问题提出

敌对的两个国家都面临着两种选择: 扩充军备或裁减军备: 如果双方进行军备竞赛 (扩军), 都将为此付出 3000 亿美元的代价; 如果双方都裁军, 则可以省下这笔钱. 但是倘若有一方裁军, 另一方扩军, 则扩军一方发动侵略战争, 占领对方领土, 从而可获益 1万亿美元. 裁军一方由于军事失败而又丧失国土则可以认为损失无限, 试建立该问题的对策模型, 并求该问题的纳什平衡解.

建立模型

这是一个典型的博弈论问题,可以通过构建一个矩阵博弈来求解。

假设两个国家为 A 和 B, 各自的策略为扩充军备或裁减军备。我们将两个国家的收益用矩阵表示出来。

收益矩阵如下:

- 如果双方都选择扩充军备 (E),双方都损失 3000 亿美元。
- 如果双方都选择裁减军备 (C),双方都节省 3000 亿美元。
- 如果一方扩充军备,另一方裁减军备,扩充军备的一方获得1万亿美元,而裁减军备的一方损失无限。

A 选择扩军 (E)B 选择裁军 (C)A 选择扩军 (E)
$$(-3000, -3000)$$
 $(10000, -\infty)$ A 选择裁军 (C) $(-\infty, 10000)$ $(3000, 3000)$

我们使用 LINGO 编程求解该双矩阵对策问题。

代码实现

```
MAX = -6*x1*y1 -990 *x1*y2 -990 * x2 *y1 +6 *x2*y2 - v1 - v2;

-3*x1 + 10*x2 <= v1;

-1000*x1 + 3*x2<= v1;

-3*y1 + 10*y2 <= v2;

-1000*y1 + 3*y2 <= v2;
```

```
x1<=1;
x2<=1;
y1<=1;
y2<=1;
x1+x2=1;
y1+y2=1;
@gin(x1);
@gin(x2);
@gin(y1);
@gin(y2);
```

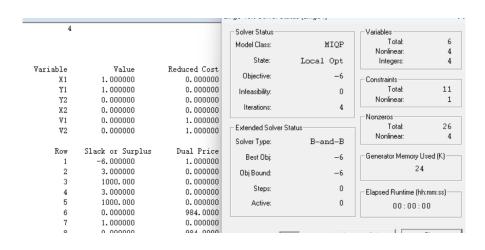


图 1: 求解结果

结论

通过上述博弈模型和代码计算,纳什均衡是双方都选择扩充军备。这是因为在任何一方裁减军备的情况下,另一方扩充军备会导致裁军方损失无限,而扩军方获益巨大。因此,为避免无限损失,双方都会选择扩军,即使会付出 3000 亿美元的代价。