磁场习题课

基本内容回顾

一、基本物理量

$$\vec{B} \qquad \Phi_m \qquad \vec{H} \qquad \vec{M} \qquad \vec{P}_m \qquad I_m$$

二、基本定理

$$\oiint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \sum_i I_i \qquad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_i I_i$$

三、电流(运动电荷)激发磁场

$$d\vec{B}=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{Id\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B}=\frac{\mu_o}{4\pi}\cdot\frac{q\vec{V}\times\hat{r}}{r^2}$$

求磁场的三种方法:

1.毕-萨定律

2.安培环路定律

3.典型电流磁场的迭加

几种常见的磁场分布：

1.长直载流导线的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$ 无限长直导线 $$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

2. 载流圆线圈轴线上的磁场

$$B=\frac{\mu_0}{2}\frac{IR^2}{(R^2+x^2)^{3/2}}$$ 圆心处 $$B=\frac{\mu_0 I}{2R}$$

一段圆电流在圆心处的 磁场 $$B=\frac{\mu_0 I\theta}{4\pi R}$$

3.无限大的载流平面

$$B=\frac{\mu_o j}{2}$$

四、磁场对电流的作用

1.对运动电荷的洛仑兹力 $\vec{F}_m = q\vec{V} \times \vec{B}$

2.对载流导线的安培力

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \int_L Id\vec{l} \times \vec{B}$$

3.平面载流线圈在均匀磁场中所受的磁力矩

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B} \qquad \vec{P}_m = NIS\vec{n}$$

4.磁力的功 $\boldsymbol{A} = \int_{\phi_1}^{\phi_2} \boldsymbol{I}\mathbf{d}\boldsymbol{\phi} \Rightarrow \boldsymbol{A} = \boldsymbol{I}\Delta\boldsymbol{\phi}$

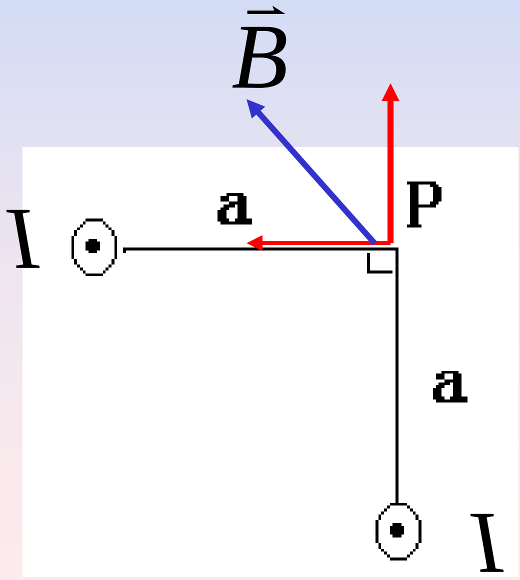
问题讨论

讨论题一：在长直导线轴线上各点 $\vec{B}=0$ 而根据

$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$ 当$r\to 0$时 $B\to\infty$ 矛盾？

