

线性方程组

$$Ax = b$$

A : 系数矩阵

(A, b) : 增广矩阵

有解: 方程组相容

无解: 方程组不相容

[克拉默法则](#)

高斯消元法 (主要)

齐次线性方程组

必有零解 \rightarrow 必相容

V 是 $Ax=0$ 的解空间, 维数为基础解系的解向量个数 $= n - r(A)$

有非零解条件

1. $r(A) < n$ (充要)
2. A 是方阵时, $|A| = 0$ (充要)

基础解系

n_1, n_2, \dots, n_s 线性无关, 且 $Ax = 0$ 的每个解向量都能由 n_1, n_2, \dots, n_s 线性表示

基础解系中解向量个数为 $n - r(A)$

非齐次线性方程组

$$\begin{cases} r(A) = r(A, b) = n : \text{有唯一解} \\ r(A) = r(A, b) < n : \text{有无穷多解, 通解含有 } n - r(A) + 1 \text{ 个自由未知量} \\ r(A) < r(A, b) : \text{无解} \end{cases}$$

1. x_1, x_2 是 $Ax = b$ 的解, 则 $x_1 - x_2$ 是 $Ax = 0$ 的解
2. γ 是 $Ax = b$ 的解, η 是 $Ax = 0$ 的解, $\gamma + \eta$ 是 $Ax = b$ 的解

题目说有2个不同的解等价于有无穷多解

最佳近似解(最小二乘解)

$Ax = b$ 不相容时, $A^T Ax = A^T b$ 的解即为最佳近似解