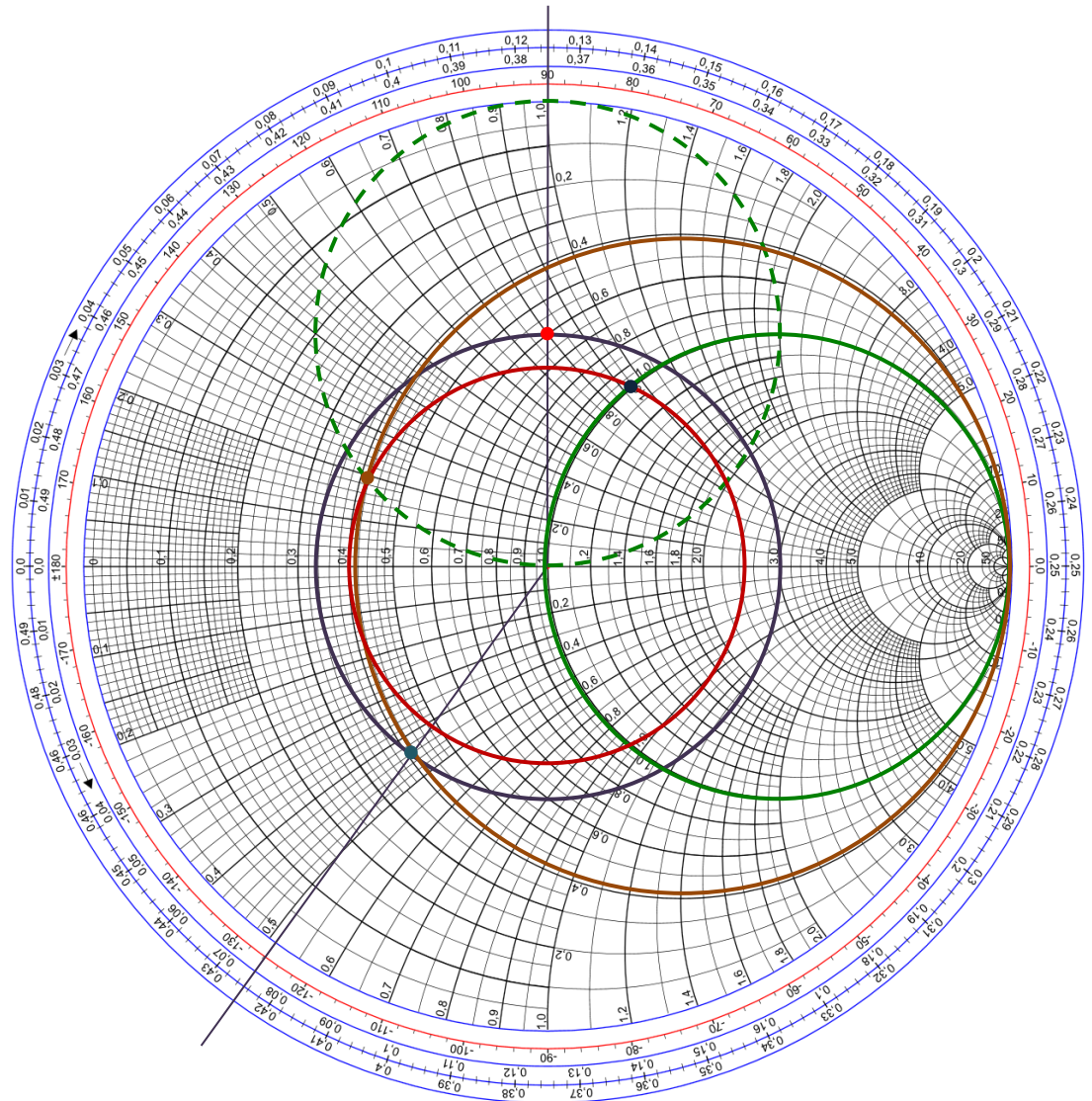
主教材例2-14 (P.106)



