

关于波导的学习总结

波导是《电磁场与电磁波》课程学习中重要且较难理解的一章，我在学习该部分的过程中遇到了许多困难。借此次读书报告任务的机会，我对《电磁场与电磁波》波导部分内容进行了课外研读，并做了矩形波导有关知识点的总结。

1 引言

《电磁场与电磁波》前五章主要讨论了电磁波本身遵循的物理规律与传播特性，而第六章则介绍了一种基于电磁波传播特性与遵循的物理规律而设计的导引电磁波的结构——波导，它用来定向传播电磁波。书中讨论的波导结构主要分为3类：柱形金属波导——适用于厘米波、毫米波段的大功率传输；平面介质波导——适用于集成电路工艺加工；光纤——适用于信号远距离传输。

2 关于波导的历史研究

波导的概念最早可以追溯到19世纪末和20世纪初。1880年代，奥利弗·赫维赛德（Oliver Heaviside）提出了电报线路中的传输线方程。后来，乔治·西蒙·欧姆（Georg Simon Ohm）和威廉·汤姆森（William Thomson）也为传输线理论的发展做出了贡献。这些早期研究为波导的进一步发展提供了理论支持。

在二战期间，雷达技术的发展对波导技术提出了迫切需求。波导能够高效地传输高频电磁波，且损耗较低，成为雷达系统的关键组件。金属波导在这一时期得到了广泛应用。战后，波导技术从军事应用扩展到民用领域。微波通信、电视广播和卫星通信等都开始使用波导技术。波导在这些领域的应用促进了通信系统的可靠性和效率的提高。20世纪60年代，光纤技术的突破标志着光波导发展的新阶段。光纤波导利用全内反射原理，能够以极低的损耗传输光信号。光纤通信迅速成为长距离和高容量数据传输的主流技术。20世纪70年代，半导体材料的研究进展使得半导体波导得以发展。这种波导主要用于集成光电子器件，如激光器和光电探测器，广泛应用于光通信和光计算领域。

现代波导设计越来越复杂，包括光子晶体波导、等离子体波导和量子波导等。这些新型波导结构能够操控光和电磁波的传播特性，实现更多功能，如波长选择性滤波、慢光效应和增强非线性效应。随着科技的进步，波导技术在通信、传感、成像和计算等领域的应用前景将更加广阔。

3 波导的基本特征

尽管不同类型的波导具有不同的几何尺寸与功能特性，但它们都有一些相同的基本特征：

- 以波长来度量，横截面尺寸处于同一量级；
- 横截面可分为内部区域和外部区域两个部分，波主要限制在内部区域传播；
- 导引电磁波时横截面的场都为驻波分布。

柱形金属波导一般工作于微波波段，其横截面一般在厘米量级。从结构特征来看，其由金属材料围成封闭结构——被金属壁包围的部分是内部区域，构成波导的金属壁是外部区域。电磁波沿柱形金属波导传播的基本过程是：内部区域传播的电磁波倾斜投射到内外区域的交界面发生全反射，从而沿内部区域轴线曲折向前传播。

4 波导的特征参数

在分析波导（waveguide）时，有几个关键特征参数值得重点关注，这些参数直接影响波导的性能和应用。

4.1 色散特性（Dispersion Characteristics）

波导中的信号传播速度与频率相关，色散特性描述了这种依赖关系，影响信号的相位和群速度。色散特性常用 $\omega - k_z$ 平面上的曲线表示：曲线上任一点与原点连线斜率 ω/k_z 表示波导工作于该点所对应的频率点的相速 v_p ；而切线斜率 $\frac{d\omega}{dk_z}$ 表示工作于该点所对应频率点的群速 v_g 。

4.2 阻抗（Impedance）

波导的特征阻抗 Z 在幅值上反映波导横向电场与横向磁场之比，影响信号的反射和传输。工程设计中通常需要匹配源和负载的阻抗以最小化反射。

4.3 损耗 (Losses)

