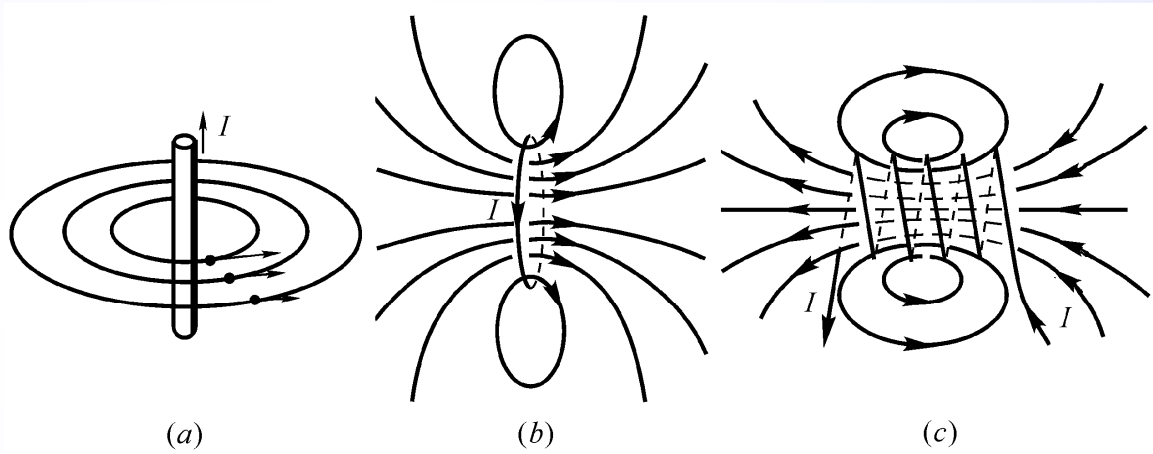
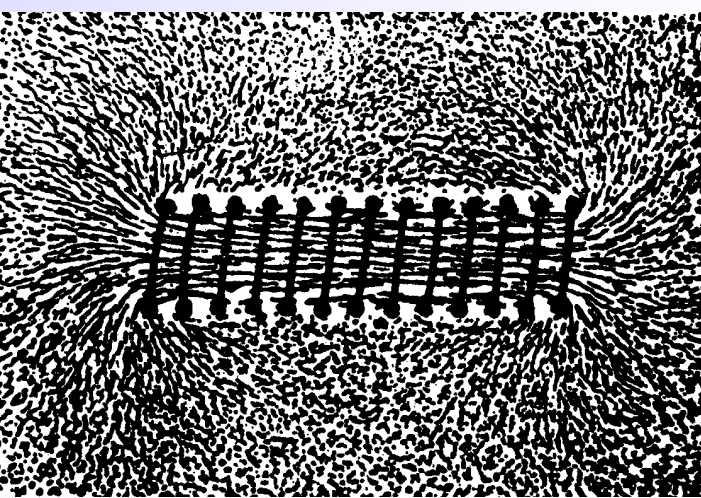


12-3 磁通量 磁场的高斯定理

一、磁感应线

规定: 1.磁感应线上任一点的切线方向和该点 \vec{B} 的方向一致;

2. \vec{ds} \vec{B} dN $B = \frac{dN}{dS}$



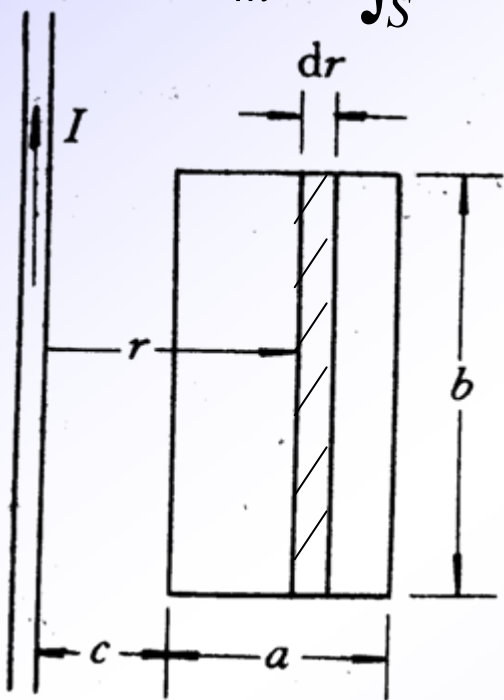
结论:磁感应线是环绕电流的闭合曲线. 涡旋场

二、磁通量

定义：通过任一面积的磁感应线的条数的代数和称为通过这一面积的**磁通量**。

$$d\Phi_m = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cos \theta dS$$

$$\Phi_m = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

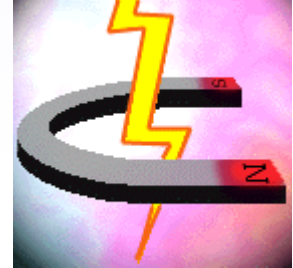
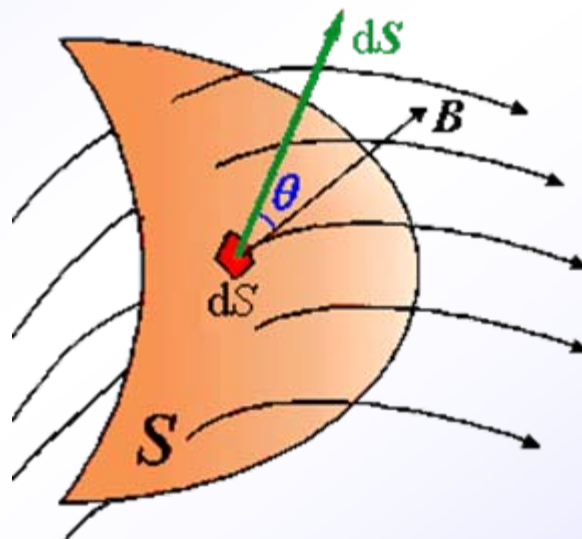