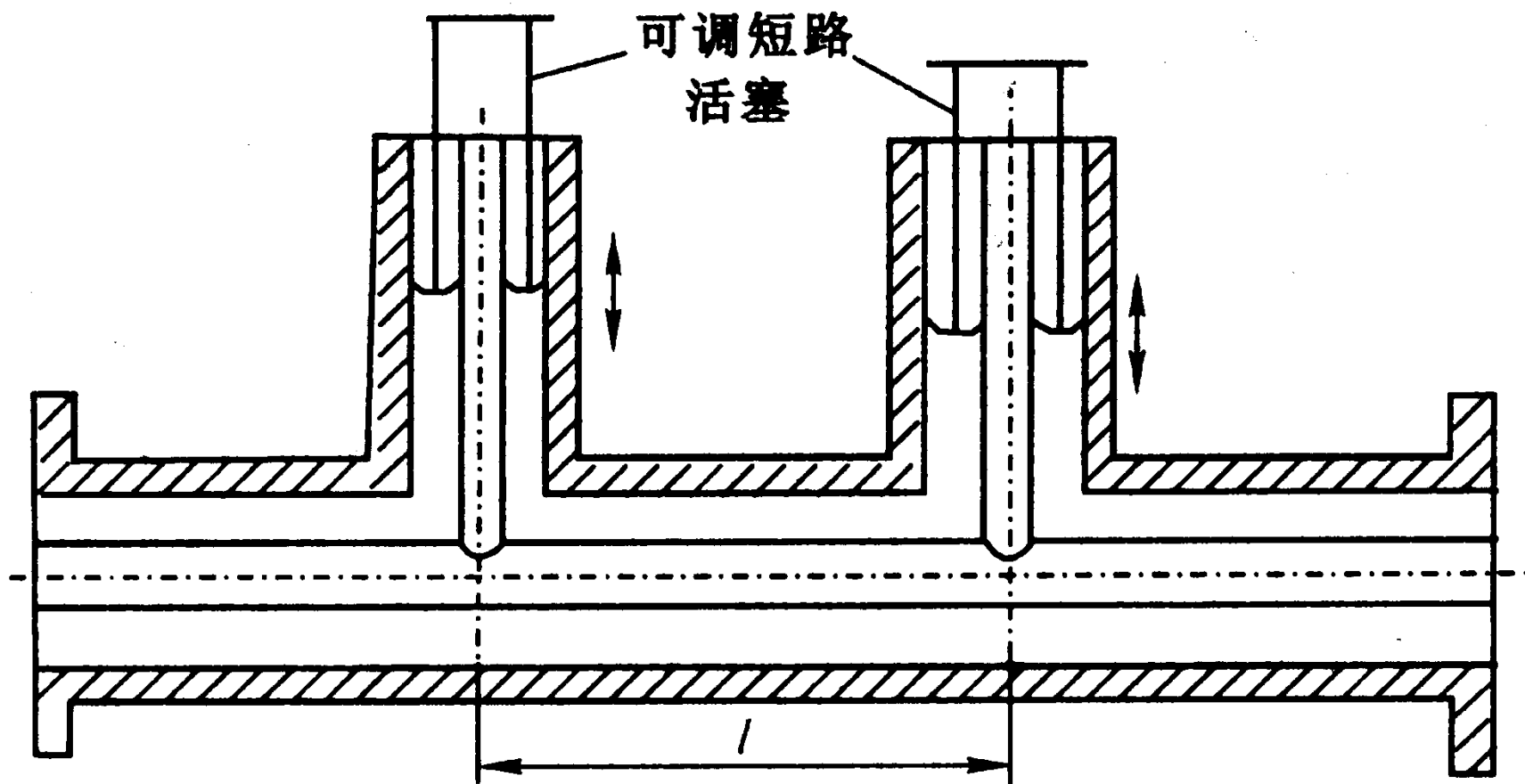
(a)

