电磁感应习题课

一、电磁感应的基本规律

1. 楞次定律（定性）：判断 ε_i ， I_i 的方向

2.法拉第电磁感应定律（定量）：

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\iint_s \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

(1)预先规定的绕行方向, ε_i的正负确定它的方向

(2)

在具体计算时先求ε_i的绝对值，再用楞次定律来定方向

二、电磁感应定律的具体应用

1.动生电动势(产生方式,和它所相应的非静电力)

计算动生电动势的两种方法：

(1). $\varepsilon_i = \int_a^b \vec{E}_K \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$

(2).构造闭合回路，求总磁通量$\Phi(t)$, $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$

2.感生电动势(产生方式,和它所相应的非静电力)

感生电场(涡旋电场)

$$\oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

在$r < R$的区域 $E_i = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$

在$r > R$的区域 $E_i = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$

计算感生电动势也有两种方法：

(1).与动生电动势一样，用法拉第电磁感应定律，重点掌握添辅助线的方法；

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

(2).先求涡旋电场强度，再求感生电动势，这种方法仅适用于磁场分布具有高度对称性的情况。

$$\varepsilon_i = \int_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

3. 自感现象与自感系数

$$\Psi = LI \qquad \varepsilon_L = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$$

计算自感系数的基本步骤:

1. 假设线圈通有电流 I;

2. 求出磁场分布;

3. 计算相应的磁通量;

4. 根据 $L = \frac{\Phi}{I}$ 求出 L（I一定消去）。

4. 互感现象与互感系数

$$\Psi_{21} = M_{21} I_1 \qquad \Psi_{12} = M_{12} I_2$$

$$\varepsilon_{21} = -M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}, \varepsilon_{12} = -M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

计算互感系数的基本步骤:

1 先在容易求出磁场分布的线圈中，假设通有电流 I;

2. 求出相应的磁场分布;

3. 在另一个容易计算磁通量的回路中求互感磁通量;

4. 用 $M = \frac{\Phi}{I}$ 求出 M（I一定消去）。

三、磁场的能量

$$W_L = \frac{1}{2} L I^2$$

$$w_m = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}, \qquad W_m = \int_V w_m \cdot \mathrm{d}V$$

四、电磁场和电磁波

1.位移电流 $$I_d=\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t} \qquad \vec{j}_D=\frac{\mathrm{d}\vec{D}}{\mathrm{d}t}$$

2.全电流安培环路定律 $$\oint_L \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=I+I_d$$

3.麦克斯韦方程组

4.定性了解电磁波的性质

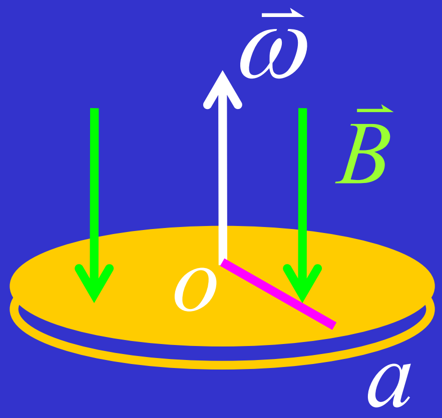
5.电磁波的能流密度——坡印廷矢量 $$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}$$

$$S=EH \qquad \bar{S}=\frac{1}{2}E_0H_0$$

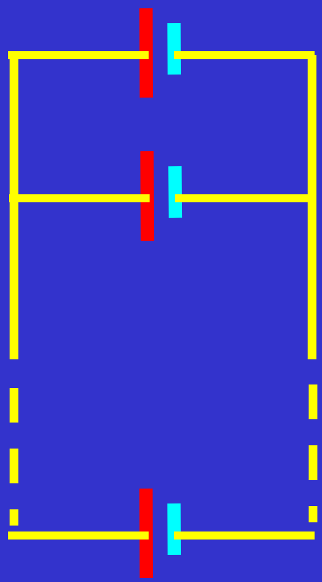
会计算平行板电容或长直螺线管内的$\vec{S}$

讨论题一:设铜盘的半径为 R，角速度为ω。问O到边缘有没有电势差?