$$dS = bdr$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$d\Phi = B dS = \frac{\mu_0 I}{2\pi} b dr$$

$$\Phi = \int_c^{a+c} \frac{\mu_0 I}{2\pi} b dr = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln \frac{a+c}{c}$$



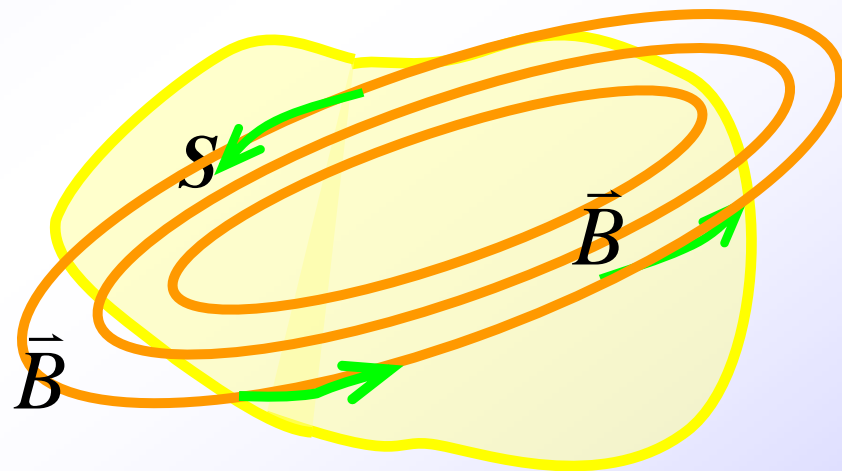
三、磁场的高斯定理

磁感应线是无头无尾的闭合曲线。

任何磁场中通过任意封闭曲面的磁通量等于零。

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\text{inside } i} q_i$$



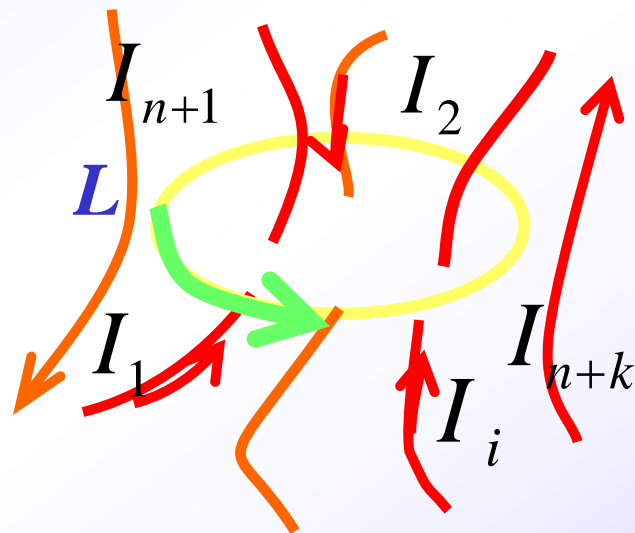
12-4安培环路定理

一、安培环路定理

所有电流的总场

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_i I_i$$

穿过回路的电流



表述：在稳恒电流的磁场中，磁感应强度 \vec{B} 沿任何闭合回路 L 的线积分，等于穿过这回路的所有电流强度代数总和的 μ_0 倍

符号规定：穿过回路 L 的电流方向与 L 的环绕方向服从右手关系的 I 为正，否则为负。

二、安培环路定理的应用

1. 求无限长圆柱面电流的磁场分布(半径为 R)

(1) 分析场结构：有轴对称性

(2) 以轴上一点为圆心，取垂直于轴的平面内半径为 r 的圆为安培环路

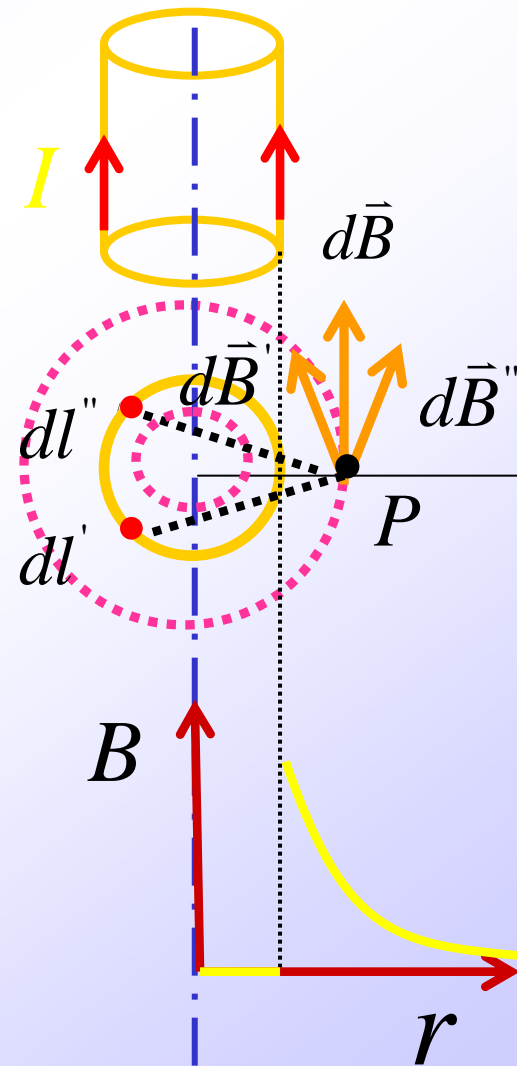
$$r \geq R \quad \because \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B = \mu_o I$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$

