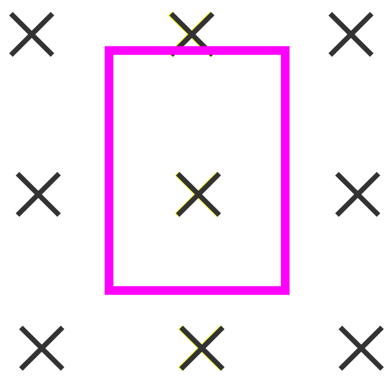
14-3 感生电动势和感生电场

一、 感生电场(涡旋电场)



假设:变化的磁场在其周围空间也激发一种电场.这电场叫做涡旋电场。

电荷在涡旋电场中将受到涡旋电场力的作用

涡旋电场力 → 它提供一种非静电力

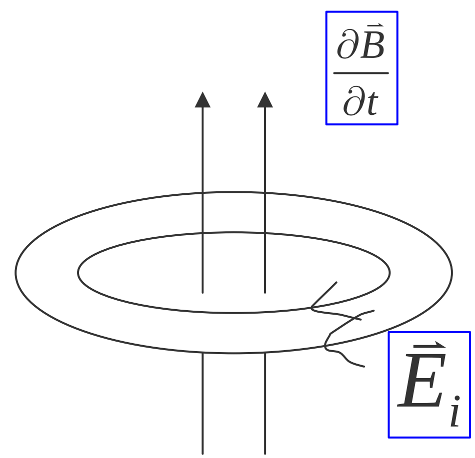
从电磁感应定律寻求涡旋电场与变化磁场的关系

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

$$\therefore \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$$

感生电场
涡旋电场



1.涡旋电场是非保守力场

2.负号表示$\vec{E}_i$和$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$的方向满足左手螺旋关系

