通信原理习题讲解

- Chapter 5
- 随堂测试 3

浙江大学信息与电子工程学院
College of Information Science & Electronic Engineering, Zhejiang University

5-1　已知一低通信号 $m(t)$ 的频谱为

$$M(f)=\begin{cases}1-\dfrac{|f|}{200}, & |f|<200\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

（1）假设以 f_s=300Hz 的速率对 $m(t)$进行理想抽样，试画出已抽样信号 $m_s(t)$的频谱草图；

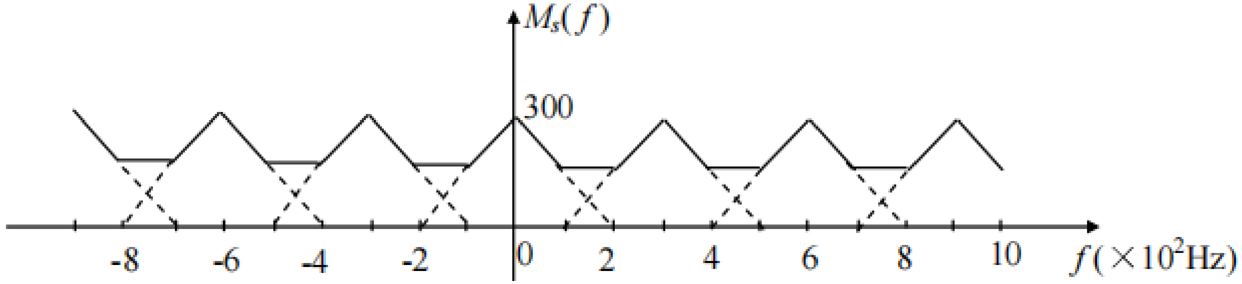
（2）若用 f_s=400 Hz 的速率抽样，重做上题。

低通信号的抽样　P120

$$M_s(f)=\frac{1}{T_s}\sum_{l=-\infty}^{\infty}M\left(f-\frac{l}{T_s}\right)=\frac{1}{T_s}\sum_{l=-\infty}^{\infty}M(f-lf_s)$$

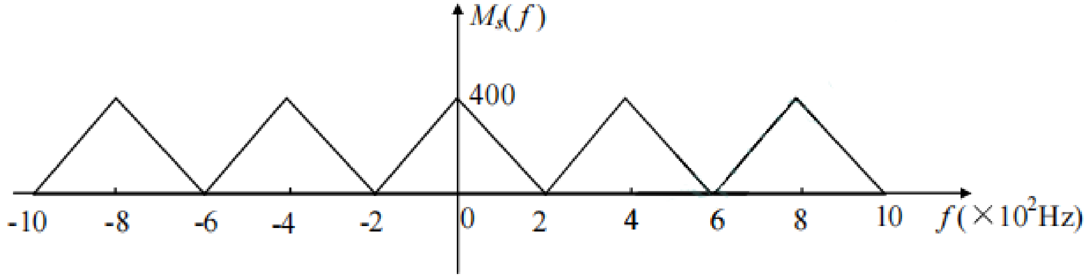
解：　（1）　$M_s(f)=\dfrac{1}{T_s}\displaystyle\sum_{l=-\infty}^{\infty}M(f-lf_s)$

$= 300\sum_{l=-\infty}^{\infty}M(f-300l)$



$M_s(f)=\dfrac{1}{T_s}\displaystyle\sum_{l=-\infty}^{\infty}M(f-lf_s)$

$= 400\sum_{l=-\infty}^{\infty}M(f-400l)$

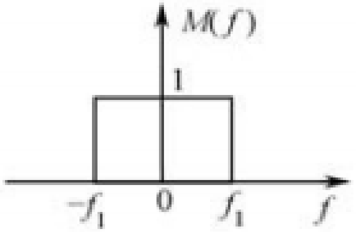


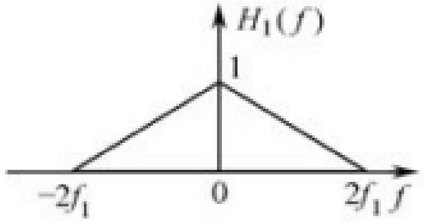
5-4 已知某信号 $m(t)$的频谱 $M(f)$如图 P5-1 所示。将它通过传输函数为 $H_1(f)$的滤波器后再进行理想抽样。

