教材4.7 救护站设置问题

1.问题：

某市由8个行政区组成,各区之间的救护车辆的行车时间(单位:min)如表4-14所示.市政府拟在市区内建立公共救护中心,设计要求从各区到救护中心的行车时间都不超过10min.该市政府请你提供可行的设计方案:全市至少要建几个救护中心,具体建在哪个区?

2.建立数学模型：

根据题意，设：

$$x_i=\begin{cases}1,\ 在i区建立救护中心\\0,\ 在i区不建立救护中心\end{cases}$$

由分析可得，假如在1建立，那么1，2，7区可用。
则可得以下矩阵：

$$A=(a_{ij})_{8\times 8}=\begin{pmatrix}1&1&0&0&0&0&1&0\\1&1&0&0&0&0&0&0\\0&0&1&1&1&1&0&0\\0&0&1&1&1&1&0&0\\0&0&1&1&1&1&0&0\\0&0&1&1&1&1&0&1\\1&0&0&0&0&0&1&0\\0&0&0&0&0&1&0&1\end{pmatrix}$$

由此，我们可得整数规划模型。

$$\min z=\sum_{n=1}^{8}x_i$$
$$\begin{cases}\sum_{j=1}^{8}a_{ij}x_j\geqslant 1,\ i=1,2,...,8\\x_j=0或x_j=1\end{cases}$$

3.代码：

```
MODEL:
sets:
num_i/1..8/;
num_j/1..8/: x ;
link(num_i , num_j ) : a ;
endsets
data:
x = 1,1,1,1,1,1,1,1;
a = 1,1,0,0,0,0,1,0,
    1,1,0,0,0,0,0,0,
    0,0,1,1,1,1,0,0,
    0,0,1,1,1,1,0,0,
    0,0,1,1,1,1,0,0,
    0,0,1,1,1,1,0,1,
    1,0,0,0,0,0,1,0,
    0,0,0,0,0,1,0,1;
enddata
[OBJ] max = @sum(num_j(j) : x(j));
      x(1) + x(2) + x(7) >=1;
      x(3) + x(4) + x(5) +(6) >=1;
      x(3) + x(4) + x(5) +(6) +x(8)>=1;
      X(6) + x(8) >=1;
      @for(num_j(j) : @BIN(x(j)));
END
```

4.求解结果

Global optimal solution found.		
Objective value:		2.000000
Objective bound:		2.000000
Infeasibilities:		0.000000
Extended solver steps:		0
Total solver iterations:		0
Elapsed runtime seconds:		0.04
Model Class:		PILP
Total variables:	8	
Nonlinear variables:	0	
Integer variables:	8	
Total constraints:	7	
Nonlinear constraints:	0	
Total nonzeros:	26	
Nonlinear nonzeros:	0	

Variable	Value	Reduced Cost
X(1)	1.000000	1.000000
X(2)	0.000000	1.000000
X(3)	0.000000	1.000000
X(4)	0.000000	1.000000
X(5)	0.000000	1.000000
X(6)	1.000000	1.000000
X(7)	0.000000	1.000000
X(8)	0.000000	1.000000

由此可得:

我们至少建立2个救护中心,具体建在1和6区