第四章 向量空间

§向量空间与子空间

向量空间：以向量为对象组成的集合，满足以下性质：

1° 对加法与数乘封闭

2° $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$ $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$

3° $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{v}\cdot\vec{u}$ $k\vec{u}=\vec{u}k$ $k(\vec{u}+\vec{v})=k\vec{u}+k\vec{v}$

4° $\vec{0}+\vec{u}=\vec{u}$ $\vec{u}+(-\vec{u})=\vec{0}$ $1\vec{u}=\vec{u}$

子空间 $\begin{cases}\text{包含零向量}\\ \text{对加法、数乘封闭}\end{cases}$

若 $H=\text{span}\{v_1\cdots v_p\}$，且 $v_1\cdots v_p\in R^n$ 则称 H 为 R^n 的子空间

§零空间、列空间与线性变换

Nul A 与 Col A 的对比： 对 $m\times n$ 的矩阵 A

Nul A	Col A
$Ax=0$ 的解空间	$\text{span}\{a_1\cdots a_n\}$
描述 n 个变量 R^n 的一个子空间	每个向量有 m 个坐标 R^m 的一个子空间
隐性表示，$Ax=0$	显性，线性组合
判断 $A\vec{v}\overset{?}{=}0$ 即可	$[A\ v]$ 变换 相容？
$\text{Nul}A=\{0\}$ 当仅有平凡解	

It’ s all one ghetto, man, giant gutter in outer space.

It’ s all one ghetto, man, giant gutter in outer space.

It’ s all one ghetto, man, giant gutter in outer space.

It’ s all one ghetto, man, giant gutter in outer space.