涡旋电场与库仑电场相比

相同处：

对电荷都有作用力。

若有导体存在都
能形成电流

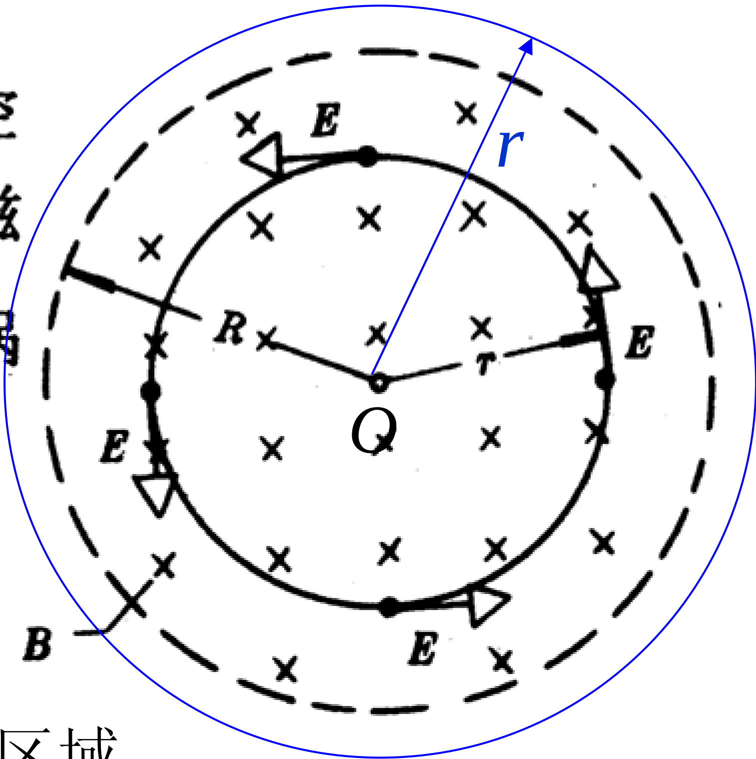
不相同处：

涡旋电场不是由电荷激发，
是由变化磁场激发。

涡旋电场电力线不是有头有尾，
是闭合曲线。

二、涡旋电场的计算

例 14.6 在半径为 R 的圆柱形空间存在着均匀磁场，如图所示。当此磁场正以 $\frac{dB}{dt}$ 的速率增大时，求柱体内外涡旋电场的分布。



解：$\because \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$

在 $r < R$ 的区域

$$E_i \cdot 2\pi\ r = \frac{dB}{dt}\pi\ r^2$$

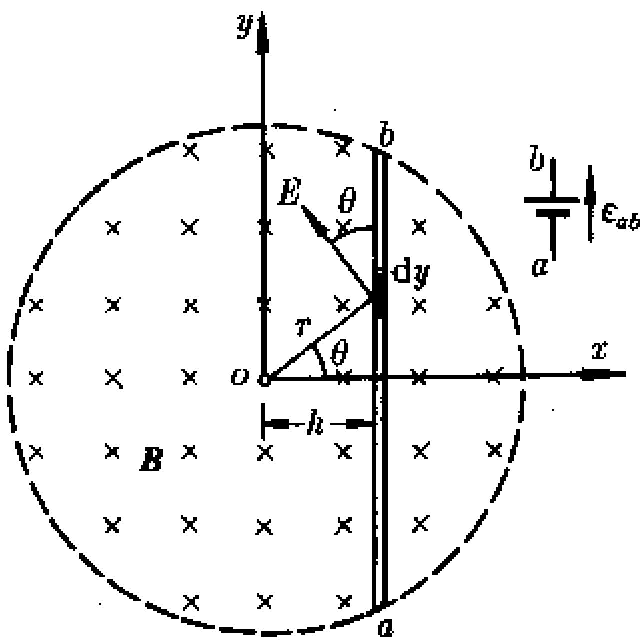
$$E_i = \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}$$

在 $r > R$ 的区域

$$E_i \cdot 2\pi\ r = \frac{dB}{dt}\pi\ R^2$$

$$E_i = \frac{R^2}{2r}\frac{dB}{dt}$$

例 14.7 若在上题的变化磁场中放置一长为 L 的细棒 ab，与圆心 O 的垂直距离为 h(见图)。求棒 ab 上的感生电动势。



例 14.7a 图

解（1）利用感生电动势定义求解

$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

在$r < R$的区域 $\qquad E_i = \dfrac{r}{2}\dfrac{dB}{dt}$

$$d\varepsilon_i = \vec{E}_i \cdot d\vec{y} = E_i dy \cos\theta$$

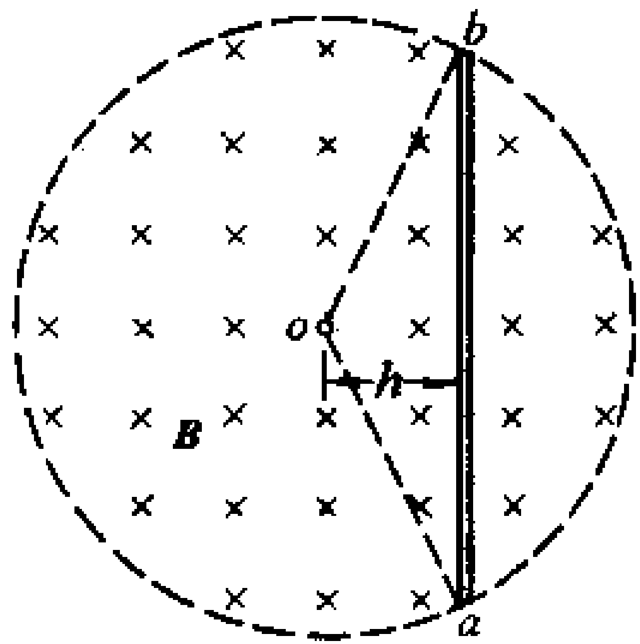
$$= \frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\frac{h}{r}dy$$

$$= \frac{h}{2}\frac{dB}{dt}dy$$

$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b d\varepsilon_i = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{h}{2}\frac{dB}{dt}dy = \frac{hL}{2}\frac{dB}{dt}$$

$\varepsilon_{ab} > 0 \qquad$ 则方向$a \rightarrow b$

(2) 用法拉第电磁感应定律



$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_0^a \vec{E}_i \cdot d\vec{l} + \int_a^b \vec{E}_i \cdot d\vec{l} + \int_b^0 \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

$$= \varepsilon_{ab}$$

$$\Phi = BS = \frac{hLB}{2}$$

$$\varepsilon_i = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{hL}{2}\frac{dB}{dt}$$

