

# Курсовая работа: "Распределение Лапласа при исследовании колебаний мировых фондовых индексов"

Автор: Степенко З. В.

## Подключение необходимых библиотек и модулей

```
In [22]: %pylab inline
```

Populating the interactive namespace from numpy and matplotlib

```
In [23]: import pandas as pd
```

```
In [24]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib.dates as mdates
```

```
In [25]: import datetime
import scipy.stats as stats
```

```
In [26]: from scipy.stats import laplace
from scipy.optimize import fsolve
```

```
In [27]: import statsmodels.api as sm
import statsmodels.formula.api as smf
import pylab
```

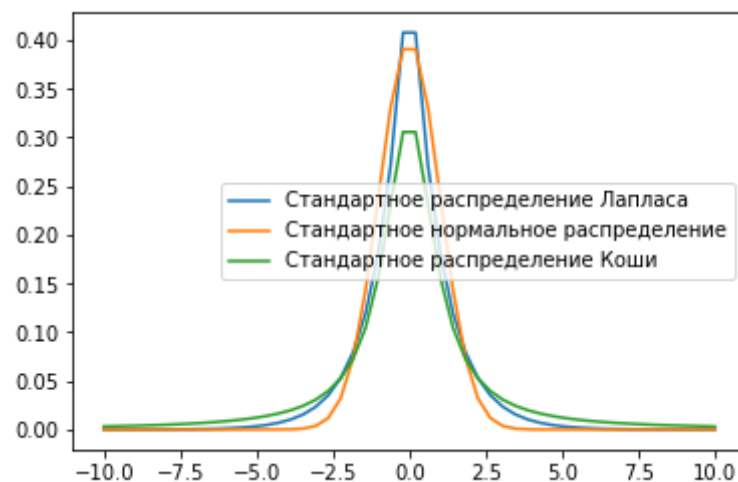
```
In [28]: import scipy  
import math
```

```
In [29]: import warnings  
warnings.filterwarnings("ignore")
```

### Сравнение плотности распределения Лапласа с плотностями других распределений

```
In [30]: x = np.linspace(-10,10)  
plt.plot(x,stats.laplace.pdf(x),label='Стандартное распределение Лаплас  
a')  
plt.plot(x,stats.norm.pdf(x),label='Стандартное нормальное распределени  
e')  
plt.plot(x,stats.cauchy.pdf(x),label='Стандартное распределение Коши')  
plt.legend(loc='right')
```

Out[30]: <matplotlib.legend.Legend at 0x2ef6b2c4f28>



### Пользовательские функции для обработки данных по колебаниям

## мировых фондовых индексов

Преобразование таблиц, содержащих информацию об исследуемых показателях, для дальнейшей работы

```
In [31]: def processing_data(CSV):
        CSV = CSV.drop('Volume', axis=1)
        CSV = CSV.drop('Adj Close', axis=1)
        CSV = CSV.drop('High', axis=1)
        CSV = CSV.drop('Low', axis=1)
        CSV = CSV.drop('Open', axis=1)
        CSV['CloseMove'] = CSV['Close'].shift(1)
        CSV['LagRatio'] = CSV['Close']/CSV['CloseMove']
        print('Объем выборки:', len(CSV['Close']))
        print('Максимальное значение выборки: ', max(CSV['Close']))
        print('Минимальное значение выборки: ', min(CSV['Close']))
        CSV = CSV[CSV['LagRatio'].notnull()]
        return CSV
```

Работа с датами для корректной визуализации значений показателей

```
In [32]: def date_plot_label_format(CSV):
        date_INDEX = pd.to_datetime(pd.Series(CSV['Date']).values).to_pydate
        time()
        datemin = np.datetime64(date_INDEX[0], 'Y')
        datemax = np.datetime64(date_INDEX[-1], 'Y') + np.timedelta64(1,
        'Y')
        return datemin, datemax, date_INDEX
```

```
In [33]: years = mdates.YearLocator()
        months = mdates.MonthLocator()
        yearsFmt = mdates.DateFormatter('%Y')
```

Построение графика "цен закрытия" по данным о конкретном индексе

```
In [34]: def series_standart_plot(CSV):
    d = date_plot_label_format(CSV)
    datemin = d[0]
    datemax = d[1]
    date_INDEX = d[2]
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(10,6))
    ax.plot(date_INDEX, CSV['Close'], color=CSV['Plot Color'][1])
    ax.xaxis.set_major_locator(years)
    ax.xaxis.set_major_formatter(yearsFmt)
    ax.xaxis.set_minor_locator(months)
    ax.set_xlim(datemin, datemax)
    ax.format_xdata = mdates.DateFormatter('%Y-%m-%d')
    label = 'Динамика индекса ' + CSV['Index Name'][1] + ' в 2014-2019 гг.'
    ax.set_title(label, fontsize=14)
    ax.set_xlabel('Период', fontsize=12)
    ax.set_ylabel('Значение индекса', fontsize=12)
    ax.grid(True)
    fig.autofmt_xdate()
```

**Построение графика лагов (отношений) "цен закрытия" по данным о конкретном индексе**

```
In [35]: def lag_ratio_plot(CSV):
    plt.grid(True)
    csv_lag1 = CSV['LagRatio']
    plt.plot(csv_lag1, color = CSV['Plot Color'][1])
    label = 'Динамика суточных колебаний индекса ' + CSV['Index Name'][1] + ' в 2014-2019 гг.'
    plt.title(label, fontsize=14)
    plt.xlabel('Номер измеренного значения', fontsize=12)
    plt.ylabel('Размер колебания', fontsize=12)
    plt.grid(True)
```

**Анализ закона распределений вероятностей колебаний мировых фондовых индексов**

```

In [36]: def goodness_of_fit_testing(CSV):
obsData = CSV['LagRatio'][2::]
distrib = ['beta',
           'cauchy',
           'chi',
           'chi2',
           'gamma',
           'gengamma',
           'genlogistic',
           'lognorm',
           'norm',
           'laplace',
           'johnsonsb',
           'loglaplace',
           'logistic',
           't',
           'weibull_min',
           'weibull_max']

chi = []
pV = []

PV_MM = scipy.stats.kstest(obsData, 'laplace', args = (CSV['am'][1], CSV['bm'][1]))[1]
PV_MM = np.around(PV_MM, 5)

perc_bin = np.linspace(0,100,50)
perc_cut = np.percentile(obsData, perc_bin)
observeF, bins = (np.histogram(obsData, bins=perc_cut))
sum_observeF = np.cumsum(observeF)

for d in distrib:
    dist = getattr(scipy.stats, d)
    est = dist.fit(obsData)
    p_v = scipy.stats.kstest(obsData, d, args=est)[1]
    p_v = np.around(p_v, 5)
    pV.append(p_v)

    fit_CDF = dist.cdf(perc_cut, *est[:-2], loc=est[-2], scale=est[

```

```

-1])
    expectF = []

    for bin in range(len(perc_bin)-1):
        exp_CDF = fit_CDF[bin+1] - fit_CDF[bin]
        expectF.append(exp_CDF)

    expectF = np.array(expectF) * len(obsData)
    sum_expectF = np.cumsum(expectF)
    check = sum(((sum_expectF- sum_observeF) ** 2) / sum_observeF)
    chi.append(check)

    BestFit = pd.DataFrame()
    BestFit['Распределение'] = distrib
    BestFit['Хи-квадрат'] = chi
    BestFit['P-значение(MLE)'] = pV
    BestFit.sort_values(['Хи-квадрат'], inplace=True)

    outCSV = str(CSV['Index Name'][1]) + '.csv'
    BestFit.to_csv(outCSV)

    print ('\nНаиболее подходящие распределения для колебаний индекса',
    CSV['Index Name'][1],':')
    print ('_____')
    print (BestFit)
    print ('_____')
    print('P-значение для распределения Лапласа (MM):', PV_MM)

```

**Поиск подходящих параметров распределения Лапласа для исходных данных методом максимального правдоподобия**

```

In [37]: def MLE_laplace_estimators(CSV):
    data = CSV['LagRatio'][1::]
    estimators = laplace.fit(data)
    CSV['a'] = estimators[0]
    CSV['b'] = estimators[1]
    return CSV

```

### Поиск подходящих параметров распределения Лапласа для исходных данных методом моментов

```
In [38]: def MM_laplace_estimators(CSV):
    data = CSV['LagRatio'][1::]
    n = len(CSV['LagRatio'][1::])
    CSV['am'] = np.mean(data)
    sum = 0
    for i in range(1,n):
        sum = sum + (CSV['LagRatio'][i]-CSV['am'][1])**2
    CSV['bm'] = math.sqrt(sum/(2*n))
    return CSV
```

### Построение гистограммы частот распределения колебаний значений индекса и наложение функции плотности распределения Лапласа с оценочными параметрами а и b

```
In [39]: def fluctuating_index_distribution(CSV):
    max_index_LagRatio = np.nanmax(CSV['LagRatio'])
    min_index_LagRatio = np.nanmin(CSV['LagRatio'])
    plt.hist(CSV['LagRatio'],bins=50,density=True,color=CSV['Plot Color'][1], label='Частоты изменений значений')
    x = np.linspace(round(min_index_LagRatio,2),round(max_index_LagRatio,2))
    y = stats.laplace.pdf(x,loc=CSV['a'][1],scale=CSV['b'][1])
    y1 = stats.laplace.pdf(x,loc=CSV['am'][1],scale=CSV['bm'][1])
    plot_title = 'Распред. колебаний индекса ' + CSV['Index Name'][1] + ' в 2014-2019 гг.'
    plt.title(plot_title,fontsize=14)
    plt.xlabel('Размер колебания',fontsize=12)
    plt.ylabel('Частота колебания',fontsize=12)
    plt.grid(True)
    plt.plot(x,y,color='red', label='Распределение Лапласа с подходящим и по MLE параметрами')
    plt.plot(x,y1,color='lime', label='Распределение Лапласа с подходящими по ММ параметрами')
    plt.legend(loc='center')
```

```
print('Оценка по методу максимального правдоподобия: a = ',round(CSV['a'][1],6), 'b = ', round(CSV['b'][1],6))
print('Оценка по методу моментов: a = ',round(CSV['am'][1],6), 'b = ', round(CSV['bm'][1],6))
```