损耗是限制波导远距离传输电磁波的主要因素。

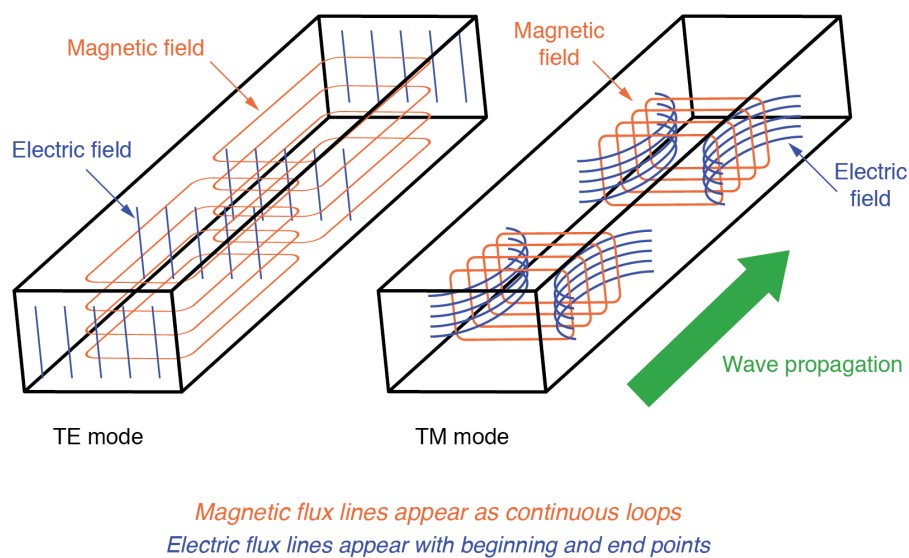
- 传输损耗：包括导体损耗和介质损耗。导体损耗由于导体表面电阻引起，介质损耗由于介质材料的吸收引起。
- 衰减常数：描述信号在波导中传播时的功率衰减。

4.4 电磁场分布 (Electromagnetic Field Distribution)

波导横截面内的场分布充分反映了波导的工作特性，在以波导为基础的各类无源、有源器件的设计中，场分布至关重要。满足波导横截面边界条件的一种可能场分布叫做波导的模式，不同的模式有不同的场结构，可以独立存在。

5 矩形波导

矩形波导是本次报告的重点研究对象。矩形波导边界条件规则可以得到解析解，对矩形波导分析得出的概念、结论对于理解其他各类波导非常有益，有关波导的各种概念可以得到清晰的解释。下图展示的即为矩形波导传输模型。



5.1 矩形波导的场分布

研究矩形波导的各特征参数，场分布是最核心与最重要的。矩形波导的场分布可按照以下步骤：

1. 将矩形波导中的场按 TE 与 TM 模式分解，再将场量分解为横向与纵向场量；
2. 将横向场量表示为模式函数与其幅值（模式电压或模式电流）的乘积，利用传输线模型与边界条件求解；
3. 求得横向场量后用其表示纵向场量。

以下为具体求解步骤：

- 场量的分解，如下表所示：

TE 模	TM 模
$\mathbf{E}' = \mathbf{E}'_t$	$\mathbf{E}'' = \mathbf{E}''_t + \mathbf{E}''_z \mathbf{z}_0$
$\mathbf{H}' = \mathbf{H}'_t + \mathbf{H}'_z \mathbf{z}_0$	$\mathbf{H}'' = \mathbf{H}''_t$
$\mathbf{E}'_t = \mathbf{e}'(\boldsymbol{\rho}) V'(z)$	$\mathbf{E}''_t = \mathbf{e}''(\boldsymbol{\rho}) V''(z)$
$\mathbf{H}'_t = \mathbf{h}'(\boldsymbol{\rho}) I'(z)$	$\mathbf{H}''_t = \mathbf{h}''(\boldsymbol{\rho}) I''(z)$
$\mathbf{H}'_z = \frac{j}{\omega \mu} \nabla_t \times \mathbf{E}'_t$	$\mathbf{E}''_z = \frac{1}{j \omega \epsilon} \nabla_t \times \mathbf{H}''_t$

- 模式函数与幅值函数的求解

模式函数与幅值函数满足以下方程：

$$\begin{aligned} (\nabla_t^2 + k_t^2) \begin{Bmatrix} \mathbf{e}'(\rho) \\ \mathbf{h}'(\rho) \end{Bmatrix} &= 0 \\ \frac{dV(z)}{dz} &= -jk_z Z I(z) \\ \frac{dI(z)}{dz} &= -jk_z Y V(z) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} k_t^2 + k_z^2 &= w^2 \mu \epsilon = k^2 \\ Z &= \frac{1}{Y} = \begin{cases} w\mu/k_z & (TE \text{模}) \\ k_z/w\epsilon & (TM \text{模}) \end{cases} \end{aligned}$$

先研究 TE 模。直角坐标系下， TE 模模式函数可分解为

$$\mathbf{e}'(x, y) = e'_x(x, y)\mathbf{x}_0 + e'_y(x, y)\mathbf{y}_0$$

利用分离变量法（具体过程略）可解得

$$\begin{aligned} e'_x(x, y) &= A \sin(k'_x x + \varphi_1) \sin(k'_y y + \varphi_2) \\ e'_y(x, y) &= \frac{k'_x A}{k'_y} \cos(k'_x x + \varphi_1) \cos(k'_y y + \varphi_2) \end{aligned}$$

