Algorytmy dla Problemów Trudnych Obliczeniowo.
Rozwiązanie zadania: **Potęga hetmanów**
Informatyka 2015/16

Autor: Zbigniew Królikowski

13 lipca 2016

Prowadzący: dr hab. inż. Piotr Faliszewski

1 Uwagi

Moja filozofia zapisu: **hetmany bijące nie zmieniają miejsca tylko znikają na rzecz zbitego** - taki obraz przyjąłem gdyż łatwiej było go rozpisać, mniej dynamiki. Często zapisuję bicie jako redukcję. Nie zmienia to w żaden sposób istoty algorytmu tylko jego opis, który mógłby być mylący bez tej notki.

2 Reprezentacja problemu

Plansza została przedstawiona jako **graf nieskierowany**, w którym każdy węzeł połączony jest z innymi co najwyżej 8 krawędziami.

2.1 Zapis wartości hetmanów

W celach uproszczenia obliczeń wartości są reprezentowane jako wykładniki liczby 2.

2.2 Krótki słownik moich pojęć - w razie wątpliwości

- osie - pion, poziom i skosy

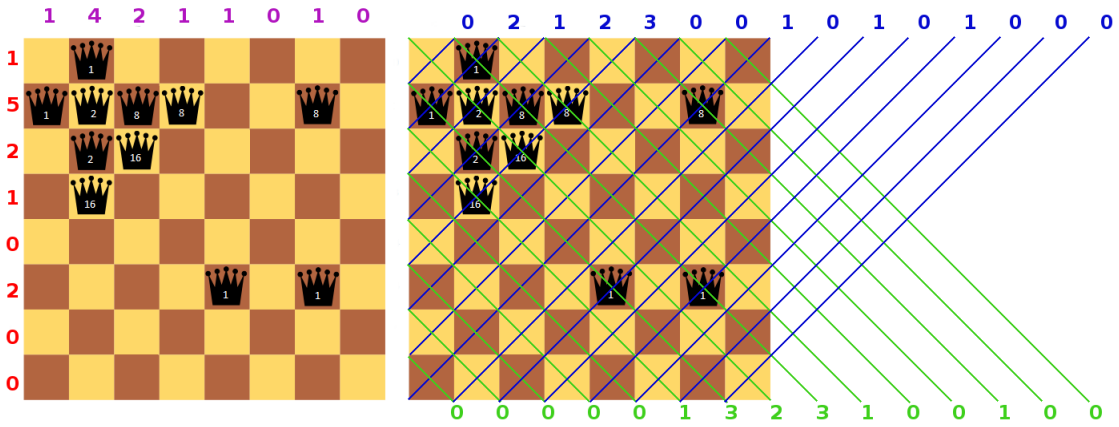
3 Wstępne obserwacje

4 Ogranicznie maksymalnej wartości hetmana

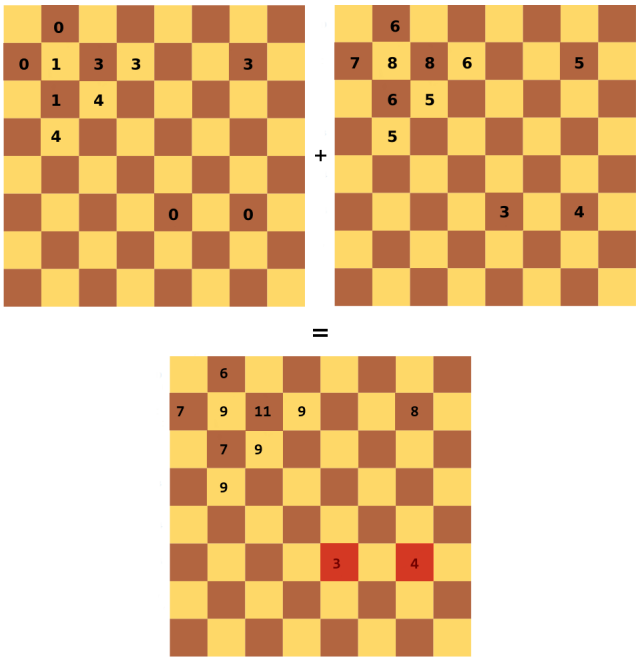
Na wartość końcową hetmana da się nałożyć pewne ograniczenie:

Końcowa wartość hetmana h nie może być wyższa od jego aktualnej wartości $V(h) * 2^n$ gdzie n - liczba hetmanów w pionie, poziomie i na skosach (osiach).

Jest to łatwo udowodnić - każde bicie skierowane przeciwko hetmanowi podnosi jego wartość dwukrotnie. Bić może być *w najlepszym wypadku* tyle ile hetmanów będących na tych samych osiach co dany hetman.



Rysunek 1: Zliczenie ilości hetmanów na poszczególnych osiach.



Rysunek 2: *Lewo:* Wartość hetmanów w mojej notacji *Prawo:* maksymalna ilość bić skierowana ku konkretnemu hetmanowi. *Dół:* Górne ograniczenie na wartość końcową hetmanów. Na czerwono hetmany, które nie mogą być końcowe dla K=1.

Jak zademonstrowano na powyższym przykładzie możemy **wykluczyć** pewne kombinacje(o wielkości K) hetmanów z bycia końcowymi. Warunkiem wykluczenia jest niemożliwość uzyskania przez tą kombinację wartości będącej sumą wartości wszystkich hetmanów na planszy. Jest to pewne uproszczenie problemu, część postaci rozwiązania.

Bezpośrednio nieużyteczne - liczba tych kombinacji wynosi $\binom{N}{K}$ gdzie N to liczba hetmanów na planszy a K to ilość hetmanów końcowych.

4.0.1 Heurystyka

Możemy się zatem spodziewać, że pewne hetmany zostaną zredukowane "wcześniej niż później", a więc mamy nałożoną jakąś **kolejność przeszukiwania** przestrzeni rozwiązań. **Skoro mniejszy potencjał hetmana wiąże się z niemożnością bycia końcowym hetmanem to może powinniśmy ruszać się wcześniej tymi z mniejszym potencjałem?**

5 Algorytm

Algorytm przeszukuje przestrzeń rozwiązań za pomocą wywołań rekurencyjnych modyfikując za każdym razem planszę. Kolejność przeszukiwania jest heurystyką, która zostanie później opisana.

```
bool recursiveCheck():
        if achievedTarget():
                return true
        else:
                sortQueens()
                for queen in board:
                        connections = queen.possibleConnections()
                        sortConnections()
                        for connection in connections:
                                move(connection)
                                if recursiveCheck():
                                        return true
        // Nie znaleziono rozwiazania
                undoMove()
                return false

bool achievedTarget():
        return currentQueens <= targetQueens
```

5.1 SortConnections

Zadaniem tego algorytmu jest porządkowanie połączeń wychodzących z danego hetmana. W końcowej wersji nie nałożyłem tutaj żadnego heurystycznego porządku - wszystkie testowane heurystyki okazały się nieużyteczne.

6 Generator scenariuszy

Dodatkowo wykonałem w języku Python generator który dla danej wielkości planszy, końcowej ilość hetmanów i docelowej ilości ruchów tworzy losowy scenariusz wraz z przykładowym rozwiązaniem.

Okazał się on bardzo przydatny w testowaniu algorytmu.