$$Z_L = (30 - j40) \Omega$$

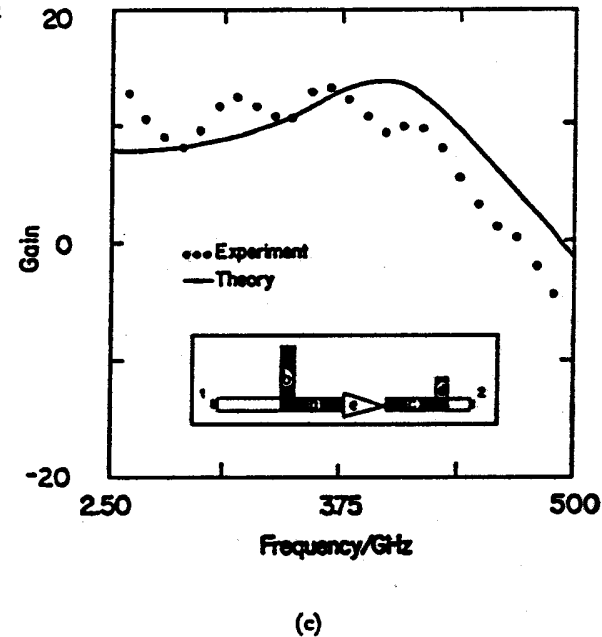
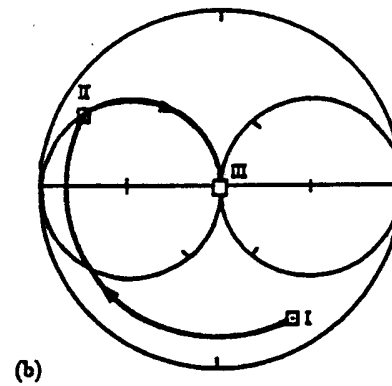
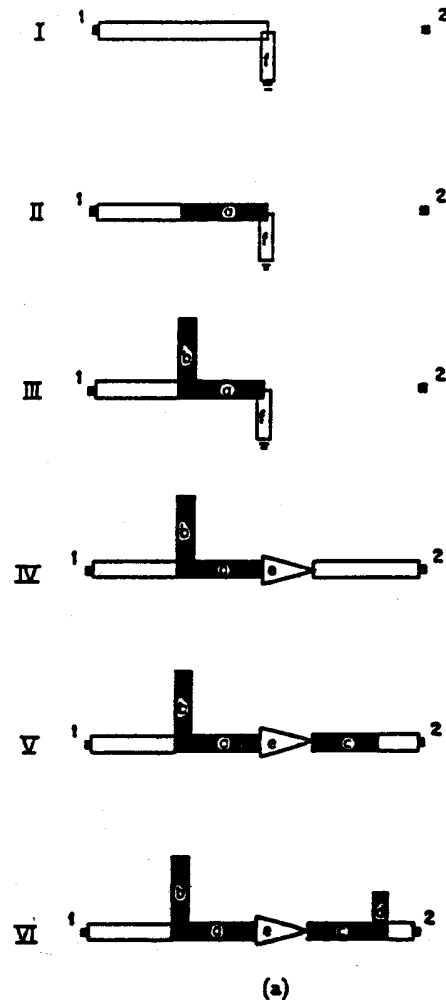
$$y_L = 0.6 + j0.8$$