波导壁的金属理想条件下为完纯导体，则根据边界条件及模式函数限制条件

$$\begin{aligned} e'_x(x, y) &= 0 \quad \text{当 } y = 0, b \\ e'_y(x, y) &= 0 \quad \text{当 } x = 0, a \\ \mathbf{e}'(\rho) \times \mathbf{h}'(\rho) &= \mathbf{z}_0 \end{aligned}$$

最终可得

$$\begin{aligned} e'_x(x, y) &= A_{mn} \frac{n\pi}{b} \cos(\frac{m\pi}{a}x) \sin(\frac{n\pi}{b}y) \\ e'_y(x, y) &= -A_{mn} \frac{m\pi}{a} \sin(\frac{m\pi}{a}x) \cos(\frac{n\pi}{b}y) \\ h'_x(x, y) &= -e'_y(x, y) = A_{mn} \frac{m\pi}{a} \sin(\frac{m\pi}{a}x) \cos(\frac{n\pi}{b}y) \\ h'_y(x, y) &= e'_x(x, y) = A_{mn} \frac{n\pi}{b} \cos(\frac{m\pi}{a}x) \sin(\frac{n\pi}{b}y) \end{aligned}$$

不同一组数 (m, n) 表示矩形波导满足边界条件的一组解。根据模式函数求解得到的结果可知

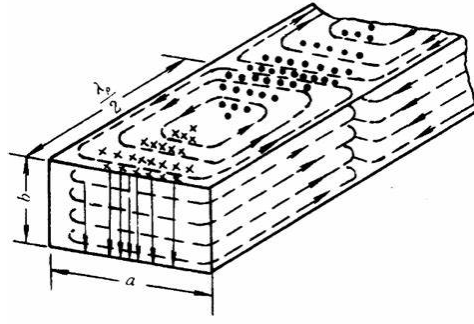
$$k_z = \sqrt{k^2 - k_t^2} = \sqrt{w^2 \mu \epsilon - (\frac{m\pi}{a})^2 - (\frac{n\pi}{b})^2}$$

幅值函数的具体解由波导纵向边界条件确定，如果波导纵向趋向无穷远，其解为

$$V_{mn}(z) = e^{-jk_{zmn}z} \quad I_{mn}(z) = Y_{mn} e^{-jk_{zmn}z}$$

最终可以得到 TE 模的场分布

$$\begin{aligned} E'_x &= \sum_{m,n} A_{mn} \frac{n\pi}{b} \cos(\frac{m\pi}{a}x) \sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)} \\ E'_y &= - \sum_{m,n} A_{mn} \frac{m\pi}{a} \sin(\frac{m\pi}{a}x) \cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)} \\ E'_z &= 0 \\ H'_x &= \sum_{m,n} A_{mn} \frac{k_z}{w\mu} \frac{m\pi}{a} \sin(\frac{m\pi}{a}x) \cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)} \\ H'_y &= \sum_{m,n} A_{mn} \frac{n\pi}{b} \cos(\frac{m\pi}{a}x) \sin(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)} \\ H'_z &= \sum_{m,n} -jA_{mn} \frac{\pi^2}{w\mu} (\frac{n^2}{b^2} + \frac{m^2}{a^2}) \cos(\frac{m\pi}{a}x) \cos(\frac{n\pi}{b}y) e^{j(\omega t - k_z z)} \end{aligned}$$



TM 模场分布分析方法同上，这里不再赘述。

5.2 矩形波导色散特性

得到矩形波导的场分布后，其色散特性就很容易研究了。

矩形波导的色散方程：

$$k_{zmn} = \sqrt{k^2 - k_t^2} = \sqrt{k^2 - k_{xm}^2 - k_{yn}^2} = \sqrt{w^2 \mu \epsilon - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

对于尺寸一定的波导和一定的模式，横向传播常数 $k_t = \sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2}$ 为一个常数

- $k_t^2 > w^2 \mu \epsilon$ ，传播因子变成衰减因子，波不能传播
- $k_t^2 < w^2 \mu \epsilon$ ，波可以传播
- $k_t^2 = w^2 \mu \epsilon$ ，波在横截面内振荡

$k_t^2 = w^2 \mu \epsilon$ 为波导传输电磁波的临界情况，此时确定的频率为截止频率，用 f_c 表示；相应的波长为截止波长，用 λ_c 表示。

$$f_c = \frac{k_t}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{k_t}{2\pi}v$$

$$\lambda_c = v/f_c = 2\pi/k_t = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}}$$

