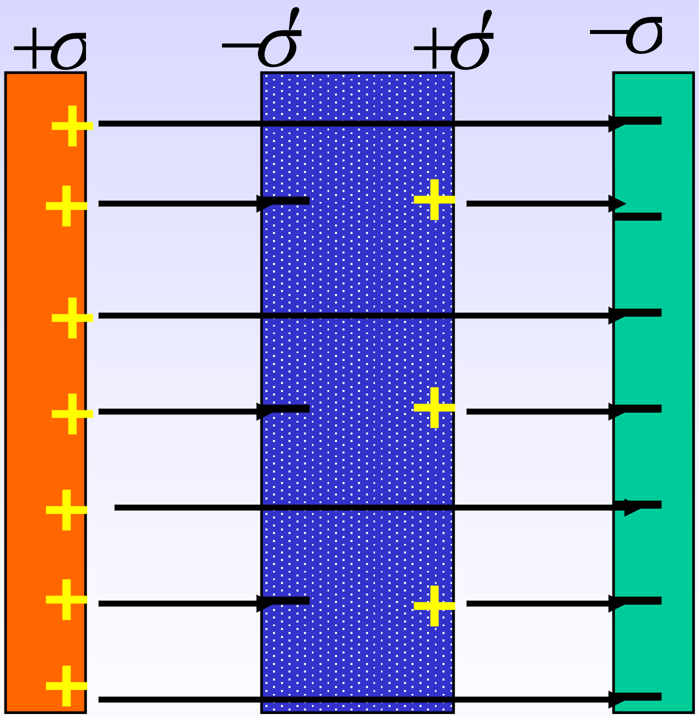
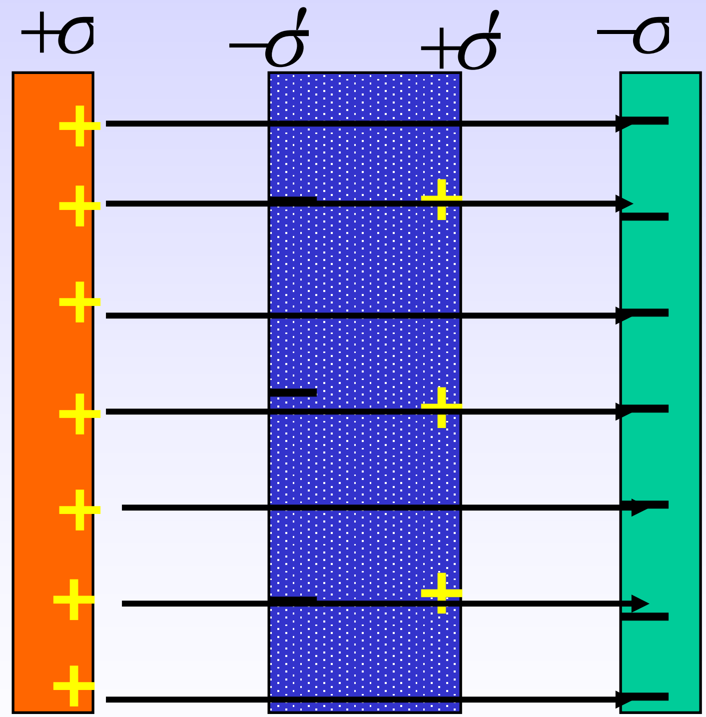
电位移线与电场线



