



工程制图与CAD

第2讲 点、线的投影



课程内容

一、投影法

二、点的投影

三、直线的投影

四、点和线的相对位置

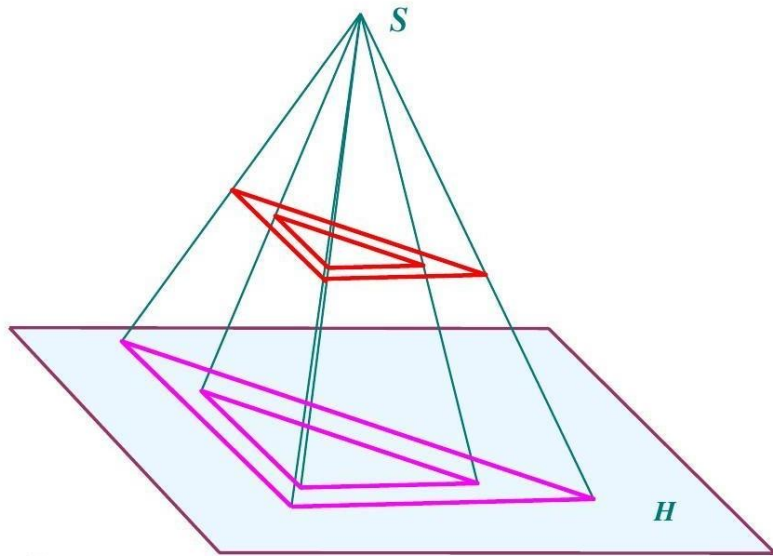


一、投影法

1. 投影法的定义
2. 投影法的分类
3. 正投影的基本性质

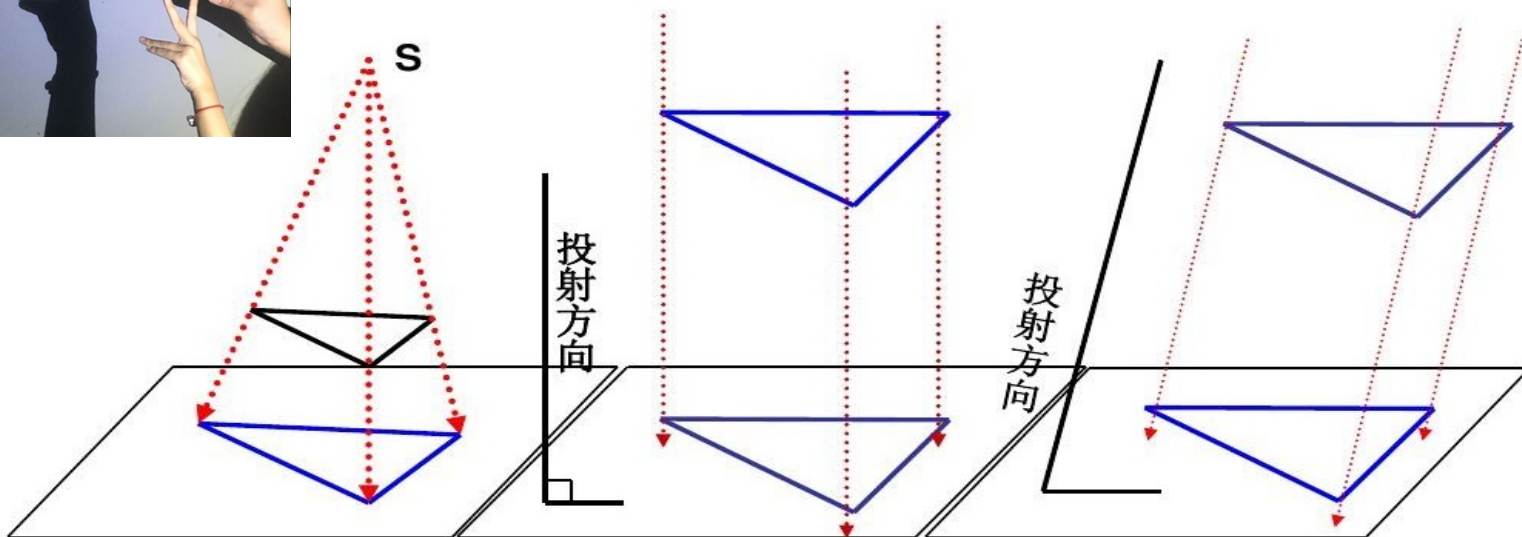
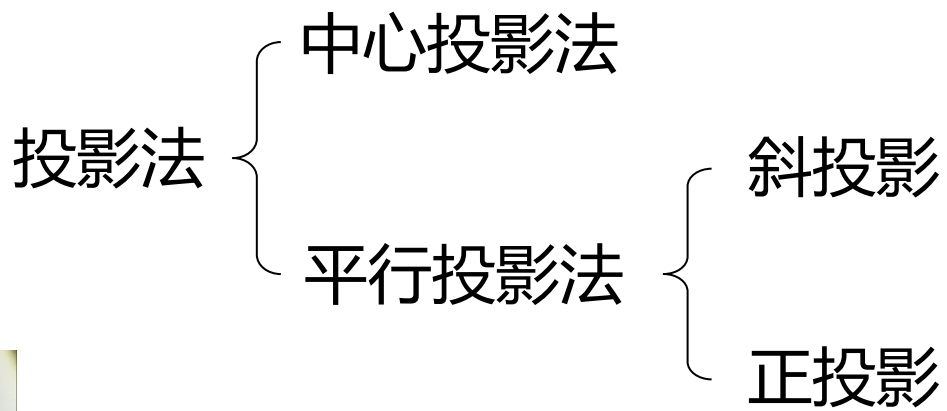
1. 投影法

- 投射線通過物體，向選定的面投射，并在該面上得到圖形的方法。



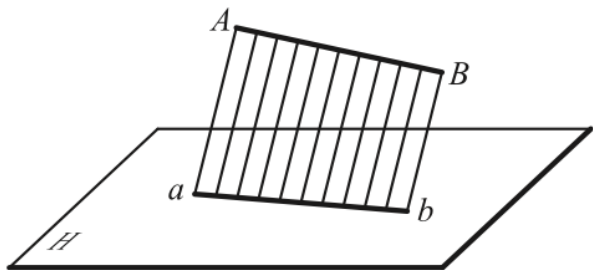


2. 投影法的分类

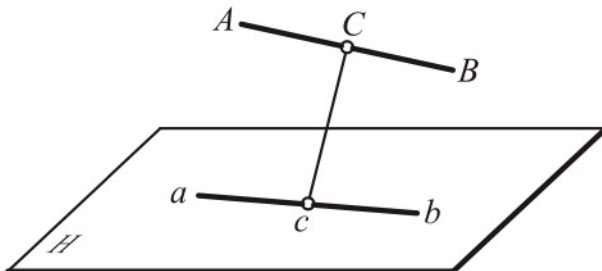




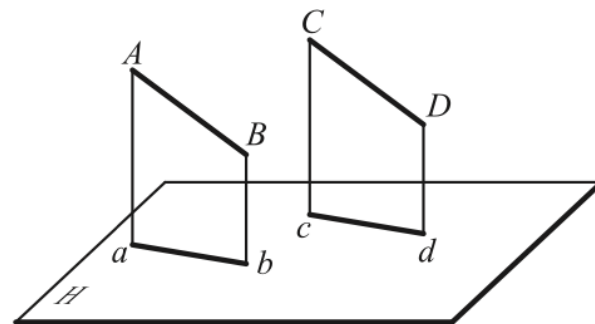
3. 正投影的基本性质



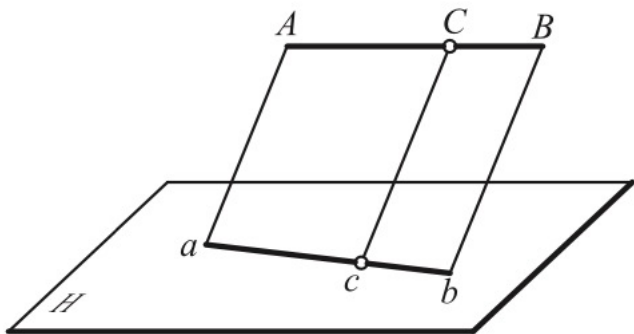
(1) 同素性



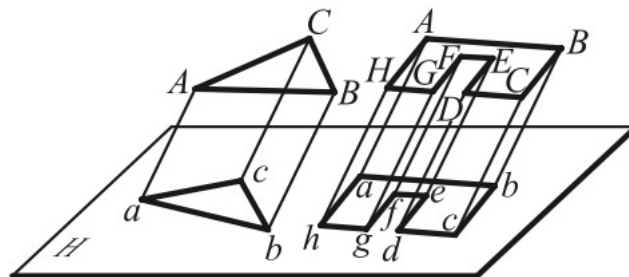
(2) 从属性不变



(3) 平行性不变



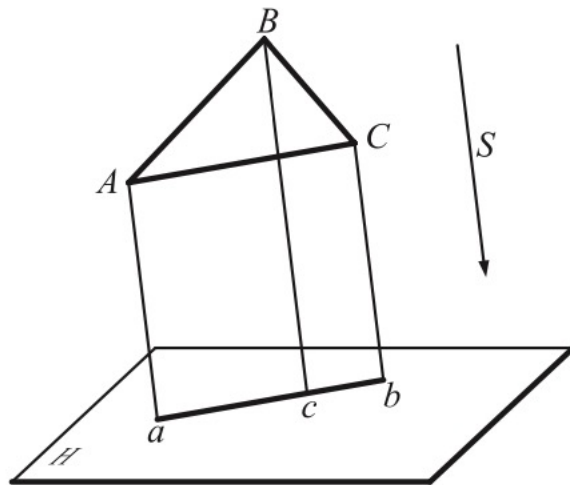
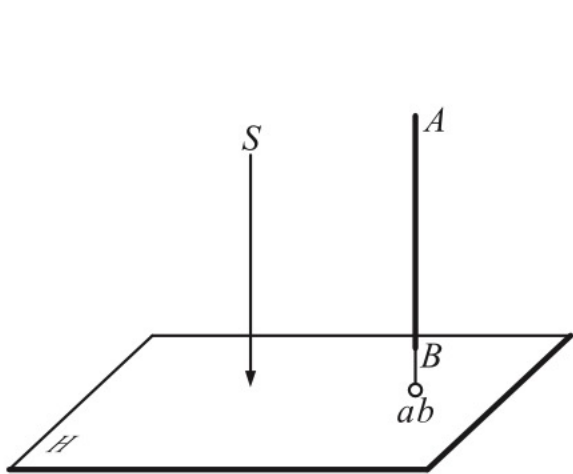
(4) 简单比不变



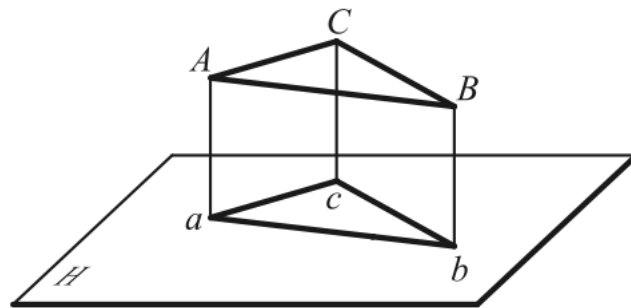
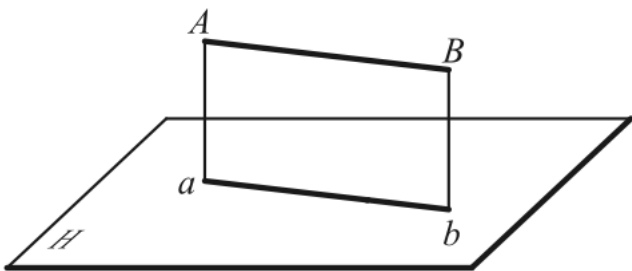
(5) 相仿性