只有 $\lambda < \lambda_c$ 或 $f > f_c$ 的波才能在波导中传播。

波导中某传输线相邻两等位面之间的轴向距离称为该模的波导波长或相波长

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{k_z} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}}$$

由此可以得到相速、群速的表达式

$$\text{相速度 } v_p = \frac{w}{k_z} = \frac{v}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}}$$

$$\text{群速度 } v_g = dw/dk_z = v\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}$$

5.3 模式简并

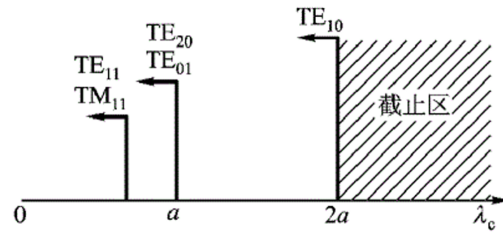
矩形波导内的电磁波传播的常见的模式包括 TE_{mn} 和 TM_{mn} ，其中 m 和 n 分别表示沿着波导宽边和窄边的场分布情况。根据色散特性的分析，每个模式都有一个特定的截止频率，低于这个频率时，电磁波不能在波导中传播。对于 TE_{mn} 和 TM_{mn} ，截止频率分别为：

$$f_{c,TE_{mn}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$f_{c,TM_{mn}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

其中， a 和 b 分别是波导的宽边和窄边长度， μ 和 ϵ 分别是介质的磁导率和介电常数。

模式简并发生在不同模式具有相同的截止频率的情况下。例如，在特定的波导尺寸下，模式可能 TE_{mn} 和 TM_{mn} 具有相同的截止频率。用一个具体实例说明：考虑一个宽边长度为 a ，窄边长度为 b 的矩形波导。假设 $a = 2b$ ，则 TE_{01} 模式和 TE_{20} 模式在这种特定尺寸的波导中具有相同的截止频率，导致模式简并。



模式简并会使波导中的场分布复杂化，影响传输特性和设计。为了避免这种情况，设计者通常会选择适当的波导尺寸，使得在工作频率范围内只有一种主导模式存在，避免不同模式的简并。波导中截止波长最长的模称为波导的主模（最低型模）例如，常选择 TE_{10} 模式作为主导模式，设计波导尺寸以确保其他模式的截止频率远高于工作频率。

模式简并在矩形波导设计中是一个需要注意的重要现象。了解和处理模式简并对波导的有效设计和优化至关重要，确保电磁波在波导中稳定高效地传播，从而提高系统性能和可靠性。通过合理选择波导尺寸和工作频率范围，可以有效避免模式简并带来的不利影响。

6 波导的应用

在当今高科技时代，电磁波传输技术在各个领域扮演着不可或缺的角色，而波导作为一种关键的传输介质，以其独特的优势在许多应用中发挥着重要作用。通过了解波导的多种应用，我们不仅能更好地认识其在现代科技中的重要地位，也能为相关技术的进一步发展提供有益的参考。

6.1 通信

在通信领域，波导被广泛应用于微波和毫米波的传输，尤其是在高频段的卫星通信和无线网络中。波导可以将信号从发射器传输到天线，再从天线传输到接收器，确保高频信号在长距离传输中的低损耗和高效率。例如，卫星地面站使用波导来连接天线和发射/接收设备，以确保信号的高质量传输。

6.2 雷达系统

雷达系统中使用波导来传输高频信号，包括发射和接收信号。在航空雷达、气象雷达和地面雷达中，波导的低损耗和高功率处理能力有助于提高雷达系统的探测范围和精度。波导确保雷达信号在复杂的环境中能够稳定地传输和接收，从而实现精确的目标探测和跟踪。

6.3 工业加热

波导在工业加热领域的应用包括微波炉和工业微波干燥系统。在微波炉中，波导将微波能量从磁控管传输到加热腔体，用于加热食物。在工业干燥系统中，波导用于传输微波能量以干燥材料，如木材、陶瓷等。这些应用利用波导的高效能量传输特性，实现快速、均匀的加热和干燥。

6.4 医学成像和治疗

医学领域也大量使用波导，例如在磁共振成像（MRI）系统中，波导用于传输射频信号，帮助产生高分辨率的医学图像。此外，在微波热疗中，波导传输微波能量到肿瘤部位，通过产生热效应来治疗癌症。波导在这些应用中提供了低损耗、高精度的信号传输，提升了医疗设备的性能和治疗效果。

6.5 测试与测量设备

在电子和通信设备的测试与测量中，波导被用于矢量网络分析仪和频谱分析仪等设备中。波导传输测量信号，帮助工程师分析和测试高频器件的性能。这些设备依赖波导的高精度和低损耗特性，以确保测量结果的准确性和可靠性。