（1）抽样速率应为多少？

（2）若设抽样速率 $f_s=3f_1$，试画出已抽样信号 $m_s(t)$ 的频谱；

（3）接收端的接收网络应具有怎样的传输函数 $H_2(f)$，才能由 $m_s(t)$ 不失真地恢复 $m(t)$？

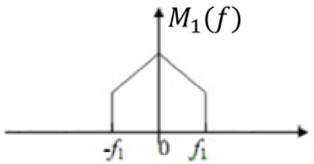




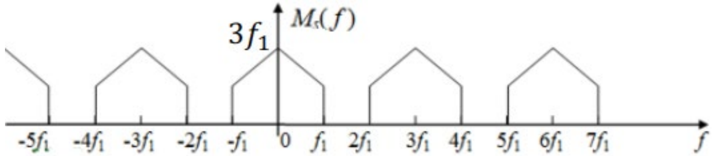
不混叠条件： $f_s \geq 2f_H$ 抽样频率不应低于信号带宽的2倍。

解：（1）$M_1(f)=M(f)H_1(f)=\begin{cases}1-\dfrac{|f|}{2f_1}, |f|\leq f_1\\ 0\ ,\quad 其他\end{cases}$

由奈奎斯特采样定理得，$f_s \geq 2f_1$；
但考虑在频带边界时，$M_1(f)\neq 0$，则$f_s \neq 2f_1$；
故$f_s > 2f_1$



（2）$M_s(f)=\dfrac{1}{T_s}\sum\limits_{l=-\infty}^{\infty}M_1(f-lf_s)=3f_1\sum\limits_{l=-\infty}^{\infty}M_1(f-3f_1 l)$



（3）不失真恢复时，应有$M_s(f)H_2(f)=M(f)$

易知 $H_2(f)=\begin{cases}\dfrac{1}{f_sH_1(f)}, |f|\leq f_1\\ 0, 其他\end{cases}$ 即$H_2(f)=\begin{cases}\dfrac{1}{f_s-\dfrac{f_s}{2f_1}|f|}, |f|\leq f_1\\ 0, 其他\end{cases}$

5-8 设信号 $m(t)=9+A\cos(2\pi ft)$，其中 $A\leqslant 10\mathrm{V}$，若 $m(t)$ 被均匀量化成40个电平，试确定所需的二进制码组的位数 N 和量化间隔。

均匀量化 P125~127

$\Delta v=(b-a)/M$

解： $M=40, 2^N\geq 40$，取N=6

$$\Delta v=\frac{b-a}{M}=\frac{(9+10)-(9-10)}{40}=0.5V$$

5-10　采用 13 折线 A 律编码，设最小量化间隔为 1 个单位，已知抽样脉冲值为+635 单位。

（1）求此时编码器输出码组，并计算量化误差；

（2）写出对应于该 7 位码（不包括极性码）的均匀 11 位码（采用自然二进编码）。

13折线A律编码 P134~P138

采用 A 律量化的 PCM 用 8 比特表示一个样本值。编码采用折叠码，也就是由 1 比特表示极性，正负极性编码对称。设一个样本的 8 比特表示为：$C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6,C_7,C_8$，其中 C_1 表示极性，“1”表示正极性，“0”表示负极性。$C_2C_3C_4$ 称为段落码，表示样本落到（0,1）中 8 个量化区域中哪一个。$C_5C_6C_7C_8$ 表示段内码；每一段等间隔分为 16 个量化间隔，这 16 个量化间隔由段内码表示。

如果用 $\Delta=1/2\,048$ 作为度量单位，则各段的起始电平如表 5.3.4 所示。

表 5.3.4　各段起始电平

段落序号	1	2	3	4	5	6	7	8
起始电平	0	16Δ	32Δ	64Δ	128Δ	256Δ	512Δ	$1\,024\Delta$
段内量化区间长度	Δ	Δ	2Δ	4Δ	8Δ	16Δ	32Δ	64Δ

