大学物理甲-2

真空中的静电场

静电场对外表现有两个特性：$\begin{cases} \textbf{1.}\text{力的特性} \rightarrow \text{电场强度} \\ \textbf{2.}\text{功的特性} \rightarrow \text{电势} \end{cases}$

电通量 $$\Phi_e = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

高斯定律 $$\oint\!\!\!\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{inside,i} q_i$$

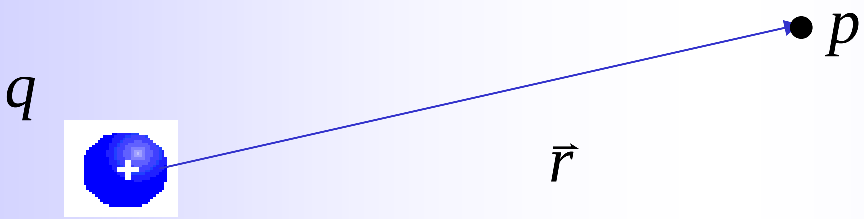
计算电场强度的三种方法：

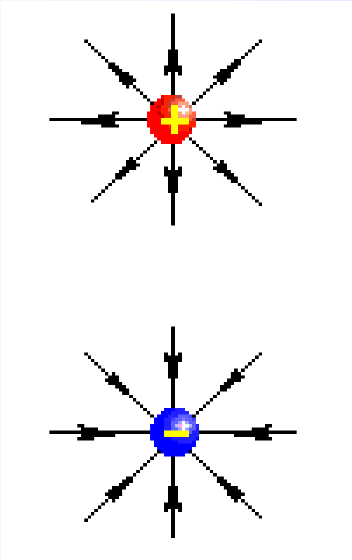
1.点电荷或电荷元产生场强的叠加；

2.典型电荷分布产生场强的叠加；

3.电荷对称分布时可用高斯定理求解 。

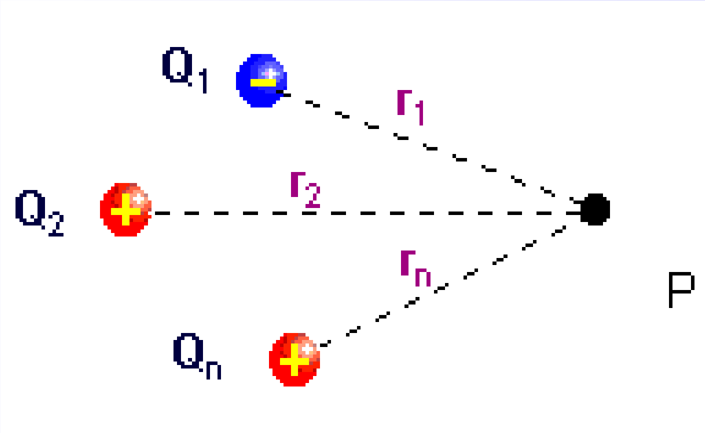
1、点电荷产生的电场：





$$\vec{E}_p = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{\vec{r}}$$

多个点电荷时满足叠加原理



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots\cdots + \vec{E}_n$$

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} + \cdots\cdots$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} + \cdots\cdots$$

2、连续带电体产生的电场：

其电场看成由许多点电荷产生电场的叠加

具体的解题步骤：

①、画出示意图，选取适当的电荷元； $\mathbf{d}\boldsymbol{q} \Rightarrow \mathbf{d}\vec{\boldsymbol{E}}$

②、建立坐标系，将电荷元的电场强度分解；

③、确定积分的上下限，积分后合成。

$$\mathrm{d}\vec{E}\begin{cases}\mathrm{d}E_x\\ \mathrm{d}E_y\\ \mathrm{d}E_z\end{cases}$$

$$\mathbf{d}\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\mathbf{d}\boldsymbol{q}}{\mathbf{4}\boldsymbol{\pi\varepsilon}_{\mathbf{0}}\boldsymbol{r}^2}\hat{\boldsymbol{r}},$$

$\boldsymbol{r}$为$\mathbf{d}\boldsymbol{q}$到$\boldsymbol{p}$点的距离

$$E_x = \int \mathrm{d}E_x \qquad E_y = \int \mathrm{d}E_y \qquad E_z = \int \mathrm{d}E_z$$

$$\vec{E} = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} + E_z\vec{k}$$

3、由高斯定理求电场分布的步骤

（1） 由电荷分布的对称性分析电场分布的对称性。

（2） 在对称性分析的基础上选取高斯面. 目的是使 $\oiint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$ 能够以乘积形式给出。