$$r \leq R \quad \because \oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = 2\pi r B = 0$$

$$\therefore B = 0$$

无限长圆柱面电流外面的磁场与电流都集中在轴上的直线电流的磁场相同



用安培环路定理求磁场分布的步骤：

1. 分析场的对称性
2. 选取合适的积分回路
3. 应用安培环路定理对所选的积分回路进行计算

2.无限长载流圆柱体的磁场分布

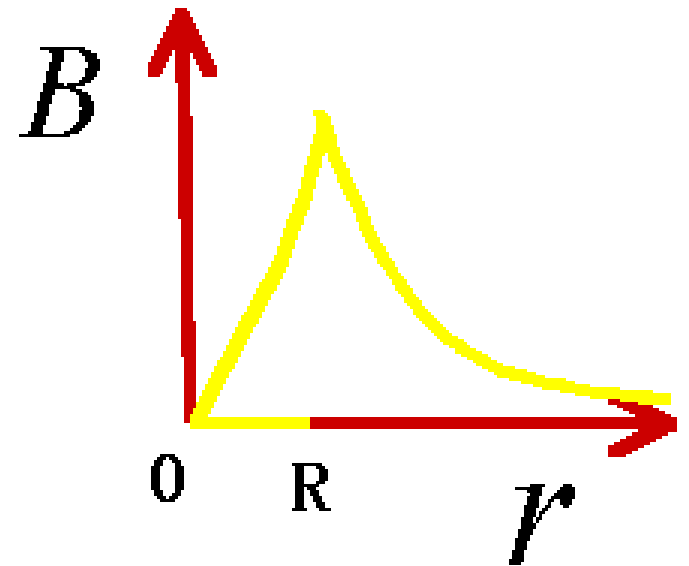
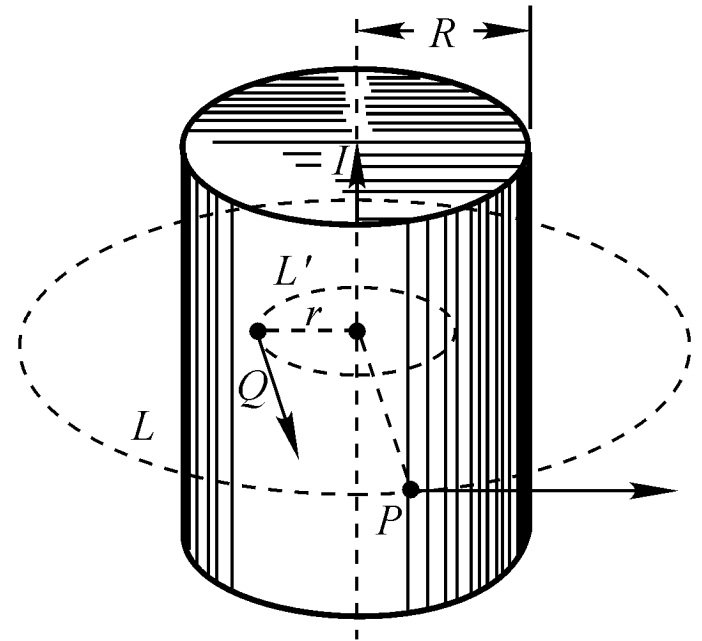
$$r > R$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$r < R$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I}{\pi R^2} \pi r^2$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$



