

数学物理方法期中考试

姓名 _____ 学号 _____ 班级 _____ 成绩 _____

(共 10 题, 每题 10 分)

一, 计算下列复数, 求出实部加虚部的表示形式。

(1), $\frac{1-i}{1+i}$

(2), $\cos(\pi i)$

(3), $(1+i\sqrt{3})^n$

(4), $\ln(3+4i)$

二, 判断复变函数 e^z 是否是复平面上的解析函数, 并说明原因。

三, 计算微分和积分。

(1) 求 $z^2 e^z$ 的导数

(2) 求积分 $\oint_{|z|=2} \frac{\sin z}{z} dz$

四，求级数 $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot z^k$ 的收敛半径和收敛圆。

五，在 $z_0 = \frac{\pi}{2}$ 点将函数 $f(z) = z \cos z$ 展开为幂级数。

六，将函数 $f(z) = \frac{1}{z(z-2)}$ 在区域 $0 < |z| < 2$ 内展开为幂级数。

七，利用留数定理计算积分 $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{2 - \sin x}$ 。

八，利用留数定理计算积分 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}$ 。

九，求函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x, & |x| \leq \pi \\ 0 & |x| > \pi \end{cases}$ 的傅里叶变换。

十，利用拉普拉斯变换求解方程 $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$, $x(0) = x_0$, ω 是常数。