可视为无数铜棒一端在圆心，另一端在圆周上，即为并联，因此其电动势类似于一根铜棒绕其一端旋转产生的电动势。

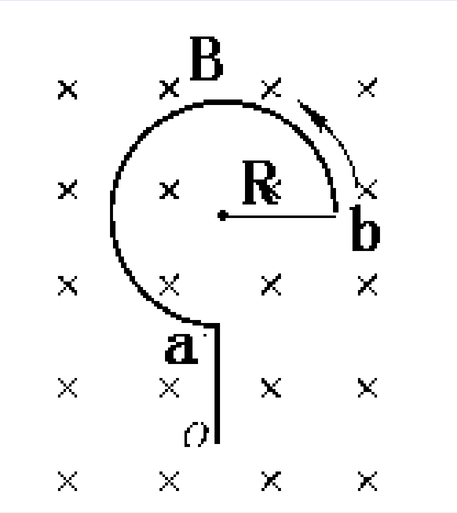


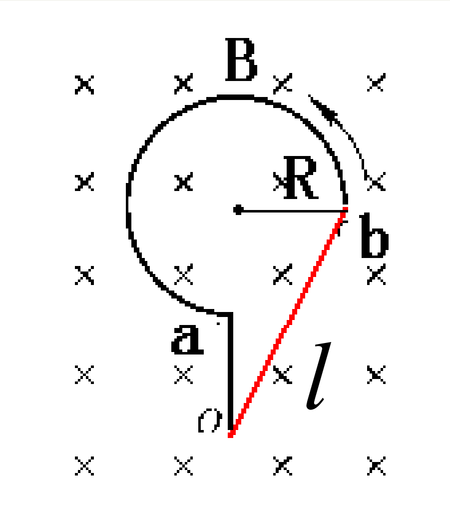
$$\varepsilon_i = \int_o^a (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\int_o^R B\,\omega l\cdot dl = -\frac{1}{2}BR^2\omega$$



$$\therefore U_0 - U_a = \frac{1}{2}BR^2\omega$$

讨论题二:





$$\varepsilon_{ob} = \varepsilon_{oab}$$

$$l = \sqrt{5}R$$

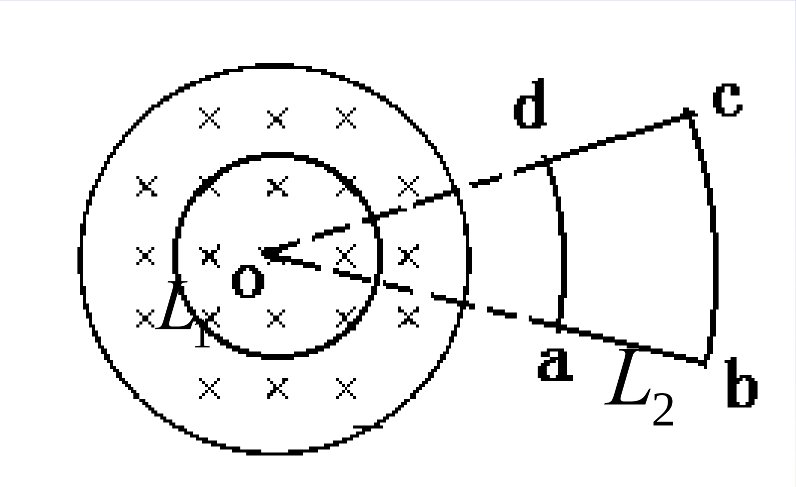
$$\varepsilon_{ob} = \frac{1}{2}\omega B l^2 = \frac{5}{2}\omega B R^2$$