$B=\dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$ 当$r\to 0$时 $B\to 0$

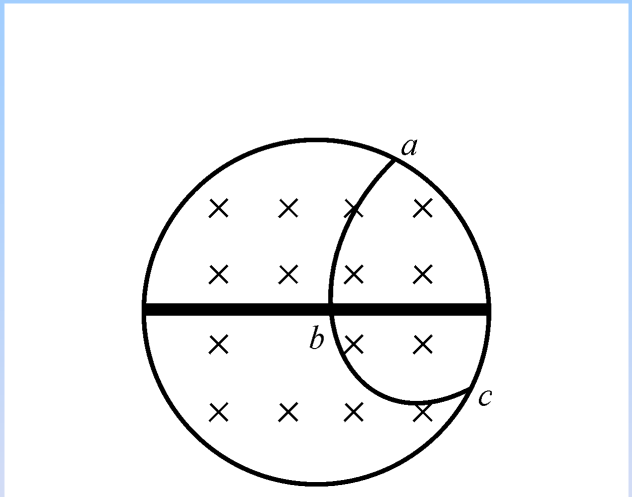
讨论题二：



$$B \overset{?}{=} \frac{\mu_0 I}{\pi a}$$

$$B=\frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{2\pi a}$$

讨论题三：图示为一云室照片的示意图，显示一带电粒子的径迹，云室内有垂直于纸面向里的磁场，中央部分为一水平放置的铅板。



（1）试判断该粒子穿过铅板的方向；

（2）试问该粒子所带电荷是正还是负？

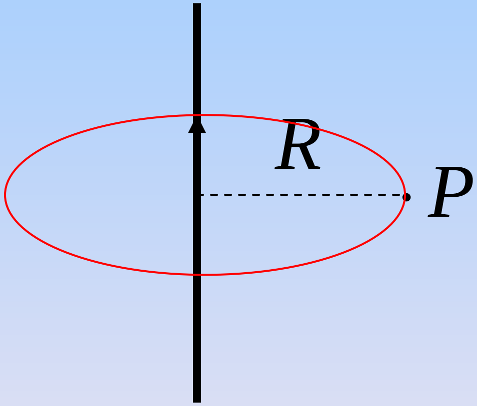
$$R = \frac{mV}{qB}$$

$$a \to b \to c$$

正电荷

1932年，美国物理学家安德森（C.D.Anderson）就是利用这个办法发现正电子的。为此他获得了1936年诺贝尔物理奖。

讨论题四：长为2R的一段导线，通有电流I，求其中垂面上离轴线距离为R处的 $B = ?$



(1) $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \qquad B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R}$

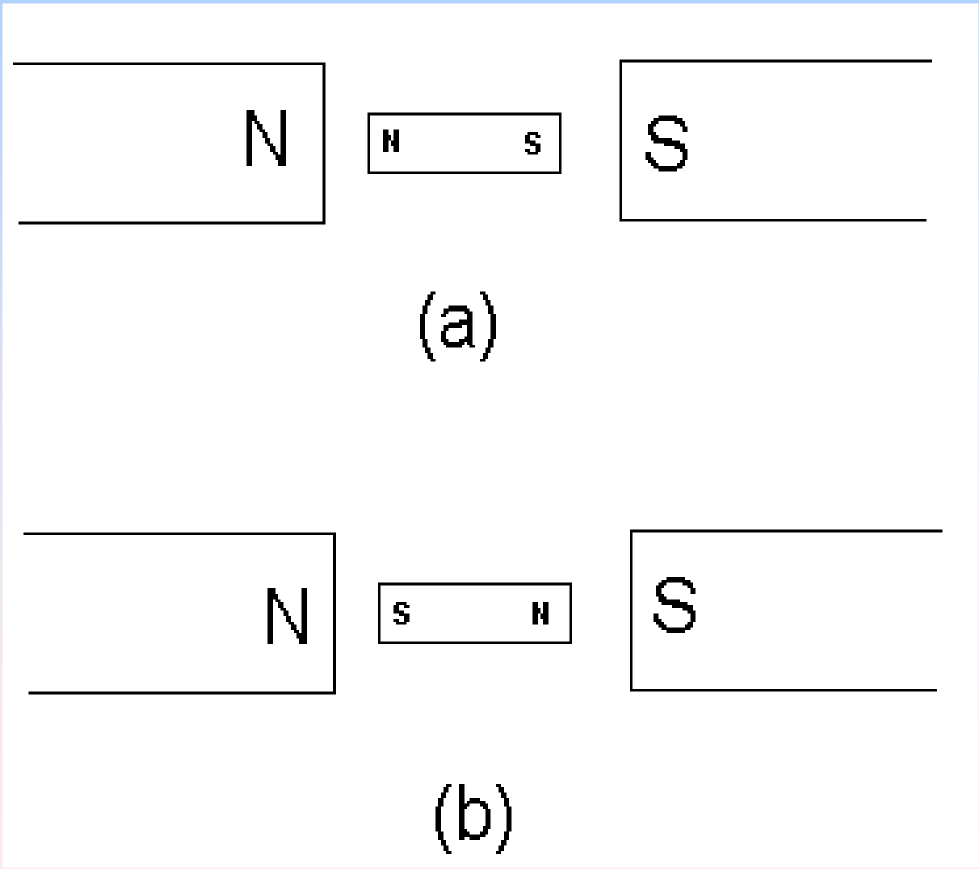
(2) $B = \dfrac{\mu_o I}{4\pi r}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$