3.求载流无限长直螺线管内任一点的磁场



一个单位长度上有 n 匝的无限长直螺线管。由于是密绕， \therefore 每匝视为圆线圈。

$$B = \mu_0 n I$$

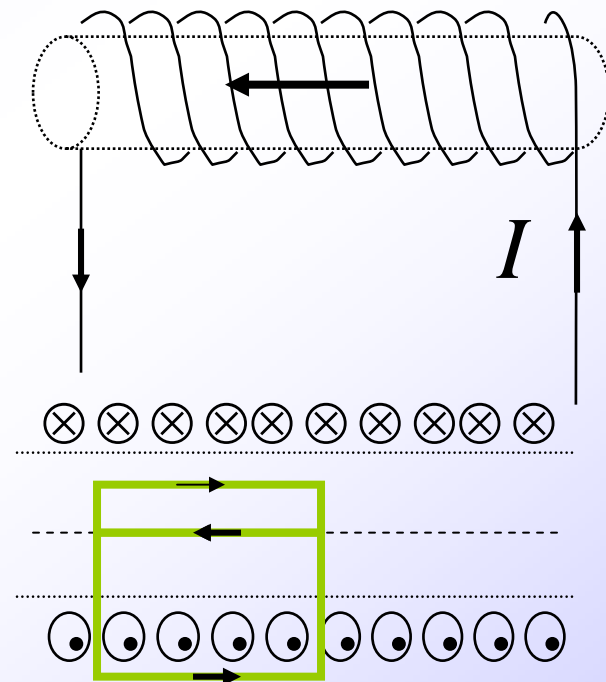
由对称性分析场结构

a. 只有轴上的分量；

b. 因为是无限长，在与轴等距离的平行线上磁感应强度相等。

$$B_{\text{内}} = \mu_0 n I$$

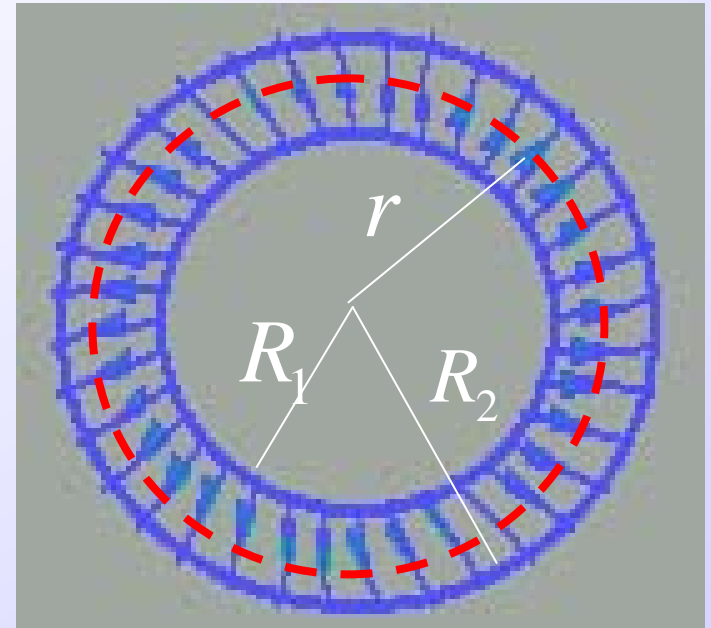
$$B_{\text{外}} = 0$$



4.求载流螺绕环内的磁场

总匝数为 N ，通有电流强度为 I

根据对称性可知，在与环共轴的圆周上磁感应强度的大小相等，方向沿圆周的切线方向。磁力线是与环共轴的一系列同心圆。



$R_1 \leq r \leq R_2$ 当 $R_2 - R_1 \ll R_1, R_2$ 时

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

$$B = \mu_0 nI$$

n 为单位长度上的匝数。

$$r \leq R_1$$

$$\therefore B = 0$$

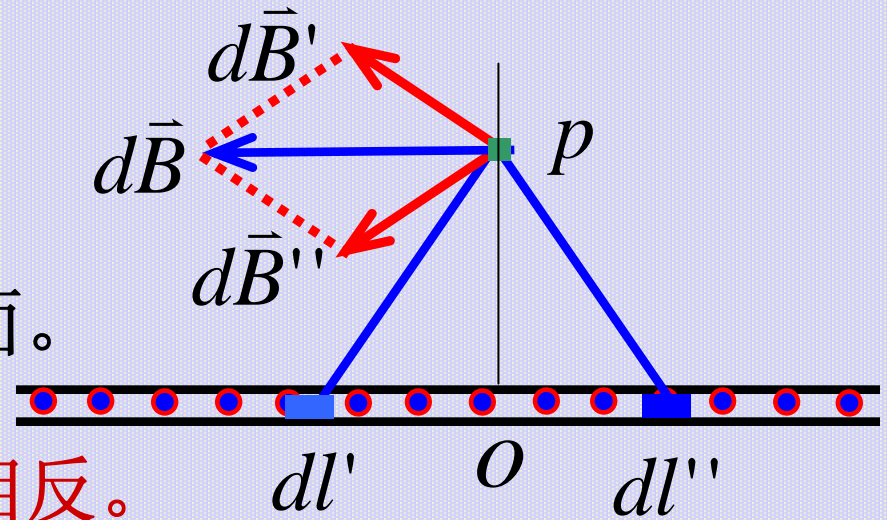
螺绕环管外磁场为零。

例题一：无限大平板电流的磁场分布。设一无限大导体薄平板垂直于纸面放置，其上有方向垂直于纸面朝外的电流通过，面电流密度（即指通过与电流方向垂直的单位长度的电流）到处均匀。大小为 j