方向: $b \rightarrow o$

O点电势高

讨论题三：

L_1和L_2为均匀导体回路



1. 回路内有无感应电流

L_1有　　L_2无

2. L_1上各点电势是否相等？

相等

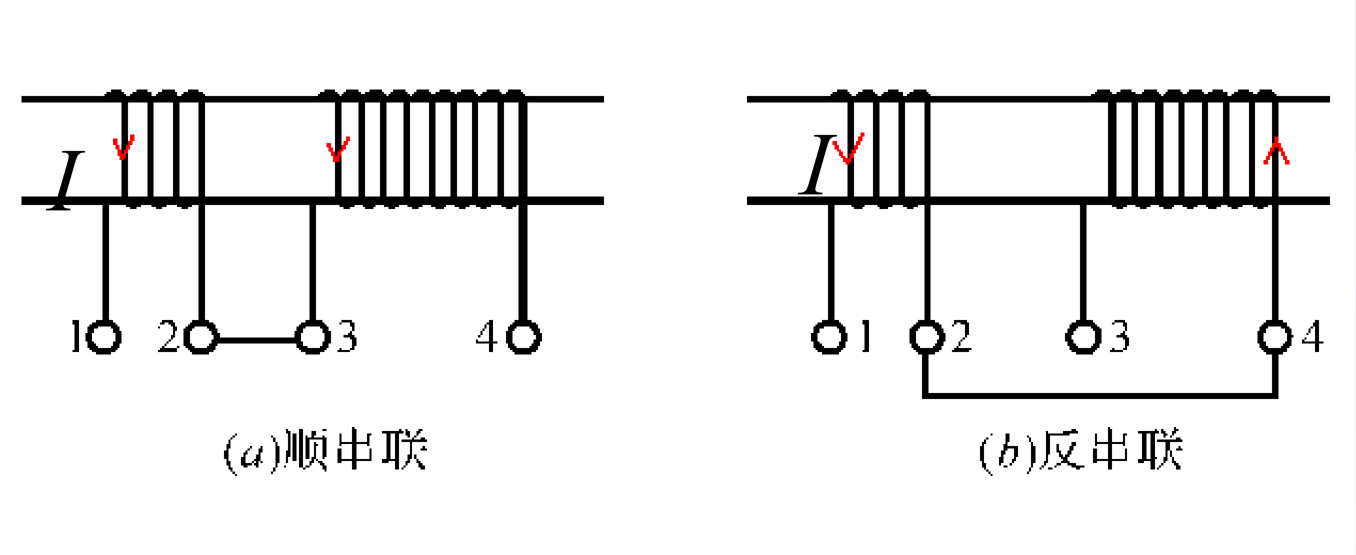
3. L_2上各点电势是否相等？

$U_c = U_d \qquad U_a = U_b$

$U_c \neq U_b \qquad U_d \neq U_a$

磁场随时间作线性变化

讨论题四: 看书P_{243}的14-24题



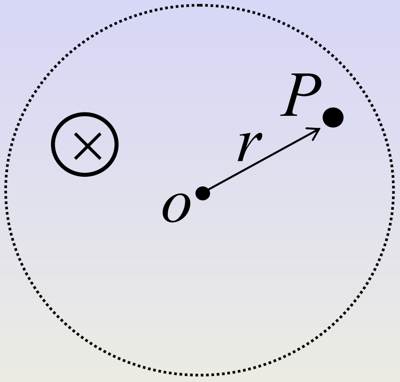
$$\Phi = L_1 I + L_2 I + 2MI$$

$$\Phi = L_1 I + L_2 I - 2MI$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = L_1 + L_2 + 2M$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = L_1 + L_2 - 2M$$

讨论题五:如图所示为一圆柱体的横截面，圆柱体内有一均匀电场$\boldsymbol{E}$，其方向垂直纸面向内，$\boldsymbol{E}$的大小随时间t线性增加（$\mathrm{d}E/\mathrm{d}t$为常数），P为圆柱体内与轴线相距为r的一点，则P点感生磁场的大小为____________；



$$\oint_L \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l} = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}$$

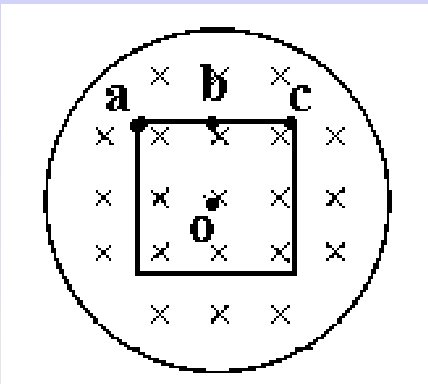
$$2\pi r H = \varepsilon_0 \pi r^2 \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

$$B = \mu_0 H = \frac{1}{2}\varepsilon_0\mu_0 r\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$$

例题一：磁场以 $\frac{dB}{dt}$ 的恒定变化率减少，放一边长l的正方形。

求：1. $\vec{E}_a=?\quad \vec{E}_b=?\quad \vec{E}_c=?\qquad \varepsilon_{ac}=?$

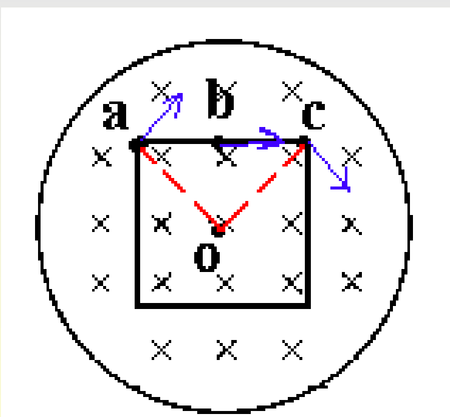
2.已知回路电阻为R,则I=? U_{ac}=?