同轴线结构双可变电纳匹配器

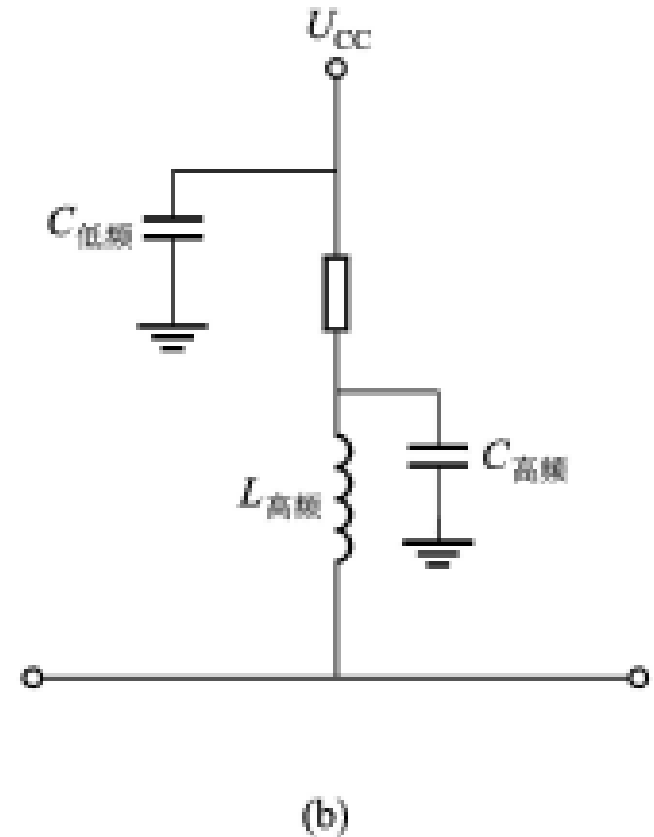
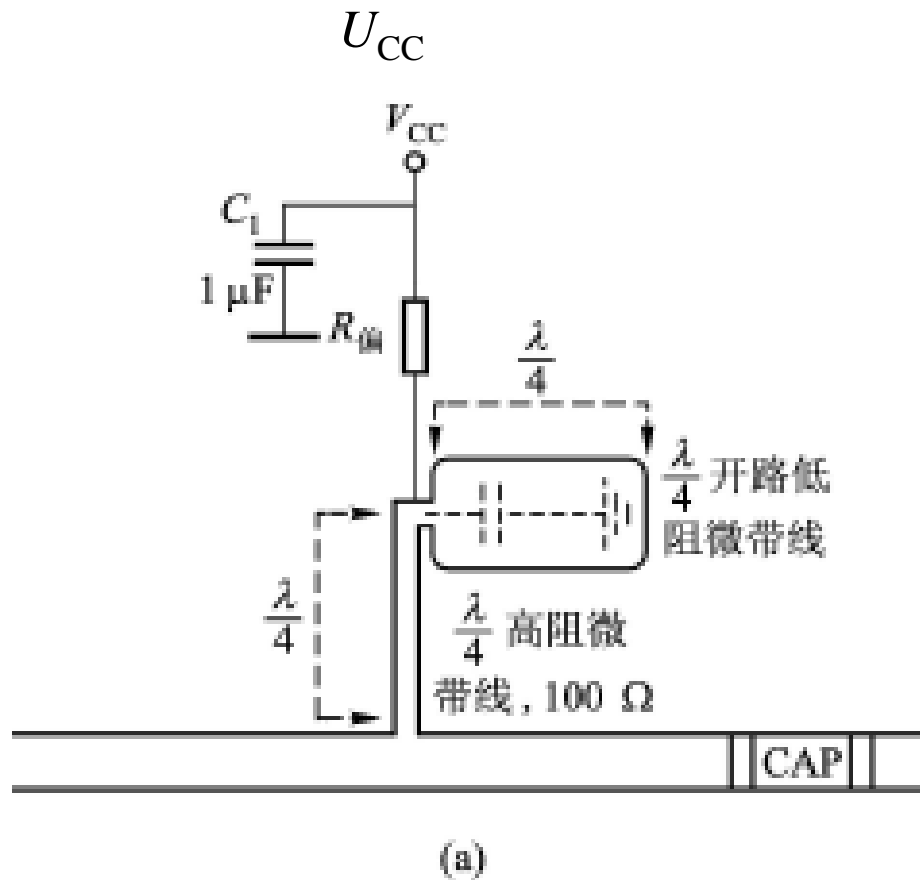


