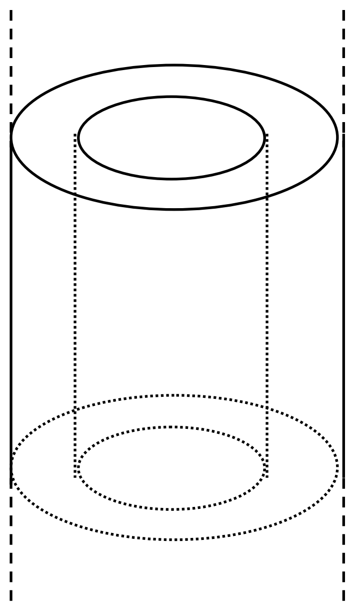
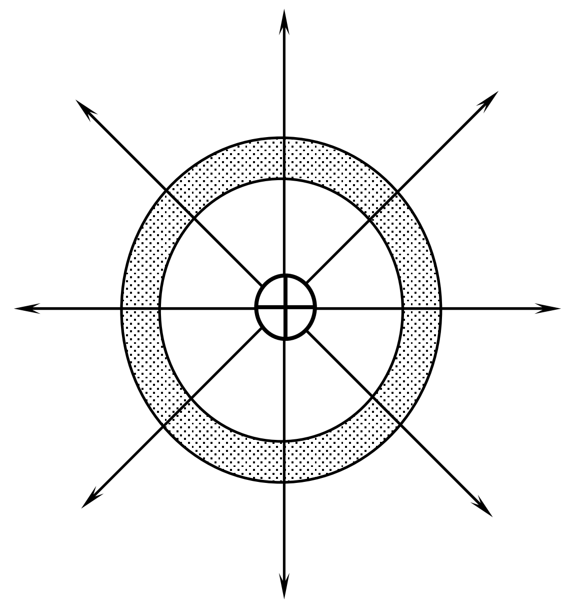
1. 如图所示为两个无限长同轴直金属圆筒，内、外筒半径分别为R_1和R_2，两筒间为空气，内、外筒电势分别为$U_1=2U_0$，$U_2=U_0$，U_0为一已知常量，求两金属圆筒之间的电势分布。





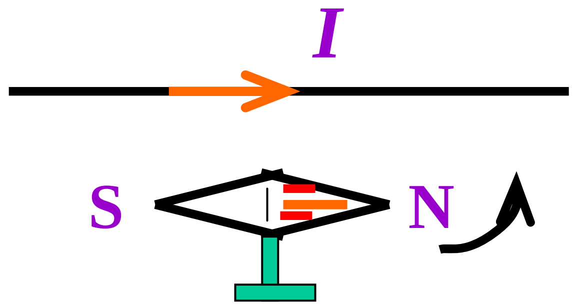
1．解：$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ $\quad U_a - U_b = \int_a^b \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}$

$$U_1 - U_2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1} = 2U_0 - U_0 = U_0 \qquad \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{U_0}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$$

$$U_1 - U_r = \int_{R_1}^{r}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r}{R_1} \qquad U_r = 2U_0 - U_0\frac{\ln\dfrac{r}{R_1}}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$$

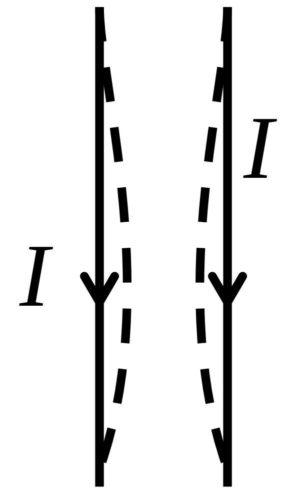
$$U_r - U_2 = \int_{r}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\mathrm{d}r = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{r} \qquad U_r = U_0 + U_0\frac{\ln\dfrac{R_2}{r}}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$$