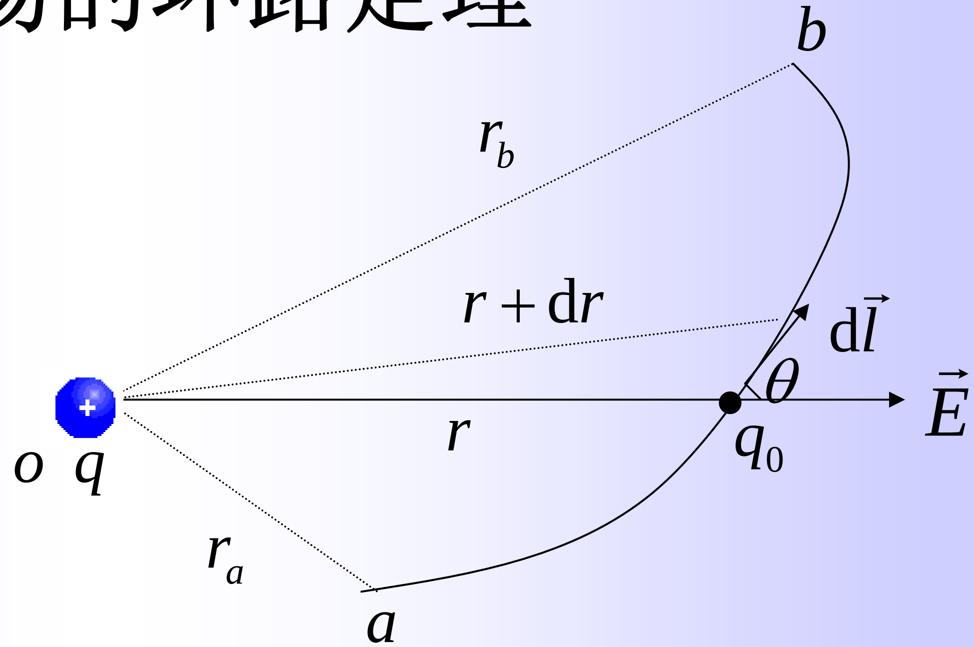
（球对称、轴对称、面对称三种类型）

（3）由高斯定理 $\oiint_s \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_{内}$ 求出电场的大小，并说明其方向。

9-6 静电场的环路定理

静电场力作功的特点：

当试验电荷 q_0 从 q 的电场中**a**点移到**b**点过程中，因为这是变力作功，具体分析如下：

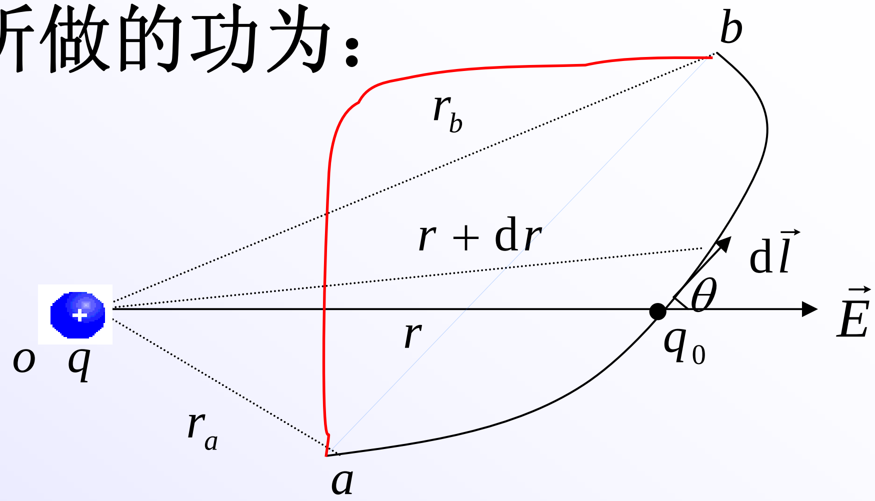


$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} \qquad \vec{F}=q_0\vec{E}$$

$$dA=\vec{F}\cdot d\vec{l}=q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$=q_0 E dl\cos\theta=q_0 E dr=q_0\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr$$

点电荷q_o从a到b点，电场所做的功为：



$$A_{ab} = \int_a^b \mathrm{d}A = \int_{r_a}^{r_b} \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r$$

$$= \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

做功与路径无关

$$A_{PQ} = \int_P^Q q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_P^Q q_0 (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n) \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_P^Q q_0 \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_P^Q q_0 \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \cdots \int_P^Q q_0 \vec{E}_n \cdot d\vec{l} = A(P,Q)$$

结论：任何静电场，电场力的功只取决于起始和终了的位置,而与路径无关。这一特性叫做静电场的保守性。

电场力作功与路径无关，说明电场力是保守力

静电场的保守性还可表述为：

在静电场中，场强沿任意闭合路径的线积分等于零。称为静电场的环路定理或环流定理。

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

表明静电场是有势场

9-7 电势能 电势

一、电势能

保守力的功等于势能增量的负值

W_a 和 W_b 分别表示 q_o 在电场中 a 点和 b 点的电势能

$$A_{ab} = \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\Delta W = -(W_b - W_a) = W_a - W_b$$

电势能是相互作用能，只有相对大小，必须规定一个电势能的零点，故有

$$W_a = \int_a^{\text{零点}} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

有限电荷分布　　$r \to \infty$　　$w_\infty = 0$

$$W_a = \int_a^{\infty} q_0 \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$\dfrac{W_a}{q_o}$ 与 q_o 无关

二、 电势

场点a的电势定义为： $$U_a = \frac{W_a}{q_0} = \int_a^{零点} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