**Построение графика, сравнивающего значения эмпирических и теоретических квантилей распределения Лапласа с вычисленными по методу максимального правдоподобия параметрами**

```
In [40]: def QQ_plot(CSV):
        data_sample = list(CSV['LagRatio'][1::])
        lapl = getattr(scipy.stats, 'laplace')
        estim = lapl.fit(data_sample)
        data_sample.sort()
        ideal_sample = lapl.rvs(*estim[0:-2],loc=estim[-2], scale=estim[-1],size = len(data_sample))
        ideal_sample.sort()
        plt.plot(ideal_sample,data_sample,'o', color=CSV['Plot Color'][1])
        plt.xlabel('Теоретические квантили')
        plt.ylabel('Эмпирические квантили')
        title = 'КК-график колебаний индекса ' + CSV['Index Name'][1]
        plt.title(title)
```

## Исследование колебаний мировых фондовых индексов (на реальных данных)

### 1. Промышленный индекс Доу-Джонса (DJIA)

```
In [43]: DJIA_raw_example = pd.read_csv('DJIA_raw.csv')
```

```
In [44]: DJIA_raw_example
```

Out[44]:

Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume
------	------	------	-----	-------	-----------	--------



	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume
0	2019-04-22	26510.769531	26553.050781	26458.609375	26511.050781	26511.050781	232570000
1	2019-04-23	26513.830078	26695.960938	26503.560547	26656.390625	26656.390625	311690000
2	2019-04-24	26652.560547	26680.580078	26582.859375	26597.050781	26597.050781	283370000
3	2019-04-25	26426.369141	26536.480469	26310.279297	26462.080078	26462.080078	296730000
4	2019-04-26	26454.619141	26543.560547	26392.550781	26543.330078	26543.330078	317290000
5	2019-04-29	26559.869141	26602.539063	26520.750000	26554.390625	26554.390625	279450000
6	2019-04-30	26594.560547	26614.039063	26419.470703	26592.910156	26592.910156	340320000
7	2019-05-01	26639.060547	26689.390625	26426.380859	26430.140625	26430.140625	303850000
8	2019-05-02	26407.150391	26454.689453	26180.359375	26307.789063	26307.789063	287610000
9	2019-05-03	26379.140625	26534.960938	26370.089844	26504.949219	26504.949219	248900000
10	2019-05-06	26160.619141	26476.269531	26033.949219	26438.480469	26438.480469	283020000
11	2019-05-07	26276.900391	26276.900391	25789.710938	25965.089844	25965.089844	334960000
12	2019-05-08	25933.789063	26118.099609	25889.410156	25967.330078	25967.330078	276420000
13	2019-05-09	25878.849609	25884.890625	25517.390625	25828.359375	25828.359375	334760000
14	2019-05-10	25763.720703	26019.320313	25469.859375	25942.369141	25942.369141	294580000
15	2019-05-13	25568.060547	25568.060547	25222.509766	25324.990234	25324.990234	361240000

	Date	Open	High	Low	Close	Adj Close	Volume
16	2019-05-14	25384.029297	25688.960938	25384.029297	25532.050781	25532.050781	291570000
17	2019-05-15	25400.130859	25724.890625	25341.939453	25648.019531	25648.019531	270720000
18	2019-05-16	25692.140625	25957.630859	25692.140625	25862.679688	25862.679688	320960000
19	2019-05-17	25719.949219	25948.740234	25657.779297	25764.000000	25764.000000	283760000
20	2019-05-20	25655.300781	25701.210938	25560.599609	25685.089844	25685.089844	57347754

In [41]: `DJIA = processing_data(pd.read_csv('Stepenko_DJIA.csv'))`

Объем выборки: 1340

Максимальное значение выборки: 26828.390625

Минимальное значение выборки: 15372.799805

In [42]: `DJIA`

Out[42]:

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1	2014-01-02	16441.349609	16576.660156	0.991837
2	2014-01-03	16469.990234	16441.349609	1.001742
3	2014-01-06	16425.099609	16469.990234	0.997274
4	2014-01-07	16530.939453	16425.099609	1.006444
5	2014-01-08	16462.740234	16530.939453	0.995874
6	2014-01-09	16444.759766	16462.740234	0.998908
7	2014-01-10	16437.050781	16444.759766	0.999531
8	2014-01-13	16257.940430	16437.050781	0.989103
9	2014-01-14	16373.860352	16257.940430	1.007130

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
10	2014-01-15	16481.939453	16373.860352	1.006601
11	2014-01-16	16417.009766	16481.939453	0.996061
12	2014-01-17	16458.560547	16417.009766	1.002531
13	2014-01-21	16414.439453	16458.560547	0.997319
14	2014-01-22	16373.339844	16414.439453	0.997496
15	2014-01-23	16197.349609	16373.339844	0.989251
16	2014-01-24	15879.110352	16197.349609	0.980352
17	2014-01-27	15837.879883	15879.110352	0.997403
18	2014-01-28	15928.559570	15837.879883	1.005725
19	2014-01-29	15738.790039	15928.559570	0.988086
20	2014-01-30	15848.610352	15738.790039	1.006978
21	2014-01-31	15698.849609	15848.610352	0.990551
22	2014-02-03	15372.799805	15698.849609	0.979231
23	2014-02-04	15445.240234	15372.799805	1.004712
24	2014-02-05	15440.230469	15445.240234	0.999676
25	2014-02-06	15628.530273	15440.230469	1.012195
26	2014-02-07	15794.080078	15628.530273	1.010593
27	2014-02-10	15801.790039	15794.080078	1.000488
28	2014-02-11	15994.769531	15801.790039	1.012213
29	2014-02-12	15963.940430	15994.769531	0.998073
30	2014-02-13	16027.589844	15963.940430	1.003987
...	...	...	...	...
1310	2019-03-18	25914.099609	25848.869141	1.002524
1311	2019-03-19	25887.380859	25914.099609	0.998969
1312	2019-03-20	25745.669922	25887.380859	0.994526

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1313	2019-03-21	25962.509766	25745.669922	1.008422
1314	2019-03-22	25502.320313	25962.509766	0.982275
1315	2019-03-25	25516.830078	25502.320313	1.000569
1316	2019-03-26	25657.730469	25516.830078	1.005522
1317	2019-03-27	25625.589844	25657.730469	0.998747
1318	2019-03-28	25717.460938	25625.589844	1.003585
1319	2019-03-29	25928.679688	25717.460938	1.008213
1320	2019-04-01	26258.419922	25928.679688	1.012717
1321	2019-04-02	26179.130859	26258.419922	0.996980
1322	2019-04-03	26218.130859	26179.130859	1.001490
1323	2019-04-04	26384.630859	26218.130859	1.006351
1324	2019-04-05	26424.990234	26384.630859	1.001530
1325	2019-04-08	26341.019531	26424.990234	0.996822
1326	2019-04-09	26150.580078	26341.019531	0.992770
1327	2019-04-10	26157.160156	26150.580078	1.000252
1328	2019-04-11	26143.050781	26157.160156	0.999461
1329	2019-04-12	26412.300781	26143.050781	1.010299
1330	2019-04-15	26384.769531	26412.300781	0.998958
1331	2019-04-16	26452.660156	26384.769531	1.002573
1332	2019-04-17	26449.539063	26452.660156	0.999882
1333	2019-04-18	26559.539063	26449.539063	1.004159
1334	2019-04-22	26511.050781	26559.539063	0.998174
1335	2019-04-23	26656.390625	26511.050781	1.005482
1336	2019-04-24	26597.050781	26656.390625	0.997774
1337	2019-04-25	26462.080078	26597.050781	0.994925

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1338	2019-04-26	26543.330078	26462.080078	1.003070
1339	2019-04-29	26554.390625	26543.330078	1.000417

1339 rows × 4 columns

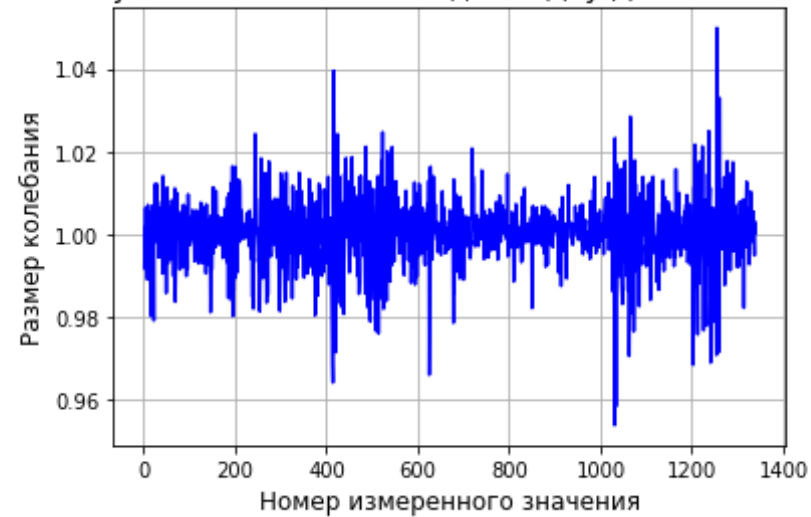
```
In [290]: DJIA['Index Name'] = 'Доу-Джонса'
          DJIA['Plot Color'] = 'blue'
```

```
In [293]: series_standart_plot(DJIA)
```



```
In [294]: lag_ratio_plot(DJIA)
```

Динамика суточных колебаний индекса Доу-Джонса в 2014-2019 гг.



```
In [295]: DJIA = MLE_laplace_estimators(DJIA)
```

```
In [296]: DJIA = MM_laplace_estimators(DJIA)
```

```
In [370]: goodness_of_fit_testing(DJIA)
```

Наиболее подходящие распределения вероятностей колебаний индекса Доу-Джонса :

	Распределение	Хи-квадрат	P-значение(MLE)
9	laplace	26.164819	0.19908
11	loglaplace	26.790230	0.20506
13	t	47.454123	0.31015
1	cauchy	118.594194	0.00167
6	genlogistic	145.284867	0.00026
12	logistic	167.469026	0.00021
10	johnsonsb	521.378092	0.00000
5	gengamma	522.673129	0.00000
0	beta	536.583074	0.00000
8	norm	585.177614	0.00000
7	lognorm	588.482385	0.00000

2	chi	691.918354	0.00000
14	weibull_min	810.090081	0.00000
3	chi2	914.287839	0.00000
15	weibull_max	1259.120026	0.00000
4	gamma	20794.342695	0.00000