$$= \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{4\pi R}$$

矛盾？

安培环路定理适用条件：稳恒闭合电流的磁场

讨论题五：把两种磁介质小棒分别放在两个磁极N、S间，它们被磁化后在磁极间处于如图所示的不同位置，问哪种是顺磁质？



(b) 顺磁质

讨论题六： 霍尔效应

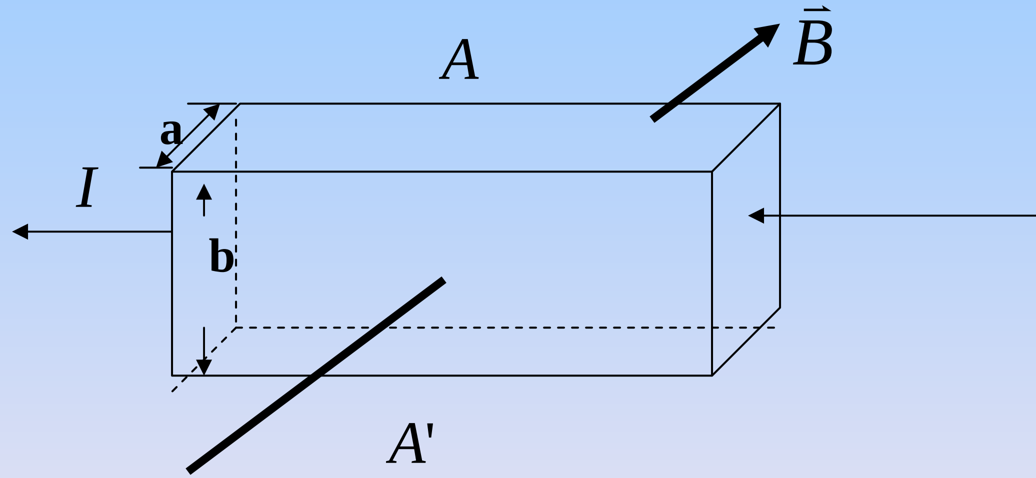
$$a = 0.1cm \quad b = 1.0cm \quad B = 0.2T \quad I = 2.0mA$$

$$U_{AA'} = -5.0mV$$

问： 1) n 型 还是 p 型半导体？

2) 载流子浓度？

3) 漂移速度？

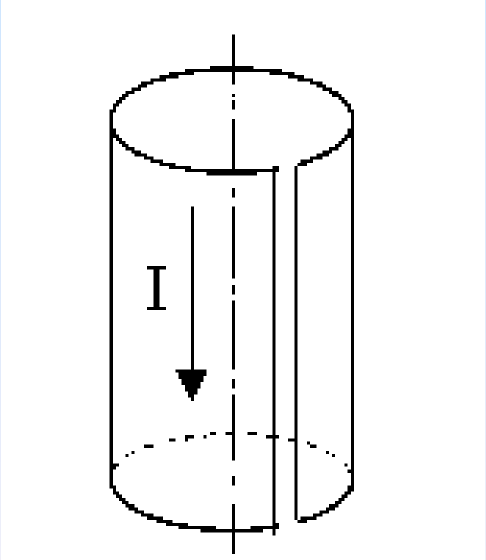


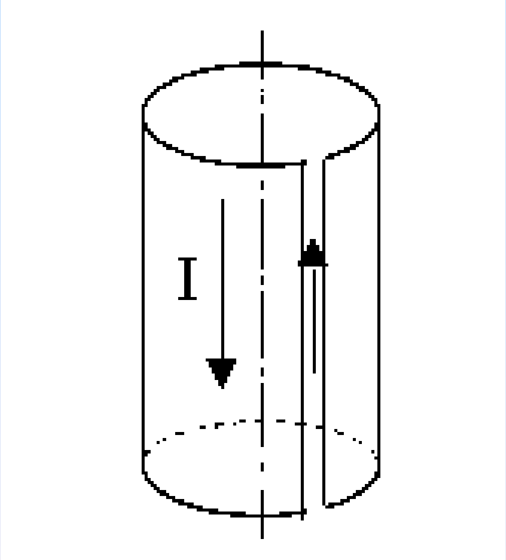
解： P 型

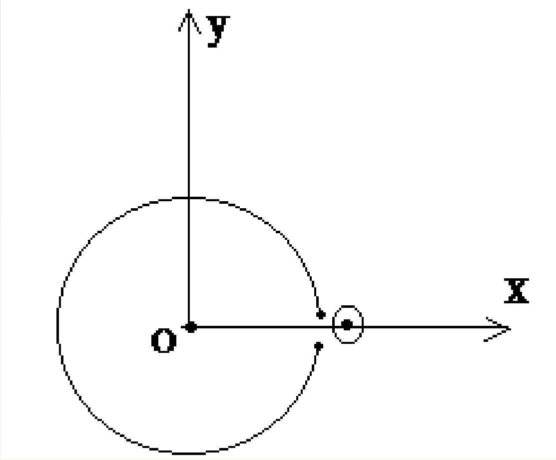
$$U_{AA'} = \frac{1}{qn}\left(\frac{IB}{a}\right) \Rightarrow n = \frac{IB}{qaU_{AA'}} = 5 \times 10^{14} \text{个}/cm^3$$