解：视为无限多平行长直电流的场。

分析求场点 p 的对称性

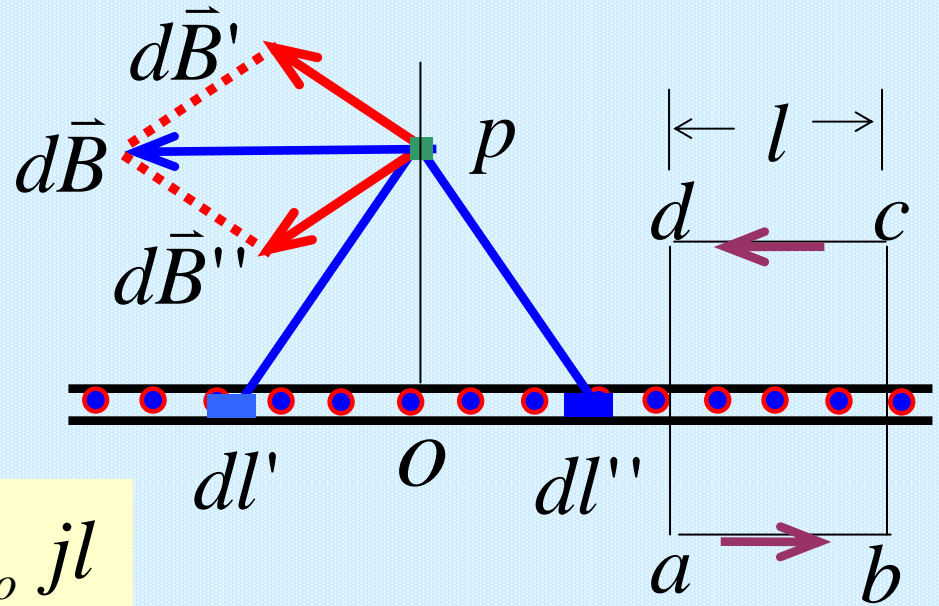
总磁场方向平行于电流平面。



在该平面两侧的磁场方向相反。

因为电流平面是无限大，故与电流平面等距离的各点 \mathbf{B} 的大小相等。

作一安培回路如图：
 bc 和 da 两边被电流平面等分。 ab 和 cd 与电流平面平行,则有

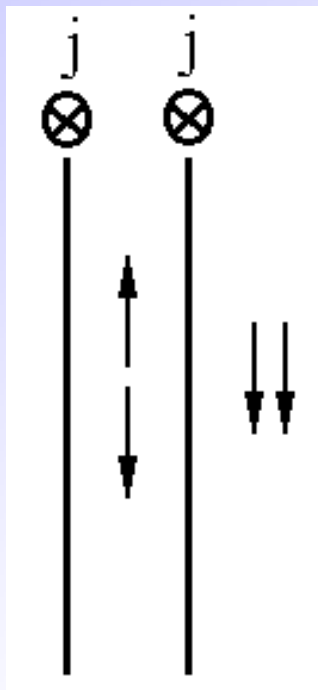


$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2l = \mu_o j l$$

结果

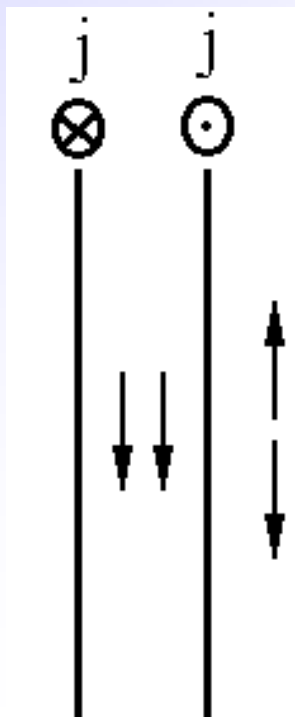
$$\therefore B = \frac{\mu_o j}{2}$$

在无限大均匀平面电流的两侧的磁场都为均匀磁场，并且大小相等，但方向相反。



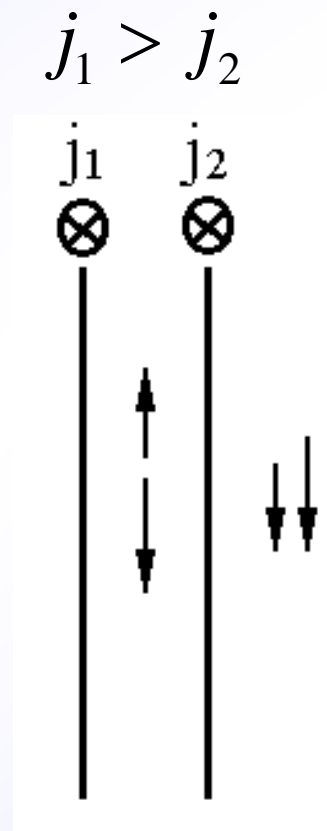
$$B_{\text{内}} = 0$$

$$B_{\text{外}} = \mu_0 j$$



$$B_{\text{内}} = \mu_0 j$$

$$B_{\text{外}} = 0$$



$$B_{\text{内}} = \frac{\mu_0}{2} (j_1 - j_2)$$

$$B_{\text{外}} = \frac{\mu_0}{2} (j_1 + j_2)$$

12-5 磁场对运动电荷的作用

一、洛伦兹力

实验表明：电量为 q 的带电粒子，以 \vec{v} 在磁场 \vec{B} 中运动

$$\vec{F}_m = q\vec{V} \times \vec{B} \qquad F_m = qVB \sin \theta$$

$\because \vec{F}_m \perp \vec{V} \quad \therefore$ 磁场对运动电荷不作功

二、带电粒子在均匀磁场中的运动

(1) $\vec{V} // \vec{B} \quad \vec{F}_m = 0$ 带电粒子作匀速直线运动

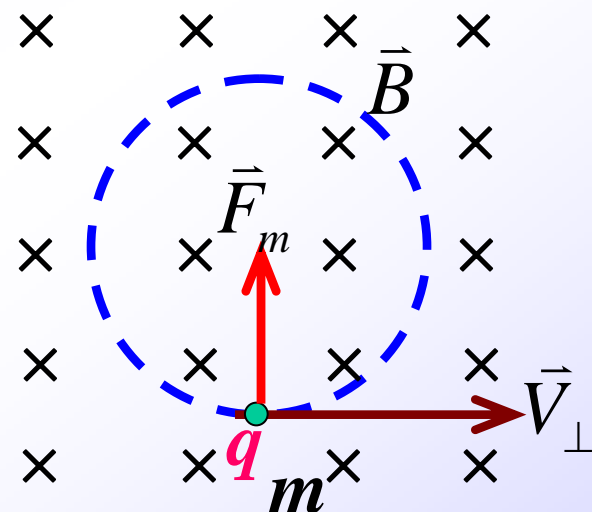
$$(2) \quad \vec{V} \perp \vec{B} \quad F_m = qVB \quad \vec{F}_m \perp \vec{V}$$

带电粒子在磁场中作匀速圆周运动

$$qVB = \frac{mV^2}{R} \quad \text{半径} \quad R = \frac{mV}{qB}$$

$$\text{周期} \quad T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi m}{qB}$$