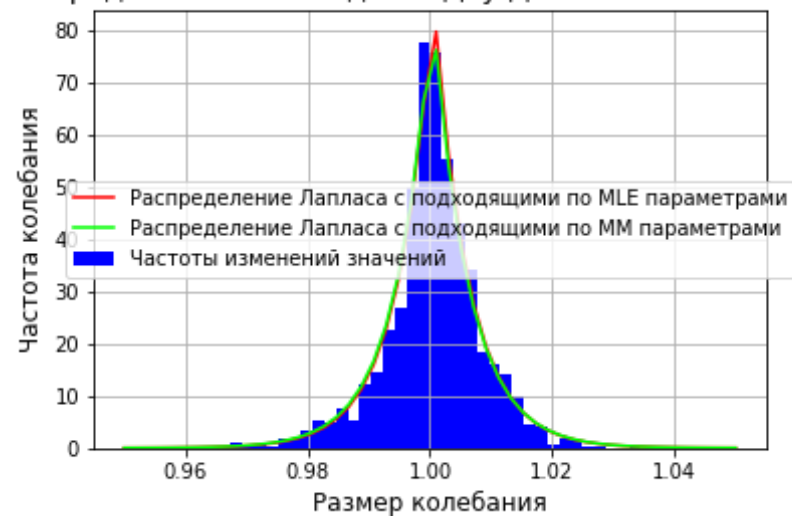
P-значение для распределения Лапласа (MM): 0.02894

In [298]: `fluctuating_index_distribution(DJIA)`

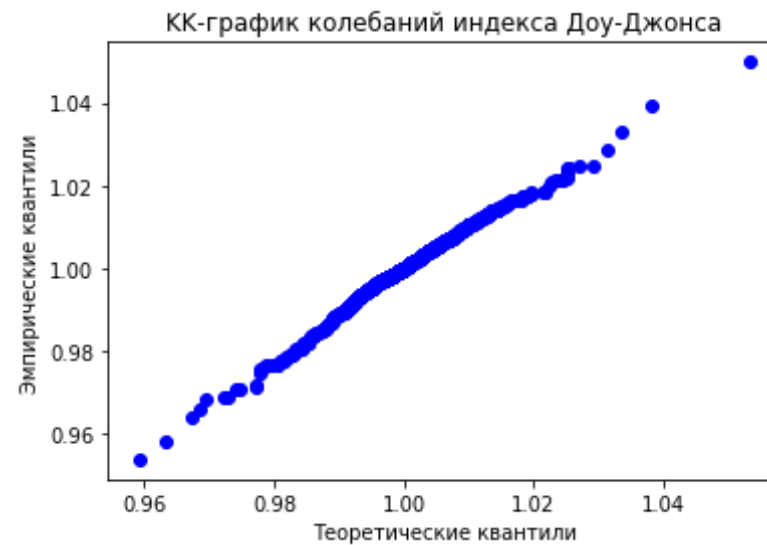
Оценка по методу максимального правдоподобия:  $a = 1.000556$   $b = 0.005776$

Оценка по методу моментов:  $a = 1.000393$   $b = 0.005891$

Распред. колебаний индекса Доу-Джонса в 2014-2019 гг.



In [301]: `QQ_plot(DJIA)`



## 2. Индекс NASDAQ Composite

In [46]: `NASDAQ = processing_data(pd.read_csv('Stepenko_NASDAQ.csv'))`

Объем выборки: 1340

Максимальное значение выборки: 8161.850098000001

Минимальное значение выборки: 3996.959961

In [47]: `NASDAQ`

Out[47]:

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1	2014-01-02	4143.069824	4176.589844	0.991974
2	2014-01-03	4131.910156	4143.069824	0.997306
3	2014-01-06	4113.680176	4131.910156	0.995588
4	2014-01-07	4153.180176	4113.680176	1.009602
5	2014-01-08	4165.609863	4153.180176	1.002993



	Date	Close	CloseMove	LagRatio
6	2014-01-09	4156.189941	4165.609863	0.997739
7	2014-01-10	4174.669922	4156.189941	1.004446
8	2014-01-13	4113.299805	4174.669922	0.985299
9	2014-01-14	4183.020020	4113.299805	1.016950
10	2014-01-15	4214.879883	4183.020020	1.007616
11	2014-01-16	4218.689941	4214.879883	1.000904
12	2014-01-17	4197.580078	4218.689941	0.994996
13	2014-01-21	4225.759766	4197.580078	1.006713
14	2014-01-22	4243.000000	4225.759766	1.004080
15	2014-01-23	4218.879883	4243.000000	0.994315
16	2014-01-24	4128.169922	4218.879883	0.978499
17	2014-01-27	4083.610107	4128.169922	0.989206
18	2014-01-28	4097.959961	4083.610107	1.003514
19	2014-01-29	4051.429932	4097.959961	0.988646
20	2014-01-30	4123.129883	4051.429932	1.017697
21	2014-01-31	4103.879883	4123.129883	0.995331
22	2014-02-03	3996.959961	4103.879883	0.973947
23	2014-02-04	4031.520020	3996.959961	1.008647
24	2014-02-05	4011.550049	4031.520020	0.995047
25	2014-02-06	4057.120117	4011.550049	1.011360
26	2014-02-07	4125.859863	4057.120117	1.016943
27	2014-02-10	4148.169922	4125.859863	1.005407
28	2014-02-11	4191.049805	4148.169922	1.010337
29	2014-02-12	4201.290039	4191.049805	1.002443
30	2014-02-13	4240.669922	4201.290039	1.009373

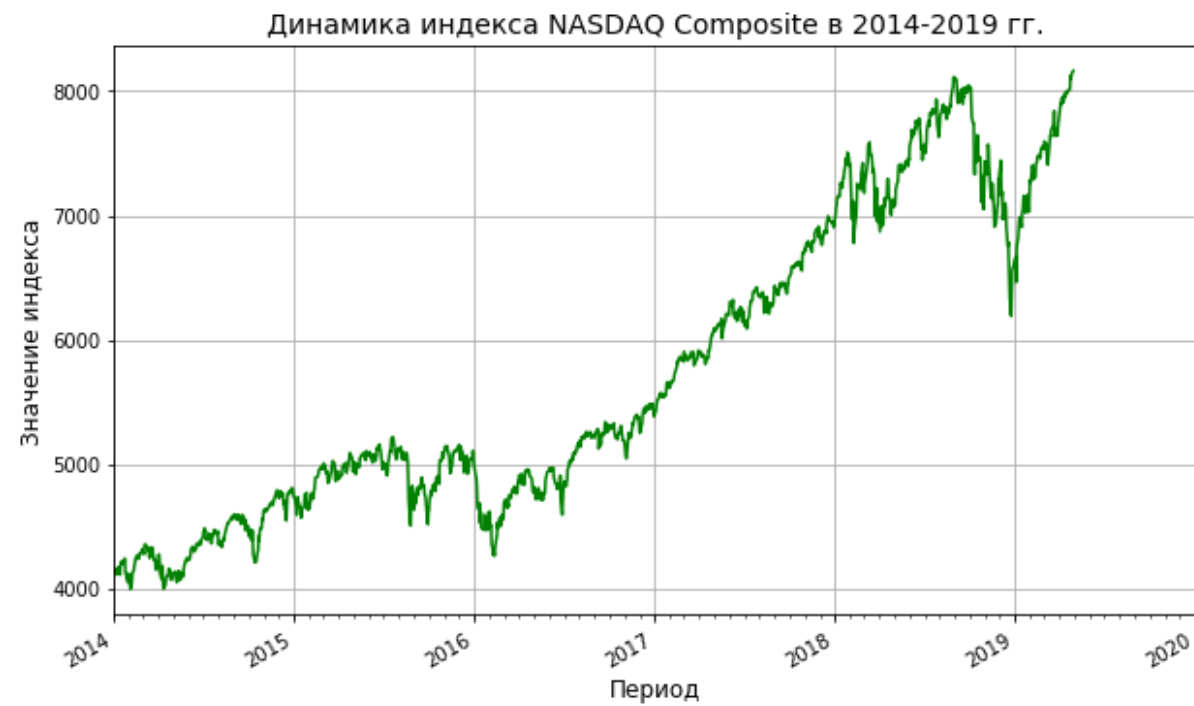
	Date	Close	CloseMove	LagRatio
...	...	...	...	...
1310	2019-03-18	7714.479980	7688.529785	1.003375
1311	2019-03-19	7723.950195	7714.479980	1.001228
1312	2019-03-20	7728.970215	7723.950195	1.000650
1313	2019-03-21	7838.959961	7728.970215	1.014231
1314	2019-03-22	7642.669922	7838.959961	0.974960
1315	2019-03-25	7637.540039	7642.669922	0.999329
1316	2019-03-26	7691.520020	7637.540039	1.007068
1317	2019-03-27	7643.379883	7691.520020	0.993741
1318	2019-03-28	7669.169922	7643.379883	1.003374
1319	2019-03-29	7729.319824	7669.169922	1.007843
1320	2019-04-01	7828.910156	7729.319824	1.012885
1321	2019-04-02	7848.689941	7828.910156	1.002527
1322	2019-04-03	7895.549805	7848.689941	1.005970
1323	2019-04-04	7891.779785	7895.549805	0.999523
1324	2019-04-05	7938.689941	7891.779785	1.005944
1325	2019-04-08	7953.879883	7938.689941	1.001913
1326	2019-04-09	7909.279785	7953.879883	0.994393
1327	2019-04-10	7964.240234	7909.279785	1.006949
1328	2019-04-11	7947.359863	7964.240234	0.997880
1329	2019-04-12	7984.160156	7947.359863	1.004631
1330	2019-04-15	7976.009766	7984.160156	0.998979
1331	2019-04-16	8000.229980	7976.009766	1.003037
1332	2019-04-17	7996.080078	8000.229980	0.999481
1333	2019-04-18	7998.060059	7996.080078	1.000248

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1334	2019-04-22	8015.270020	7998.060059	1.002152
1335	2019-04-23	8120.819824	8015.270020	1.013169
1336	2019-04-24	8102.009766	8120.819824	0.997684
1337	2019-04-25	8118.680176	8102.009766	1.002058
1338	2019-04-26	8146.399902	8118.680176	1.003414
1339	2019-04-29	8161.850098	8146.399902	1.001897

1339 rows × 4 columns

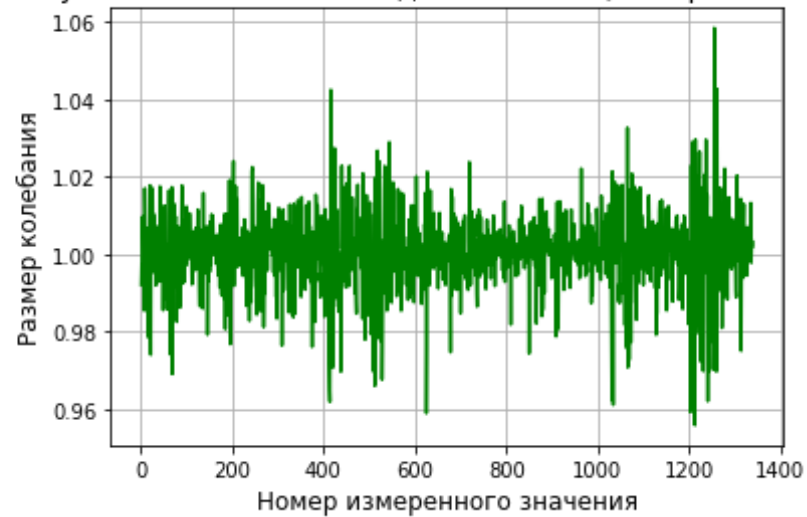
```
In [303]: NASDAQ['Index Name'] = 'NASDAQ Composite'
          NASDAQ['Plot Color'] = 'green'
```

```
In [304]: series_standart_plot(NASDAQ)
```