3. 正投影的基本性质（特殊情况）



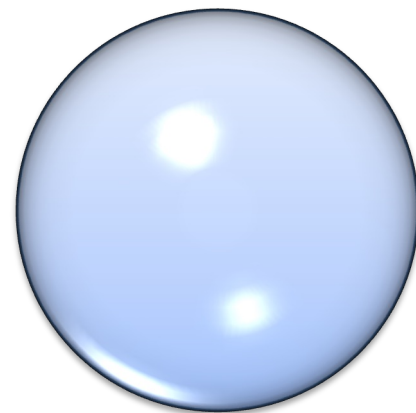
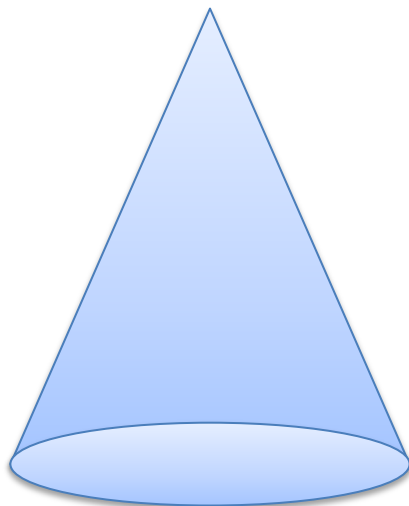
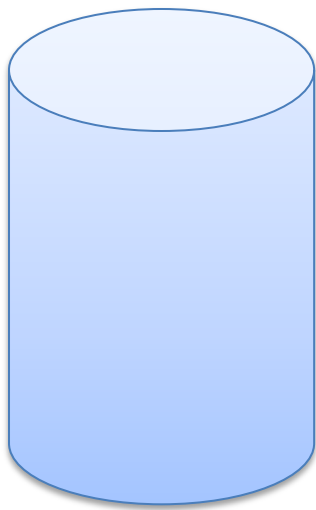
(1) 积聚性



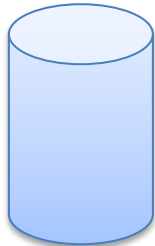
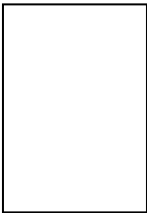

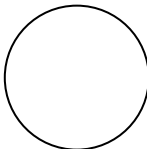

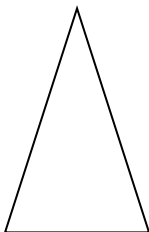
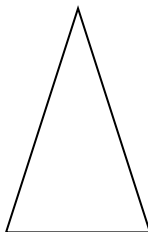
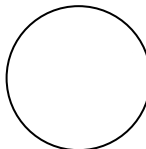

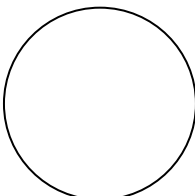
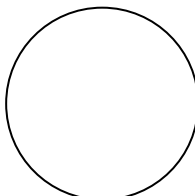
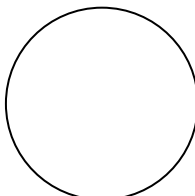
(2) 全等性



【思考】 图中物体的形状分别可以看成什么样的几何体？
从正面、侧面、上面看这些几何体，它们的形状各是什么样的？



【小结】 圆柱、圆锥和球的三种视图如下表所示：

几何体	主视图	左视图	俯视图
 圆柱			
 圆锥			
 球			



二、点的投影

1. 投影面体系与投影轴
2. 点的投影及其规律
3. 两点的相对位置
4. 重影点及其可见性

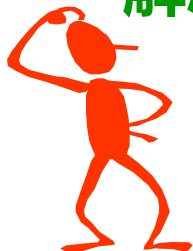
1. 投影面体系与投影轴（重点）

▪ 点在一个投影面上的投影：

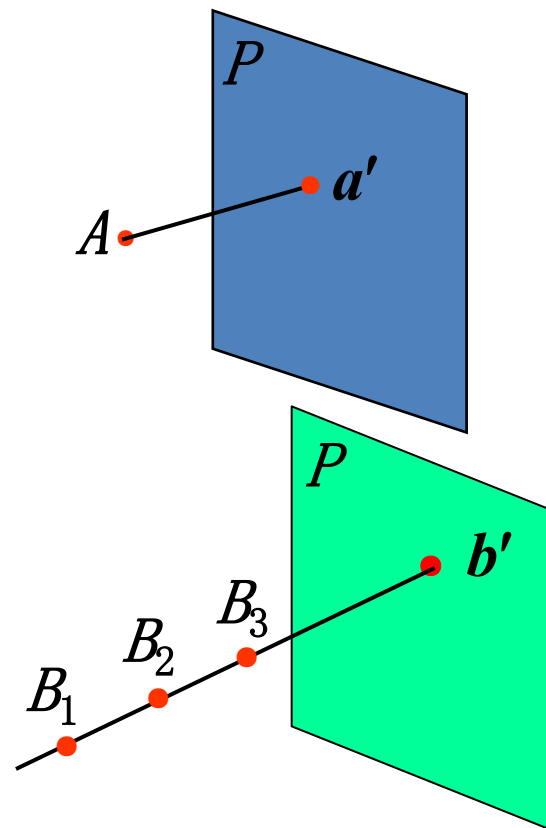
过空间点A作投影面P的垂线，垂足即为点A在P面上的投影。

点在一个投影面上的投影不能确定点的空间位置。

解决办法？



采用多面投影。



1. 投影面体系与投影轴（重点）

投影面体系

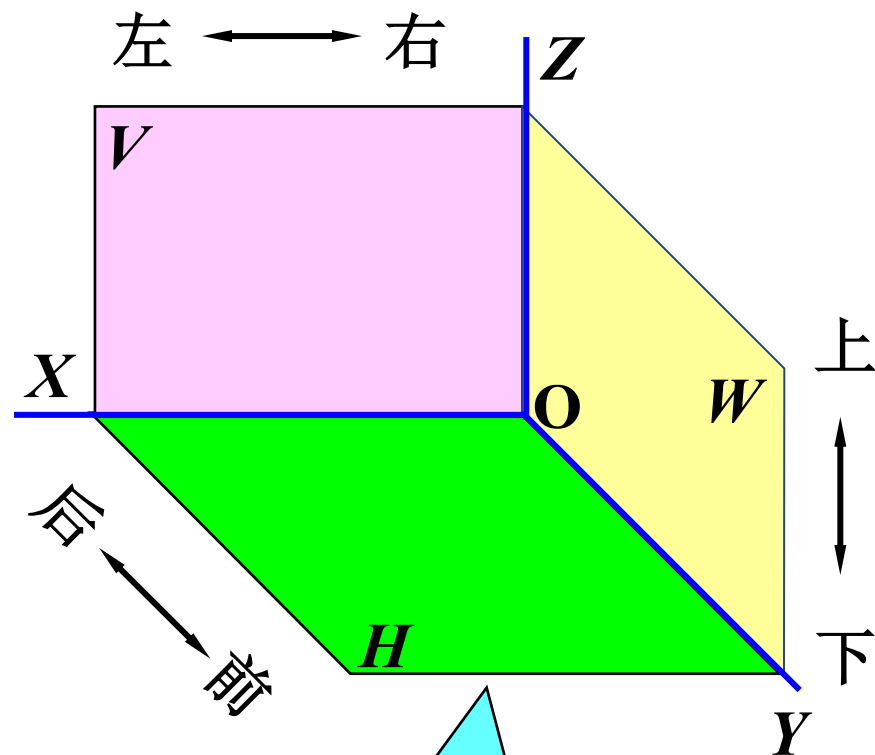
- ◆ 水平投影面（简称 H 面）
- ◆ 正立投影面（简称 V 面）
- ◆ 侧立投影面（简称 W 面）