第十二章 稳恒磁场



磁铁与载流导线的相互作用；

载流导线与载流导线的相互作用。



安培分子环流假说：一切磁现象的根源是电荷的运动。

回路电流→分子电流→基元磁体

电流 $\xleftrightarrow{\text{磁场}}$ 电流

（运动电荷）　　（运动电荷）

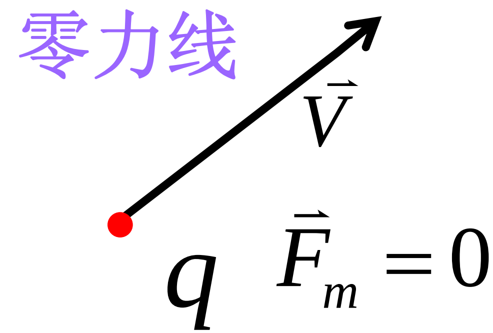
结论

磁场对外的主要表现：磁场对运动电荷（电流）有力的作用。

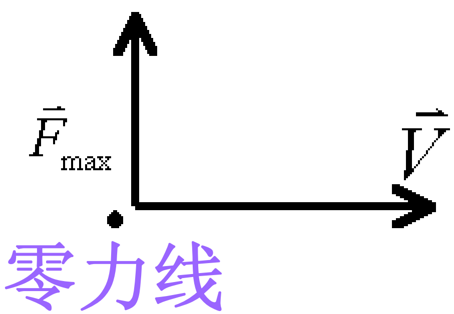
12-1磁感应强度

当带电粒子的速度沿磁场某一方向运动时，受力为零，该方向 称为零力线的方向。

当它的速度垂直于该方向时，受力最大。



$F_{\max} \propto q, v$ $\qquad \dfrac{F_{\max}}{qv}$和$q, v$无关



$\vec{B}$的大小： $\quad B = \dfrac{F_{\max}}{qv}$

$\vec{B}$的方向： $\quad \vec{F}_{\max} \times \vec{v}$的方向$(q > 0)$

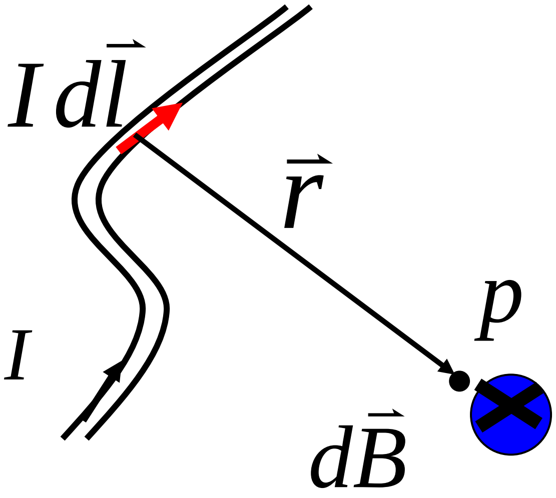
$\vec{B}$的单位： 特斯拉(T)