微带放大器电路匹配



微带放大器设计过程及数据

基于微带线的直流偏置去耦电路



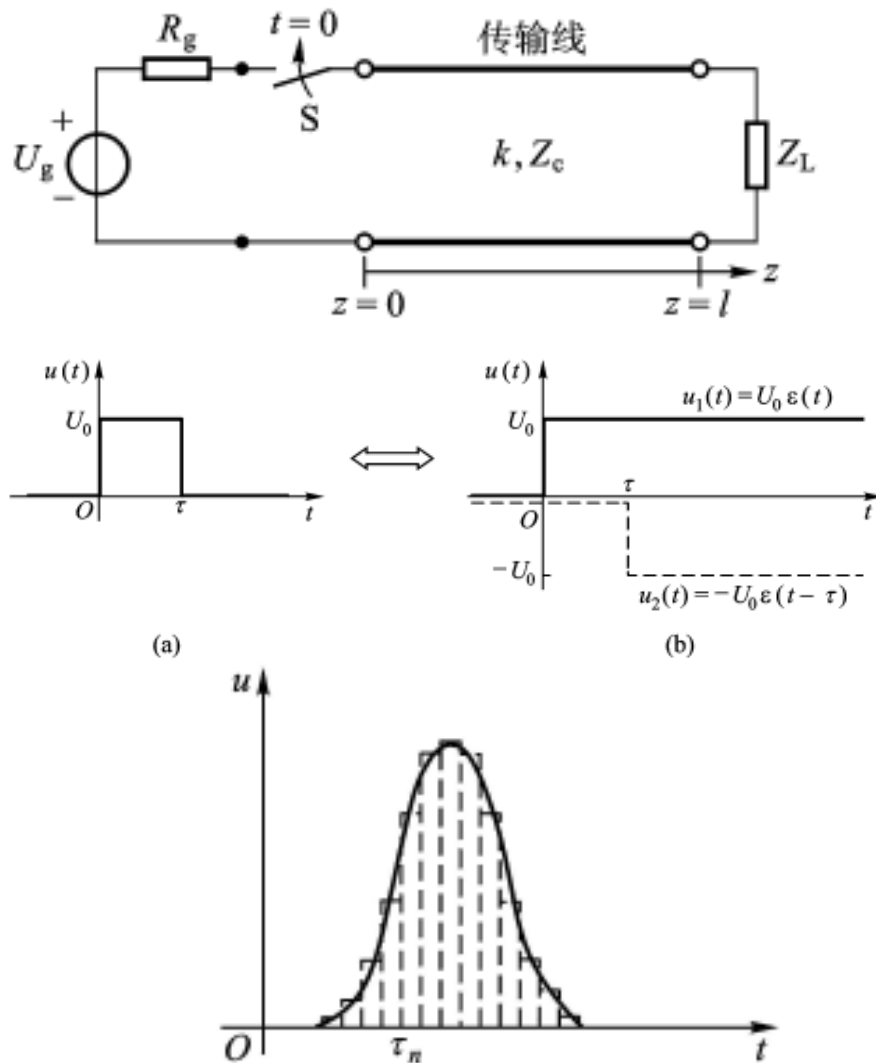
传输线为任意波形电压 $u(t)$ 激励时的瞬态分析

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & t < 0, t > \tau \end{cases}$$

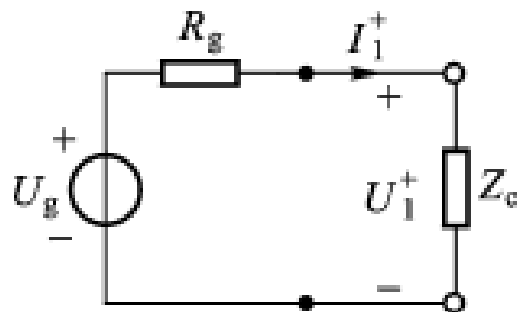
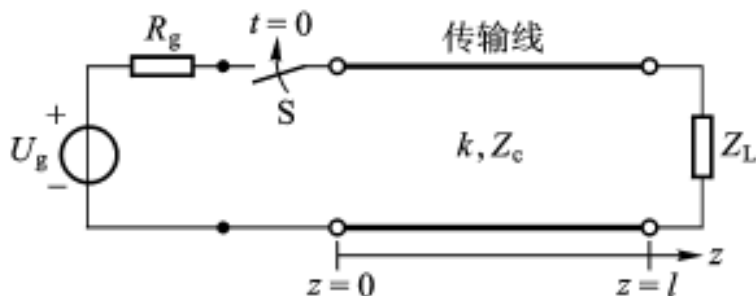
❖ 脉冲持续时间为 τ 的信号可表示为两个阶跃函数 $\varepsilon(t)$ 的组合