投影轴

OX 轴 H 面与 V 面的交线

OY 轴 H 面与 W 面的交线

OZ 轴 V 面与 W 面的交线



三个投影面
互相垂直



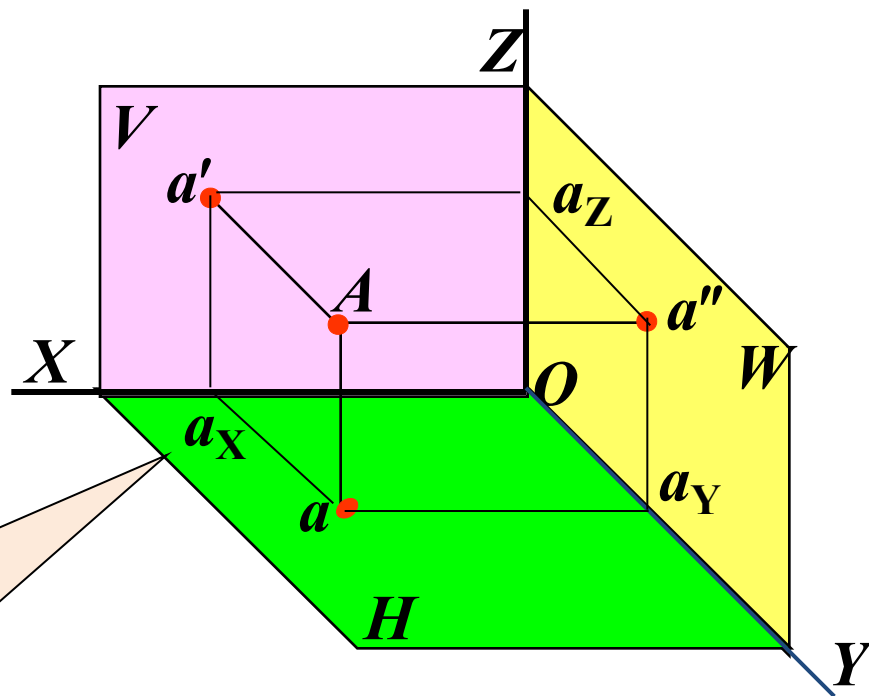
2. 点的投影及其规律（重点）

（1）点的投影

a —— 点 A 的**水平**投影

a' —— 点 A 的**正面**投影

a'' —— 点 A 的**侧面**投影



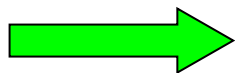
注意：空间点用大写字母表示，点的投影用小写字母表示。

空间点 A 的三个坐标：

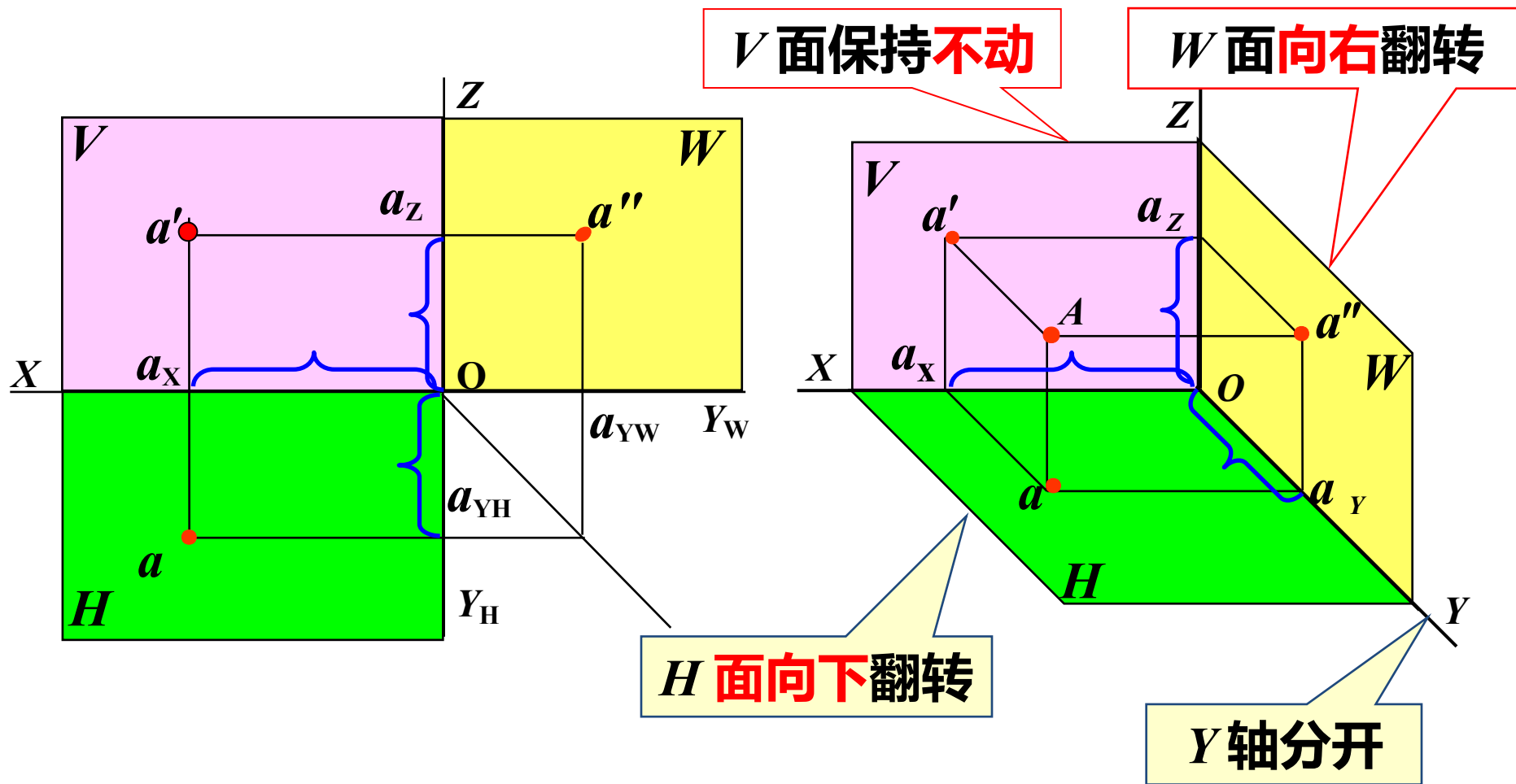
a_X 、 a_Y 、 a_Z



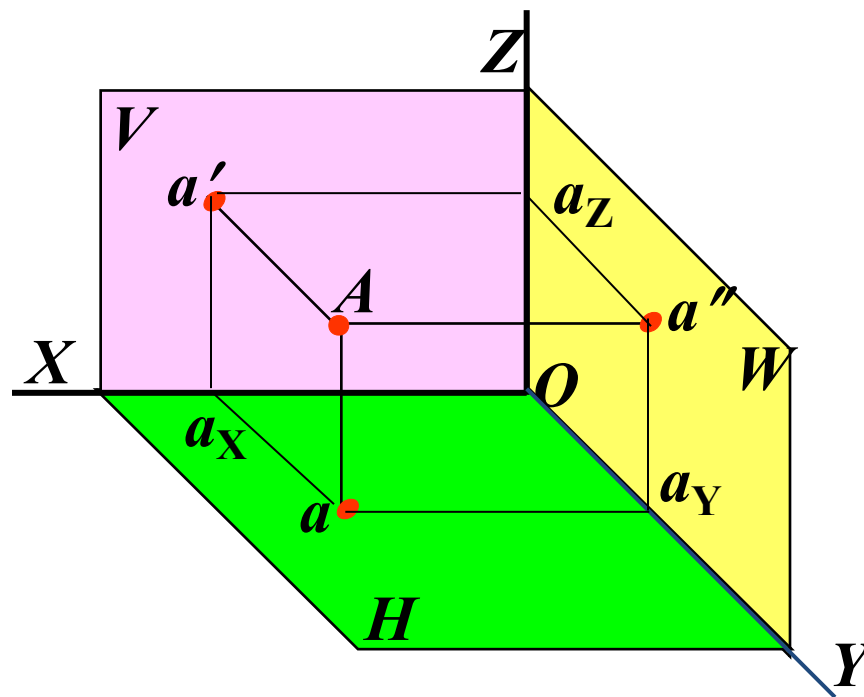
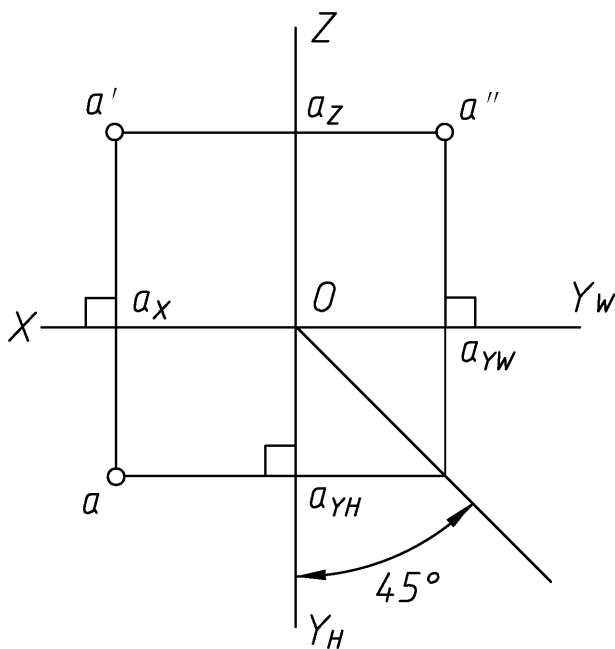
投影面展开



空间问题转化为平面问题



(2) 点的投影规律



① $a'a \perp OX$ 轴

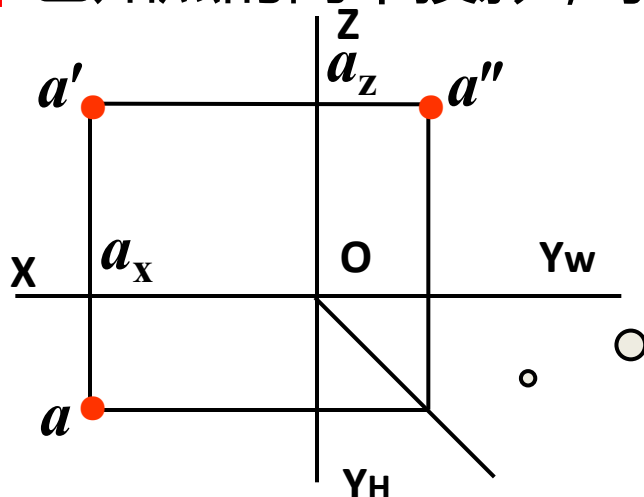
② $a'a'' \perp OZ$ 轴

③ $aa_x = a''a_z = y = A$ 到 V 面的距离



[例1] 已知点的两个投影，求第三投影。

解法一



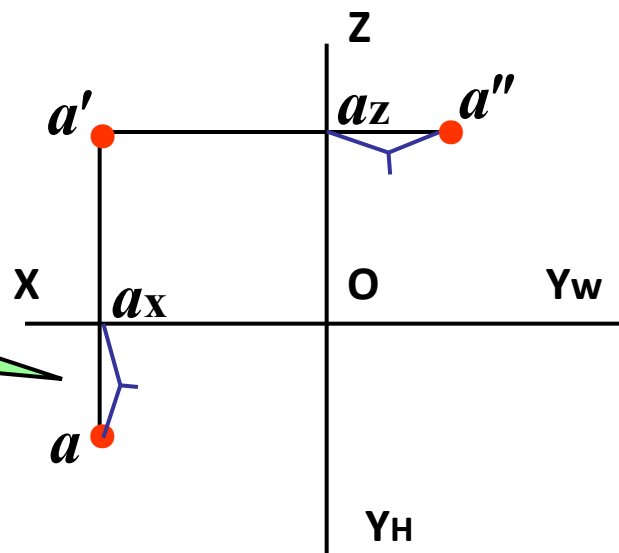
通过作 45° 线使

$$a''a_z = aa_x$$

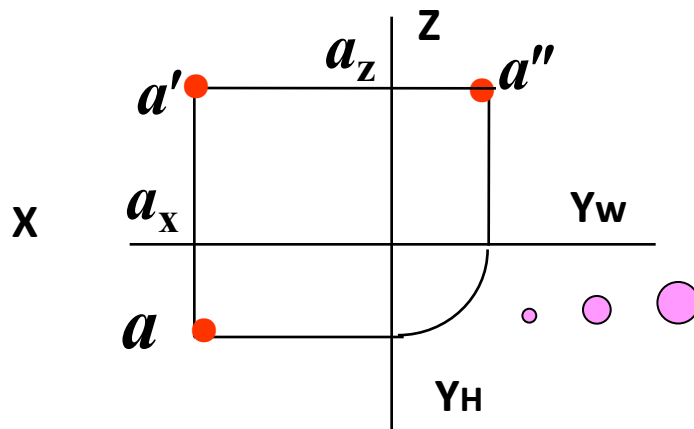
解法二

用圆规直接量取

$$a''a_z = aa_x$$



解法三

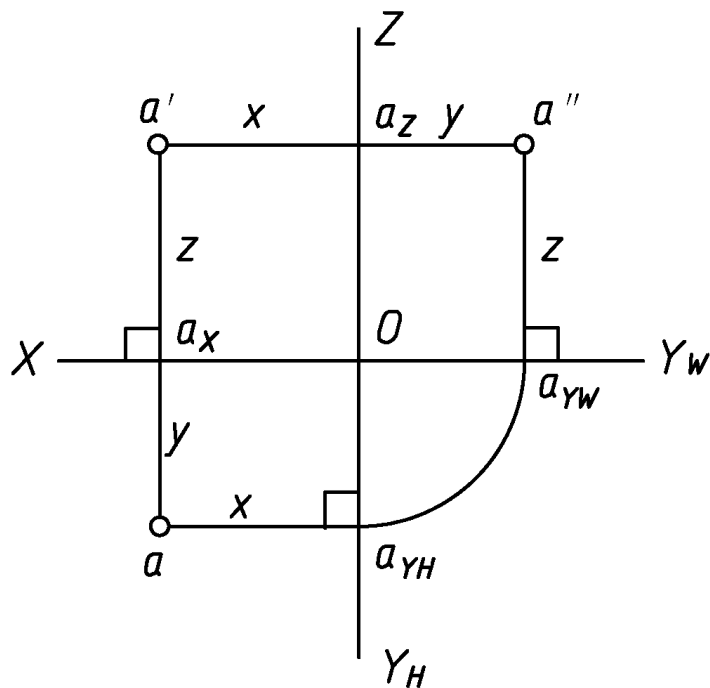
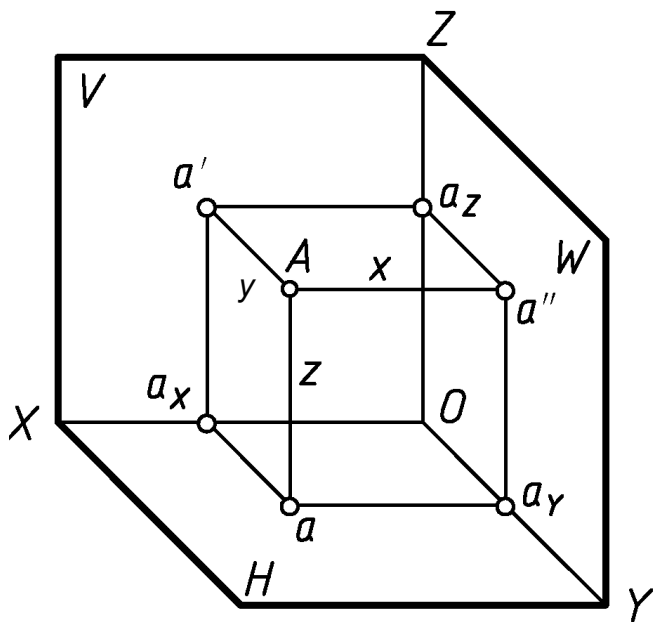


用圆规画弧使

$$a''a_z = aa_x$$



(3) 点的投影与坐标



点 A 的 x 坐标 $x_A = Oa_X = Aa'' =$ 点 A 到 W 面的距离；

点 A 的 y 坐标 $y_A = Oa_Y = Aa' =$ 点 A 到 V 面的距离；

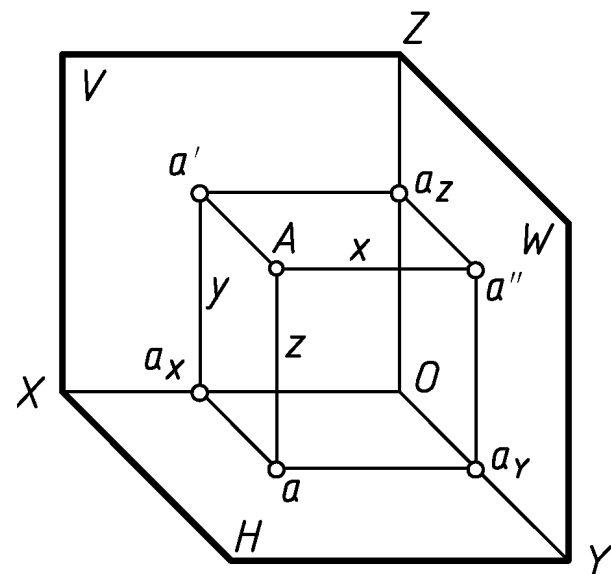
点 A 的 z 坐标 $z_A = Oa_Z = Aa =$ 点 A 到 H 面的距离。