由楞次定理可判断方向$a \rightarrow b$

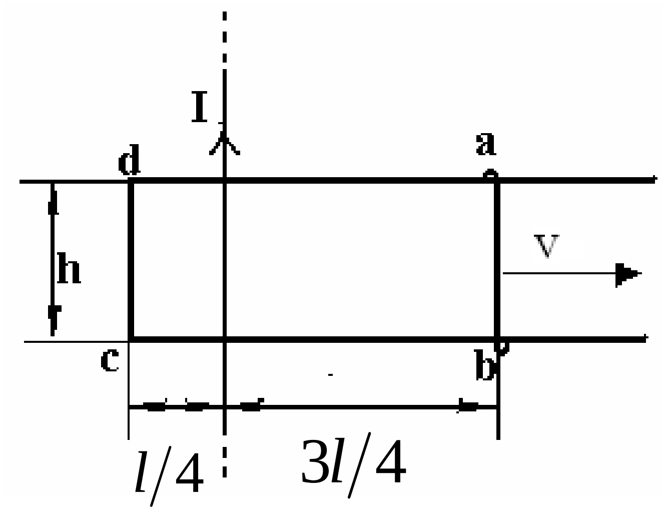
计算感生电动势也有两种方法：

1.与动生电动势一样，用法拉第电磁感应定律，重点掌握添辅助线的方法；

2.先求涡旋电场强度，再求感生电动势，这种方法仅适用于磁场分布具有高度对称性的情况。

$$\varepsilon_{ab} = \int_a^b \vec{E}_i \cdot d\vec{l}$$

例：长直导线通有电流 $I = I_0 e^{-kt}$ ab棒以v向右匀速运动，t时刻正好运动到图示位置。 求：此时线框中的感应电动势。



$$\varepsilon_{动} = Bvh = \frac{2\mu_0 hvI}{3\pi l} = \frac{2\mu_0 hvI_0 e^{-kt}}{3\pi l}$$

方向 $b \to a$

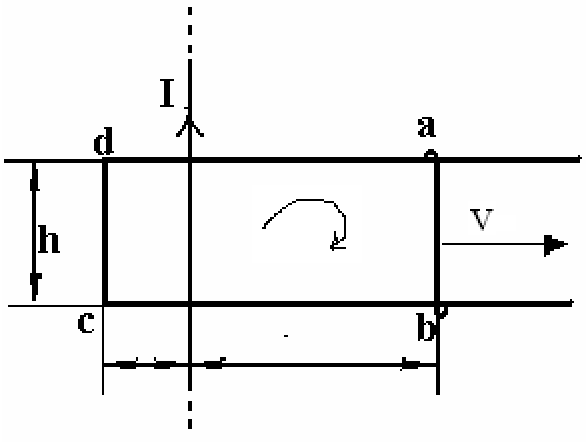
$$\Phi = \int_{l/4}^{3l/4} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} hdr = \frac{\mu_0 I_0 e^{-kt} h}{2\pi} \ln 3$$

$$\varepsilon_{感} = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{\mu_0 I_0 k e^{-kt} h}{2\pi} \ln 3$$

方向 $a \to b$

规定：顺时针方向为回路正方向

$$\varepsilon_i = \frac{\mu_0 I_0 khe^{-kt}}{2\pi} \ln 3 - \frac{2\mu_0 I_0 hve^{-kt}}{3\pi l}$$



$l/4$ x

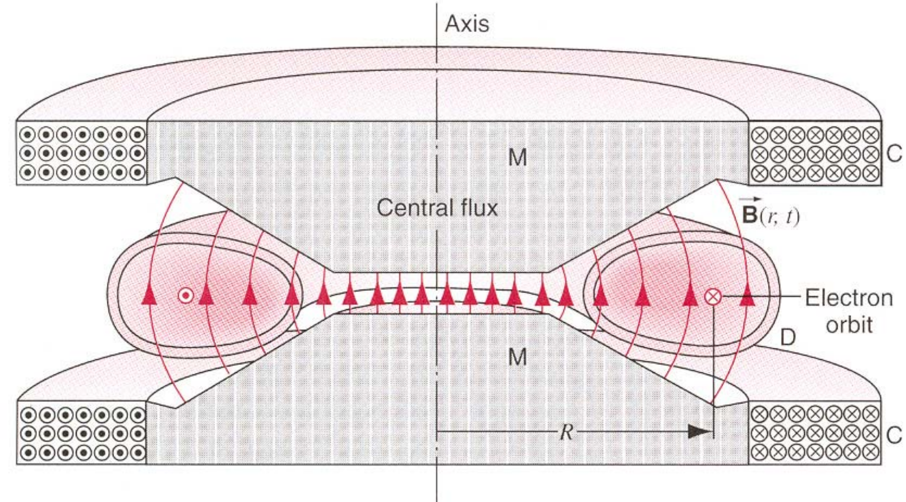
规定：顺时针方向为回路正方向

$$\Phi = \int_{l/4}^{x} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 I_0 e^{-kt} h}{2\pi} \ln \frac{4x}{l}$$