解：以O为圆心，$r=\frac{\sqrt{2}}{2}l$ 为半径作一过a和c的圆周

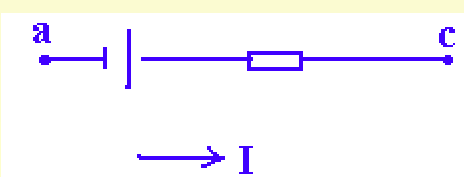
$$\oint \vec{E}_i\cdot d\vec{l}=-\iint\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}\qquad E_a 2\pi r=\pi r^2\frac{dB}{dt}$$

$$E_a=\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}=\frac{\sqrt{2}}{4}l\frac{dB}{dt}$$ 方向如图所示



同理可得：$E_c=\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}=\frac{\sqrt{2}}{4}l\frac{dB}{dt}\qquad E_b=\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}=\frac{1}{4}l\frac{dB}{dt}$

以oac为回路：$\oint_{oac}\vec{E}_i\cdot d\vec{l}=\varepsilon_{ac}=\left|\frac{d\Phi}{dt}\right|=\frac{l^2}{4}\frac{dB}{dt}\qquad \varepsilon_{ac}=\frac{l^2}{4}\frac{dB}{dt}$

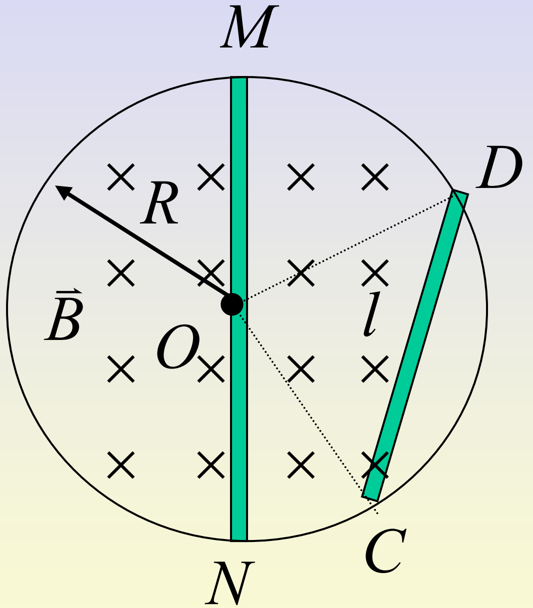


以正方形为回路：$\varepsilon_i=l^2\frac{dB}{dt}\qquad I=\frac{\varepsilon_i}{R}=\frac{l^2}{R}\frac{dB}{dt}$

$$U_{ac}=-\varepsilon_{ac}+I\frac{R}{4}=0$$

例题二：①如图所示，在均匀磁场中放置导线**CD**和**NOM**，磁场在均匀地增强，试分别计算它们上的感生电动势；
②如有一根长为**2*R***的导体棒，以速度***v***横扫过磁场，如图所示，试求图示位置**EF**上的感应电动势。③若在垂直于磁场的平面内，放入由两种不同材料半圆环组成的半径为**r**的金属圆环，试比较M'和N'的电势高低。