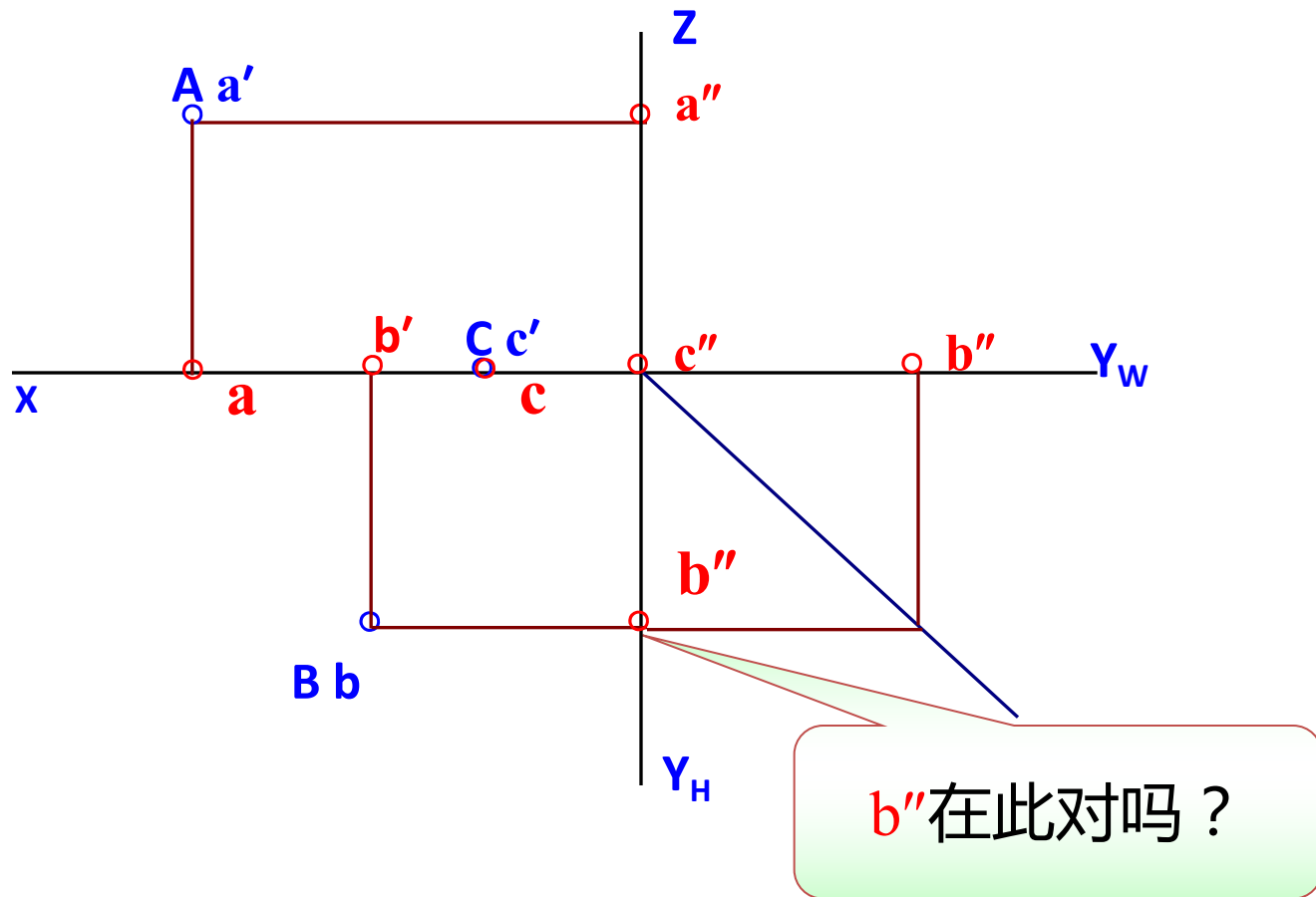
(4) 各种位置点的投影

1) **一般**位置点 (x, y, z)

2) **特殊**位置点

- **投影面**上的点：
 H 面上点 $(x, y, 0)$
 V 面上点 $(x, 0, z)$
 W 面上点 $(0, y, z)$
- **投影轴**上点：
 X 轴上点 $(x, 0, 0)$
 Y 轴上点 $(0, y, 0)$
 Z 轴上点 $(0, 0, z)$
- **原点**上的点: $(0, 0, 0)$





注意: 点的各个投影一定要写在它所属的投影面区域内。

3. 两点的相对位置

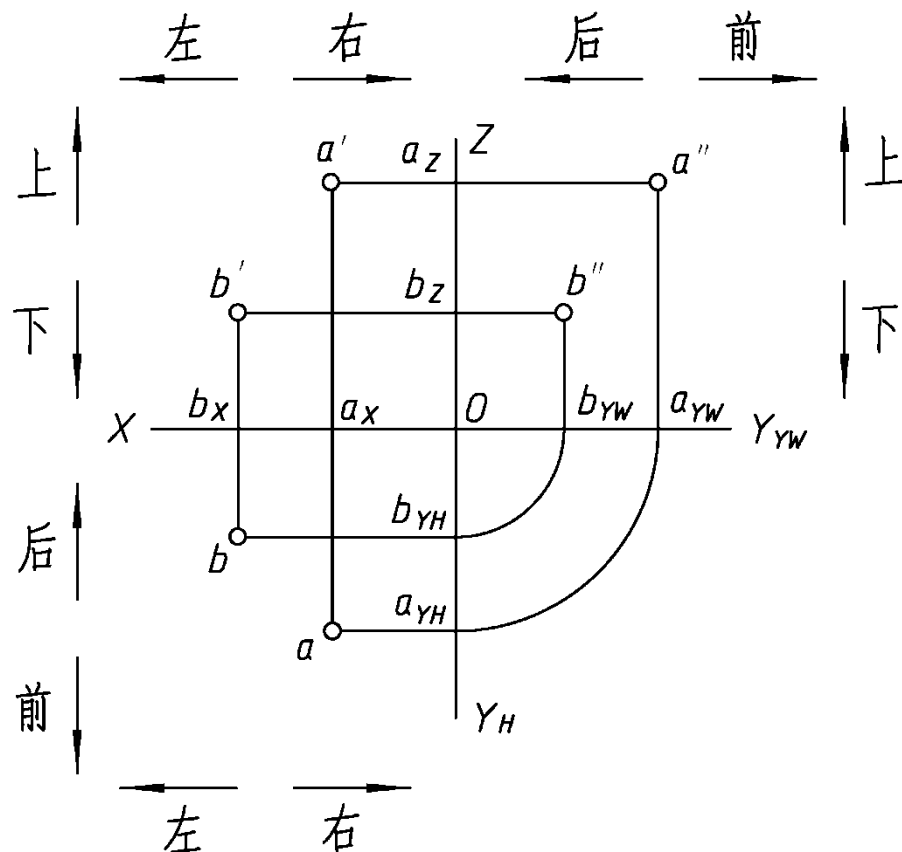
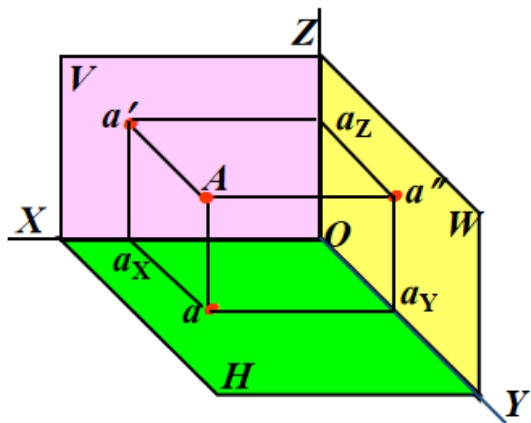
- 两点的相对位置指两点在空间的左右、前后、上下位置关系。

判断方法：

▲ x 坐标大的在左

▲ y 坐标大的在前

▲ z 坐标大的在上

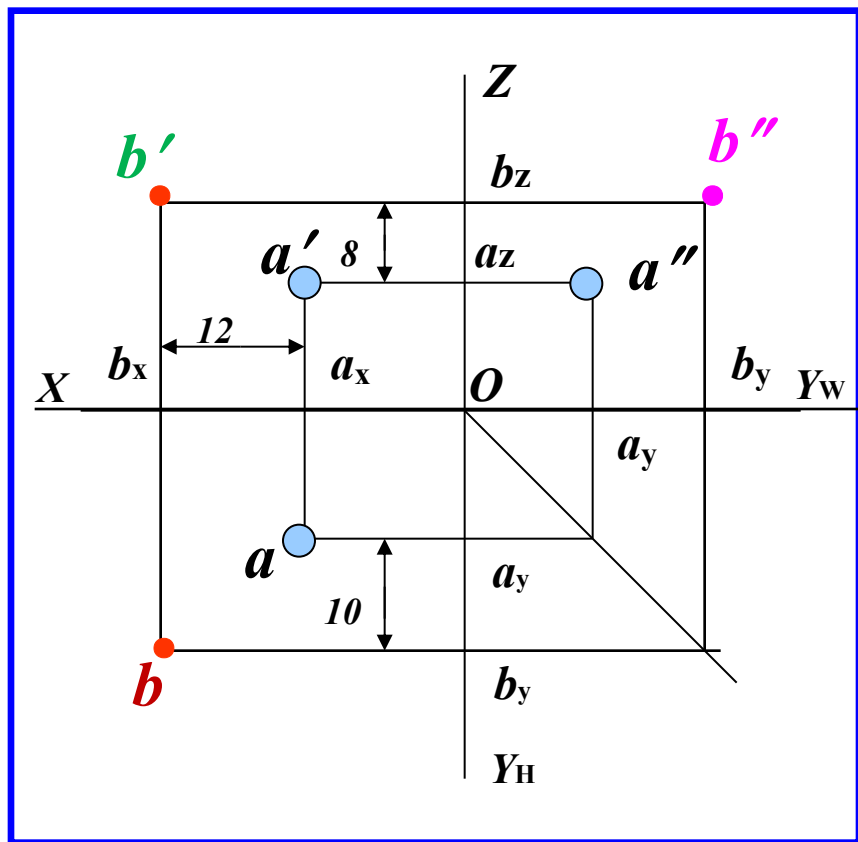


➤ 点B与点A位置关系如何？

点B在点A之左、之后、之下



[例2] 如图，已知点A 的三面投影，另一点B 在点A 上方8 mm，左方12 mm，前方10 mm处，求：点B 的三个投影。



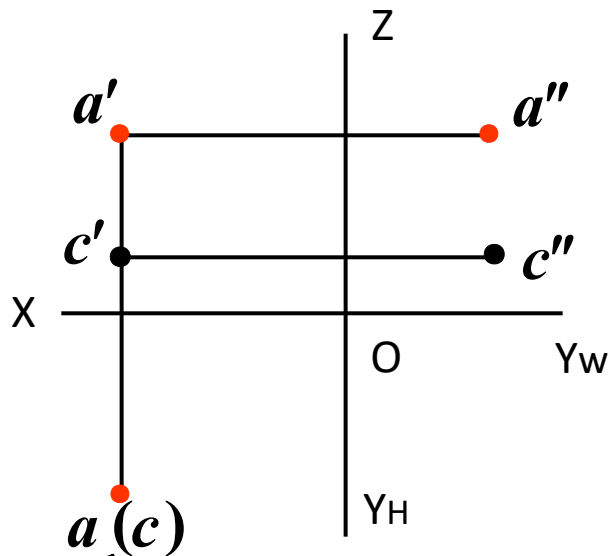
作图步骤：

- 1) 在 a' 左方12 mm，上方8 mm 处确定 b' ；
- 2) 作 $b'b \perp OX$ 轴，且在 a 前10 mm 处确定 b ；
- 3) 按投影关系求得 b'' 。