电场线



电位移线

10-4 静电场的能量

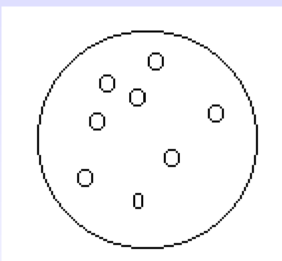
$$A_{外} = \Delta W_e$$

$A_{外} > 0 \qquad \Delta W_e > 0$

$A_{外} < 0 \qquad \Delta W_e < 0$

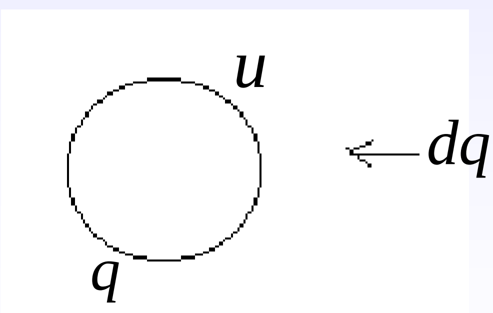
规定一个电势能为零的状态

Q



$W_e =$ 把这些电荷元集聚在一起外力所做的功

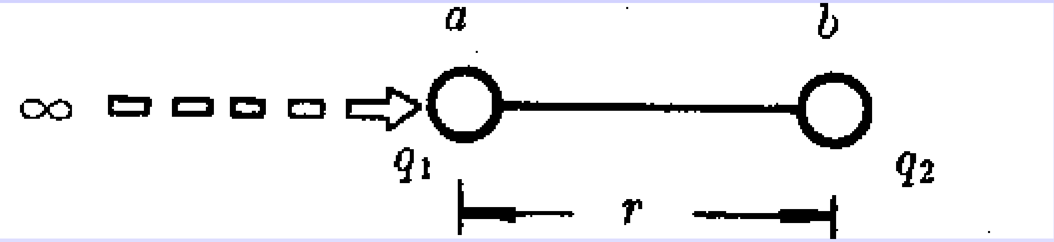
$$dA = u\,dq$$



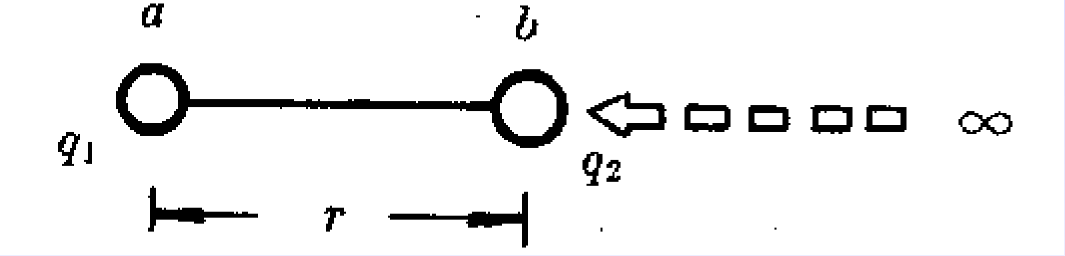
$$W_e = \int_0^Q u\,dq$$

一、点电荷系统的静电能

1.两个点电荷系统的静电能



$$A_1 = 0$$

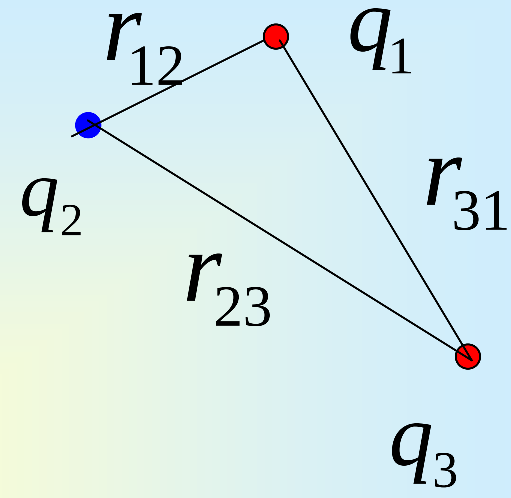


$$A_2 = q_2 U_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$W_e = A_1 + A_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{1}{2} q_1 \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{1}{2} q_2 \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$= \frac{1}{2} q_1 U_1 + \frac{1}{2} q_2 U_2$$

2、三个点电荷系统的静电能



$$W_e=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_o r_{12}}+\frac{q_1q_3}{4\pi\varepsilon_o r_{13}}+\frac{q_2q_3}{4\pi\varepsilon_o r_{23}}$$

$$=\frac{1}{2}[q_1(\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_o r_{12}}+\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_o r_{13}})$$

$$+q_2(\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_o r_{21}}+\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_o r_{23}})+q_3(\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_o r_{31}}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_o r_{32}})]$$