$$u(t) = U_0 \varepsilon(t) - U_0 \varepsilon(t - \tau)$$

❖ 传输线为任意波形电压 $\varepsilon(t)$ 激励时，
先将激励波形分解为多个矩形电压脉冲的叠加，然后研究传输线为矩形电压激励时的瞬态响应，再把所有这些瞬态响应加起来就得到波源 $u(t)$ 激励传输线的瞬态响应。



阶跃电压作用下的传输线



电路刚接通 ($t = 0^+$) 时的等效电路

❖ $t = 0$ 时刻，开关 S 动作使源与传输线接通，相当于一**阶跃电压**加到传输线

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

❖ $t = 0^+$ ，传输线上只有入射波，没有反射波，传输线负载 Z_c 等效，故得

$$I_1^+ = \frac{U_g}{R_g + Z_c} \quad U_1^+ = I_1^+ Z_c = \frac{U_g Z_c}{R_g + Z_c}$$

❖ 当波到达传输线终端 ($z = l$)，如果 $Z_L \neq Z_c$ ，部分能量反射回来往源方向传播，当反射回来的波到达传输线始端 ($z = 0$)，如果 $Z_g \neq Z_c$ ，一部分能量又反射回来往负载 ($z = l$) 方向传播。如此不断重复下去，最终达到稳态。

阶跃电压作用下的传输线

$$t = 0^+ \quad I_1^+ = \frac{U_g}{R_g + Z_c}$$

$$U_1^+ = I_1^+ Z_c = \frac{U_g Z_c}{R_g + Z_c}$$

当 $t_1 = T/2$ 时

$$U\left(z, \frac{T}{2}\right) = \begin{cases} U_1^+ & 0 \leq z < \frac{l}{2} \\ 0 & \frac{l}{2} < z \leq l \end{cases}$$

当 $t = T$, 波到达传输线终端 ($z = l$) ,

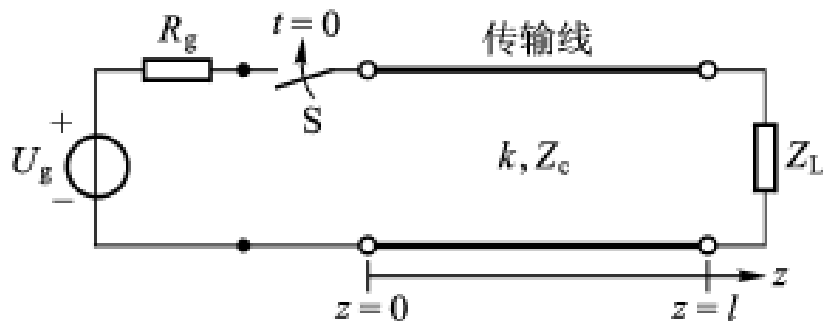
$$\Gamma_l = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}$$

假定 $Z_L = 2Z_c$

$$\Gamma_l = \frac{1}{3} \quad U_1^- = \frac{U_1^+}{3}$$

当 $t = \frac{3}{2}T$

$$U\left(z, \frac{3T}{2}\right) = \begin{cases} U_1^+ & 0 \leq z < \frac{l}{2} \\ U_1^+ + U_1^- = \frac{4}{3}U_1^+ & \frac{l}{2} < z \leq l \end{cases}$$



阶跃电压作用下的传输线

当 $t = 2T$, 反射波 U_1^- 到达始端 ($z = 0$)

$$\Gamma_g = \frac{R_g - Z_c}{R_g + Z_c}$$

假定 $R_g = 4Z_c$, 则 $\Gamma_g = 0.6$ 。

$$U_2^+ = \Gamma_g U_1^- = \Gamma_g \Gamma_l U_1^+ = \frac{0.6}{3} U_1^+ = 0.2 U_1^+$$