In [305]: `lag_ratio_plot(NASDAQ)`

Динамика суточных колебаний индекса NASDAQ Composite в 2014-2019 гг.



```
In [306]: NASDAQ = MLE_laplace_estimators(NASDAQ)
```

```
In [307]: NASDAQ = MM_laplace_estimators(NASDAQ)
```

```
In [372]: goodness_of_fit_testing(NASDAQ)
```

Наиболее подходящие распределения для колебаний индекса NASDAQ Composite :

	Распределение	Хи-квадрат	P-значение(MLE)
9	laplace	20.858192	0.86028
11	loglaplace	22.501387	0.82426
13	t	55.731444	0.59211
6	genlogistic	88.109109	0.01209
12	logistic	126.562825	0.00499
1	cauchy	257.622862	0.00061
10	johnsonsb	429.790527	0.00000
8	norm	489.704751	0.00000
7	lognorm	502.186975	0.00000
4	gamma	624.451564	0.00000
14	weibull_min	747.406729	0.00000

15	weibull_max	1079.621845	0.00000
0	beta	18140.042437	0.00000
2	chi	19059.807603	0.00000
5	gengamma	19448.142645	0.00000
3	chi2	34323.318654	0.00000

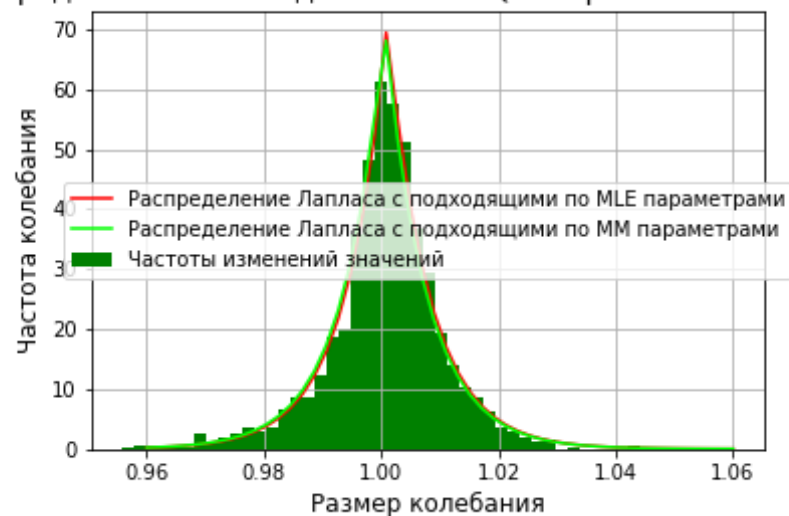
P-значение для распределения Лапласа (MM): 0.06559

In [309]: `fluctuating_index_distribution(NASDAQ)`

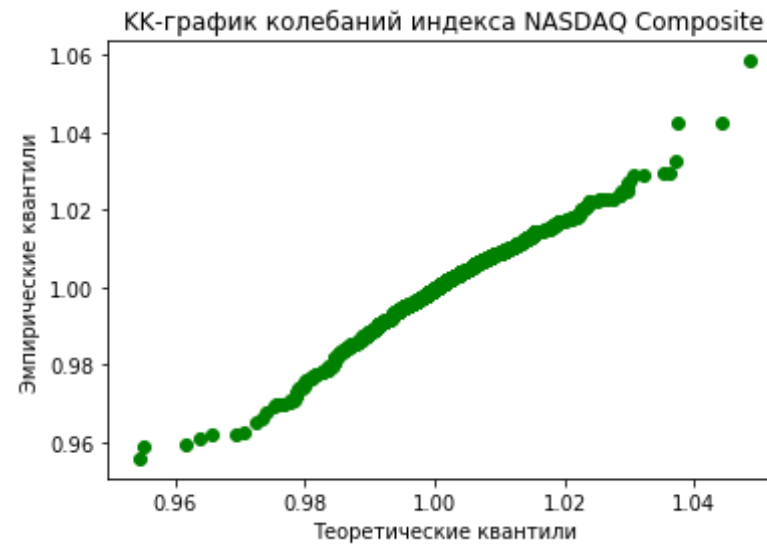
Оценка по методу максимального правдоподобия:  $a = 1.000974$   $b = 0.007042$

Оценка по методу моментов:  $a = 1.000557$   $b = 0.00708$

Распред. колебаний индекса NASDAQ Composite в 2014-2019 гг.



In [310]: `QQ_plot(NASDAQ)`



### 3. Индекс Standard & Poor's 500 (S&P 500)

In [48]: `SP500 = processing_data(pd.read_csv('Stepenko_S&P_500.csv'))`

Объем выборки: 1340

Максимальное значение выборки: 2943.030029

Минимальное значение выборки: 1741.890015

In [49]: `SP500`

Out[49]:

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1	2014-01-02	1831.979980	1848.359985	0.991138
2	2014-01-03	1831.369995	1831.979980	0.999667
3	2014-01-06	1826.770020	1831.369995	0.997488
4	2014-01-07	1837.880005	1826.770020	1.006082
5	2014-01-08	1837.489990	1837.880005	0.999788

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
6	2014-01-09	1838.130005	1837.489990	1.000348
7	2014-01-10	1842.369995	1838.130005	1.002307
8	2014-01-13	1819.199951	1842.369995	0.987424
9	2014-01-14	1838.880005	1819.199951	1.010818
10	2014-01-15	1848.380005	1838.880005	1.005166
11	2014-01-16	1845.890015	1848.380005	0.998653
12	2014-01-17	1838.699951	1845.890015	0.996105
13	2014-01-21	1843.800049	1838.699951	1.002774
14	2014-01-22	1844.859985	1843.800049	1.000575
15	2014-01-23	1828.459961	1844.859985	0.991110
16	2014-01-24	1790.290039	1828.459961	0.979125
17	2014-01-27	1781.560059	1790.290039	0.995124
18	2014-01-28	1792.500000	1781.560059	1.006141
19	2014-01-29	1774.199951	1792.500000	0.989791
20	2014-01-30	1794.189941	1774.199951	1.011267
21	2014-01-31	1782.589966	1794.189941	0.993535
22	2014-02-03	1741.890015	1782.589966	0.977168
23	2014-02-04	1755.199951	1741.890015	1.007641
24	2014-02-05	1751.640015	1755.199951	0.997972
25	2014-02-06	1773.430054	1751.640015	1.012440
26	2014-02-07	1797.020020	1773.430054	1.013302
27	2014-02-10	1799.839966	1797.020020	1.001569
28	2014-02-11	1819.750000	1799.839966	1.011062
29	2014-02-12	1819.260010	1819.750000	0.999731
30	2014-02-13	1829.829956	1819.260010	1.005810



	Date	Close	CloseMove	LagRatio
...	...	...	...	...
<b>1310</b>	2019-03-18	2832.939941	2822.479980	1.003706
<b>1311</b>	2019-03-19	2832.570068	2832.939941	0.999869
<b>1312</b>	2019-03-20	2824.229980	2832.570068	0.997056
<b>1313</b>	2019-03-21	2854.879883	2824.229980	1.010852
<b>1314</b>	2019-03-22	2800.709961	2854.879883	0.981025
<b>1315</b>	2019-03-25	2798.360107	2800.709961	0.999161
<b>1316</b>	2019-03-26	2818.459961	2798.360107	1.007183
<b>1317</b>	2019-03-27	2805.370117	2818.459961	0.995356
<b>1318</b>	2019-03-28	2815.439941	2805.370117	1.003589
<b>1319</b>	2019-03-29	2834.399902	2815.439941	1.006734
<b>1320</b>	2019-04-01	2867.189941	2834.399902	1.011569
<b>1321</b>	2019-04-02	2867.239990	2867.189941	1.000017
<b>1322</b>	2019-04-03	2873.399902	2867.239990	1.002148
<b>1323</b>	2019-04-04	2879.389893	2873.399902	1.002085
<b>1324</b>	2019-04-05	2892.739990	2879.389893	1.004636
<b>1325</b>	2019-04-08	2895.770020	2892.739990	1.001047
<b>1326</b>	2019-04-09	2878.199951	2895.770020	0.993933
<b>1327</b>	2019-04-10	2888.209961	2878.199951	1.003478
<b>1328</b>	2019-04-11	2888.320068	2888.209961	1.000038
<b>1329</b>	2019-04-12	2907.409912	2888.320068	1.006609
<b>1330</b>	2019-04-15	2905.580078	2907.409912	0.999371
<b>1331</b>	2019-04-16	2907.060059	2905.580078	1.000509
<b>1332</b>	2019-04-17	2900.449951	2907.060059	0.997726
<b>1333</b>	2019-04-18	2905.030029	2900.449951	1.001579

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1334	2019-04-22	2907.969971	2905.030029	1.001012
1335	2019-04-23	2933.679932	2907.969971	1.008841
1336	2019-04-24	2927.250000	2933.679932	0.997808
1337	2019-04-25	2926.169922	2927.250000	0.999631
1338	2019-04-26	2939.879883	2926.169922	1.004685
1339	2019-04-29	2943.030029	2939.879883	1.001072