（1）

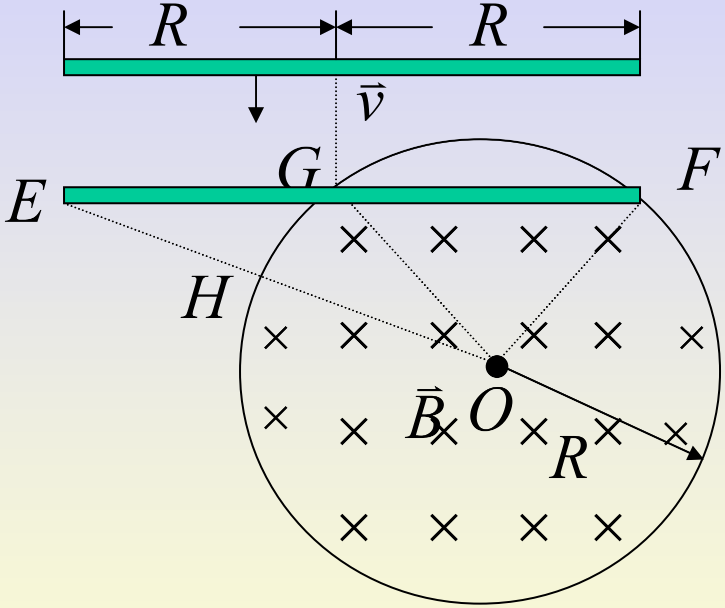


$$\varepsilon_{NOM}=0$$

$$\varepsilon_{CD}=S_{\Delta OCD}\cdot\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{2}l\sqrt{R^2-(\frac{l}{2})^2}\cdot\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

方向：$C\rightarrow D$

②如有一根长为2*R*的导体棒，以速度*v*横扫过磁场，如图所示，试求图示位置EF上的感应电动势。



正方向：$F \rightarrow E$

$$\varepsilon_{动} = -BvR$$

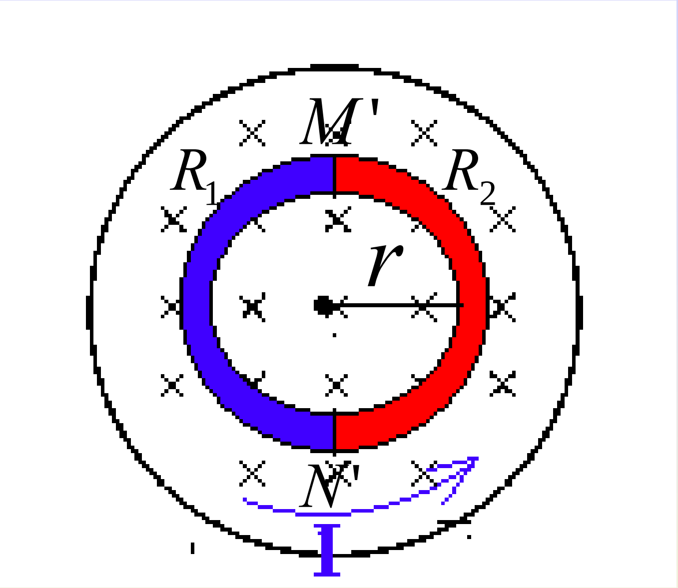
$$\varepsilon_{感} = \frac{R^2}{4}(\sqrt{3}+\frac{\pi}{3})\cdot\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_{EF}} = \frac{\boldsymbol{R^2}}{\mathbf{4}}(\sqrt{\mathbf{3}}+\frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{3}})\cdot\frac{\mathbf{d}\boldsymbol{B}}{\mathbf{d}\boldsymbol{t}} - \boldsymbol{BvR}$$

方向：$\varepsilon_{EF} > 0 \qquad F \rightarrow E$

$\varepsilon_{EF} < 0 \qquad E \rightarrow F$

③若在垂直于磁场的平面内，放入由两种不同材料半圆环组成的半径为r的金属圆环，试比较 M' 和 N' 的电势高低。



$$\varepsilon_i = \frac{d\Phi}{dt} = \pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$I = \frac{\varepsilon_i}{R_1 + R_2} = \frac{\pi r^2}{R_1 + R_2}\frac{dB}{dt}$$

$$\varepsilon_{i1} = \varepsilon_{i2} = \frac{\varepsilon_i}{2} = \frac{\pi r^2}{2}\frac{dB}{dt}$$

$$U_{N'} - U_{M'} = IR_2 - \varepsilon_2 = \frac{\pi r^2 (R_2 - R_1)}{2(R_1 + R_2)}\frac{dB}{dt}$$