4. 重影点及其可见性（重点）

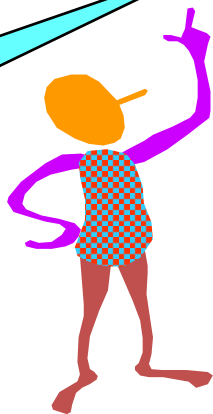
- 空间两点在某一投影面上的投影重合为一点时，则称此两点为该投影面的重影点。



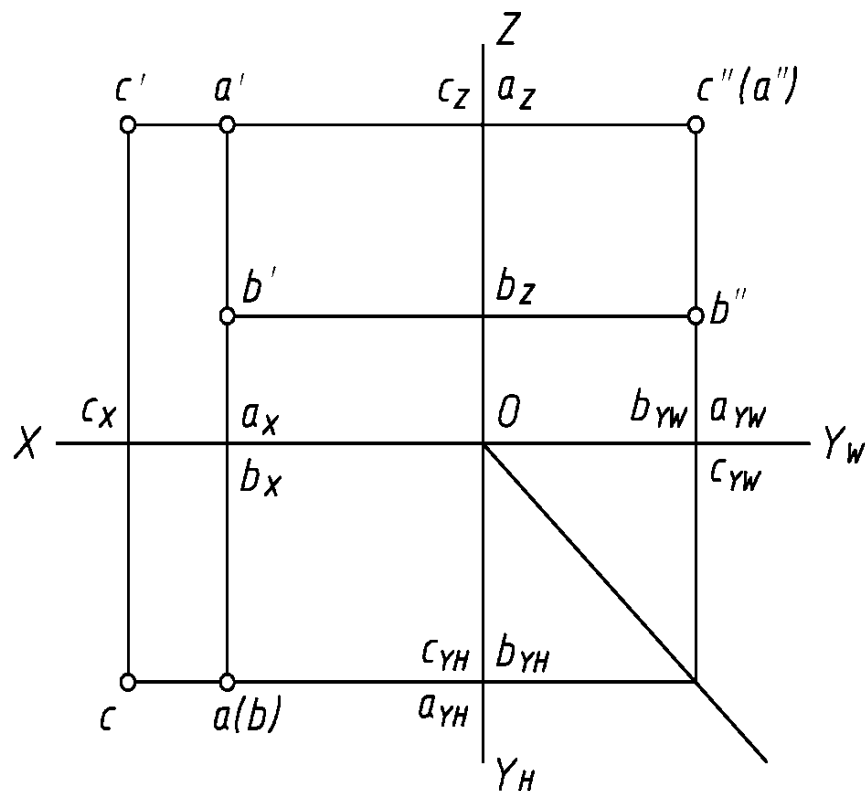
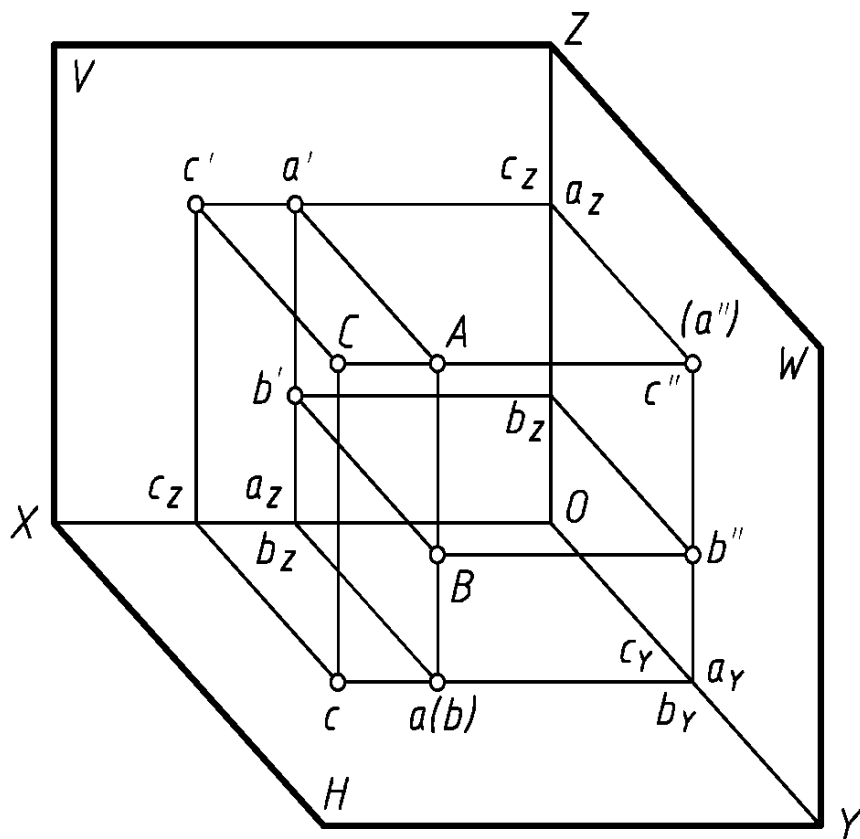
被挡住的投影
加()

A、C 为哪个投影面的重影点呢？

A、C 为 H 面的重影点



- 点 A 、 B 在对 H 面的同一条投射线上，它们在 H 面的投影重合，称为**对 H 面的重影点**。
- 而点 C 、 A 则称为**对 W 面的重影点**。

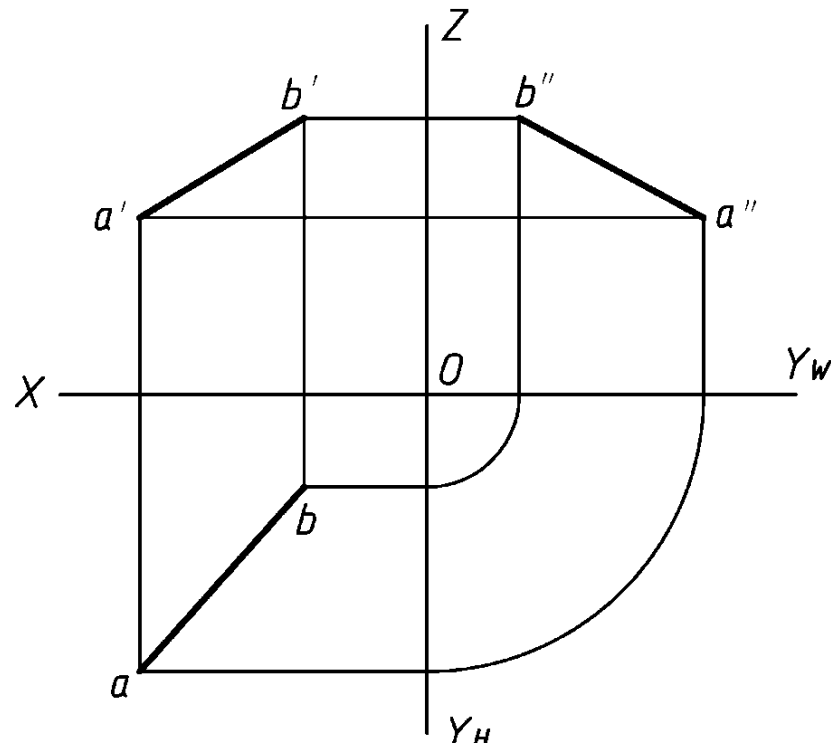
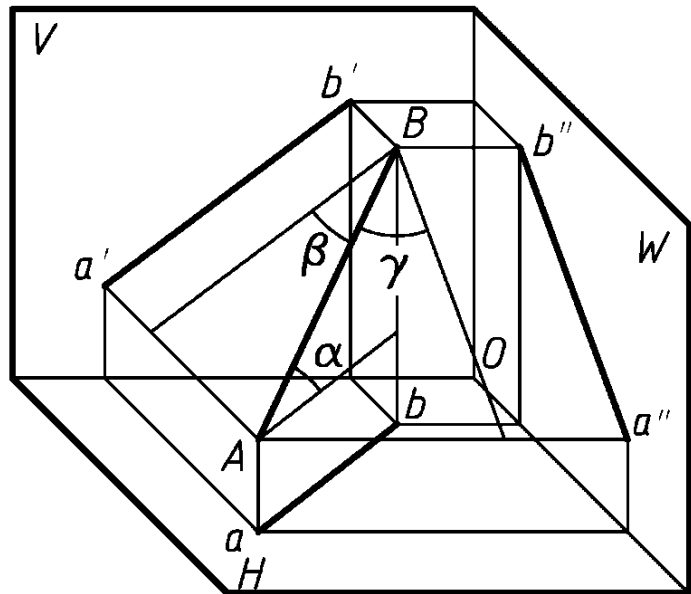




三、直线的投影

1. 直线的投影
2. 各种位置直线

1. 确定直线的投影



- 两点确定一条直线，将两点的同面投影用直线连接，即得到直线的同面投影。
- 直线的投影规定用粗实线绘制。



2. 各种位置直线

投影面平行线

水平线 (只平行于 H 面)
正平线 (只平行于 V 面)
侧平线 (只平行于 W 面)

平行于某一投影面而
与其余两投影面倾斜

统称特殊位置直线

投影面垂直线

铅垂线 (垂直于 H 面)
正垂线 (垂直于 V 面)
侧垂线 (垂直于 W 面)

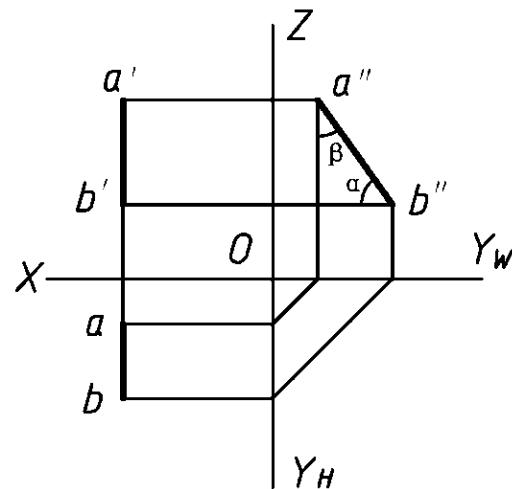
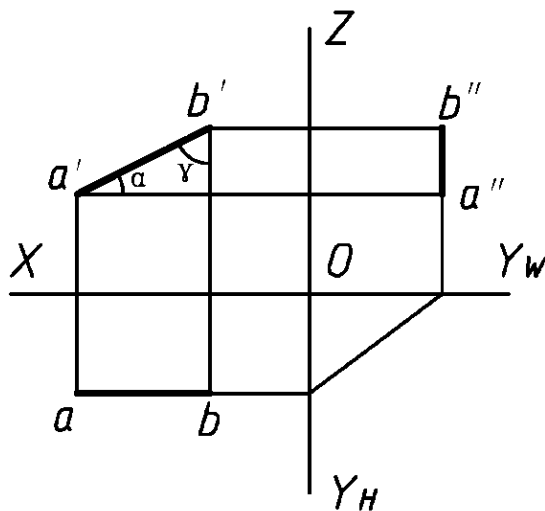
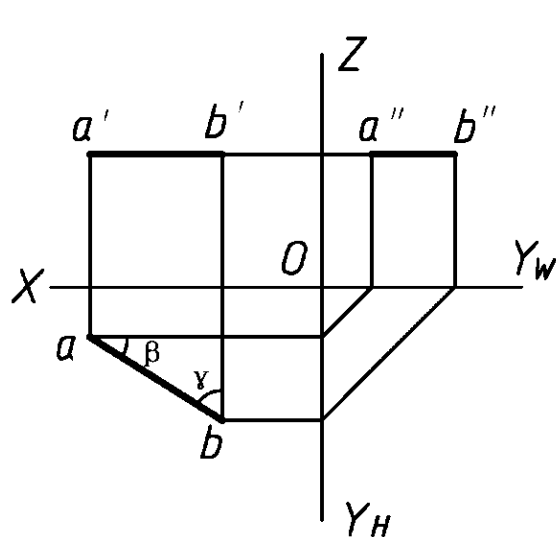
垂直于某一投影面, 必
平行于另外两个投影面

一般位置直线

与三个投影面都倾斜的直线



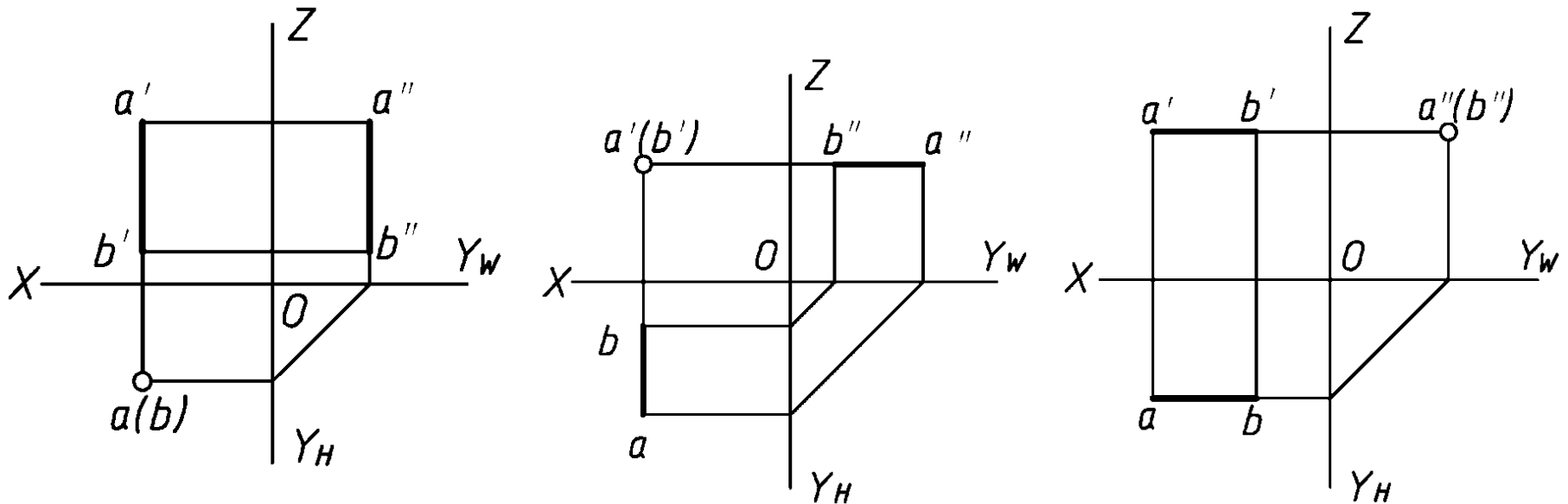
(1) 投影面平行线



投影特性：

- 直线在所平行投影面上的投影反映其**实长**，及其与另两个投影面的**倾角**；
- 直线在另两个投影面上的投影分别**平行于**相应的投影轴，且都**小于实长**。