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\mu_0 I_0 k h e^{-kt}}{2\pi} \ln \frac{4x}{l} - \frac{\mu_0 I_0 h e^{-kt}}{2\pi x} \frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{\mu_0 I_0 k h e^{-kt}}{2\pi} \ln 3 - \frac{2\mu_0 I_0 h v e^{-kt}}{3\pi l}$$

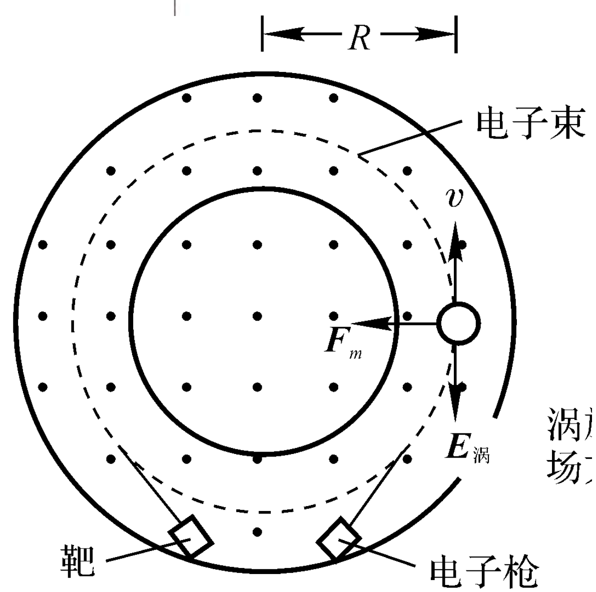
三、电子感应加速器



(a)

在磁场中安置一环形管真空管作为电子运行的轨道。环形真空管的轴线半径为 ***R***

当磁场发生变化时，就会沿管道方向产生感应电场，射入的电子就会被加速。要使电子不断得到加速,必须考虑以下两个问题:



1.如何把电子稳定在给定的圆形轨道上;

2.如何使电子在圆形轨道上得到的是加速,而不是减速.

$$\because B_R eV = ma_n = \frac{mV^2}{R}$$

$$\because eE_R = ma_t = m\frac{dV}{dt}$$

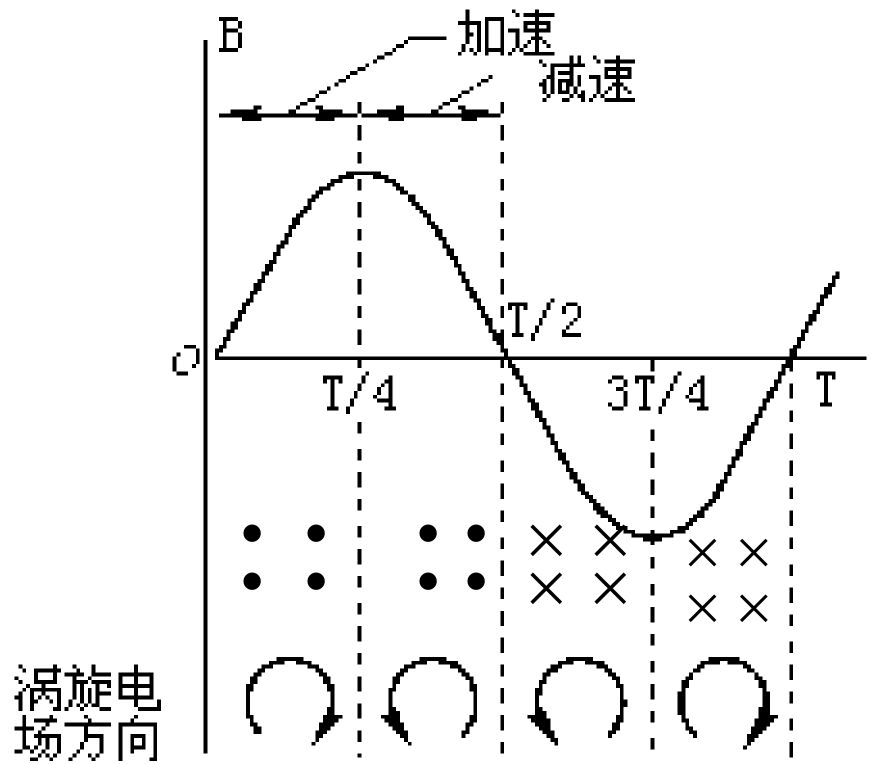
$$\therefore E_R = R\frac{dB_R}{dt}$$

$$\because \oint_L \vec{E}_R \cdot d\vec{l} = -\pi R^2 \frac{\partial \overline{B}}{\partial t}$$