$$bE = \upsilon Bb = U_{AA'} \Rightarrow \upsilon = \frac{U_{AA'}}{Bb} = 2.5\text{米}/\text{秒}$$

讨论题七：半径为R无限长薄壁金属圆筒，沿轴向切去一宽为a的细长条，i沿圆周单位长度通过的电流。求轴线上任一点的 $\vec{B}=?$







$$\vec{B}=-\frac{\mu_0 a i}{2\pi R}\vec{j}$$

讨论题八：图示为三种不同的磁介质的B～H关系曲线，其中虚线表示的是$B=\mu_0 H$的关系。说明a、b、c各代表哪一类磁介质的B～H关系曲线：

a代表________________________的B～H关系曲线。

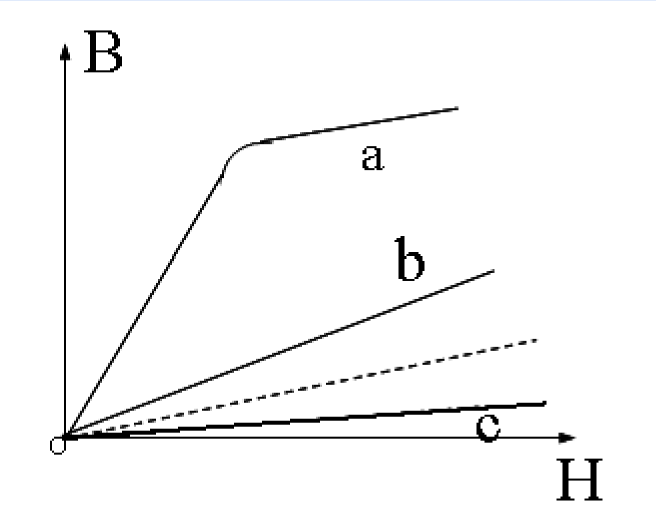
b代表________________________的B～H关系曲线。

c代表________________________的B～H关系曲线。

a代表铁磁质

b代表顺磁质

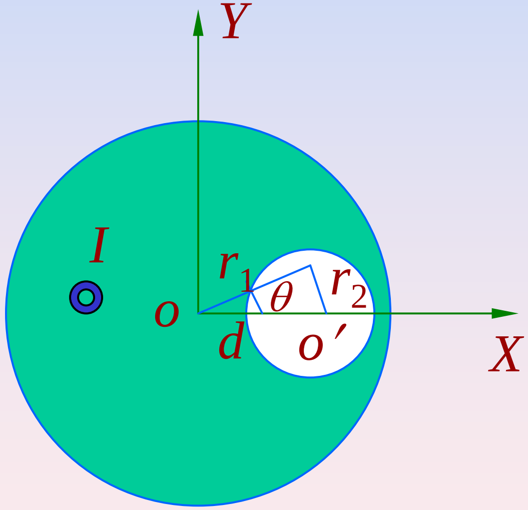
c代表抗磁质



例题一：一半径为R的长圆柱形导体，在其中距其轴线为d处挖去一半径为r（$r< R$），轴线与大圆柱形导体平行的小圆柱，形成圆柱形空腔，导体中沿轴均匀通有电流I，如图（a）所示。试求空腔内的磁感应强度B。

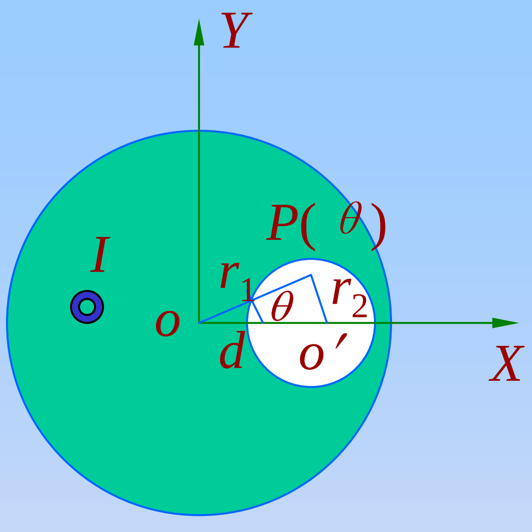
解：空腔中任意一点的磁场为通有电流密度 j，半径为R的大圆柱体和通有反向电流密度$(-j)$，半径为r的小圆柱体产生的磁场的矢量和，即