当 $t = 5T/2$

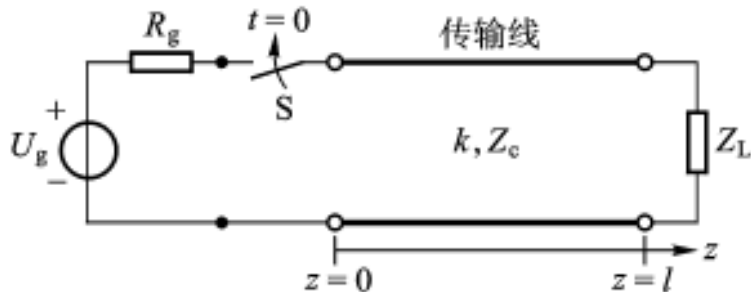
$$U\left(z, \frac{5T}{2}\right) = \begin{cases} U_1^+ + U_1^- + U_2^+ = \left(1 + \frac{1}{3} + 0.2\right) U_1^+ & \left(0 \leq z < \frac{l}{2}\right) \\ U_1^+ + U_1^- = \left(1 + \frac{1}{3}\right) U_1^+ & \left(\frac{l}{2} < z \leq l\right) \end{cases}$$

如果把上面过程继续进行下去, 传输上最终电压分布为

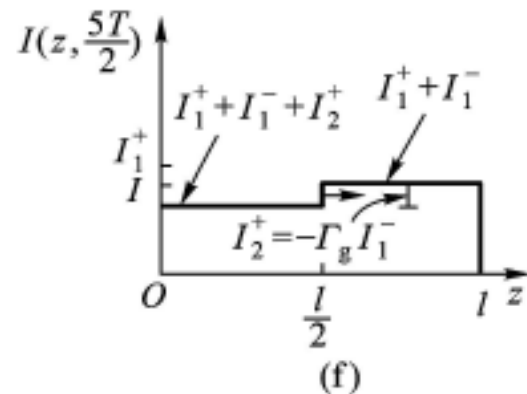
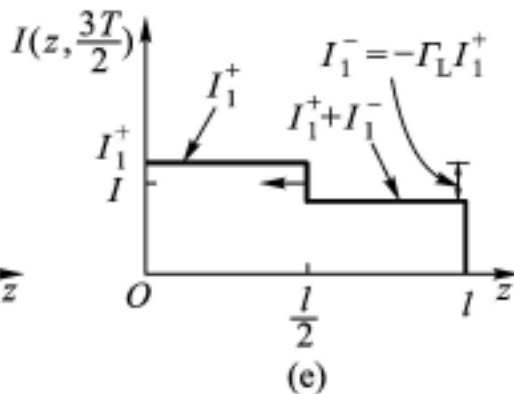
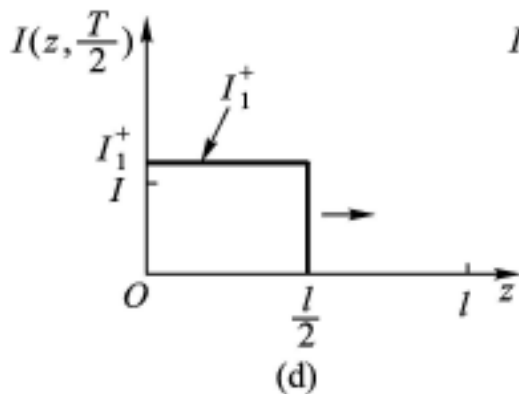
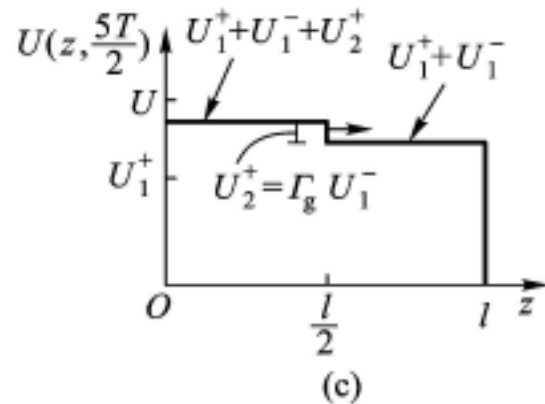
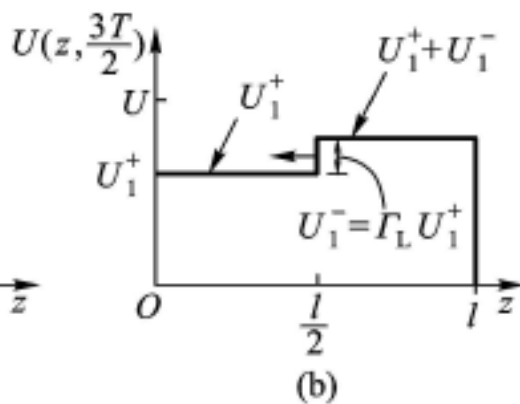
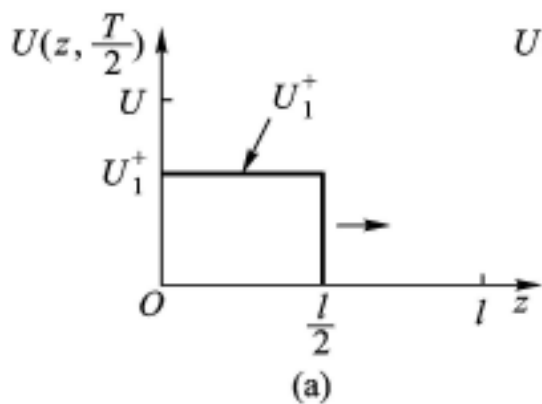
$$U_\infty = U_1^+ + U_1^- + U_2^+ + U_2^- + U_3^+ + U_3^- + \cdots = U_1^+ (1 + \Gamma_l) \frac{1}{1 - \Gamma_l \Gamma_g}$$