若：

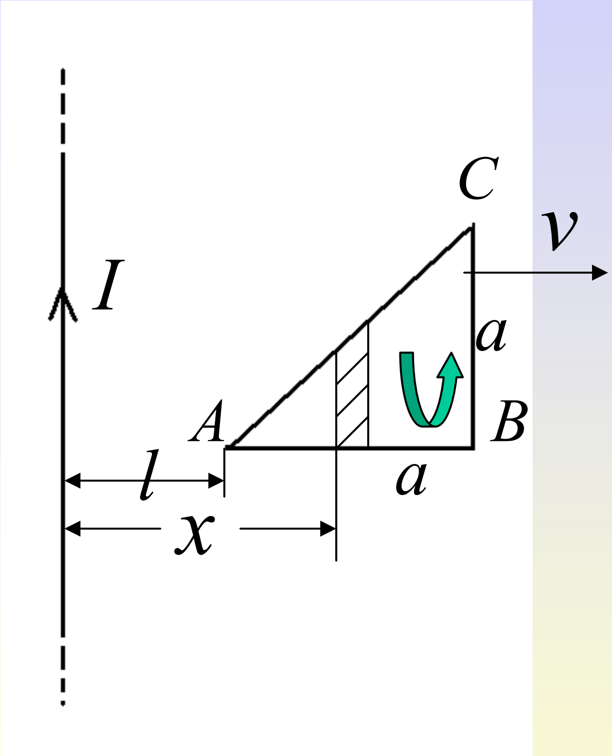
$R_2 = R_1$ $\quad U_{N'} = U_{M'}$

$R_2 > R_1$ $\quad U_{N'} > U_{M'}$

$R_2 < R_1$ $\quad U_{N'} < U_{M'}$

例题三：如图，已知 I=kt t=0时，A与直导线重合。

求：t时刻线框中的感应电动势。



解：t时刻 $l = vt$

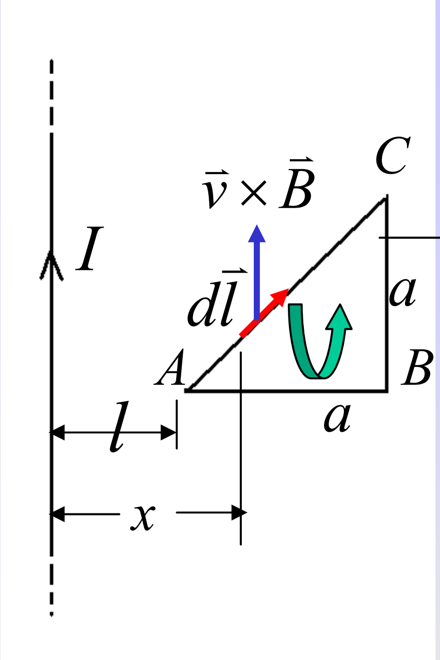
方法一：先求t时刻通过ABC的 Φ

$$d\Phi = -\frac{\mu_0 I}{2\pi x}(x-l)dx$$

$$\Phi = \int_l^{l+a} -\frac{\mu_0 I}{2\pi x}(x-l)dx = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} + \frac{\mu_0 I l}{2\pi}\ln\frac{l+a}{l}$$

$$= -\frac{\mu_0 k a}{2\pi}t + \frac{\mu_0 k v t^2}{2\pi}\ln\frac{vt+a}{vt}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 k a}{2\pi} + \frac{\mu_0 k a}{2\pi}\frac{vt}{vt+a} - \frac{\mu_0 k v t}{\pi}\ln\frac{vt+a}{vt}$$



方法二：线圈不动时：

$$\Phi=\int_l^{l+a}-\frac{\mu_0 I}{2\pi x}(x-l)dx=-\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}+\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{l+a}{l}$$

$$\varepsilon_{i1}=-\frac{d\Phi}{dt}=\frac{\mu_0 ka}{2\pi}-\frac{\mu_0 kvt}{2\pi}\ln\frac{vt+a}{vt}$$

I不变，线圈动：$\varepsilon_{BC}=\dfrac{\mu_0 ka}{2\pi}\dfrac{vt}{vt+a}$

$$\varepsilon_{AC}=\int_A^C(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int_A^C vB\cos\frac{\pi}{4}dl=\int_A^C vBdx$$

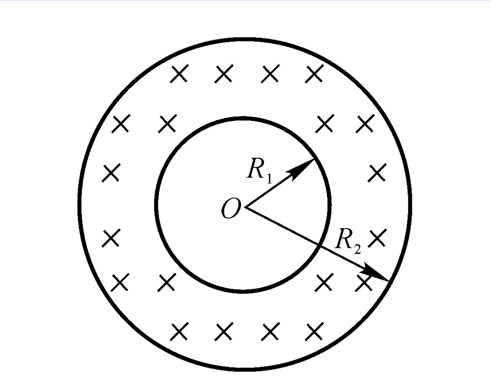
方向$B\to C$

$$=\int_l^{l+a}\frac{\mu_0 Iv}{2\pi x}dx=\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{l+a}{l}=\frac{\mu_0 kvt}{2\pi}\ln\frac{vt+a}{vt}$$ 方向$A\to C$