$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2$$



图（a）

取空腔中任意一点P， $\overline{OP} = r_1$， $\overline{O'P} = r_2$



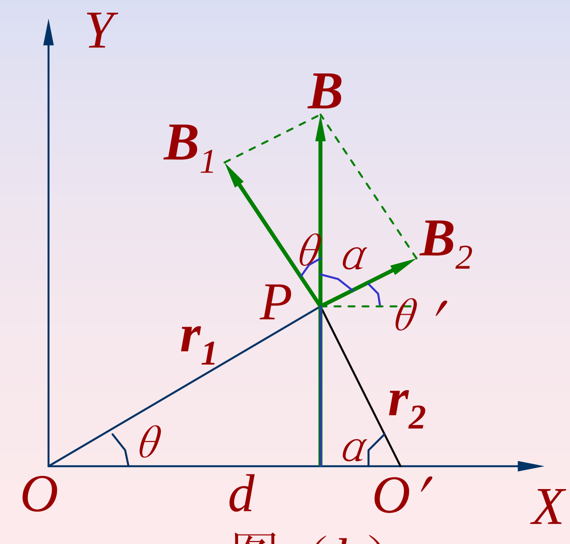
图（a）

由于半径为R和半径为r的长圆柱体产生的磁场具有轴对称性，故可根据安培环路定理，有

$$B_1 = \frac{\mu_0 j \pi r_1^2}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 r_1}{2} j$$

上式中 $j = \dfrac{I}{\pi(R^2 - r^2)}$ 所以

$$\boxed{\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I \vec{k} \times \vec{r}_1}{2\pi(R^2 - r^2)}}$$



图（b）

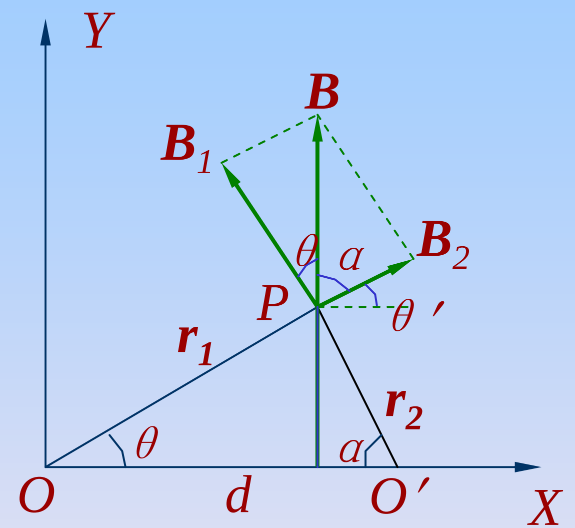
同理可得

$$B_2 = \frac{\mu_0 r_2}{2} j = \frac{\mu_0 I r_2}{2\pi(R^2 - r^2)}$$

$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 I \vec{k} \times \vec{r}_2}{2\pi(R^2 - r^2)}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I \vec{k} \times (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{2\pi(R^2 - r^2)}$$

$$= \frac{\mu_0 I \vec{k} \times \vec{d}}{2\pi(R^2 - r^2)}$$



图（b）

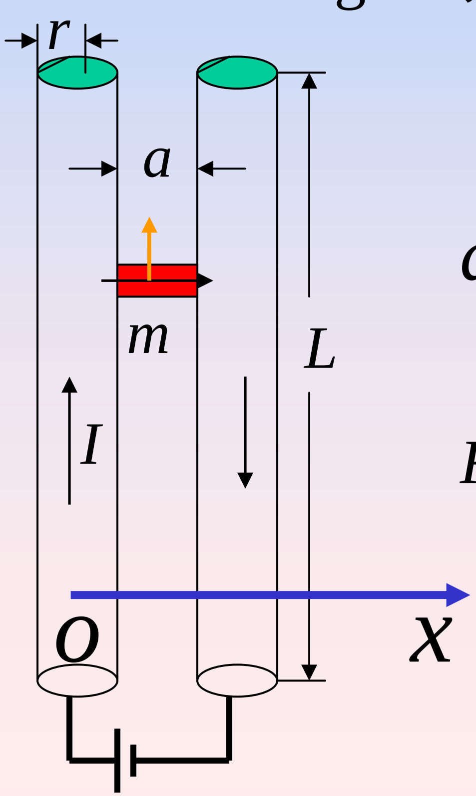
结果表明，P点的磁感应强度B的大小为一常量，方向垂直于OO′之间的连线d，即在Y轴方向上，所以空腔中的磁场为匀强磁场，