$$\therefore E_R = \frac{R}{2}\cdot\frac{d\overline{B}}{dt}$$

$$\therefore B_R = \frac{1}{2}\overline{B}$$

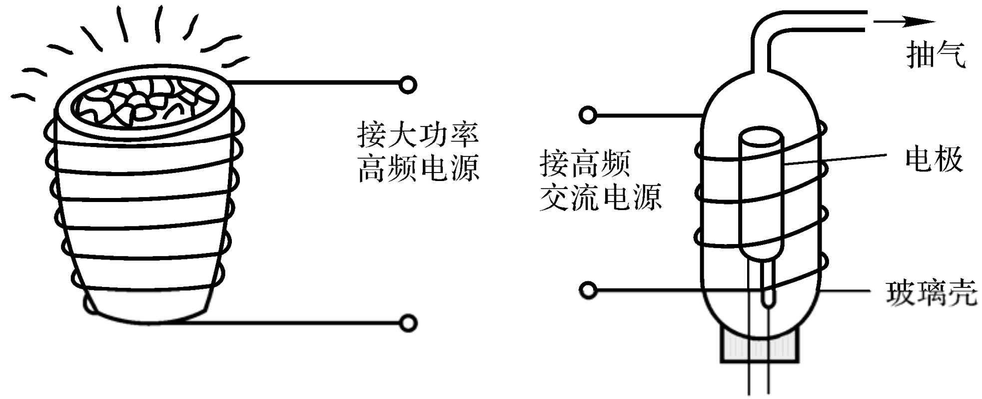
轨道环内的磁场等于它围绕面积内磁场平均值的一半。



四、涡电流

大块金属导体在磁场中运动或处于变化磁场中,在金属导体内部产生自行闭合的电流,称为涡电流.

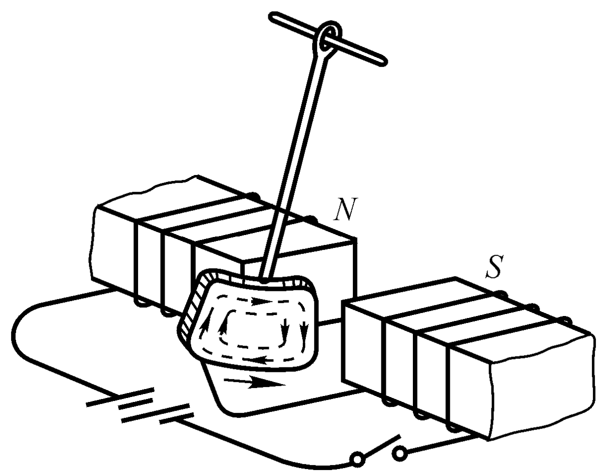
1.热效应

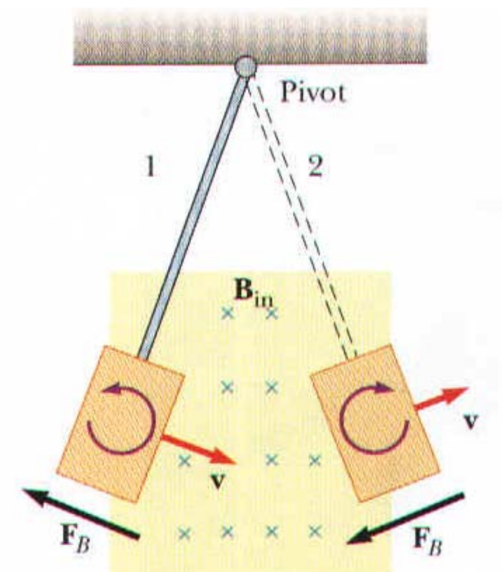


(a)　　(b)

2.机械效应

3.趋肤效应





作业:

14-11

14-15

14-17

14-20