12-2　毕奥－萨伐尔定律

一、Biot--Savart Law

电流元产生磁场的规律称为毕奥－萨伐尔定律。

表述：电流元 $Id\vec{l}$ 在空间 ***P*** 点产生的磁场 $d\vec{B}$ 为：

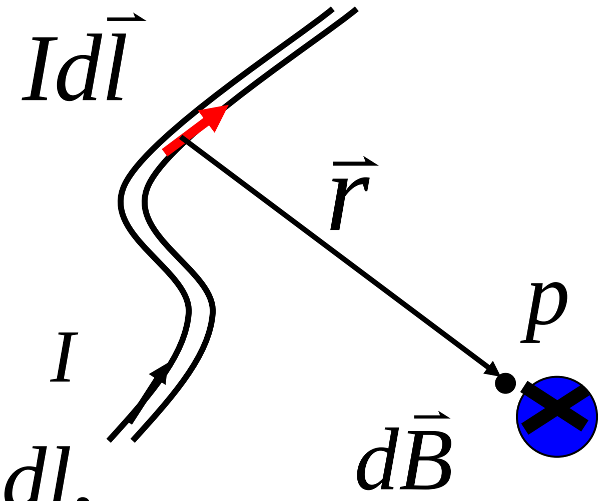


$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

μ_0 为真空磁导率　　$\mu_o = 4\pi \times 10^{-7} (N / A^2)$

二、运动电荷的磁场



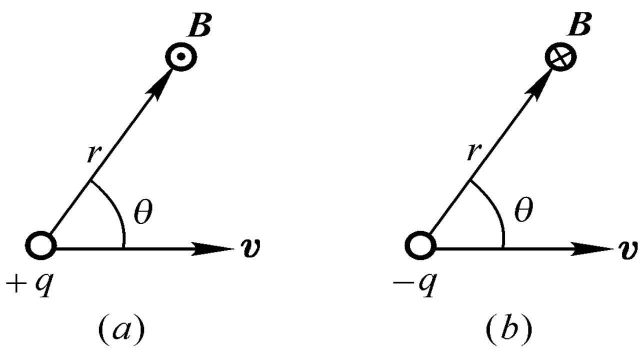
$$\because d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\because Id\vec{l} = nq\vec{V}Sdl$$

在 Idl 导线中载流子数 $dN = nSdl$,

所以一个载流子产生的磁场

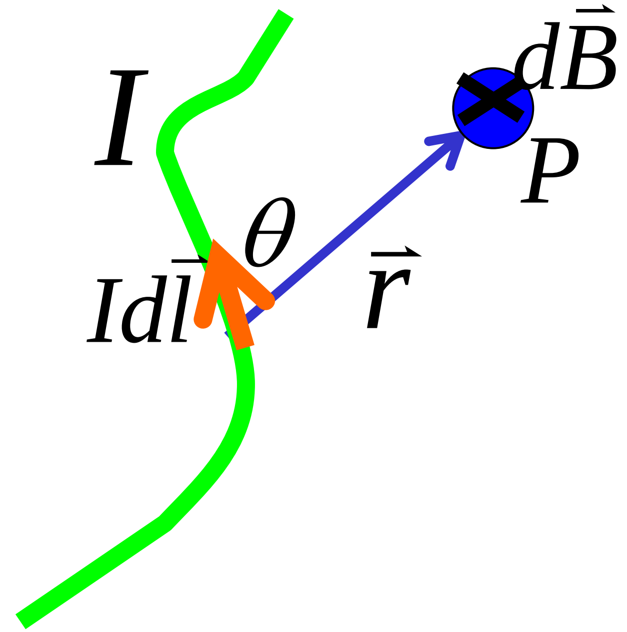
$$\vec{B} = \frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{nq\vec{V}S \cdot dl \times \hat{r}}{nSdl \cdot r^2} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{V} \times \hat{r}}{r^2}$$



$$B = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{qV\sin(\vec{v}, \vec{r})}{r^2}$$

三、叠加原理

根据叠加原理,可求出任一电流产生的磁场的分布



$$d\vec{B} = \frac{\mu_o I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \int_L \frac{\mu_o I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

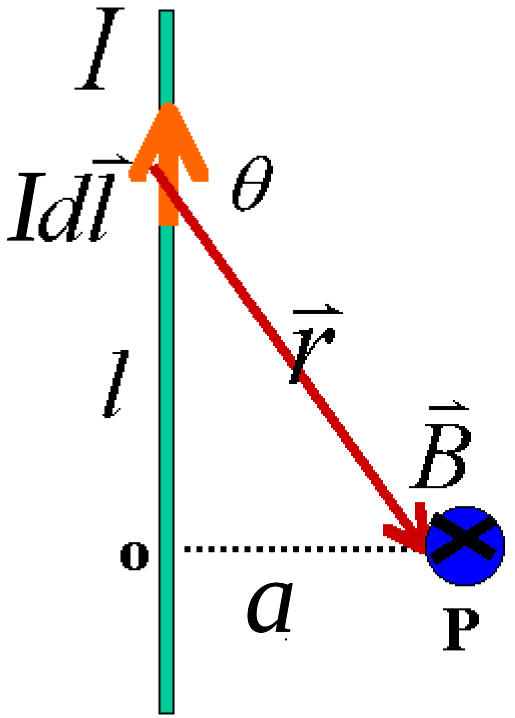
$$B_x = \int dB_x \qquad B_y = \int dB_y \qquad B_z = \int dB_z$$

