第四次上机作业

一、问题提出：

考虑区间[-5, 5]上的函数： $f(x)=\frac{x}{1+x^4}$

分别进行拉格朗日插值、分段线性插值，并画出原函数 f(x)及插值多项式函数在[-5,5]上的图像，比较并分析实验结果。

二、问题解决：

1.思路

我们按照老师所讲授的拉格朗日插值和分段线性插值来实现。

2. 代码实现：

第一个拉格朗日插值实现：

```
format long
F= @(x) x / ( 1 + x^4) ;
n = 10 ;
step = 10 / (n) ;
start  = -5;

x = -5: step : 5 ;
y=(n+1) ;



t = 5;
for i = 1 : 1 : n+1
    y(i)=F(x(i));
end



L = 0;





x0 = -5 : 0.05 : 5;
y0 =(201);
for i = 1 : 1 : 201
    y0(i)=F(x0(i));
end
plot(x0,y0)
hold on
```

```
xi = -5 : 0.05 : 5;
yi =(201);
for i = 1 : 1 : 201
    yi(i)=one(x,y,n,xi(i));
end
plot(xi,yi)
```

其中，所调用的函数为：

```
function [L] = one(x,y, n,t)
%ONE 此处显示有关此函数的摘要
%   此处显示详细说明
L = 0;

for i = 1 : 1 : n+1
    temp = y(i) ;
    for j = 1 : 1 : n+1
        if i~=j
            temp = temp * (t - x(j)) / (x(i) - x(j)) ;
        end
    end
    L = L + temp ;
end


end
```

对于分段线性插值：

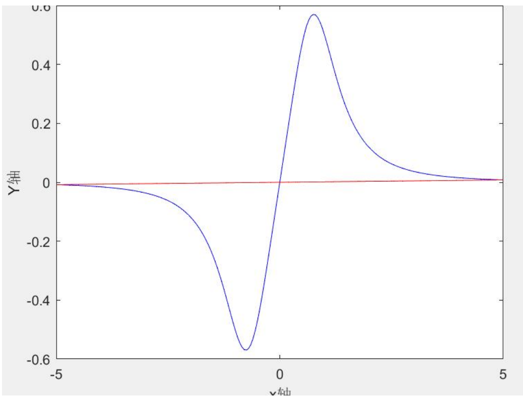
```
format long
F= @(x) x / ( 1 + x^4) ;
n = 3 ;
step = 10 / (n) ;
start  = -5;

x = -5: step : 5 ;
y=(n+1) ;


t = 5;
for i = 1 : 1 : n+1
    y(i)=F(x(i));
end
```

```
for i = 1 : 1 : n
    %k =( y(i) - y(i+1)) /( x(i) - x(i-1));
    %b = y(i) - k *x(i);
     plot([x(i),x(i+1)],[y(i),y(i+1)])
     hold on
end
xi = -5 : 0.05 : 5;
yi =(201);
for i = 1 : 1 : 201
    yi(i)=F(xi(i));
end
plot(xi,yi)
```