1339 rows × 4 columns

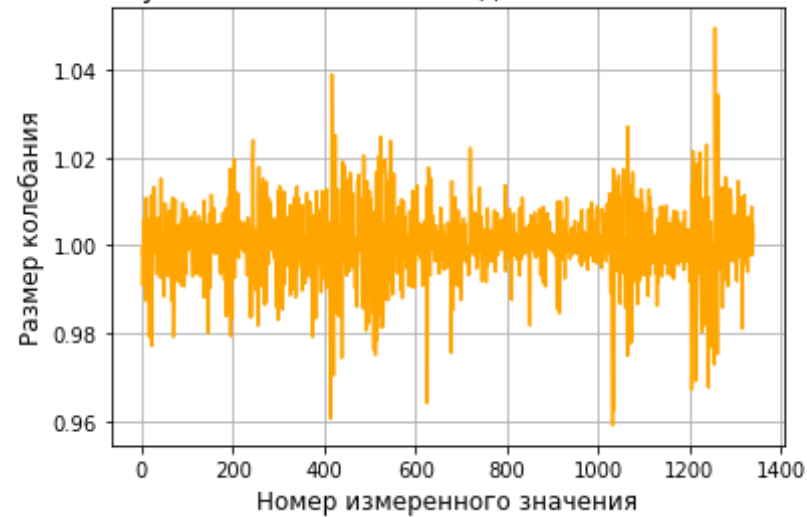
```
In [313]: SP500['Index Name'] = "S&P 500"
          SP500['Plot Color'] = 'orange'
```

```
In [314]: series_standart_plot(SP500)
```



```
In [315]: lag_ratio_plot(SP500)
```

Динамика суточных колебаний индекса S&P 500 в 2014-2019 гг.



```
In [316]: SP500 = MLE_laplace_estimators(SP500)
```

```
In [317]: SP500 = MM_laplace_estimators(SP500)
```

```
In [373]: goodness_of_fit_testing(SP500)
```

Наиболее подходящие распределения для колебаний индекса S&P 500 :

	Распределение	Chi-квдрат	P-значение(MLE)
9	laplace	44.808075	0.11270
11	loglaplace	45.282366	0.11611
13	t	62.225734	0.07102
1	cauchy	113.660815	0.00512
6	genlogistic	186.337827	0.00015
12	logistic	206.394834	0.00012
10	johnsonsb	605.330188	0.00000
5	gengamma	612.823407	0.00000
0	beta	617.990955	0.00000
8	norm	670.024630	0.00000
7	lognorm	720.779428	0.00000
4	gamma	858.381089	0.00000

14	weibull_min	1093.139235	0.00000
15	weibull_max	15331.254828	0.00000
3	chi2	21667.238655	0.00000
2	chi	70085.342913	0.00000

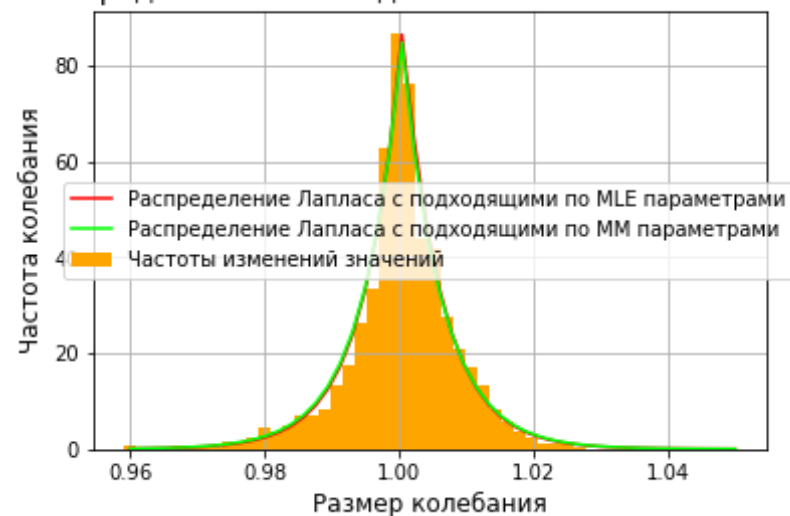
P-значение для распределения Лапласа (MM): 0.01518

In [319]: `fluctuating_index_distribution(SP500)`

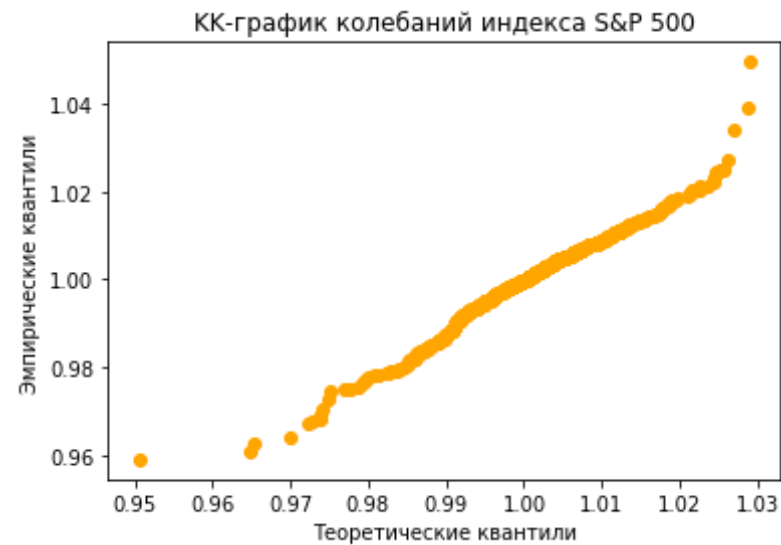
Оценка по методу максимального правдоподобия:  $a = 1.000492$   $b = 0.005693$

Оценка по методу моментов:  $a = 1.000389$   $b = 0.005869$

Распред. колебаний индекса S&P 500 в 2014-2019 гг.



In [320]: `QQ_plot(SP500)`



#### 4. Индекс Deutscher Aktienindex (DAX, GER30)

In [50]: `DAX = processing_data(pd.read_csv('Stepenko_DAX.csv'))`

Объем выборки: 1135

Максимальное значение выборки: 33.799999

Минимальное значение выборки: 21.462999

In [51]: `DAX`

Out[51]:

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1	2014-10-24	25.190001	25.250000	0.997624
2	2014-10-27	25.028000	25.190001	0.993569
3	2014-10-28	25.510000	25.028000	1.019258
4	2014-10-29	25.670000	25.510000	1.006272
5	2014-10-30	25.389999	25.670000	0.989092

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
6	2014-10-31	25.750000	25.389999	1.014179
7	2014-11-03	26.049999	25.750000	1.011650
8	2014-11-04	25.500000	26.049999	0.978887
9	2014-11-05	25.639999	25.500000	1.005490
10	2014-11-06	25.559999	25.639999	0.996880
11	2014-11-07	25.459999	25.559999	0.996088
12	2014-11-10	25.459999	25.459999	1.000000
13	2014-11-11	25.760000	25.459999	1.011783
14	2014-11-12	25.250000	25.760000	0.980202
15	2014-11-13	25.250000	25.250000	1.000000
16	2014-11-14	25.250000	25.250000	1.000000
17	2014-11-17	25.250000	25.250000	1.000000
18	2014-11-18	26.190001	25.250000	1.037228
19	2014-11-19	26.200001	26.190001	1.000382
20	2014-11-20	26.200001	26.200001	1.000000
21	2014-11-21	26.490000	26.200001	1.011069
22	2014-11-24	26.850000	26.490000	1.013590
23	2014-11-25	27.100000	26.850000	1.009311
24	2014-11-26	27.292000	27.100000	1.007085
25	2014-11-28	27.330000	27.292000	1.001392
26	2014-12-01	27.370001	27.330000	1.001464
27	2014-12-02	27.149000	27.370001	0.991925
28	2014-12-03	27.080000	27.149000	0.997458
29	2014-12-04	26.950001	27.080000	0.995199
30	2014-12-05	27.260000	26.950001	1.011503

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
...	...	...	...	...
<b>1105</b>	2019-03-18	25.930000	25.907000	1.000888
<b>1106</b>	2019-03-19	26.150000	25.930000	1.008484
<b>1107</b>	2019-03-20	25.844999	26.150000	0.988336
<b>1108</b>	2019-03-21	25.670000	25.844999	0.993229
<b>1109</b>	2019-03-22	25.120001	25.670000	0.978574
<b>1110</b>	2019-03-25	25.039000	25.120001	0.996775
<b>1111</b>	2019-03-26	25.039000	25.039000	1.000000
<b>1112</b>	2019-03-27	25.180000	25.039000	1.005631
<b>1113</b>	2019-03-28	25.230000	25.180000	1.001986
<b>1114</b>	2019-03-29	25.389999	25.230000	1.006342
<b>1115</b>	2019-04-01	25.658001	25.389999	1.010555
<b>1116</b>	2019-04-02	25.840000	25.658001	1.007093
<b>1117</b>	2019-04-03	26.285000	25.840000	1.017221
<b>1118</b>	2019-04-04	26.340000	26.285000	1.002092
<b>1119</b>	2019-04-05	26.320000	26.340000	0.999241
<b>1120</b>	2019-04-08	26.340000	26.320000	1.000760
<b>1121</b>	2019-04-09	26.170000	26.340000	0.993546
<b>1122</b>	2019-04-10	26.301001	26.170000	1.005006
<b>1123</b>	2019-04-11	26.302999	26.301001	1.000076
<b>1124</b>	2019-04-12	26.600000	26.302999	1.011292
<b>1125</b>	2019-04-15	26.649000	26.600000	1.001842
<b>1126</b>	2019-04-16	26.799999	26.649000	1.005666
<b>1127</b>	2019-04-17	26.850000	26.799999	1.001866
<b>1128</b>	2019-04-18	26.969999	26.850000	1.004469