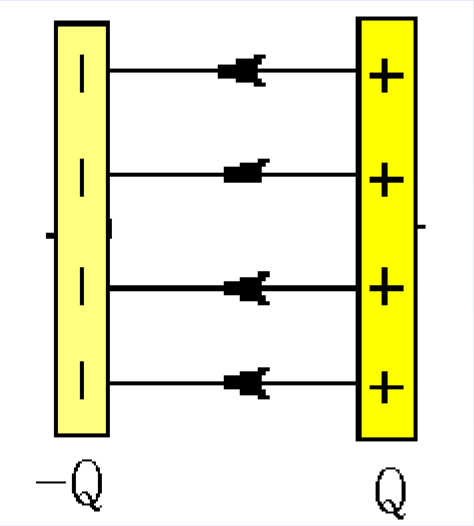
$$W=\frac{1}{2}(q_1U_1+q_2U_2+q_3U_3)$$

3、 ***n*个点电荷系统的静电能**

$$W_e=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}q_iU_i$$

二、电荷连续分布的带电体的静电能

$$W_e = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \Delta q_i U_i \qquad W = \frac{1}{2}\int U dq$$

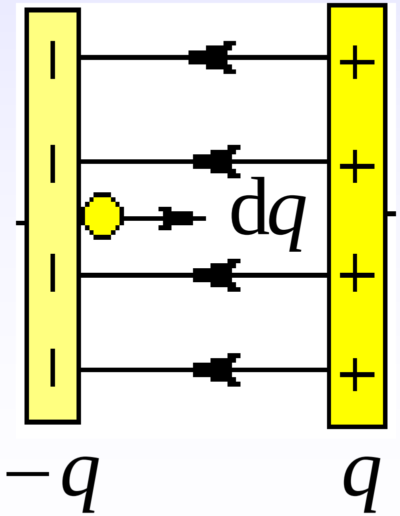


三、电容器的能量

$$dA = (u_+ - u_-)dq = udq = \frac{q}{C}dq$$

$$A = \int dA = \int_0^Q \frac{q}{C}\mathrm{d}q = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$



四、电场的能量

$$W_e = \frac{1}{2}CU^2 \qquad C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}, \quad U = Ed$$

$$W_e = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}(Ed)^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 Sd^2}{d} = \frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 V$$

$$\frac{W_e}{V} = \frac{1}{2}\ \varepsilon_0\varepsilon_r E\cdot E = \frac{1}{2}DE$$

电场中单位体积内的能量

电场的能量密度为： $w_e = \frac{1}{2}DE$

$$W_e = \int w_e dV = \int \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r E^2}{2}dV$$

求带电体系静电能的三种方法：

（1）定义 $W_e = A = \int U dq$

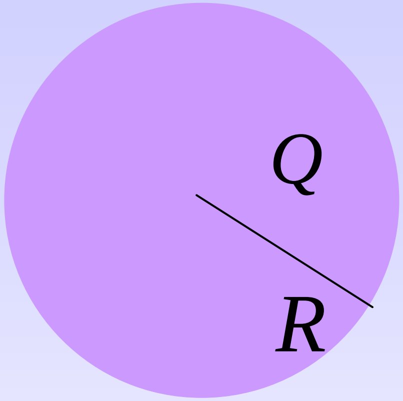
（2）点电荷系的静电能 $W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} q_i U_i$ $W_e = \frac{1}{2}\int U dq$

（3）电场的能量

$$W_e = \int w_e dV = \int \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2}{2} dV$$

例一：计算均匀带电球体的静电能，设球的半径为R，所带电量为Q，球外为真空。

解：（1）用式 $W_e = \frac{1}{2}\int U dq$ 来计算。



均匀带电球体所激发的电场分布为：

$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{R^3}\vec{r} & (r < R) \\ \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^3}\vec{r} & (r > R) \end{cases}$$

于是，离球心r处的电势为：

$$U=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}$$

$$=\int_r^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^3}\vec{r}\cdot d\vec{r}+\int_R^{\infty}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\vec{r}\cdot d\vec{r}=\frac{3Q}{8\pi\varepsilon_0 R}-\frac{Qr^2}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$$

$$dq=\rho 4\pi r^2 dr$$ 电荷体密度为：$\rho=\dfrac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$