(2) 投影面垂直线

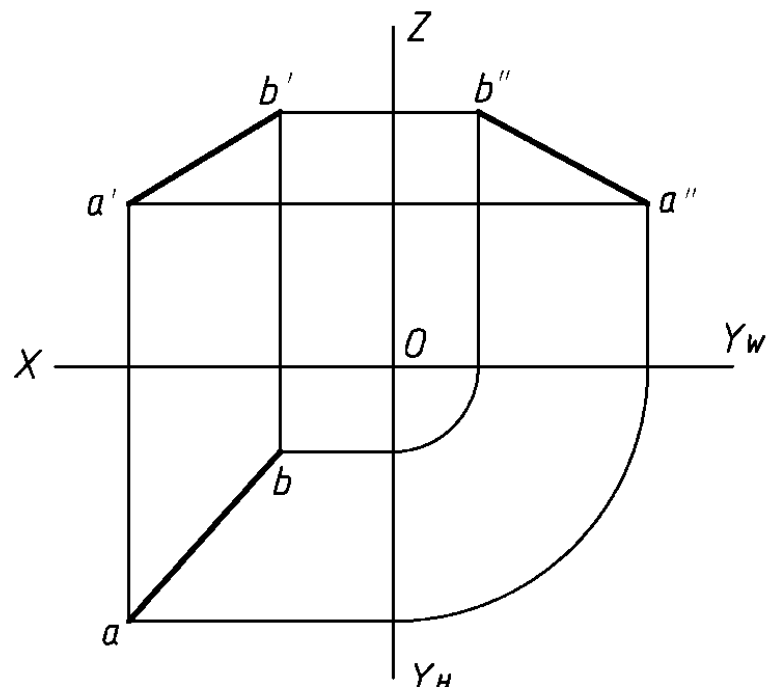
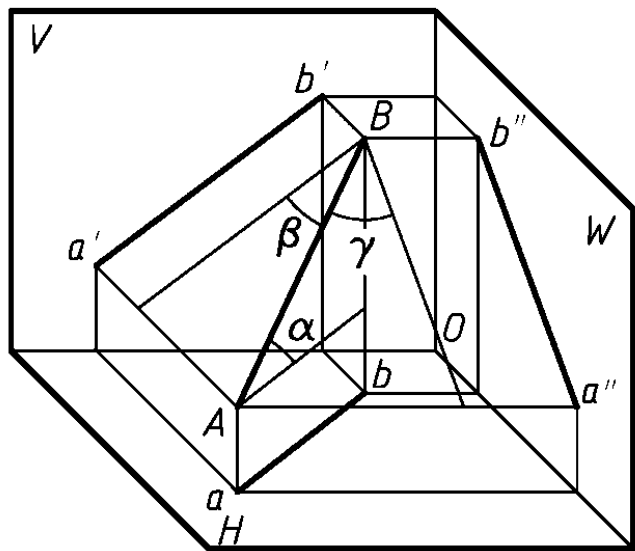


投影特性：

- 直线在所垂直的投影面上的投影**积聚为一点**；
- 直线在另外两个投影面上的投影分别**垂直于**相应的投影轴，且反映其**实长**。



(3) 一般位置直线

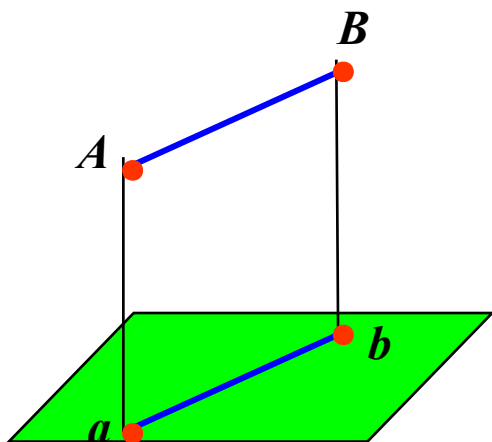


投影特性：

- 三个投影都倾斜于投影轴，且都小于实长；
- 三个投影与投影轴的夹角都不反映空间直线与三个投影面倾角的大小。

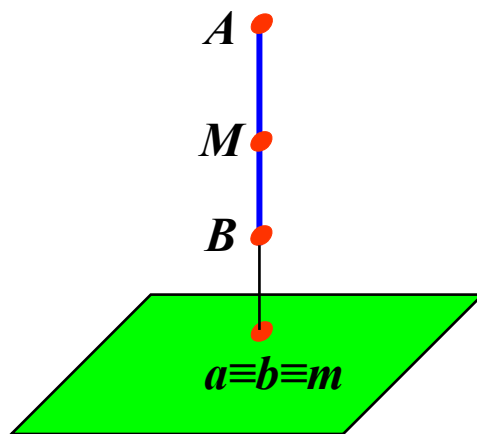


2. 各种位置直线 (小结)



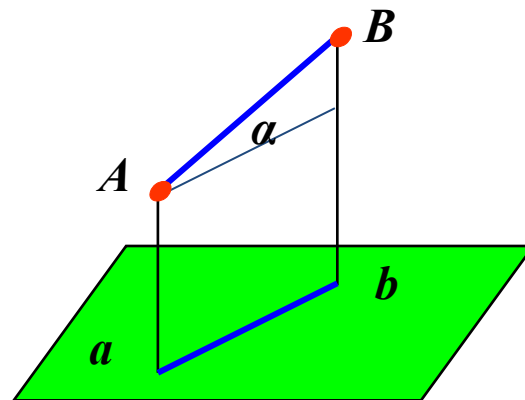
直线//投影面

➤ 投影长=实长



直线⊥投影面

➤ 投影积聚为一点

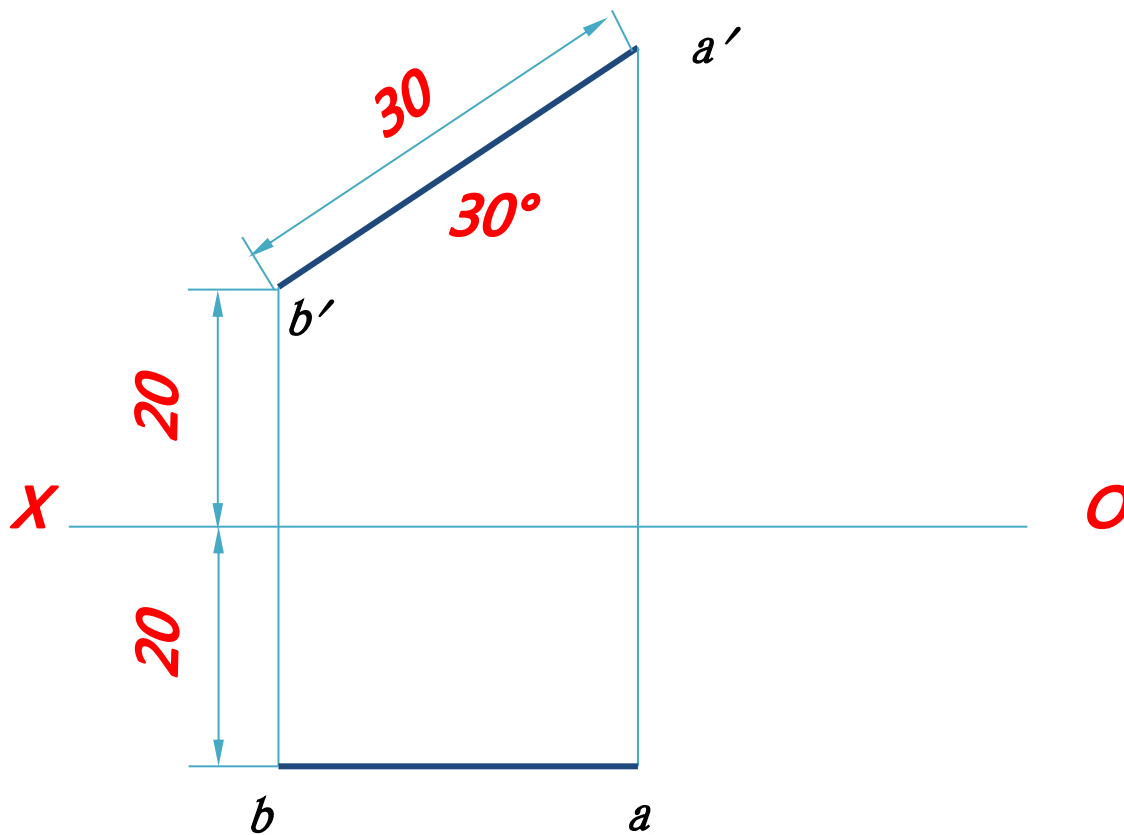


直线倾斜于投影面

➤ 投影长<实长



[例3] 已知正平线 $AB = 30 \text{ mm}$ 、 $\alpha = 30^\circ$ 、 AB 距 V 面 20 mm 、 A 点在 B 点的右上方， B 点距 H 面 20 mm ，试作该直线的两面投影。





四、点和线的相对位置

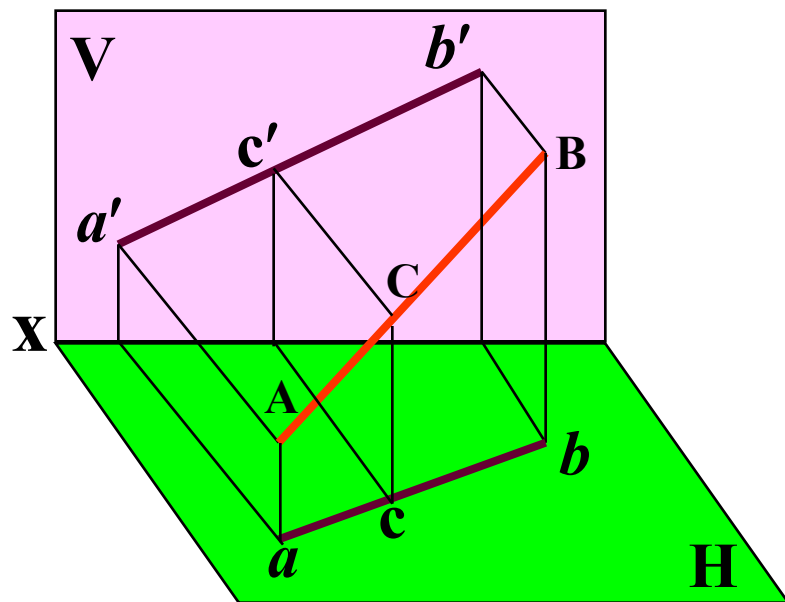
1. 直线上的点
2. 两直线的相对位置

1. 直线上点的性质

1. 从属性

若点在直线上，则点的各个投影必在直线的各同面投影上。

即 $c \in ab, c' \in a'b', c'' \in a''b''$ 。



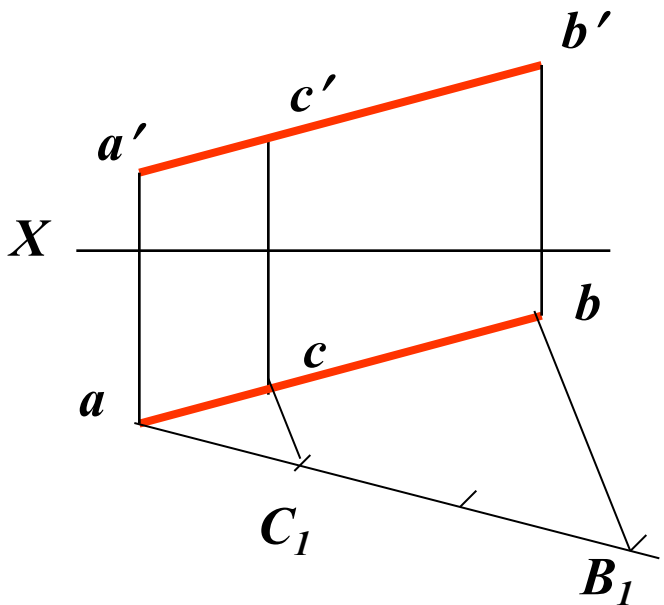
2. 等比性

属于线段上的点分割线段之比等于其投影之比。

即 $AC:CB = ac:cb = a'c':c'b' = a''c'':c''b''$ 。

[例4] 试在直线AB 上取一点C ,使 $AC : CB = 1:2$,求分点C 的投影。

作图步骤：



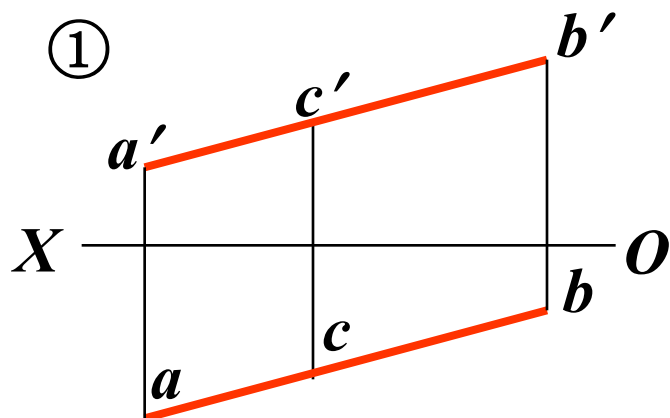
- 1) 过 a (或 b)任作一直线 aB_1 (或 bB_1) ;
- 2) 在 aB_1 上取 C_1 , 使 $aC_1:C_1B_1 = 1:2$;
- 3) 连接 B_1 、 b ;
- 4) 过 C_1 作 $C_1c \parallel B_1b$, 与 ab 交于 c ;
- 5) 过 c 作 X 轴的垂线与 $a'b'$ 交于 c 。则 c 、 c' 即所求分点 C 的投影。