$$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}$$

四、毕-萨定律的应用

1.直线电流的磁场的求解。

$$dB = \frac{\mu_o I dl \sin\theta}{4\pi r^2}$$



因为各电流元产生的磁场方向相同，磁场方向垂直纸面向里所以只求标量积分。磁场方向垂直纸面向里。

$$l = -a\,ctg\theta$$

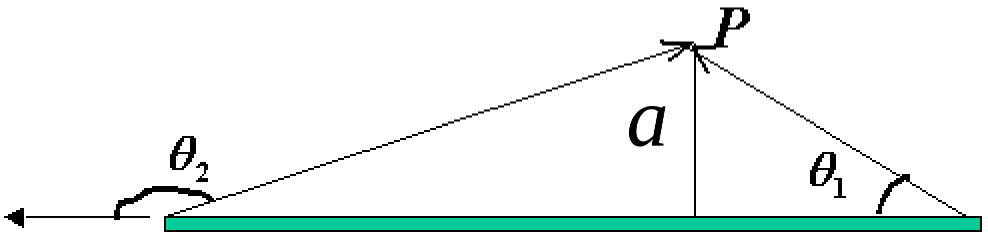
$$a = r\sin\theta$$

$$\therefore dl = a d\theta / \sin^2\theta$$

$$B = \int_L \frac{\mu_o I \cdot a d\theta \cdot \sin\theta}{4\pi \sin^2\theta \cdot a^2 / \sin^2\theta} = \frac{\mu_o I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin\theta \cdot d\theta$$

$$B=\frac{\mu_o I}{4a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\cdot d\theta$$