由此可得带电球体的静电能为：

$$W_e=\frac{1}{2}\int U dq=\frac{1}{2}\frac{Q}{\frac{3}{4}\pi R^3}\int_0^R\left(\frac{3Q}{8\pi\varepsilon_0 R}-\frac{Qr^2}{8\pi\varepsilon_0 R^3}\right)4\pi r^2 dr=\frac{3}{20}\frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0 R}$$

(2)用式 $W_e=\int\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r E^2}{2}dV$ 来计算。能量分布

在整个空间，用场强代入，即可得： $dV=4\pi r^2 dr$

$$W_e=\int\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r E^2}{2}dV$$

球外空间

球内

$$=\int_0^R\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r E_1^2}{2}4\pi r^2 dr+\int_R^\infty\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r E_2^2}{2}4\pi r^2 dr$$

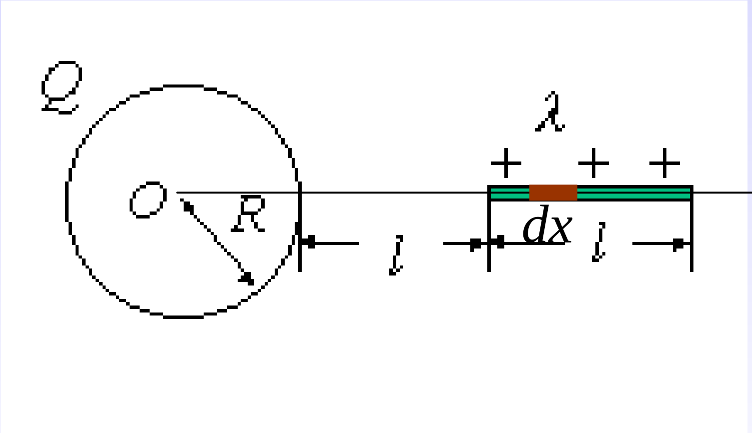
$$=\frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^R\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qr}{R^3}\right)^2 4\pi r^2 dr+\frac{\varepsilon_0}{2}\int_R^\infty\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr$$

$$=\frac{Q^2}{40\pi\varepsilon_0 R}+\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}=\frac{3}{20}\frac{Q^2}{\pi\varepsilon_0 R}$$ 两种方法计算结果相同。

【例题】如图所示，一均匀带电球面，总电量为Q。另有一均匀带电细棒，长为L，电荷线密度为λ，棒的一端距球面距离为L。求：细棒在均匀带电球面产生的电场中的电势能。

解：以圆心o为坐标原点，如图建立坐标

带电球面在空间的电势分布为



$$U=\begin{cases}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} & (0<x<R)\\[2ex] \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x} & (x>R)\end{cases}$$

$$dq=\lambda dl$$

故细棒的电势能为

$$dW=Udq$$

$$W=\int_L^{2L}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x}\cdot\lambda \mathrm{d}x=\frac{QL}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R+2L}{R+L}$$

稳恒电流

掌握以下基本概念:

1.电流的定义

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \qquad \vec{j} = -ne\vec{u}$$

