

2.

$$(1) \{a_i | i \in I, 1 \leq i \leq 5\}$$

$$(2) \{2^i, i \in \mathbb{N}\}$$

$$(3) \{2^i | i \in \mathbb{Z}, 0 \leq i \leq 50\}$$

$$6. (1) \{\phi, \{a\}, \{\{b\}\}, \{a, \{b\}\}\}$$

(2)

$$\{\phi, \{\phi\}, \{a\}, \{\{a\}\}, \{\phi, a\}, \{\phi, \{a\}\}, \{a, \{a\}\}, \{\phi, a, \{a\}\}\}$$

14.

(2) 正确

$\forall a \in (A \cap C)$, 则有 $a \in A$ 且 $a \in C$,

因为 $A \subseteq B, C \subseteq D$, 所以 $a \in B, a \in D$

即 $a \in (B \cap D)$, ~~所以~~ $(A \cap C)$ 中的每一个元素都是 $(B \cap D)$ 的元素, 因此 $(A \cap C) \subseteq (B \cap D)$ 得证.

(4) 错误

例如, 若 $A \subset B, C \subset D$, 但是 $A \cap C = \phi, B \cap D = \phi$,

$$\text{则 } \phi = (A \cap C) \subseteq (B \cap D) = \phi$$



16. (1)

不正确。例如 $A = \{a, b\}$, $B = \{b, c\}$,

则 $A \cup B = \{a, b, c\}$

$$z^{A \cup B} = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

$$z^A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

$$z^B = \{\emptyset, \{b\}, \{c\}, \{b, c\}\}$$

此时 $z^{A \cup B}$ 与 $z^A \cup z^B$ 不成立

(2) 正确

对 $\forall C \in z^A \cap z^B$, 则 $C \in z^A$ 且 $C \in z^B$, 则 $C \subseteq A$, $C \subseteq B$,
则 $C \subseteq A \cap B$, 因此 $C \in z^{A \cap B}$, 反之, 若 $\forall C \in z^{A \cap B}$, 则
 $C \subseteq A \cap B$, 则 $C \subseteq A$ 且 $C \subseteq B$, 因此 $C \in z^A$, 且 $C \in z^B$,
因此 $C \in z^A \cap z^B$, 即 $z^{A \cap B} = z^A \cap z^B$



20.

构造由 A_1, A_2, \dots, A_r 所产生的集合的成员表, 显然该成员表由 2^r 个行所组成。在该成员表中不同的列可由 2^r 为位的二进制数 $000\dots 0 \sim 111\dots 1$ 分别表示, 而不同的列所标记的集合不相同, 因此 A_1, A_2, \dots, A_r 至多可以产生 2^r 个不同的集合。

22. (2)

$$\begin{aligned} \text{左边} &= (B \cup (A \cap C)) \cap (C \cup A) \\ &= ((C \cup A) \cap B) \cup ((C \cup A) \cap (A \cap C)) \\ &= (C \cap B) \cup (B \cap A) \cup (A \cap C \cap A) \cup (A \cap C \cap C) \\ &= (C \cap B) \cup (B \cap A) \cup (A \cap C) \cup (A \cap C) \\ &= \text{右边} \end{aligned}$$



24.

设 $a \in \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A_0$, 则必存在整数 k , 使得 $a \in A_0$, 因

此有 $a \leq 1 - \frac{1}{k}$, 于是 $a < 1$, 因此 $a \in A_0$

另一方面, 设 $a \in A_0$, 则有 $a < 1$, 若 $a \leq 0$, 则有 $a \in A_1$,

因此 $a \in \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A_0$.

若 $0 < a < 1$, 则令 $b = 1 - a$, $a = 1 - b = 1 - \frac{1}{b}$, 令 $k = [\frac{1}{b}] + 1$.

其中 $[\frac{1}{b}]$ 表示 $\frac{1}{b}$ 的整数部分, 则有 $\frac{1}{b} > \frac{1}{k}$,

因此 $a = 1 - \frac{1}{b} < 1 - \frac{1}{k}$, 即 $a \in A_k$,

于是 $a \in \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$, 因此得证.



25、

因此 $\{A_1, A_2, \dots, A_r\}$ 是集合 A 的一个分划, 因此由分划的定义, 可得 $\bigcup_{i=1}^r A_i = A$,

且 $A_i \cap A_j = \emptyset, i \neq j$.

而 $(A_i \cap B) \cap (A_j \cap B) = \emptyset, i \neq j$

$$\begin{aligned} \text{且 } \bigcup_{i=1}^r (A_i \cap B) &= \bigcup_{i=1}^r \left(\bigcup_{i=1}^r A_i \right) \cap B \quad (\text{分配律}) \\ &= A \cap B \end{aligned}$$

因此 $A_1 \cap B, A_2 \cap B, \dots, A_r \cap B$ 中所有非空集合

构成 $A \cap B$ 的一个分划.