$$B_P = \frac{\mu_0 I d}{2\pi(R^2 - r^2)}$$

例题二：电磁炮是已研制成的新型武器之一，是一种高速抛射弹体的装置。电磁饱的主要原理是利用电磁相互作用力把被发射的物体加速到相当高的速度，最后发射出去。装置如图所示。

(1)证明炮弹受的磁力近似地可以表示为 $F=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\ln\frac{a+r}{r}$

(2)设导轨长度L=5.0m，a=1.2cm，r=6.7cm，炮弹质量为m=317g，导轨电流I=4.1×10^{6}A。求发射速度。



$$B(x)=\frac{\mu_0 I}{4\pi x}+\frac{\mu_0 I}{4\pi(2r+a-x)}$$

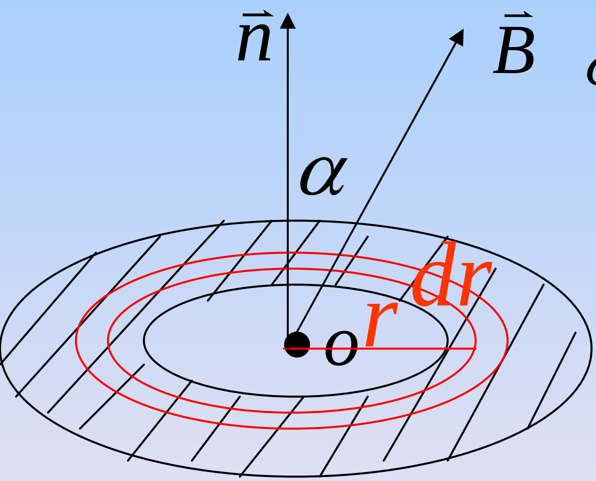
$$dF=B(x)Idx=\left[\frac{\mu_0 I^2}{4\pi x}+\frac{\mu_0 I^2}{4\pi(2r+a-x)}\right]dx$$

$$F=\int_r^{a+r}\left[\frac{\mu_0 I^2}{4\pi x}+\frac{\mu_0 I^2}{4\pi(2r+a-x)}\right]dx=\frac{\mu_0 I^2}{2\pi}\ln\frac{a+r}{r}$$

$$v=\sqrt{\frac{2F}{m}L}=4.2km/s$$

例题三：一内外半径分别为R_1和R_2,带电量为q的均匀带电圆环，绕通过O点且垂直于环面的轴以角速度ω转动，求$\vec{B}_0=?$

解：取一半径为r,宽度为dr的同心小圆环 $dq=\sigma 2\pi r dr$



$$\sigma=\frac{q}{\pi(R_2^2-R_1^2)}$$

等效电流 $dI=\dfrac{\omega}{2\pi}dq=\omega\sigma r dr$

$$dB_0=\frac{\mu_0 dI}{2r}=\frac{\mu_0\omega\sigma}{2}dr$$

$$B_0=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu_0\omega\sigma}{2}dr=\frac{\mu_0\omega\sigma(R_2-R_1)}{2}$$

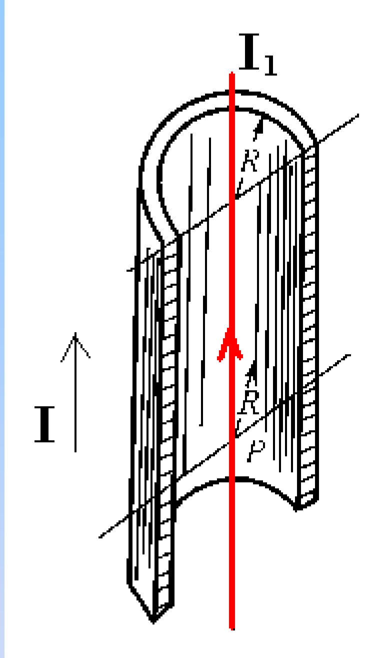
若此转动圆盘放入如图所示的均匀磁场，求圆环受到的磁力矩？

该圆电流的磁矩 $dP_m=\pi r^2 dI=\pi\omega\sigma r^3 dr$

总磁矩 $P_m=\displaystyle\int_{R_1}^{R_2}\pi\omega\sigma r^3 dr=\frac{\omega q(R_1^2+R_2^2)}{4}$