2. 欧姆定律的微分表达式

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

3. 电源电动势的定义

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

一 、电流强度

大小：单位时间通过导体某一横截面的电量。

$$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

方向：正电荷运动的方向　　　有方向的标量

单位：安培（A）

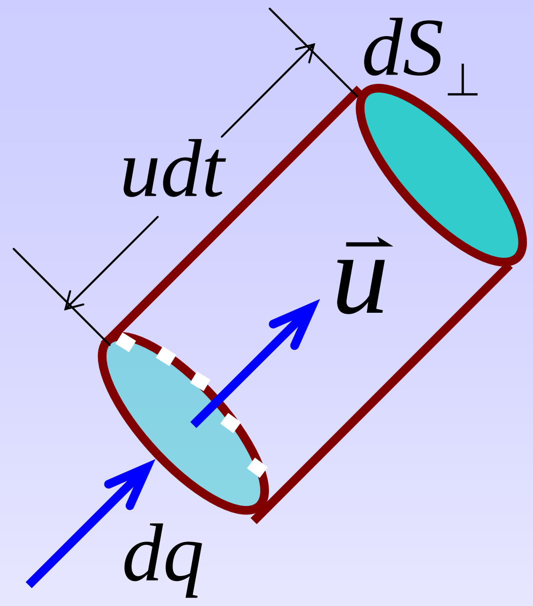
电流密度矢量 $\vec{j}$

方向:空间某点处正电荷的运动方向

大小:单位时间内该点附近垂直与电荷运动方向的单位截面上所通过的电量

$$|\vec{j}| = \frac{dq}{dt \cdot dS}$$

设 $\boldsymbol{n}$为单位体积内电子密度。
设漂移速度为 $\vec{u}$。在 dt
时间内穿过$dS_{\perp}$面的电子数为：



$$n \cdot dS_{\perp} u \cdot dt$$

电量为：$dq = en \cdot dS_{\perp} u \cdot dt$

$$\therefore |\vec{j}| = enu$$

$$dI = \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{j} = -ne\vec{u}$$

$$I = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{j} = nq\vec{u}$$

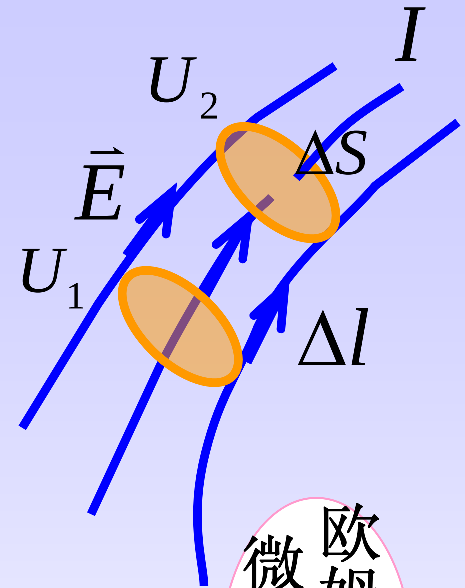
二、欧姆定律的微分形式

- 欧姆定律： $I=\dfrac{U}{R}$

它给出一段电路两端的电压与电流的关系。是实验规律。

- 欧姆定律的微分形式

取Δl 段，使其足够小其中电场均匀：



$$U_1 - U_2 = E\Delta l$$

$$U_1 - U_2 = IR$$

$$R = \rho\Delta l / \Delta S;$$

$$I = j\Delta S;$$

$$\therefore \vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E}$$

$$\therefore \vec{j} = \sigma\vec{E}$$

欧姆定律的微分形式

它给出了空间电场分布与电流分布之间的关系。不仅适用于稳恒电流，也适用于非稳恒情况，所以它比欧姆定律更具有深刻的意义。

三、电动势的概念

- 形成电流的条件

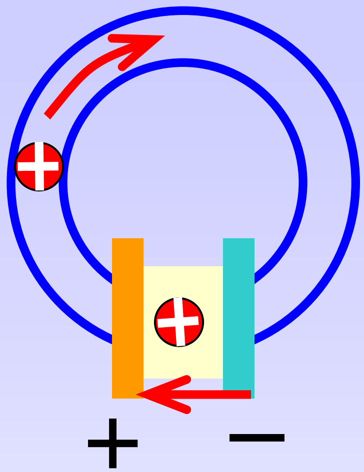
1.在导体内有可以自由移动的电荷或叫载流子

2.在导体内要维持一个电场，或者说在导体两端要存在有电势差。

- 提供非静电力的装置就是电源

电源内部电流从负极板到正极板叫内电路。

电源外部电流从正极板到负极板叫外电路。



- 电动势

把单位正电荷从负极板经内电路搬至正极板，非静电力做的功。

$$\varepsilon = \frac{dA}{dq}$$

$\vec{F}_k$:非静电力

$\vec{E}_k = \frac{\vec{F}_k}{q}$:非静电场强

内电路

$$\varepsilon = \int_{-in}^{+} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

$$\varepsilon = \oint \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

作业

10-23

10-26

10-28

11-1

11-4