将单位正电荷从a点沿任意路径移到电势为零的点时，静电力所做的功。

当电荷只分布在有限区域时，零点通常选在无穷远处。

$$U_a = \int_a^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

在实际问题中，也常常选地球的电势为零电势。

电势差 $$U_a - U_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$ 电势差与电势零点选取无关。

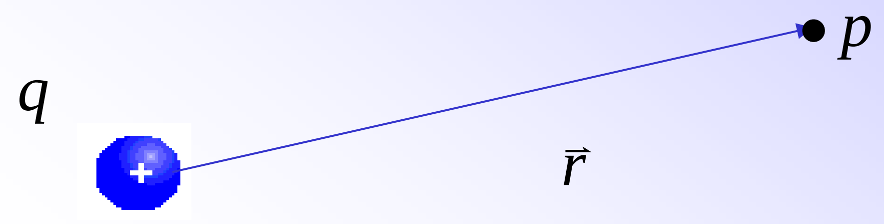
$$A_{ab} = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 (U_a - U_b)$$

可见，当已知电势分布时，可用电势差求出点电荷在电场中移动时电场力所做的功.

三、电势的计算

1.点电荷电场中的电势

$$\vec{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$

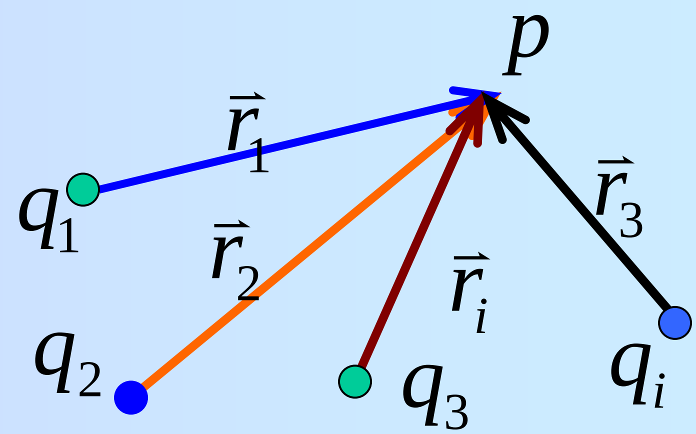


$$U_p=\int_p^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{r_p}^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_p}$$

正点电荷周围的场电势为正;离电荷越远，电势越低。

负点电荷周围的场电势为负;离电荷越远，电势越高。

2、点电荷系电场中的电势



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots\cdots + \vec{E}_n$$

$$U(p) = \int_p^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_p^\infty (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots)\cdot d\vec{l} = \int_p^\infty \vec{E}_1\cdot d\vec{l} + \int_p^\infty \vec{E}_2\cdot d\vec{l} + \cdots$$

$$\int_p^\infty \vec{E}_1\cdot d\vec{l} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{1p}} \qquad \int_p^\infty \vec{E}_2\cdot d\vec{l} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{2p}}$$

$$U(p) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_{ip}}$$

电势叠加原理

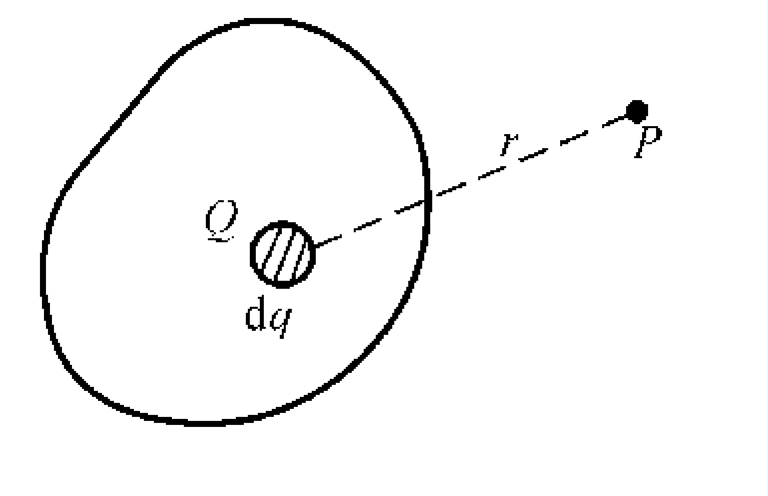
表明：一个电荷系的电场中,任一点的电势等于每一个带电体单独存在时在该点所产生电势的代数和。

3、电荷连续分布电场中的 电势

当电荷连续分布时，可以设想它由许多电荷元组成，将每个电荷元看成点电荷，它产生的电势的叠加就是总的电势。

$$dU_p = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$U_p = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$



线分布 dq=λdl 面分布 dq=σds 体分布 dq=ρdv

电势计算的两种基本类型：

①.对于电荷分布高度对称的带电体（电场强度易知），用电势的定义式计算

$$\boldsymbol{U}_p = \int_p^{\text{零点}} \vec{\boldsymbol{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{l}}$$

②.对于电荷分布部分对称或一般的带电体（电场强度不易知），用电势的叠加式计算

$$U_p = \int \frac{\mathrm{d}q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

作业：

9-8

9-14

9-25

9-28