分析：

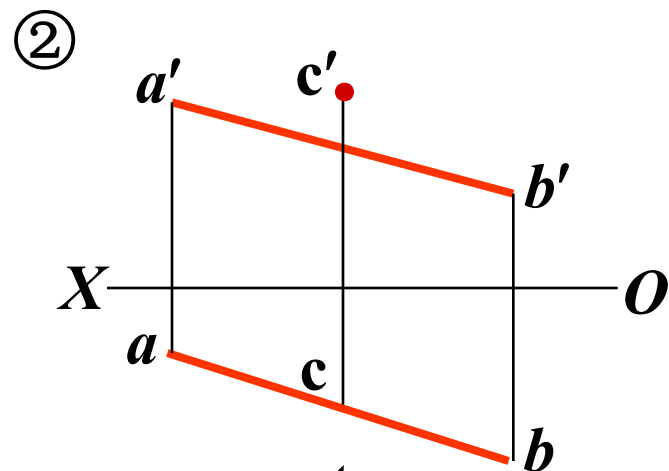
分点 C 的投影, 必在 AB 线段的同面投影上, 且 $ac:cb = a'c':c'b' = 1:2$, 可用比例作图法作图。



[例5] 判断点C是否在直线AB上。



点C在直线
AB上

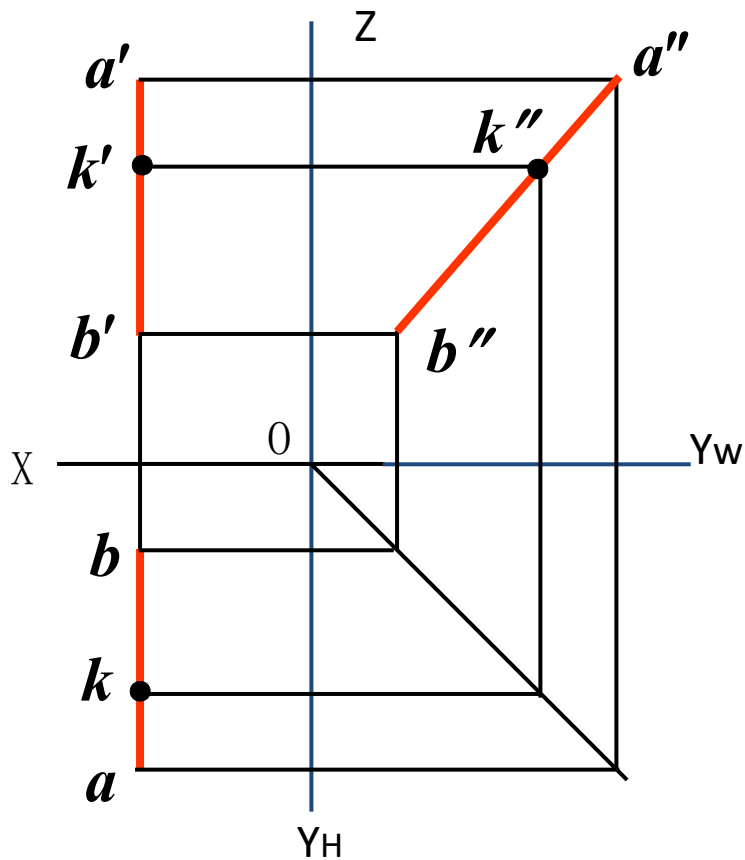


点C不在直线
AB上

[例6] 已知点K在线段AB上，求点K的正面投影。

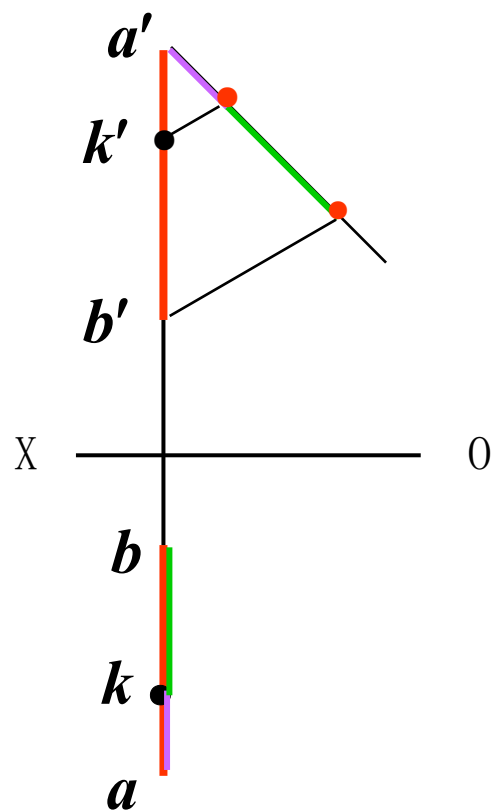
解法一：

(应用第三投影)



解法二：

(应用定比定理)





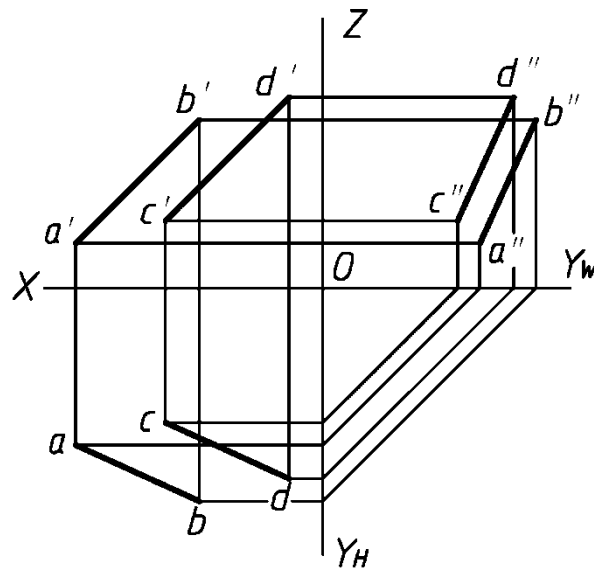
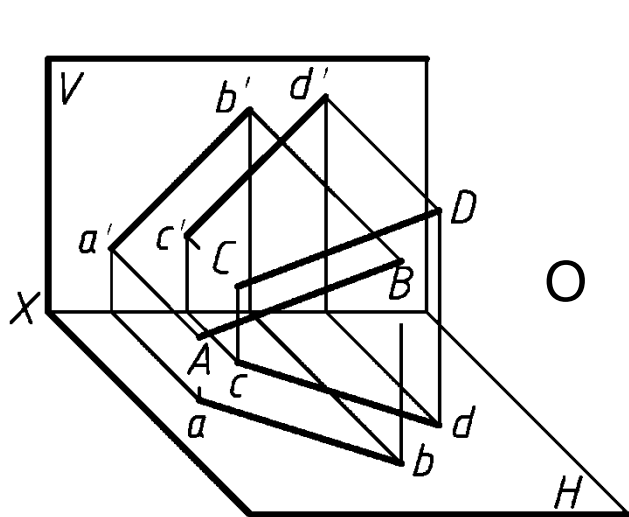
2. 两直线的相对位置

- (1) 两直线平行
- (2) 两直线相交

同面直线

- (3) 两直线交叉 (交错) —— 异面直线

(1) 两直线平行



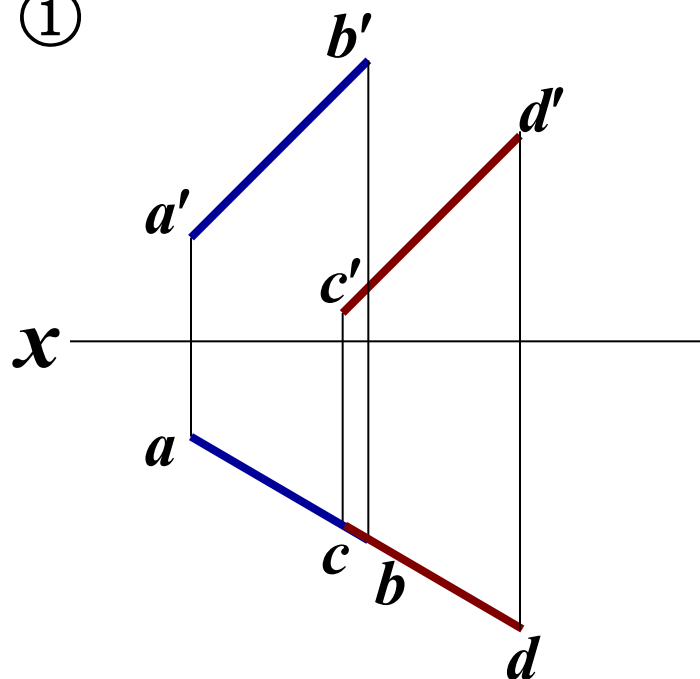
(1) **平行性** 若空间两直线相互平行，则它们的同面投影必然相互平行。反之，如果两直线的各个同面投影相互平行，则此两直线在空间也一定相互平行。