将 Γ_l 、 Γ_g 代入上式, 得到 $V_\infty = \frac{U_g Z_L}{R_g + Z_L}$

这就是阶跃电压加到传输线始端, 传输线达到稳态时的电压。



阶跃电压作用下传输线的瞬变过程



$$U(z), \quad t_1 = T/2$$

$$U(z), \quad t_2 = 3T/2$$

$$U(z), \quad t_3 = 5T/2$$

$$I(z), \quad t_1 = T/2$$

$$I(z), \quad t_2 = 3T/2$$

$$I(z), \quad t_3 = 5T/2$$

传输线瞬态响应的频域分析

如果我们把激励源 $V(t)$ 展开为多个频率不同的简谐振荡源的叠加，即，

$$V(t) = \sum_n A_n e^{j\omega_n t}$$

那末对于角频率为 ω_n 的任一简谐振荡源激励的波沿传输线的传播就可用稳态的方法进行分析。把所有激励的波在传输线的任一位置(如 $z = z_1$)的值计算出来，进行傅里叶反变换就得到该位置电压或电流随时间的变化，即传输线的瞬态响应。如果波传播速度与激励源的频率有关，这种方法分析传输线的瞬态响应更显优越性。

第3讲复习

- ❖ 圆图是在 $|\Gamma|$ 单位圆内同时将等R线、等X线或等G线、等B线标出的图，传输线状态的特征量沿传输线变换都可在圆图上直观地显示。
- ❖ 阻抗圆图旋转 180° 即得到导纳圆图。阻抗圆图也可当作导纳圆图用，但其特征点、线、面的物理意义是不同的。
- ❖ 阻抗匹配的基本思想是：匹配装置引入的反射刚好抵消原来负载引起的反射。
- ❖ $\lambda/4$ 阻抗变换器只能对纯电阻负载进行变换。
- ❖ 并联支路可变电纳匹配器匹配的过程是先变换到 $g = 1$ 的圆上，再变换到匹配点 $g = 0$ 、 $b = 0$ 。
- ❖ 传输线对阶跃电压的瞬态响应是分析传输线瞬态响应的基础。

The End.

郑史烈

zhengsl@zju.edu.cn