$$=\frac{\mu_o I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$

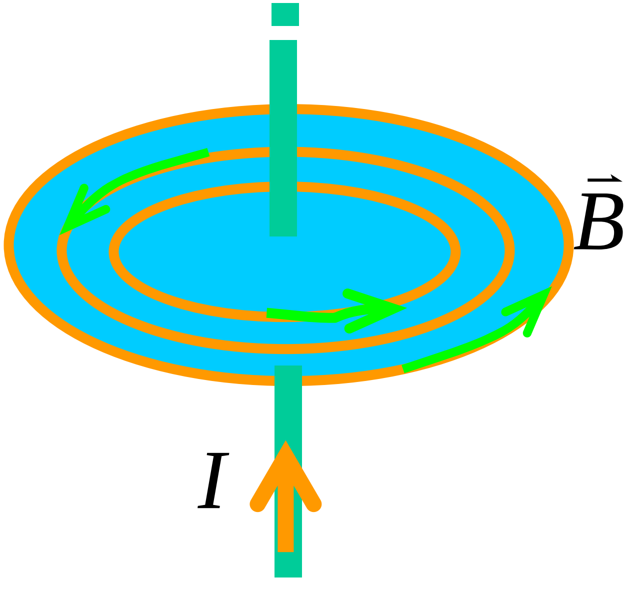


磁感应强度 $\vec{B}$ 的方向，与电流成右手螺旋关系，拇指表示电流方向，四指给出磁场方向。

讨论： **(1)**无限长直导线

当$\theta_1=0$，$\theta_2=\pi$ 时，

$$B=\frac{\mu_o I}{2\pi a}$$



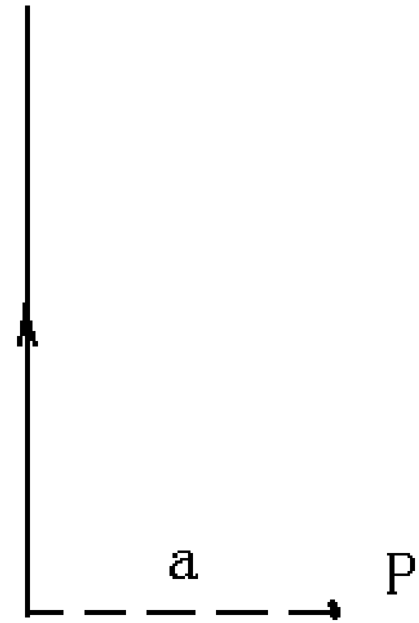
(2)直导线上延长线上一点

$$\theta_1 = 0 \qquad \theta_2 = 0$$

$$\text{或}\ \theta_1 = \pi \qquad \theta_2 = \pi$$

B=0

(3)在长直导线某一端点垂线上**a**处



$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} \qquad \theta_2 = \pi$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$

$$\theta_1 = 0 \qquad \theta_2 = \frac{\pi}{2}$$

2.载流圆线圈在其轴上的磁场

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2} \qquad B \overset{?}{=} \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$

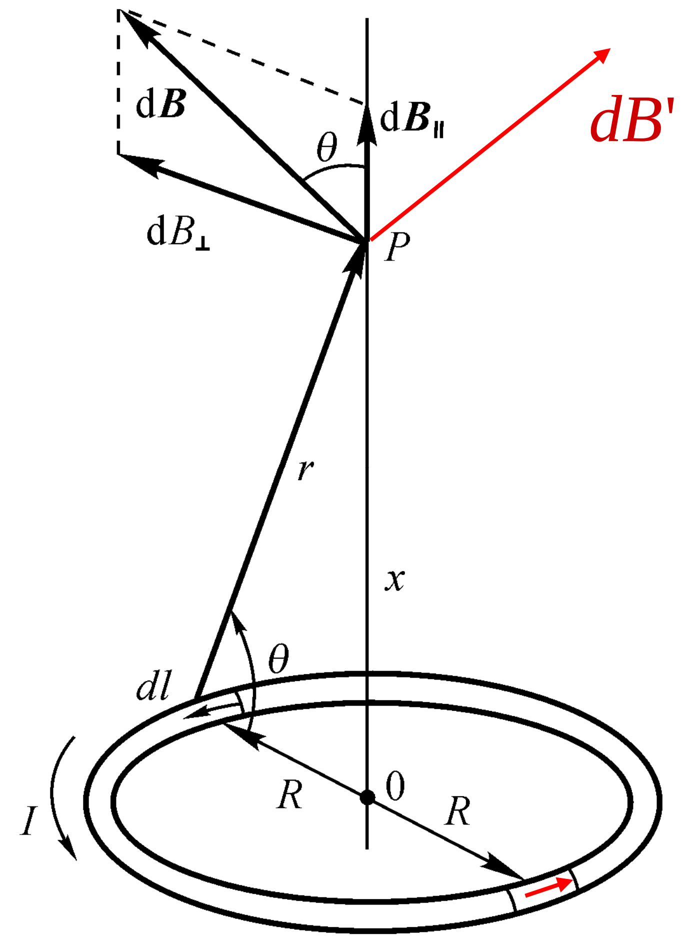
$$B = \int dB_{//} = \int dB\cos\theta \qquad \cos\theta = \frac{R}{(R^2+x^2)^{1/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{(R^2+x^2)^{3/2}}\oint dl = \frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$

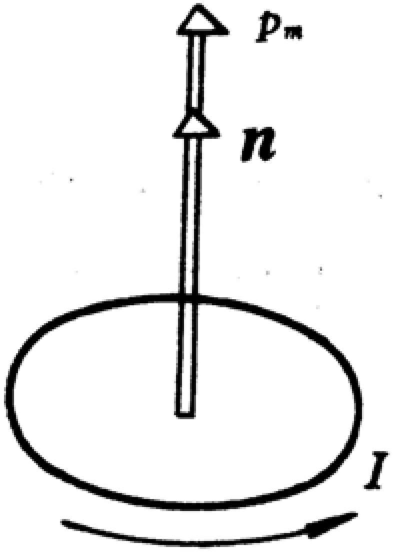
(1) 在圆心处 $x=0,\ B(0)=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

