Floyd算法思想



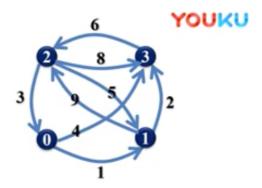
1)算法思想原理:

Floyd算法是一个经典的动态规划算法。用通俗的语言来描述的话,首先我们的目标是寻找从点i到点j的最短路径。从动态规划的角度看问题,我们需要为这个目标重新做一个诠释(这个诠释正是动态规划最富创造力的精华所在)

从任意节点i到任意节点j的最短路径不外乎2种可能, 1是直接从i到j, 2是从i经过若干个节点k到j。所以,我 们假设Dis(i,j)为节点u到节点v的最短路径的距离,对于 每一个节点k, 我们检查Dis(i,k) + Dis(k,j) < Dis(i,j) 是否成立, 如果成立,证明从i到k再到j的路径比i直接到 j的路径短,我们便设置Dis(i,j) = Dis(i,k) + Dis(k,j), 这样一来,当我们遍历完所有节点k,Dis(i,j)中记录的 便是i到j的最短路径的距离。

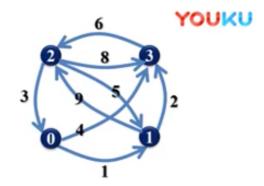
$$\mathbf{A}^{(0)} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \infty & \mathbf{4} \\ \infty & \mathbf{0} & \mathbf{9} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{0} & \mathbf{7} \\ \infty & \infty & \mathbf{6} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{path}^{(0)} = \begin{vmatrix} \mathbf{00} & \mathbf{01} & 02 & \mathbf{03} \\ 10 & \mathbf{11} & \mathbf{12} & \mathbf{13} \\ \mathbf{20} & \mathbf{201} & 22 & \mathbf{203} \\ 30 & 31 & \mathbf{32} & \mathbf{33} \end{vmatrix}$$



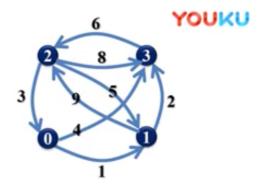
$$\mathbf{A}^{(1)} = \begin{array}{c|cccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{10} & \mathbf{3} \\ \hline \infty & \mathbf{0} & \mathbf{9} & \mathbf{2} \\ \hline \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{0} & \mathbf{6} \\ \infty & \infty & \mathbf{6} & \mathbf{0} \end{array}$$

$$\mathbf{path}^{(1)} = \begin{vmatrix} \mathbf{00} & \mathbf{01} & \mathbf{012} & \mathbf{013} \\ 10 & \mathbf{11} & \mathbf{12} & \mathbf{13} \\ \mathbf{20} & \mathbf{201} & \mathbf{22} & \mathbf{2013} \\ 30 & 31 & \mathbf{32} & \mathbf{33} \end{vmatrix}$$





$$\mathbf{path}^{(2)} = \begin{vmatrix} 00 & 01 & 012 & 013 \\ 120 & 11 & 12 & 13 \\ 20 & 201 & 22 & 2013 \\ 320 & 3201 & 32 & 33 \end{vmatrix}$$





$$\mathbf{A}^{(3)} = \begin{array}{ccccc} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{9} & \mathbf{3} \\ \mathbf{11} & \mathbf{0} & \mathbf{8} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{0} & \mathbf{6} \\ \hline \mathbf{9} & \mathbf{10} & \mathbf{6} & \mathbf{0} \end{array}$$

$$\mathbf{path}^{(3)} = \begin{vmatrix} 00 & 01 & 0132 & 013 \\ 1320 & 11 & 132 & 13 \\ 20 & 201 & 22 & 2013 \\ 320 & 3201 & 32 & 33 \end{vmatrix}$$