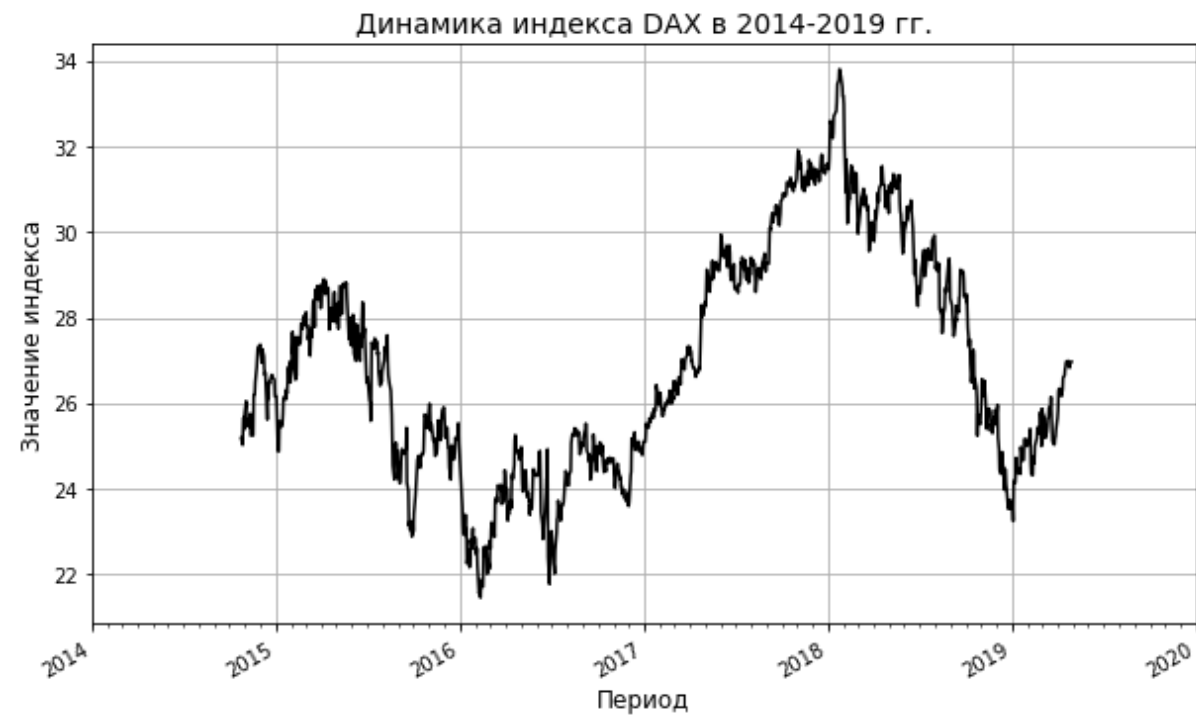


	Date	Close	CloseMove	LagRatio
<b>1129</b>	2019-04-22	26.990000	26.969999	1.000742
<b>1130</b>	2019-04-23	26.875000	26.990000	0.995739
<b>1131</b>	2019-04-24	26.891001	26.875000	1.000595
<b>1132</b>	2019-04-25	26.830000	26.891001	0.997732
<b>1133</b>	2019-04-26	26.969000	26.830000	1.005181
<b>1134</b>	2019-04-29	26.969000	26.969000	1.000000

1134 rows × 4 columns

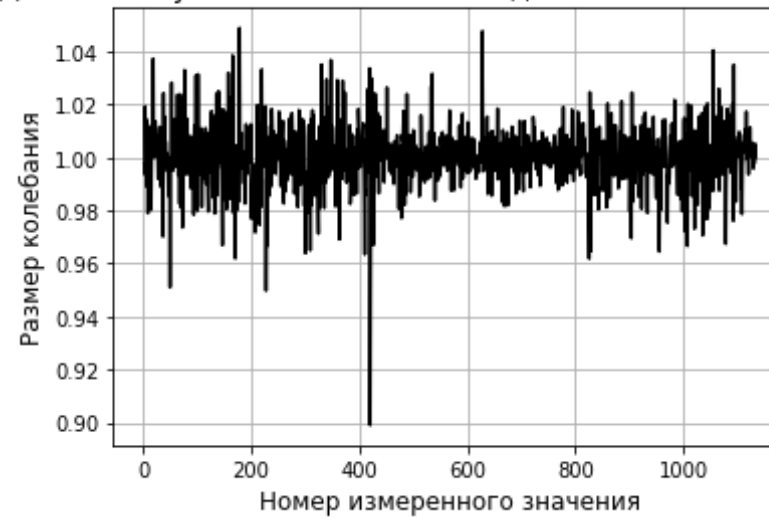
```
In [322]: DAX['Index Name'] = "DAX"
          DAX['Plot Color'] = 'black'
```

```
In [323]: series_standart_plot(DAX)
```



In [324]: `lag_ratio_plot(DAX)`

Динамика суточных колебаний индекса DAX в 2014-2019 гг.



```
In [325]: DAX = MLE_laplace_estimators(DAX)
```

```
In [326]: DAX = MM_laplace_estimators(DAX)
```

```
In [374]: goodness_of_fit_testing(DAX)
```

Наиболее подходящие распределения для колебаний индекса DAX :

	Распределение	Хи-квадрат	P-значение(MLE)
13	t	12.287710	0.75925
11	loglaplace	22.706364	0.15250
9	laplace	23.517020	0.15255
6	genlogistic	40.580176	0.26788
12	logistic	44.903709	0.33437
1	cauchy	147.980872	0.00254
10	johnsonsb	245.512311	0.00026
0	beta	247.085394	0.00028
5	gengamma	247.837354	0.00028
8	norm	278.462227	0.00007
7	lognorm	283.795220	0.00006
15	weibull_max	673.850309	0.00000

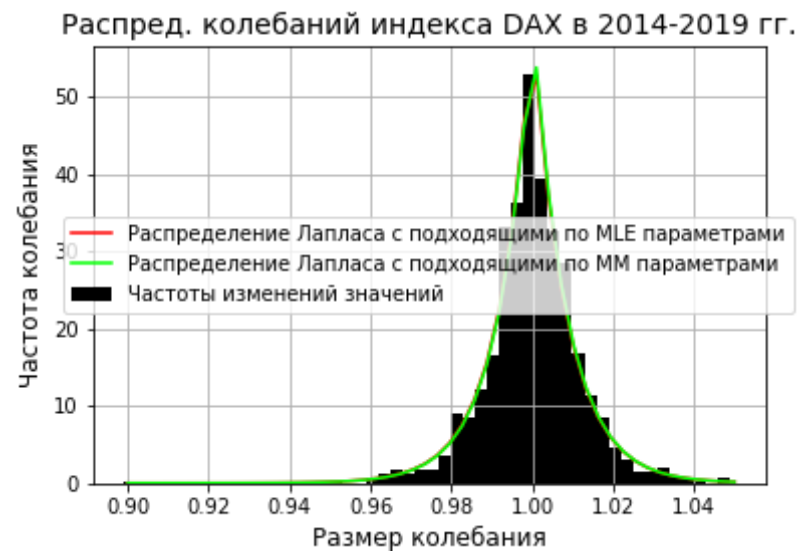
14	weibull_min	788.746263	0.00000
3	chi2	791.709811	0.00000
2	chi	18532.039999	0.00000
4	gamma	19024.865399	0.00000

P-значение для распределения Лапласа (MM): 0.43432

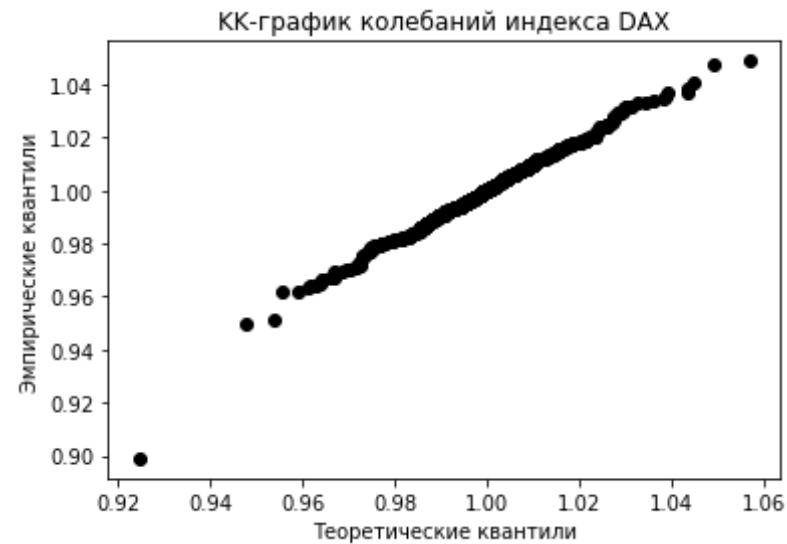
In [328]: `fluctuating_index_distribution(DAX)`

Оценка по методу максимального правдоподобия:  $a = 1.0$   $b = 0.008378$

Оценка по методу моментов:  $a = 1.00013$   $b = 0.008352$



In [329]: `QQ_plot(DAX)`



## 5. Индекс МосБиржи (ММВБ, MOEX)

In [52]: `MB = processing_data(pd.read_csv('Stepenko_MOEX.csv'))`

Объем выборки: 1334

Максимальное значение выборки: 138.5

Минимальное значение выборки: 49.130001

In [53]: `MB`

Out[53]:

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1	2014-01-08	65.000000	62.919998	1.033058
2	2014-01-09	65.070000	65.000000	1.001077
3	2014-01-10	65.300003	65.070000	1.003535
4	2014-01-13	65.199997	65.300003	0.998469
5	2014-01-14	64.809998	65.199997	0.994018

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
6	2014-01-15	65.000000	64.809998	1.002932
7	2014-01-16	64.699997	65.000000	0.995385
8	2014-01-17	64.500000	64.699997	0.996909
9	2014-01-20	63.660000	64.500000	0.986977
10	2014-01-21	64.199997	63.660000	1.008483
11	2014-01-22	63.599998	64.199997	0.990654
12	2014-01-23	64.000000	63.599998	1.006289
13	2014-01-24	62.450001	64.000000	0.975781
14	2014-01-27	61.990002	62.450001	0.992634
15	2014-01-28	62.310001	61.990002	1.005162
16	2014-01-29	63.299999	62.310001	1.015888
17	2014-01-30	61.000000	63.299999	0.963665
18	2014-01-31	61.799999	61.000000	1.013115
19	2014-02-03	61.000000	61.799999	0.987055
20	2014-02-04	60.880001	61.000000	0.998033
21	2014-02-05	62.410000	60.880001	1.025131
22	2014-02-06	64.959999	62.410000	1.040859
23	2014-02-07	63.540001	64.959999	0.978140
24	2014-02-10	62.599998	63.540001	0.985206
25	2014-02-11	63.680000	62.599998	1.017252
26	2014-02-12	62.619999	63.680000	0.983354
27	2014-02-13	63.900002	62.619999	1.020441
28	2014-02-14	65.790001	63.900002	1.029577
29	2014-02-17	65.330002	65.790001	0.993008
30	2014-02-18	65.300003	65.330002	0.999541

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
...	...	...	...	...
<b>1304</b>	2019-03-20	90.550003	90.989998	0.995164
<b>1305</b>	2019-03-21	90.559998	90.550003	1.000110
<b>1306</b>	2019-03-22	89.080002	90.559998	0.983657
<b>1307</b>	2019-03-25	90.309998	89.080002	1.013808
<b>1308</b>	2019-03-26	91.089996	90.309998	1.008637
<b>1309</b>	2019-03-27	90.349998	91.089996	0.991876
<b>1310</b>	2019-03-28	90.459999	90.349998	1.001217
<b>1311</b>	2019-03-29	90.820000	90.459999	1.003980
<b>1312</b>	2019-04-01	92.190002	90.820000	1.015085
<b>1313</b>	2019-04-02	92.230003	92.190002	1.000434
<b>1314</b>	2019-04-03	91.040001	92.230003	0.987097
<b>1315</b>	2019-04-04	91.410004	91.040001	1.004064
<b>1316</b>	2019-04-05	91.410004	91.410004	1.000000
<b>1317</b>	2019-04-08	91.120003	91.410004	0.996827
<b>1318</b>	2019-04-09	90.989998	91.120003	0.998573
<b>1319</b>	2019-04-10	92.860001	90.989998	1.020552
<b>1320</b>	2019-04-11	91.889999	92.860001	0.989554
<b>1321</b>	2019-04-12	91.500000	91.889999	0.995756
<b>1322</b>	2019-04-15	91.459999	91.500000	0.999563
<b>1323</b>	2019-04-16	91.050003	91.459999	0.995517
<b>1324</b>	2019-04-17	91.199997	91.050003	1.001647
<b>1325</b>	2019-04-18	91.250000	91.199997	1.000548
<b>1326</b>	2019-04-19	91.599998	91.250000	1.003836
<b>1327</b>	2019-04-22	92.190002	91.599998	1.006441