(2) 在远离圆心处 $x >> R$,

$$B = \frac{\mu_0 IR^2}{2x^3(1+\frac{R^2}{x^2})^{3/2}} = \frac{\mu_0 IR^2}{2x^3} = \frac{\mu_0 I\pi R^2}{2\pi x^3} = \frac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}$$



磁偶极子



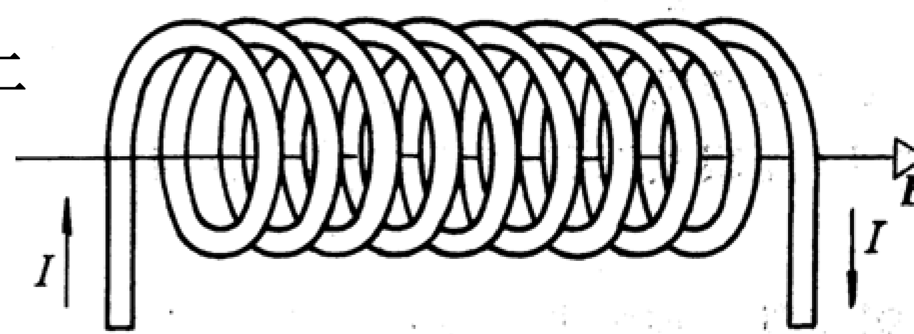
磁矩

$$\boxed{\vec{p}_m = I\vec{S} = IS\vec{n}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \vec{p}_m}{2\pi x^3}$$

3.载流螺旋管(*Solenoid*)在其轴上的磁场

求半径为R，总长度L ,单位长度上的匝数为 n 的螺线管在其轴线上一点的磁场？



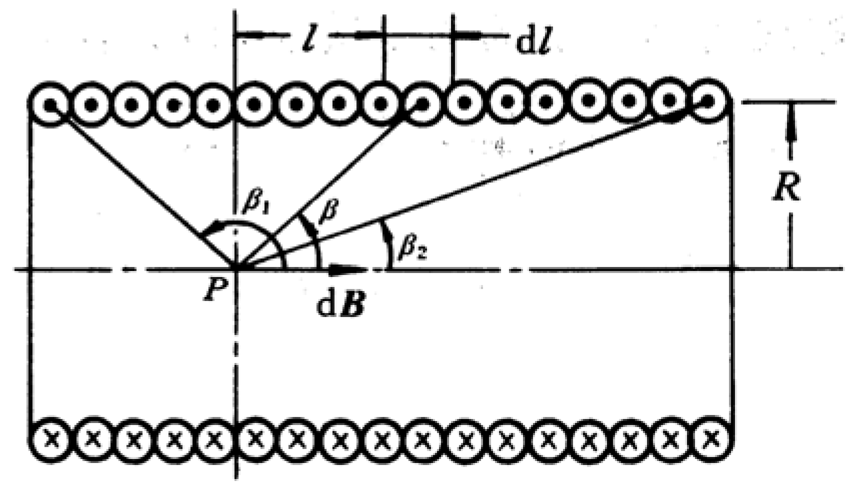
解：长度为 dl内的各匝圆线圈的总效果，是一匝圆电流线圈的 ndl倍。

带电环轴线上某点的磁场强度为

$$dB = \frac{\mu_0}{2}\frac{R^2 Indl}{(R^2+l^2)^{3/2}}$$

$$l = R\cot\beta;\ \ dl = -R\csc^2\beta d\beta;$$

$$R^2 + l^2 = R^2\csc^2\beta$$



$$dB = -\frac{\mu_0}{2} nI\sin\beta d\beta$$

$$B = \int dB = \int_{\beta_1}^{\beta_2} -\frac{\mu_0}{2} nI\sin\beta d\beta = \frac{\mu_0}{2} nI(\cos\beta_2 - \cos\beta_1)$$