相应的恢复电平为量化区间的中间值

解：(1) ① 确定极性码：正极性，$C_1=1$

② 确定段落码：第7段，$C_2C_3C_4=110$

③ 确定段内码：$\dfrac{635-512}{32}=3.84375$，

量化间隔序号为3，

$C_5C_6C_7C_8=0011$

输出码组：$C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7C_8=11100011$

恢复电平$\hat{m}=512+\frac{3+4}{2}\times 32=624$单位

量化误差：$|m-\hat{m}|=11$单位

(2) 即恢复电平$\hat{m}$对应的均匀11位码

为01001110000

5-11　采用 13 折线 A 律编码，设最小量化间隔为 1 个单位，已知抽样为−95 量化单位：

（1）求此时编码器输出码组，并计算量化误差；

（2）写出对应于该 7 位码（不包括极性码）的均匀量化 11 位码。

解：（1）① 确定极性码：负极性，$C_1 = 0$

② 确定段落码：第4段，$C_2C_3C_4 = 011$

③ 确定段内码：$\frac{95-64}{4} = 7.75$，量化间隔序号为7，　$C_5C_6C_7C_8 = 0111$

输出码组：$C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7C_8 = 00110111$

恢复电平$\hat{m} = -(64 + \frac{7+8}{2} \times 4) = -94$单位

量化误差：$|m - \hat{m}| = 1$单位

（2）即恢复电平$\hat{m}$对应的均匀11位码，为00001011110

5-16 单路话音信号的最高频率为 4 kHz，抽样速率为 8 kHz，以 PCM 方式传输。设传输信号的波形为矩形脉冲，其宽度为τ，且占空比为 1。

（1）抽样后信号按 8 级量化，求 PCM 基带信号第一零点频宽；

（2）若抽样后信号按 128 级量化，PCM 二进制基带信号第一零点频宽又为多少？

PCM的基本原理，P136　　PCM基带信号功率谱，可参考PAM信号功率谱，P149-151

$$V(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g_T(t-nT)$$

对于最简单情况，当$\{a_n\}$是独立同分布序列时，有

$$S_V(f)=\underbrace{\frac{\sigma_a^2}{T}|G_T(f)|^2}_{\text{连续谱}}+\underbrace{\frac{m_a^2}{T^2}\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left|G_T\left(\frac{m}{T}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{m}{T}\right)}_{\text{离散谱}}$$

第一零点为$|G_T(f)|$的第一零点

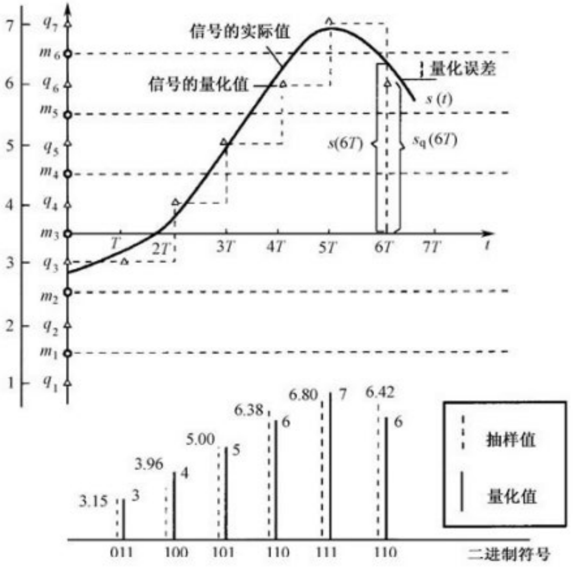


图 5.3.1 PCM 原理

PCM基带信号可以看作$\{a_n\}=\{0,1\}$的随机PAM序列，T_b为比特宽度

其中$g_T(t)=\begin{cases}1, 0<t<T_b\\ 0, 其他\end{cases} \Leftrightarrow G_T(f)=e^{-j\pi f\tau}\dfrac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f}$　第一零点处$\pi f T_b=\pi$，即第一零点频宽为$\dfrac{1}{T_b}$

5-16　单路话音信号的最高频率为 4 kHz，抽样速率为 8 kHz，以 PCM 方式传输。设传输信号的波形为矩形脉冲，其宽度为 τ，且占空比为 1。

（1）抽样后信号按 8 级量化，求 PCM 基带信号第一零点频宽；

（2）若抽样后信号按 128 级量化，PCM 二进制基带信号第一零点频宽又为多少？

解：（1）8级量化，则二进制PCM码元比特数应为$N = log_2 8 = 3$

码元宽度 $T_B = \frac{1}{R_B} = \frac{1}{f_s}$，比特宽度$T_b = \frac{T_B}{N} = \frac{1}{Nf_s}$

第一零点频宽为$\frac{1}{T_b} = Nf_s = 24kHz$

（2）128级量化，则二进制PCM码元比特数应为$N = log_2 128 = 7$

第一零点频宽为$\frac{1}{T_b} = Nf_s = 56kHz$

1. 如果某一基带信号不是严格带限的，为了避免采样时发生混叠，应该先对该信号进行<u>**低通滤波/带限滤波**</u>，然后再进行采样。

2. 设输入信号的抽样值为+802个量化单位（1/2048），各段落的起点电平为：

段　落：	1	2	3	4	5	6	7	8
起点电平：	0	16	32	64	128	256	512	1024

求：(1) 按十三折线法A律编成8位码。

(2) 量化误差。

(3) 对应该7位码（不包括极性码）的均匀量化11位码。

解：（1）① 确定极性码：负极性，$C_1 = 1$

② 确定段落码：第7段，$C_2C_3C_4 = 110$

③ 确定段内码：$\dfrac{802-512}{32} = 9.0625$，

量化间隔序号为9，

$C_5C_6C_7C_8 = 1001$

输出码组：$C_1C_2C_3C_4C_5C_6C_7C_8 = 11101001$

（2）恢复电平$\hat{m} = 512 + 9.5 \times 32 = 816$ 单位

量化误差：$|m - \hat{m}| = 14$单位

（3）即恢复电平$\hat{m}$对应的均匀11位码

为01100110000