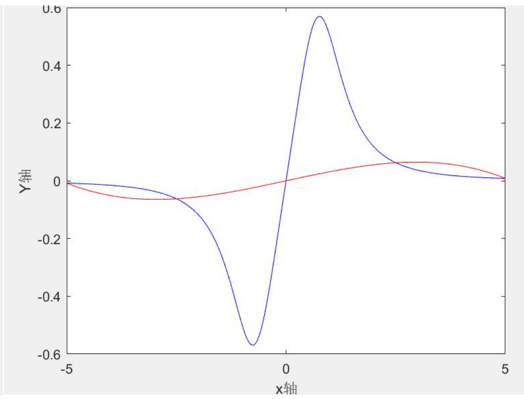
3. 实验结果：

（1）我们在这里给出 2，4，6，8 ，10 的图像：

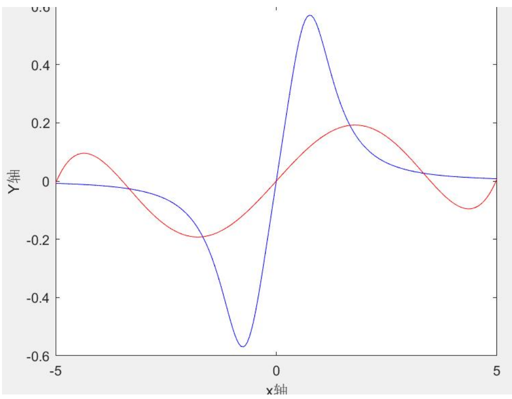
（2）



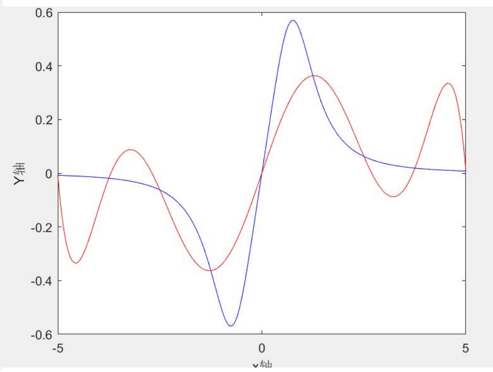
（4）



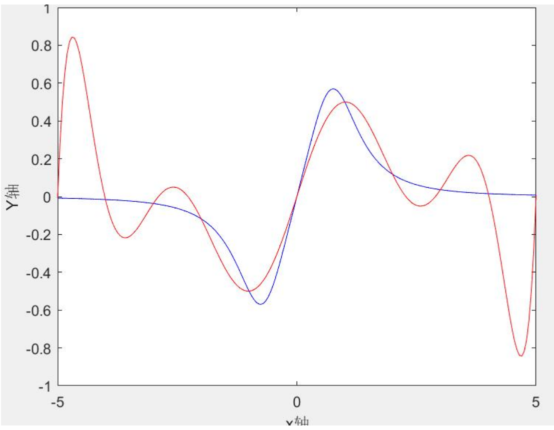
（6）



（8）



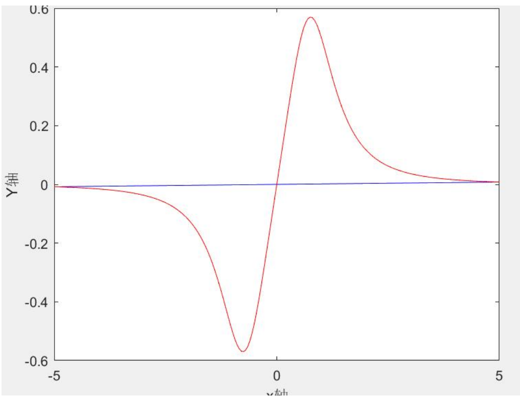
（10）



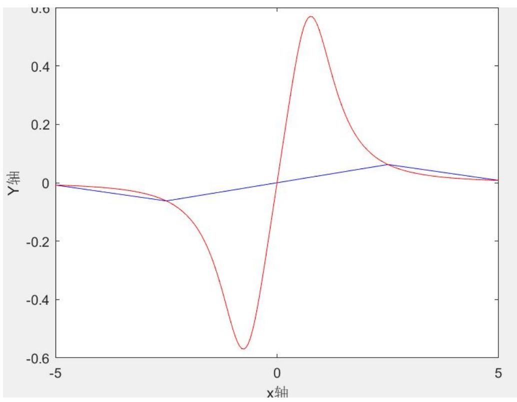
从中我们可以看到，当阶数升高时，假如阶数不太高，拟合效果更好。但是当阶数过高时，效果不好，这是 Runge 现象。

（2）在分段线性插值中，我们在这里给出 2，4，6，8 ，10 的图像

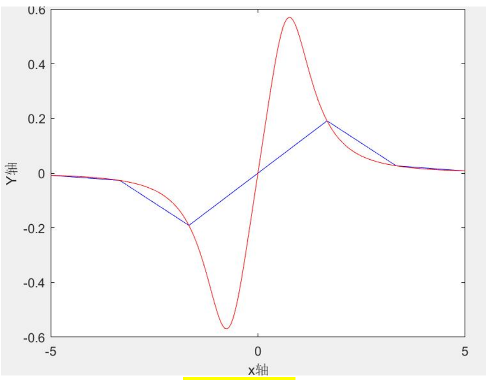
（2）



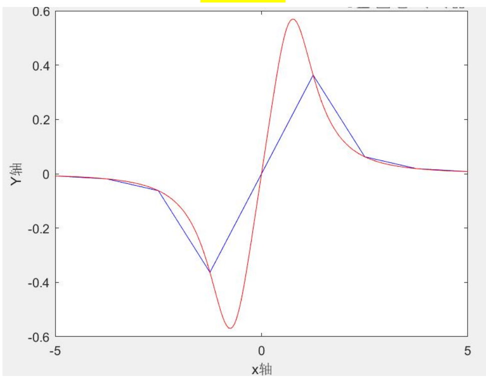
（4）



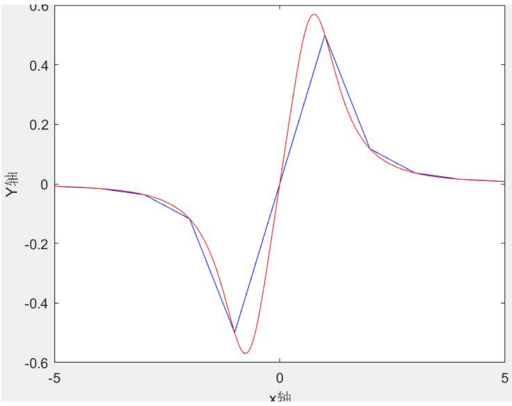
（6）



（8）



（10）



从中我们很容易看出，随着阶数的增加，拟合效果越好。

三、结果分析：

在拉格朗日插值法中，我们看到了随着阶数的增加，拟合效果在阶数适中时更佳，但当阶数过高时，会出现 Runge 现象，导致拟合效果变差。

适当提高插值多项式的次数，可能提高计算结果的准确程度。然而次数越高意味着参加插值节点数越多，

(1) 计算量大；

(2) 插值函数曲线在部分区间上（两端）发生激烈振荡，插值多项式截断误差/计算余项偏大。

龙格/Runge现象说明加密节点并不能保证所得到的插值多项式能更好地逼近$f(x)$，高次插值效果不一定比低次插值好。

在插值法中，随着阶数的增加，拟合效果逐渐提高。

四、小结：

通过本次实验，我们深入了解了拉格朗日插值和分段线性插值方法的原理和应用。在实践中，我们学会了如何编写代码实现这两种插值方法，并通过绘制图像进行比较和分析。通过实验结果，我们发现随着阶数的增加，拟合效果逐渐提高的规律。同时，我们也意识到了阶数过高可能导致 Runge 现象，影响拟合效果。这次实验让我们加深了对插值方法的理解。