(2) **等比性** 平行两直线长度之比等于其投影长度之比。



[例7] 判断图中两条直线是否平行。

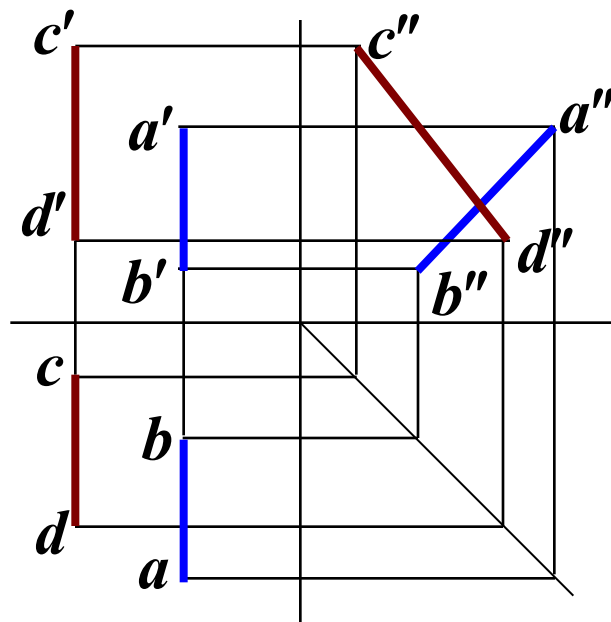
①



$AB \parallel CD$

对于一般位置直线，只要有
两个同面投影互相平行，空
间两直线就平行。

②

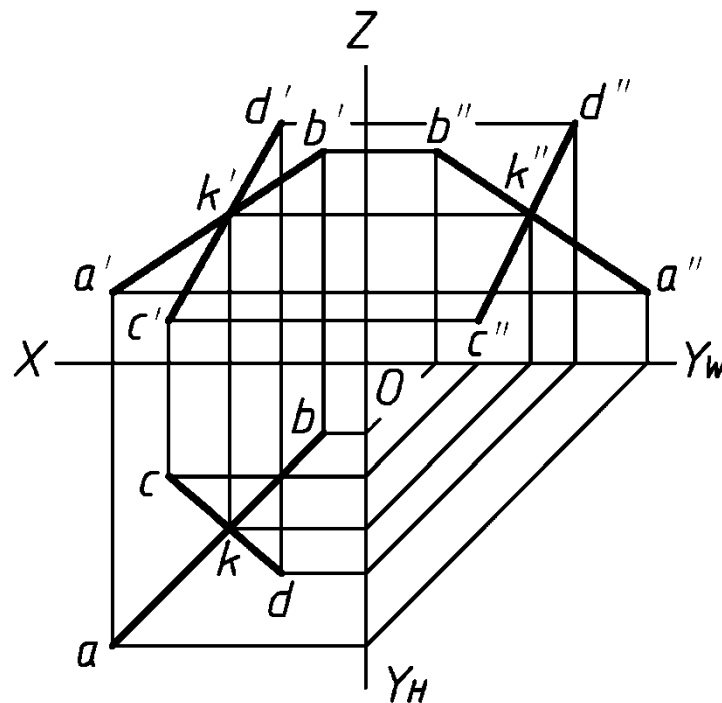
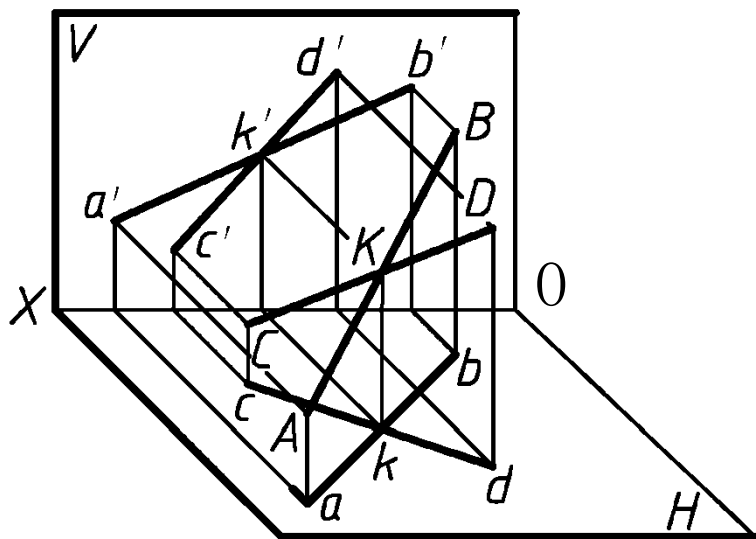


AB 与 CD 不平行

对于特殊位置直线，只有两个
同面投影互相平行，空间直线
不一定平行。

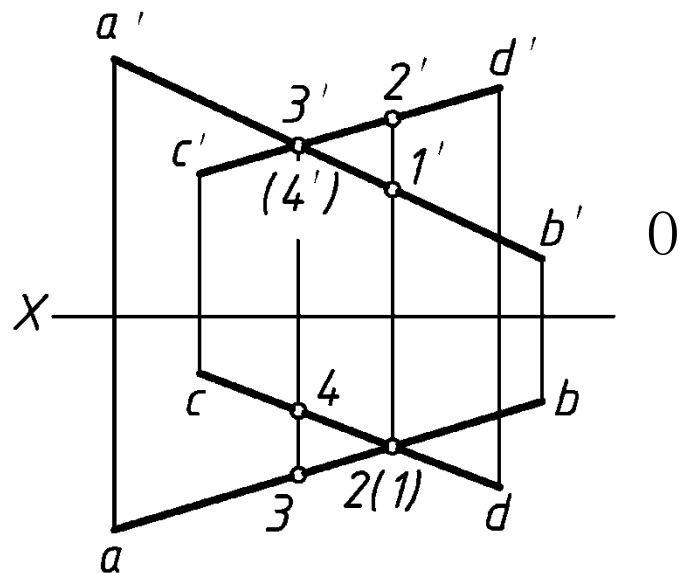
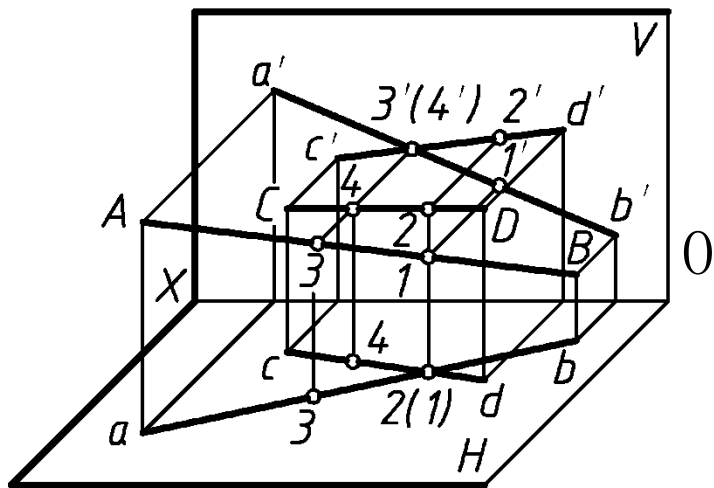
求出侧面投影

(2) 两直线相交



当两直线相交时，它们在各投影面上的同面投影也必然相交，且交点符合空间一点的投影规律。反之亦然。

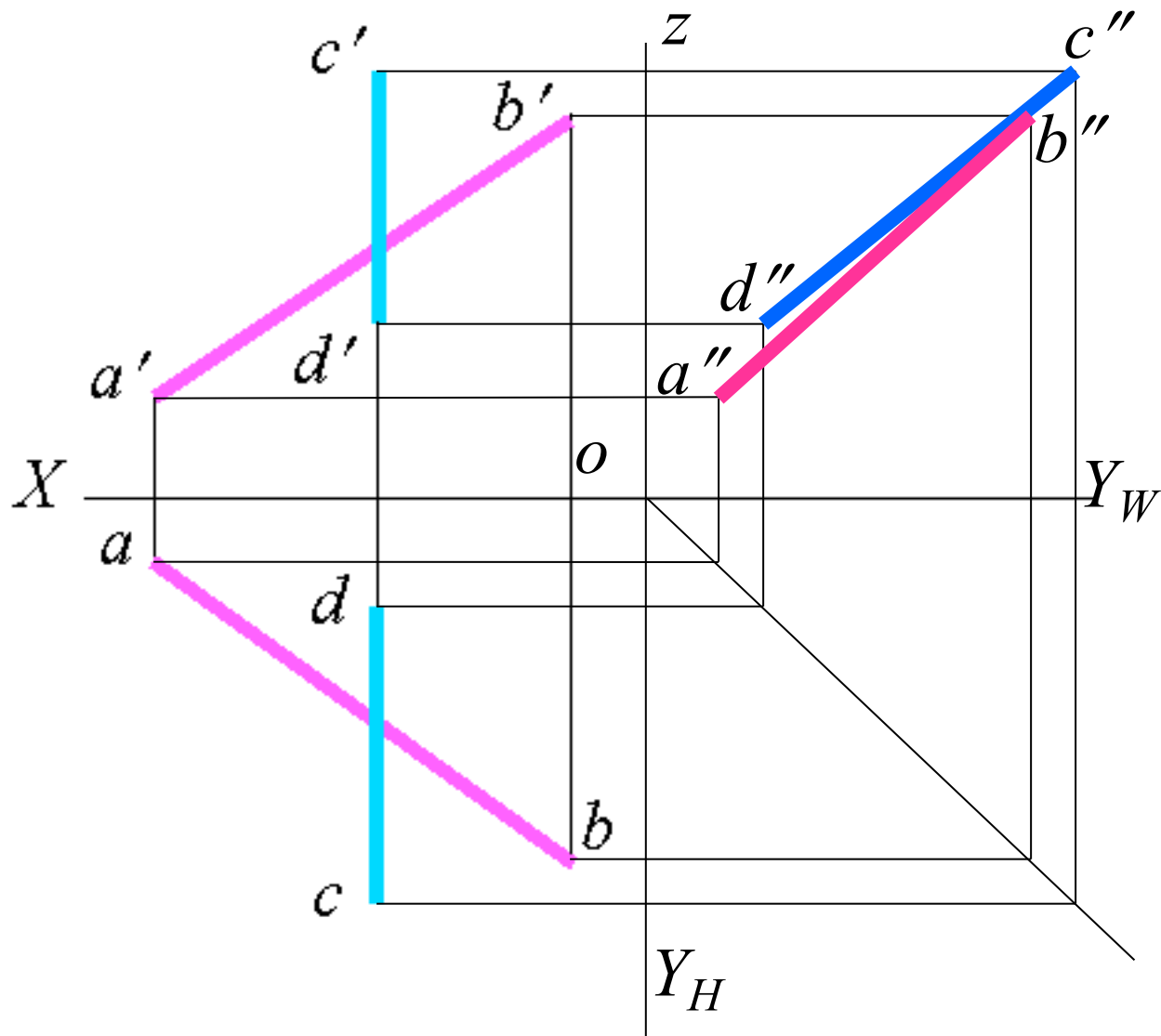
(3) 两直线交叉



- 同面投影可能相交，但 **“交点”** 不符合空间一个点的投影规律。
- **“疑似交点”** 是两直线上的一对重影点的投影，用其可帮助判断两直线的空间位置(如右图)。



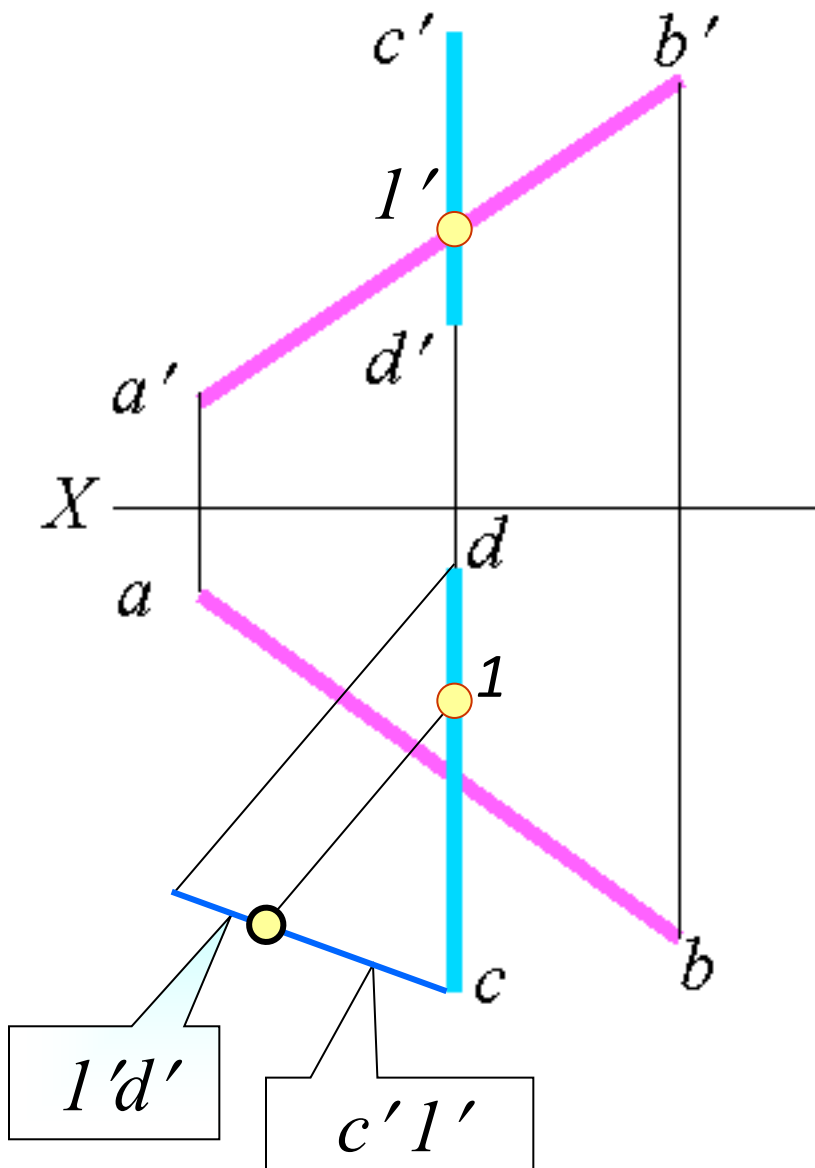
[例8] 判断两直线的相对位置



1) 作第三面投影
法：交点不满足
点的投影规律。
结论：交叉



[例9] 判断两直线的相对位置



2) 比例法：交点分
CD两投影之比不相等，
不是共有点。

结论：交叉



本讲小结

一、投影法

二、点的投影

三、直线的投影

四、点和线的相对位置

■ 下一讲：面的投影、点-线-面的相对位置