根据 $\vec{M}=\vec{P}_m\times\vec{B}$ $\quad M=P_m B\sin\alpha=\dfrac{\omega qB(R_1^2+R_2^2)}{4}\sin\alpha$

例题四：如图所示，求轴线上的导线单位长度所受的磁力。



解：过P点作垂直于轴的半圆筒截面，如图

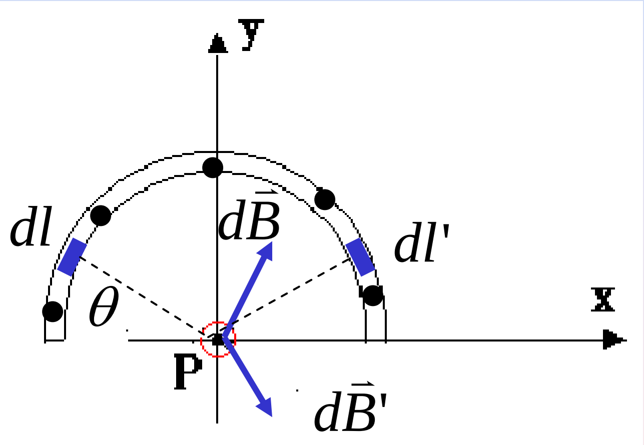
$$dI = \frac{I}{\pi R} dl \qquad dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi R}$$

$$dB_x = dB\sin\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\sin\theta d\theta$$

$$B_x = \int dB_x = \int_0^{\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\sin\theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

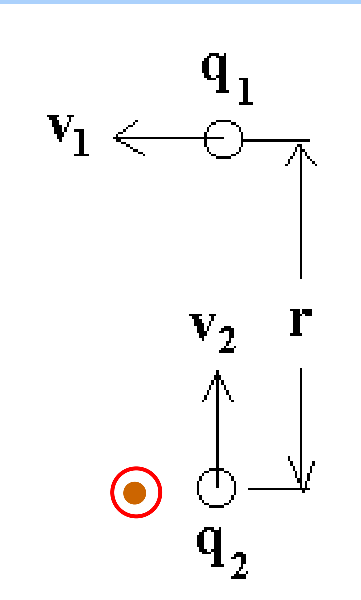
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\vec{i} \qquad df = I_1 dl B$$

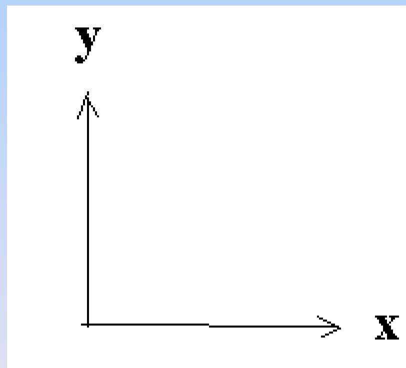
$$\frac{d\vec{f}}{dl} = \frac{\mu_0 I I_1}{\pi^2 R}\vec{j}$$



$$B_y = 0$$

例题五：两正电荷q_1和q_2如图运动，求：它们所受的电磁力？





解：$$B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1\upsilon_1}{r^2}$$

$$f_{2m} = q_2\upsilon_2 B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1 q_2 \upsilon_1 v_2}{r^2}$$

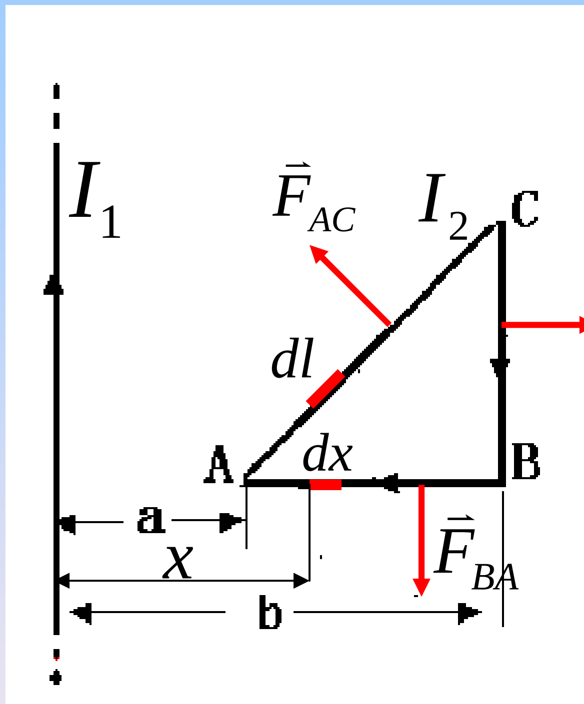
$$f_{2e} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