$$\varepsilon_{i2}=\varepsilon_{BC}-\varepsilon_{AC}=\frac{\mu_0 ka}{2\pi}\frac{vt}{vt+a}-\frac{\mu_0 kvt}{2\pi}\ln\frac{vt+a}{vt}$$

$$\varepsilon_i=\varepsilon_{i1}+\varepsilon_{i2}=\frac{\mu_0 ka}{2\pi}+\frac{\mu_0 ka}{2\pi}\frac{vt}{vt+a}-\frac{\mu_0 kvt}{\pi}\ln\frac{vt+a}{vt}$$

例题:看书14-13题



在圆环中选取一个半径为r，宽度dr的同心小圆环，通过小圆环的磁通量

$$\Phi = \int_{R_1}^{r} B 2\pi r' dr' = \int_{R_1}^{r} 2\pi t dr' = 2\pi t(r - R_1)$$

相应的感应电动势 $\varepsilon_i = \dfrac{d\Phi}{dt} = 2\pi(r - R_1)$

小圆环的电阻为 $R = \rho \dfrac{2\pi r}{D dr}$

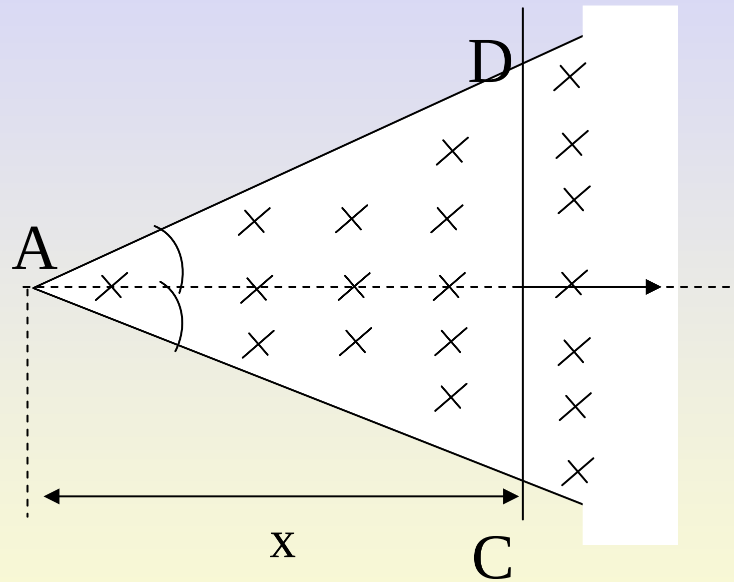
小圆环上的感应电流 $dI_i = \dfrac{d\varepsilon_i}{R} = \dfrac{D}{\rho}(1 - \dfrac{R_1}{r})dr$

圆环上的总感应电流 $I_i = \int_{R_1}^{R_2} \dfrac{D}{\rho}(1 - \dfrac{R_1}{r})dr = \dfrac{D}{\rho}\left[(R_2 - R_1) - R_1 \ln \dfrac{R_2}{R_1}\right]$

补充题：如图所示，在等边三角形平面回路**ACDA**中存在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场，其方向垂直于回路平面。回路上的**CD**段为滑动导线，它以匀速 $\vec{v}$ 远离**A**端运动，并始终保持回路是等边三角形，设滑动导线**CD**到**A**端的垂直距离为**X**，且时间**t=0**时，**X=0**。试求在下述两种情况下，回路中的感应电动势 ε 和时间**t**的关系：

（**1**）$\vec{B}=\vec{B}_0$ =常矢量。

（**2**）$\vec{B}=\vec{B}_0 t$， $\vec{B}_0$=常矢量。



补充题：在图示的电路中，导线AC在固定导线上向右移动，设$l_{AC}=5$cm，均匀磁场随时间的变化率为$\mathrm{d}B/\mathrm{d}t=-0.1$（T/s），在$t=0$时，导线$AC$的速度$v_0=2$m/s，$B_0=0.5$T，$x_0=10$cm，求：（1）此时的动生电动势；（2）此时的总感应电动势；（3）假定此后导线AC仍以速度v_0作匀速运动，总感应电动势与时间t的关系。

作业：
14-13
14-14
14-16