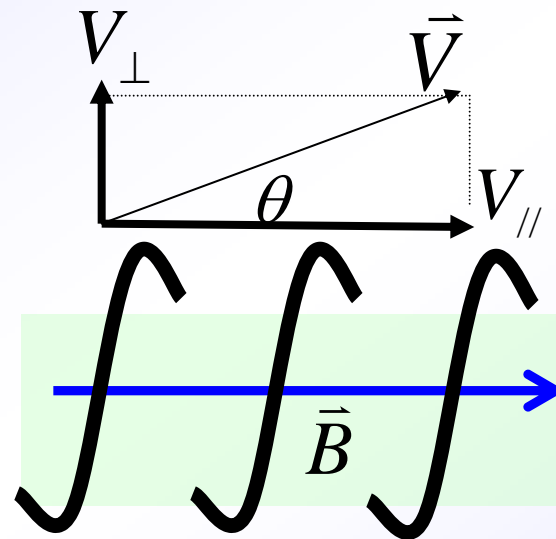
结论



匀速圆周运动的周期与速度无关。

(3) \vec{V} 和 \vec{B} 成 θ 角

将速度分解为平行于磁场和垂直于磁场的分量；粒子以平行于磁场的速度分量沿磁场方向做匀速直线运动。所以，其合运动为螺旋线运动。



螺距（在一个周期内沿磁场方向行进的距离）

$$h = V_{\parallel} T = V \cos \theta \cdot \frac{2\pi m}{qB}$$

螺旋线半径

$$R = \frac{mV_{\perp}}{qB}$$

三、带电粒子在电场和磁场中的运动

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{V} \times \vec{B}$$

$$q\vec{E} + q\vec{V} \times \vec{B} = m \frac{d\vec{V}}{dt}$$

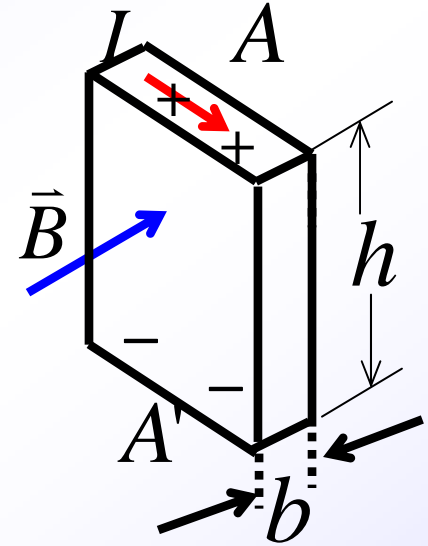
$$q\vec{E} + q\vec{V} \times \vec{B} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \right)$$

带电粒子在电磁场中的运动规律

四、霍耳效应

*现象

1879年霍耳发现把一载流导体放在磁场中，如果磁场方向与电流方向垂直，则在与磁场和电流二者垂直的方向上出现横向电势差，这一现象称之为霍耳现象。



*实验结果

$$V_{AA'} \propto \frac{IB}{b}$$

$$V_{AA'} = k \frac{IB}{b}$$

载流子的正负决定 $V_{AA'}$ 的正负

$$V_{AA'} > 0 \quad q > 0$$

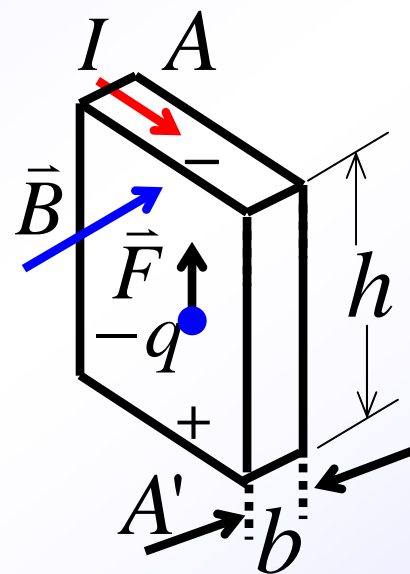
$$V_{AA'} < 0 \quad q < 0$$

实验上称 k 为霍耳系数，与材料有关。

*霍耳效应的经典解释

以载流子是负电荷为例,其定向
漂移速度为 u 与电流反向。

电场力与洛仑兹力平衡时, 电子的
漂移达到动态平衡, 从而在AA'方向
上形成一恒定电场—— 霍耳电场



横向电势差

$$\begin{aligned} qE_H &= quB \longrightarrow V_{AA'} = -E_H h = -uBh \\ I &= nbhqu \longrightarrow V_{AA'} = -\frac{1}{nq} \frac{IB}{b} = k \frac{IB}{b} \quad k = -\frac{1}{nq} \end{aligned}$$