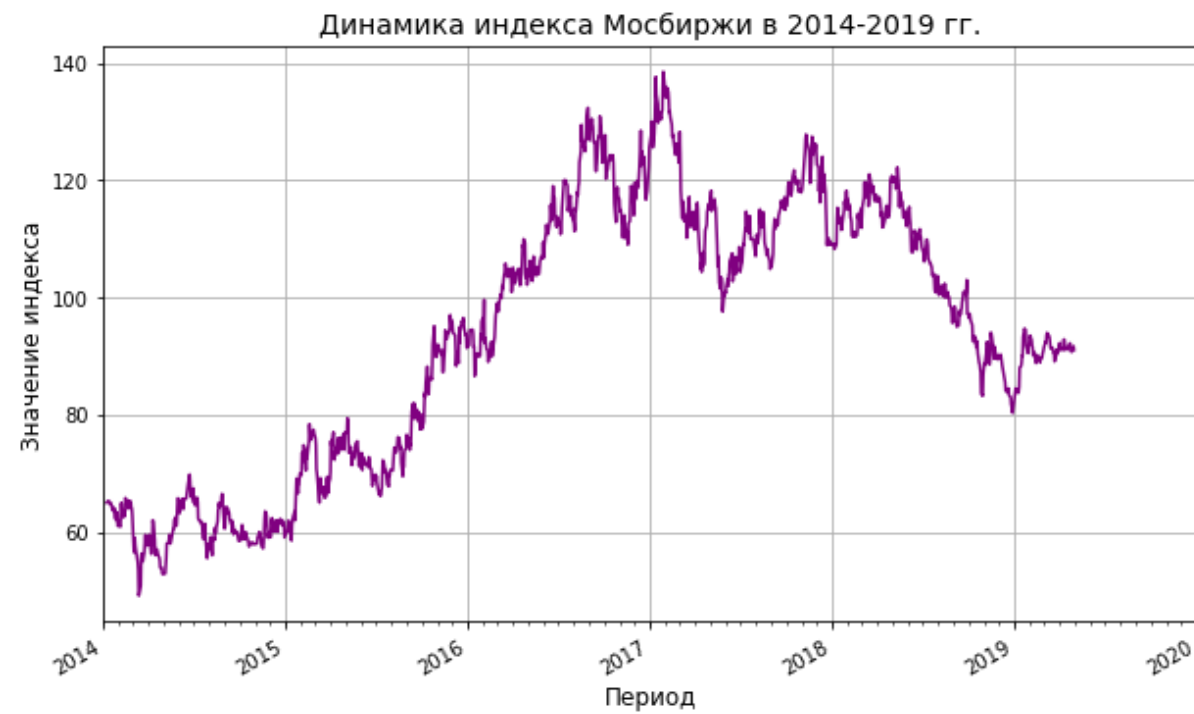
	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1328	2019-04-23	91.500000	92.190002	0.992515
1329	2019-04-24	91.320000	91.500000	0.998033
1330	2019-04-25	90.699997	91.320000	0.993211
1331	2019-04-26	90.989998	90.699997	1.003197
1332	2019-04-29	91.680000	90.989998	1.007583
1333	2019-04-30	91.050003	91.680000	0.993128

1333 rows × 4 columns

```
In [331]: MB['Index Name'] = "Мосбиржи"
          MB['Plot Color'] = 'purple'
```

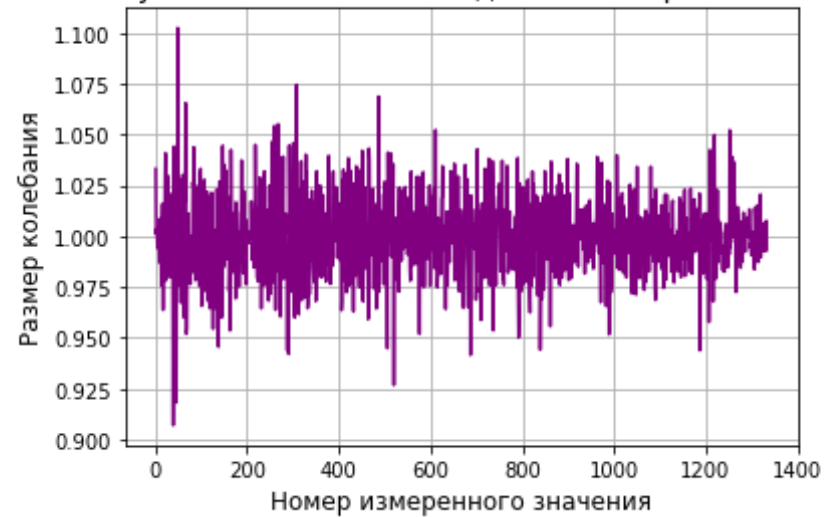
```
In [332]: series_standart_plot(MB)
```





```
In [333]: lag_ratio_plot(MB)
```

Динамика суточных колебаний индекса Мосбиржи в 2014-2019 гг.



```
In [334]: MB = MLE_laplace_estimators(MB)
```

```
In [335]: MB = MM_laplace_estimators(MB)
```

```
In [375]: goodness_of_fit_testing(MB)
```

Наиболее подходящие распределения для колебаний индекса Мосбиржи :

	Распределение	Хи-квадрат	P-значение(MLE)
13	t	21.540167	0.13548
11	loglaplace	24.742745	0.09573
6	genlogistic	28.087360	0.10853
9	laplace	28.171828	0.08711
12	logistic	28.228722	0.09326
10	johnsonsb	140.472572	0.00409
8	norm	140.693121	0.00408
0	beta	140.762299	0.00410
4	gamma	141.542537	0.00537
7	lognorm	141.744244	0.00580
5	gengamma	145.315027	0.00510
1	cauchy	188.250877	0.00021

3	chi2	284.362231	0.00001
14	weibull_min	525.599219	0.00001
15	weibull_max	14283.409880	0.00000
2	chi	15477.232063	0.00000

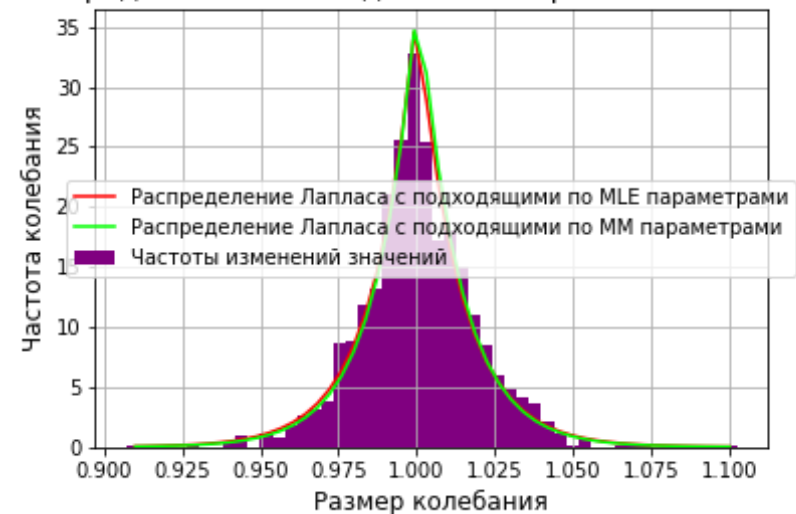
P-значение для распределения Лапласа (MM): 0.09703

In [337]: `fluctuating_index_distribution(MB)`

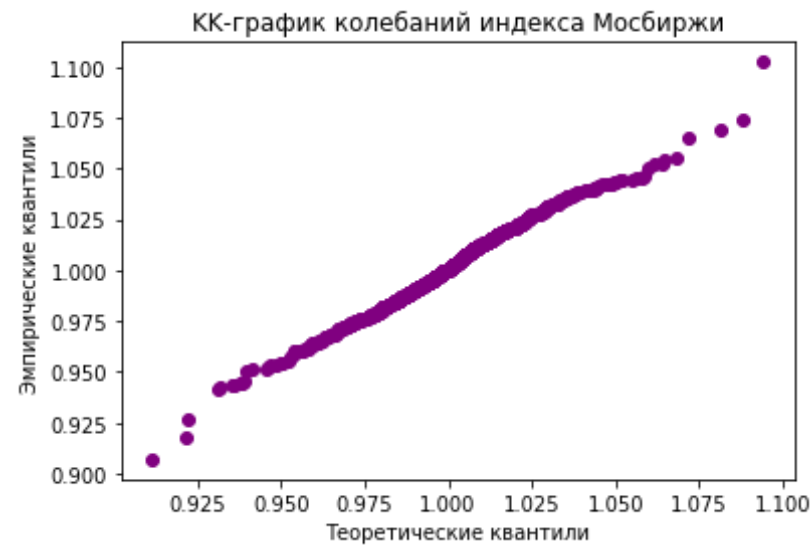
Оценка по методу максимального правдоподобия:  $a = 0.999905$   $b = 0.013732$

Оценка по методу моментов:  $a = 1.000425$   $b = 0.013116$

Распред. колебаний индекса Мосбиржи в 2014-2019 гг.