讨论:

(1)螺旋管为无限长,即管长L>>R

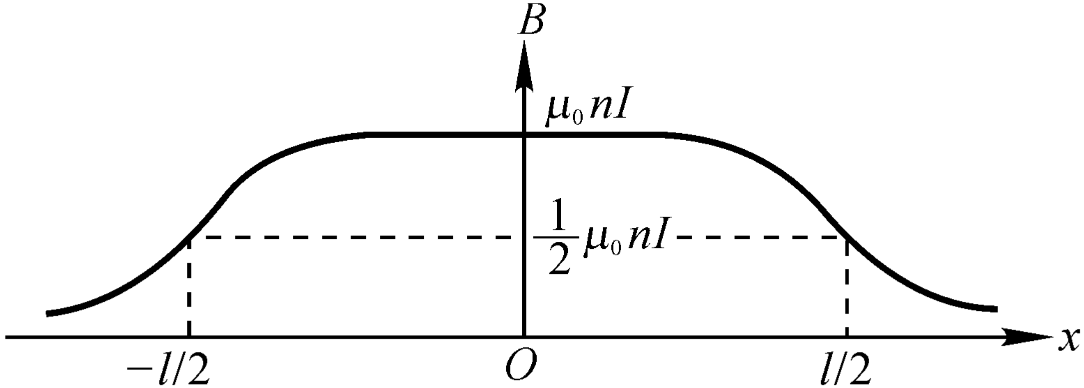
$$\beta_1 = \pi \qquad \beta_2 = 0 \qquad B = \mu_0 n I$$

(2)长直螺旋管的两个端点

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2} \qquad \beta_2 = 0$$

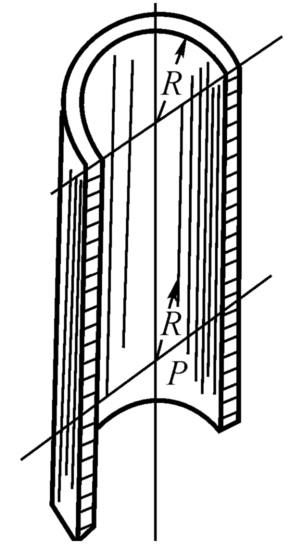
$$或\beta_1 = 0 \qquad \beta_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$B = \frac{1}{2}\mu_0 n I$$



例题：看书P_{169}习题12-8

解：过P点作垂直于轴的半圆筒截面，如图

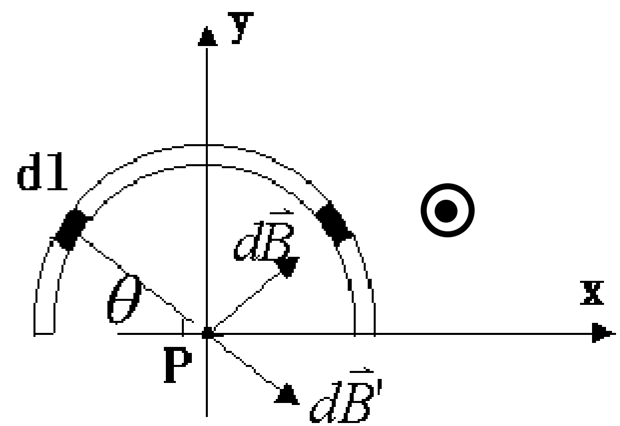


$$dI=\frac{I}{\pi R}dl \qquad dB=\frac{\mu_0 dI}{2\pi R}$$

$$dB_x=dB\sin\theta=\frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\sin\theta d\theta$$

$$B_x=\int dB_x=\int_0^{\pi}\frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\sin\theta d\theta=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\vec{i}$$



$$B_y=0$$

作业：

12-3

12-4

12-9

12-13