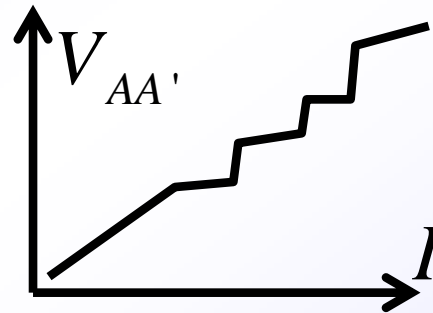
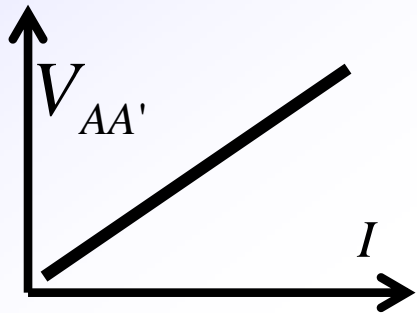
*霍耳效应的应用

测量载流子类型

测量载流子浓度

测量磁感应强度

测量交直流电路中的电流和功率。

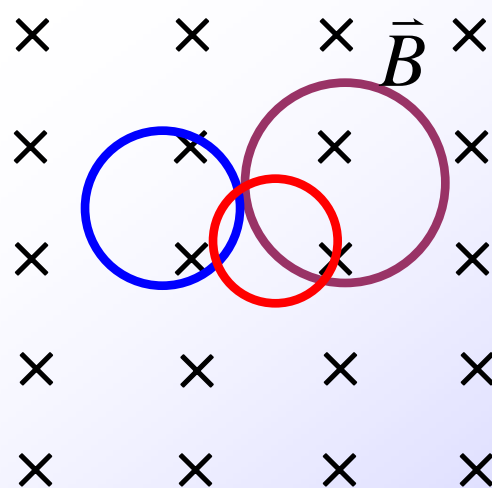
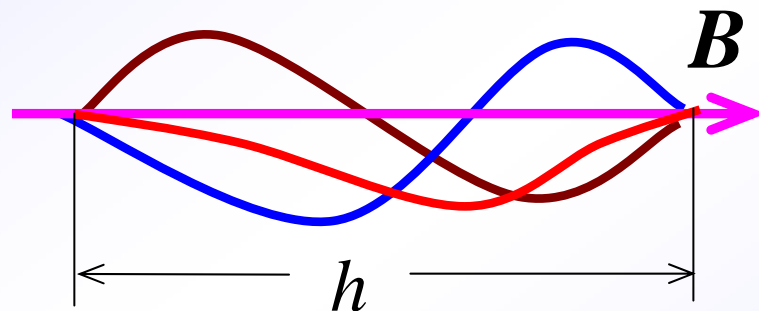


九十年代，发现量子霍耳效应，即曲线 $V_{AA'} \sim I$ 当 B, b, k 为常数时，出现台阶，而不为线性关系。85年获诺贝尔奖金。

* 磁聚焦 *magnetic focusing*

一束发散角不大的带电粒子束，若这些粒子沿磁场方向的分速度大小又一样，它们有相同的螺距，经过一个周期它们将重新会聚在另一点。这种发散粒子束会聚到一点的现象叫**磁聚焦**。

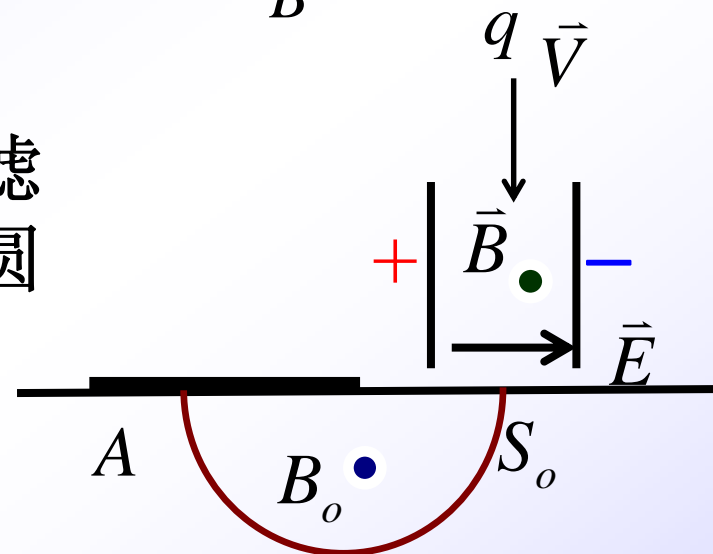
它广泛应用与电真空器件中如电子显微镜 *electron microscope* 中。它起了光学仪器中的透镜类似的作用。