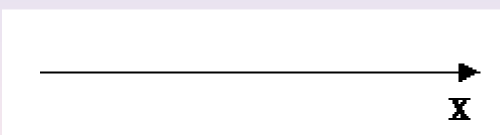
$$\vec{f}_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q_1 q_2 \upsilon_1 v_2}{r^2}\vec{i} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{j}$$

不满足牛顿第三定律

$$B_1 = 0 \qquad f_{1m} = 0 \qquad f_{1e} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \vec{f}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{j}$$

例题六：真空中一无限长载流直导线与一载流的等腰直角三角形共面，如图所示，求载流三角形回路所受的安培力。





解：

$$F_{BC} = BI_2(b-a) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b} I_2 (b-a)$$

$$dF_{BA} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} I_2 dx$$

$$F_{BA} = \int_a^b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} I_2 dx = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

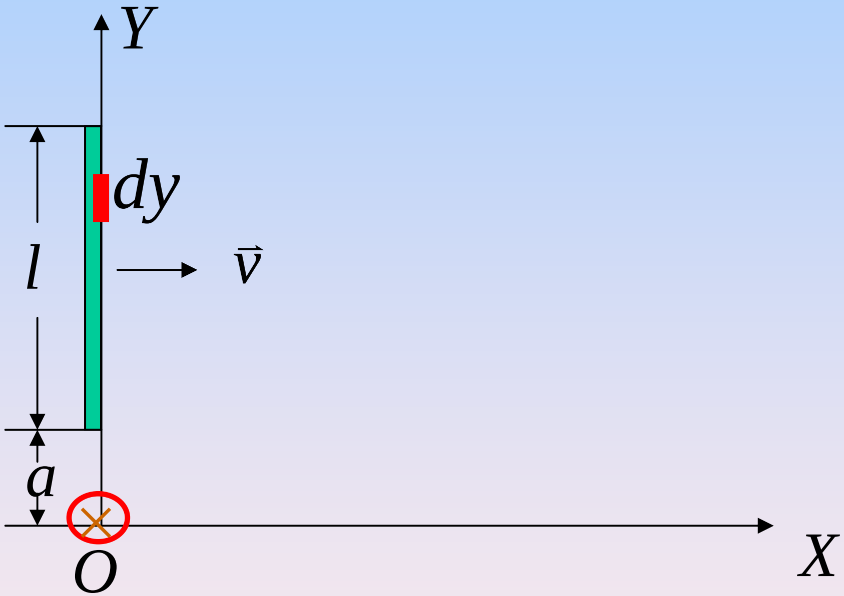
$$dF_{AC} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} I_2 dl = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} I_2 \sqrt{2} dx$$

$$F_{AC} = \int_a^b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} I_2 \sqrt{2} dx = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\frac{b}{a}$$

$$\vec{F} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\left(\frac{b-a}{b} - \ln\frac{b}{a}\right)\vec{i}$$

例题七：一长为l=0.9m，带电量q=1×10^{-10}C的均匀带电细棒，以速度v=1m/s沿X轴正向运动，当细棒运动到与Y轴重合时，细棒下端与坐标原点O的距离a=0.1m，如图所示，求原点的磁感应强度。

解：$\vec{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{q\vec{v}\times\vec{r}}{r^3}$



$\mathrm{d}q=\dfrac{q}{l}\mathrm{d}y \qquad \mathrm{d}B=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\mathrm{d}qv\sin 90^0}{y^2}$

$$B=\int_a^{a+l}\frac{\mu_0 vq}{4\pi l}\frac{\mathrm{d}y}{y^2}=\frac{\mu_0 vq}{4\pi l}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+l}\right)$$

$$=1.0\times10^{-16}\,\mathrm{T}$$

作业:

12-2

12-5

12-11

12-31

12-32