# 第三次上机作业

# 一、问题提出:

- 1.编写求解线性代数方程组的原始高斯消去算法程序:
- 2.验证程序正确后,利用此程序完成以下任务:
- (1)已知函数通过点(2,8),(3,27),(4,64),(5,125),则函数可通过求解以下方程组得到
  - (2) 求解此方程组:
  - (3) 将系数矩阵中的 125 改为 124.8, 求出结果;
  - (4) 分析你的结果。

# 二、问题解决:

1.思路

我们采用老师所讲授的原始高斯消去算法,编程实现。

#### 2. 代码实现:

```
A = [1 \ 2 \ 4 \ 8 \ 8; \ 1 \ 3 \ 9 \ 27 \ 27; \ 1 \ 4 \ 16 \ 64 \ 64; \ 1 \ 5 \ 25 \ 125 \ 125];
X = [0 \ 0 \ 0 \ 0];
size = 4;
last = 5;
for k = 2: size
    for j = k:size
        A(j, :) = A(j, :) - A(k-1, :) * (A(j, k-1) / A(k-1, k-1));
        %Y(j) = Y(j) - A(j, k-1) * Y(k-1) / A(k-1, k-1);
    end
end
s="原始高斯消去算法程序将矩阵变为:";
disp(s);
disp(A);
X(size) = A(size,last) / A(size,size);
for i = size : -1 : 1
    sum = 0;
    for j = i+1 : size
        sum = sum + A(i,j) * X(j);
    end
    A(i,last) = A(i,last) - sum;
    X(i) = A(i,last) / A(i,i);
end
```

s="得到的解向量为: "; disp(s); disp(X);

- 3. 实验结果:
- (1) 当我们输入 125 时, 结果如下:

# 原始高斯消去算法程序将矩阵变为:

1	2	4	8	8
0	1	5	19	19
0	0	2	18	18
0	0	0	6	6

# 得到的解向量为:

0 0 0 1

(2) 当我们输入 124.8 时, 结果如下:

## 原始高斯消去算法程序将矩阵变为:

1.0000	2.0000	4.0000	8.0000	8.0000
1.0000	2.0000	4.0000	0.0000	0.0000
0	1.0000	5.0000	19.0000	19.0000
0	0	2.0000	18.0000	18.0000
0	0	0	5.8000	6.0000

### 得到的解向量为:

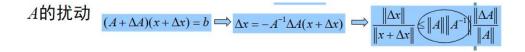
可以看到,这个扰动使得结果有一定变化。

# 三、结果分析:

在这个问题中, 系数矩阵有扰动。

我们知道:线性方程组 Ax=b 解的相对误差直接与 A 的条件数相关。

A 的条件数 Cond(A)相对大(>>1), 称 Ax=b 是病态方程组/坏条件,或 A 是病态的;当 A 的条件数 Cond(A)相对小,称 Ax=b 是良态方程组/好条件,或 A 是良态的。



这里,我们进行计算: 我们可以得到如下结果: 原始高斯消去算法程序将矩阵变为:

1.0000	2.0000	4.0000	8.0000	8.0000
0	1.0000	5.0000	19.0000	19.0000
0	0	2.0000	18.0000	18.0000
0	0	0	5.8000	6.0000

### 得到的解向量为:

-0.8276 0.8966 -0.3103 1.0345

### 得到的cond(A)为:

5.7745e+03

A^-1的范数norm(A^-1): 39.4102

b的范数norm(B):

143.2271

误差的范数

1.2594

这里, cond(A)较大, 我们计算绝对误差上限, 大约为: 49.2625

由公式:

$$\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|} \le cond(A) \frac{\|r(\tilde{x})\|}{\|b\|}$$

所得的相对误差更大:

约为 184.51

所以,我们估计其误差还是比较大的。

# 四、小结:

通过本次上机作业,我们成功编写了求解线性代数方程组的原始高斯消去算法程序,并利用该程序完成了已知函数通过点求解方程组的任务。我们还对系数矩阵中的 125 进行了微小扰动,观察到结果的变化。通过分析条件数和误差估计,我们认为这个扰动对结果的影响并较大。在实践中,我们需要注意方程组的条件数,以确保结果的准确性。通过这次实验,我们加深了对线性代数方程组求解算法的理解,提高了编程实践能力。希望在以后的学习和工作中能够更加熟练地运用这些知识和技能。