● 质谱仪 *Mass Spetrometer*

* 滤速器: $qE = qVB$ $V = \frac{E}{B}$

* 质谱分析仪: 质量为 m ,
电量为 q 的带电粒子 经过滤
速器后, 飞入磁场 B_0 中做圆
周运动, 落在感光片 A 处,
其半径 R 为:



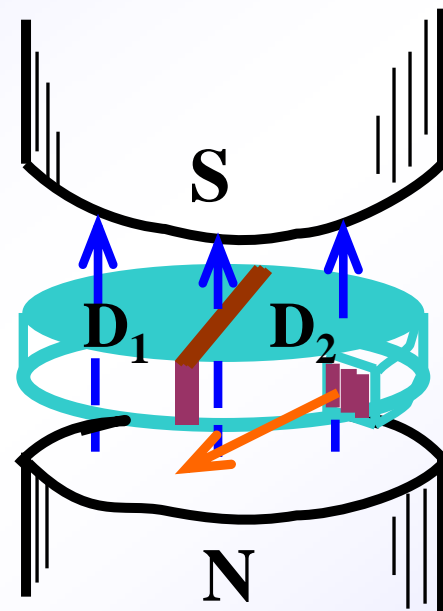
$$\therefore R = mV / qB_0 \quad m = \frac{RqB_0}{V}$$

$$AS_0 = 2R = x \quad V = \frac{E}{B} \quad m = \frac{qB_0 Bx}{2E}$$

若每个离子所带电量相等, 由谱线的位置
(x 的大小) 可以确定同位素的质量。由感光
片上谱线的黑度, 可以确定同位素的相对含量。

- 回旋加速器 *Cyclotron*、

密封在真空中的两个金属盒（ D_1 和 D_2 ）放在电磁铁两极间的强大磁场中，如图所示两盒之间有一窄缝，中心附近放有离子源。两盒间接有交流电源，它在缝隙里的交变电场用以加速带电粒子。

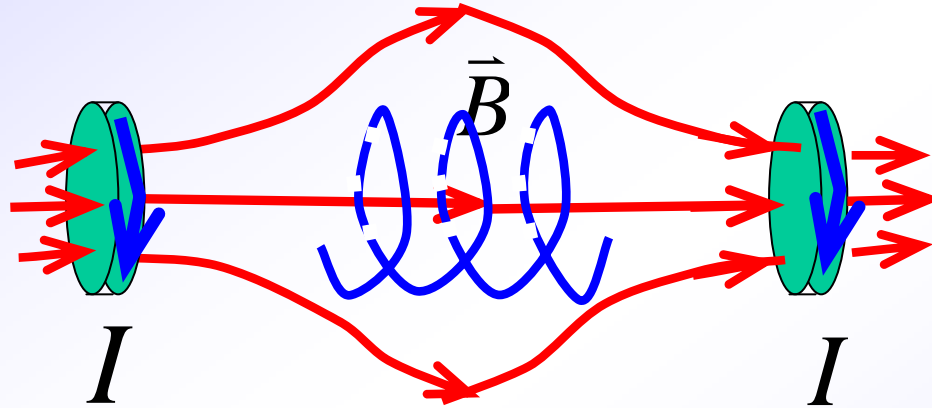


交变电场的周期恰好为回旋一周的周期时即粒子绕过半圈恰好电场反向，粒子又被加速。因为回旋周期与半径无关，所以可被反复加速，至用偏转电极将其引出。

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$V_{\max} = \frac{qBR}{m} \quad \mathbf{R} \text{ 为盒的最大半径。}$$

- 带电粒子在非均匀磁场中的运动

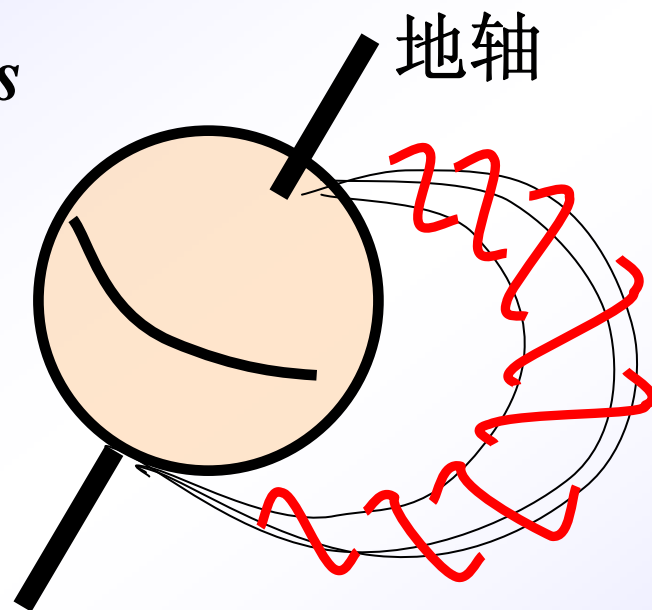


* 磁约束

用于受控热核反应中

* 范阿仑辐射带 *Van Allen belts*

带电粒子（如宇宙射线的带电粒子）被地磁场捕获，绕地磁感应线作螺旋线运动，在近两极处地磁场增强，作螺旋运动的粒子被折回，结果沿磁力线来回振荡形成范阿仑辐射带。



当太阳黑子活动引起空间磁场的变化，使粒子在两极处的磁力线引导下，在两极附近进入大气层，能引起美妙的极光。

作业：
12-16
12-18
12-20
12-30
12-38