In [338]: `QQ_plot(MB)`



## 6. Индекс Russell 2000

In [54]: `RUSSELL = processing_data(pd.read_csv('Stepenko_Russell_2000.csv'))`

Объем выборки: 1340

Максимальное значение выборки: 1740.75

Минимальное значение выборки: 953.7199710000001

In [55]: `RUSSELL`

Out[55]:

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1	2014-01-02	1150.719971	1163.640015	0.988897
2	2014-01-03	1156.089966	1150.719971	1.004667
3	2014-01-06	1147.160034	1156.089966	0.992276
4	2014-01-07	1157.630005	1147.160034	1.009127
5	2014-01-08	1157.459961	1157.630005	0.999853

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
6	2014-01-09	1158.349976	1157.459961	1.000769
7	2014-01-10	1164.530029	1158.349976	1.005335
8	2014-01-13	1148.089966	1164.530029	0.985883
9	2014-01-14	1163.430054	1148.089966	1.013361
10	2014-01-15	1171.349976	1163.430054	1.006807
11	2014-01-16	1173.130005	1171.349976	1.001520
12	2014-01-17	1168.430054	1173.130005	0.995994
13	2014-01-21	1175.719971	1168.430054	1.006239
14	2014-01-22	1181.290039	1175.719971	1.004738
15	2014-01-23	1172.400024	1181.290039	0.992474
16	2014-01-24	1144.130005	1172.400024	0.975887
17	2014-01-27	1127.729980	1144.130005	0.985666
18	2014-01-28	1138.239990	1127.729980	1.009320
19	2014-01-29	1122.449951	1138.239990	0.986128
20	2014-01-30	1139.359985	1122.449951	1.015065
21	2014-01-31	1130.880005	1139.359985	0.992557
22	2014-02-03	1094.579956	1130.880005	0.967901
23	2014-02-04	1102.839966	1094.579956	1.007546
24	2014-02-05	1093.589966	1102.839966	0.991613
25	2014-02-06	1103.930054	1093.589966	1.009455
26	2014-02-07	1116.550049	1103.930054	1.011432
27	2014-02-10	1118.729980	1116.550049	1.001952
28	2014-02-11	1129.160034	1118.729980	1.009323
29	2014-02-12	1132.540039	1129.160034	1.002993
30	2014-02-13	1147.790039	1132.540039	1.013465

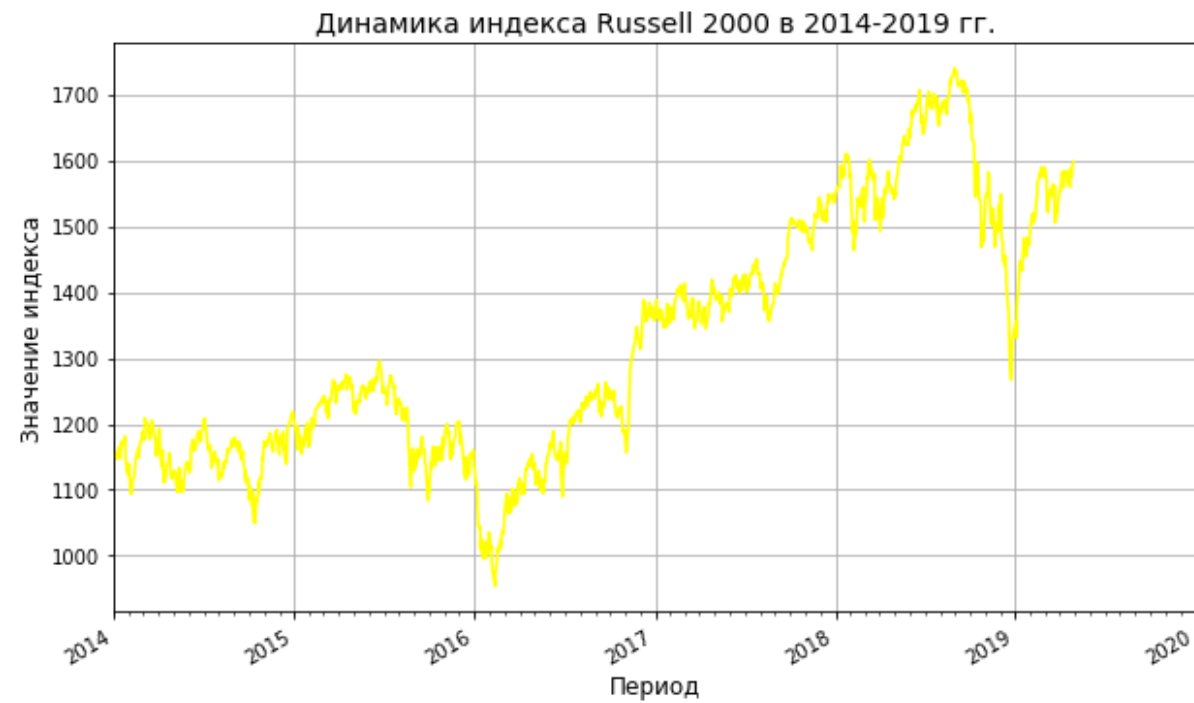
	Date	Close	CloseMove	LagRatio
...	...	...	...	...
1310	2019-03-18	1563.930054	1553.540039	1.006688
1311	2019-03-19	1554.989990	1563.930054	0.994284
1312	2019-03-20	1543.160034	1554.989990	0.992392
1313	2019-03-21	1562.410034	1543.160034	1.012474
1314	2019-03-22	1505.920044	1562.410034	0.963844
1315	2019-03-25	1512.859985	1505.920044	1.004608
1316	2019-03-26	1528.170044	1512.859985	1.010120
1317	2019-03-27	1522.229980	1528.170044	0.996113
1318	2019-03-28	1535.099976	1522.229980	1.008455
1319	2019-03-29	1539.739990	1535.099976	1.003023
1320	2019-04-01	1556.060059	1539.739990	1.010599
1321	2019-04-02	1553.319946	1556.060059	0.998239
1322	2019-04-03	1560.910034	1553.319946	1.004886
1323	2019-04-04	1567.489990	1560.910034	1.004215
1324	2019-04-05	1582.560059	1567.489990	1.009614
1325	2019-04-08	1579.000000	1582.560059	0.997750
1326	2019-04-09	1559.680054	1579.000000	0.987764
1327	2019-04-10	1581.550049	1559.680054	1.014022
1328	2019-04-11	1579.140015	1581.550049	0.998476
1329	2019-04-12	1584.800049	1579.140015	1.003584
1330	2019-04-15	1579.170044	1584.800049	0.996447
1331	2019-04-16	1582.790039	1579.170044	1.002292
1332	2019-04-17	1567.599976	1582.790039	0.990403
1333	2019-04-18	1565.750000	1567.599976	0.998820

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1334	2019-04-22	1560.040039	1565.750000	0.996353
1335	2019-04-23	1585.089966	1560.040039	1.016057
1336	2019-04-24	1588.130005	1585.089966	1.001918
1337	2019-04-25	1575.609985	1588.130005	0.992117
1338	2019-04-26	1589.900024	1575.609985	1.009070
1339	2019-04-29	1598.359985	1589.900024	1.005321

1339 rows × 4 columns

```
In [340]: RUSSELL['Index Name'] = "Russell 2000"
RUSSELL['Plot Color'] = 'yellow'
```

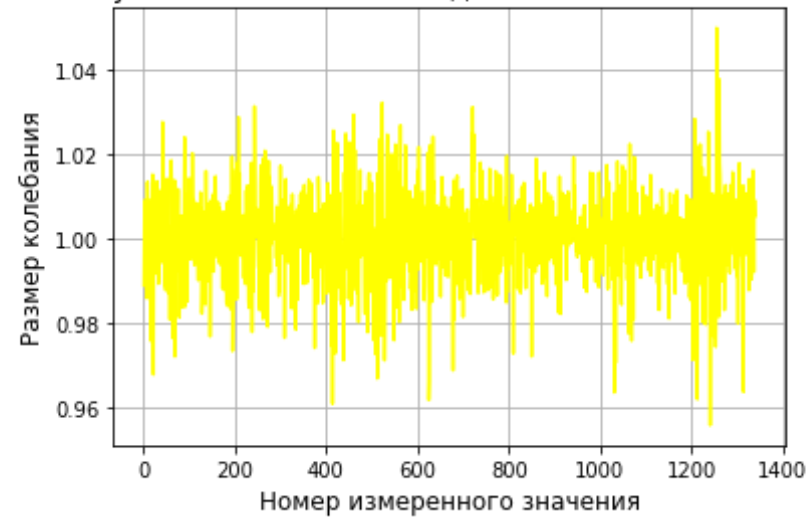
```
In [341]: series_standart_plot(RUSSELL)
```



```
In [342]: lag_ratio_plot(RUSSELL)
```



Динамика суточных колебаний индекса Russell 2000 в 2014-2019 гг.



```
In [343]: RUSSELL = MLE_laplace_estimators(RUSSELL)
```

```
In [344]: RUSSELL = MM_laplace_estimators(RUSSELL)
```

```
In [376]: goodness_of_fit_testing(RUSSELL)
```

Наиболее подходящие распределения для колебаний индекса Russell 2000 :

	Распределение	Хи-квадрат	Р-значение(MLE)
6	genlogistic	7.111256	0.94332
12	logistic	38.114315	0.64164
9	laplace	78.550924	0.10727
11	loglaplace	80.619788	0.10264
10	johnsonsb	93.444884	0.01048
13	t	131.196347	0.00253
8	norm	135.804438	0.00199
7	lognorm	141.934418	0.00192
0	beta	142.185770	0.00125
4	gamma	166.282725	0.00074
2	chi	264.677506	0.00001
1	cauchy	468.422195	0.00001

14	weibull_min	8590.935005	0.00000
15	weibull_max	14090.856506	0.00000
5	gengamma	20173.994048	0.00000
3	chi2	26921.870362	0.00000

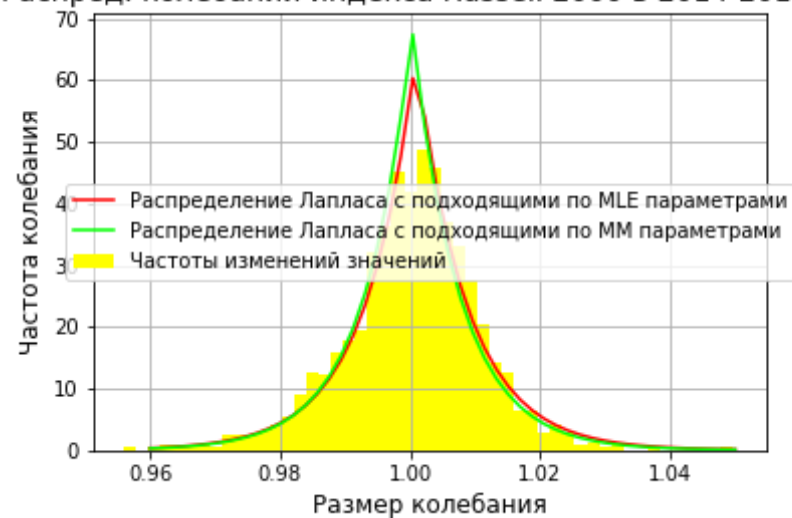
P-значение для распределения Лапласа (MM): 0.00035

In [346]: `fluctuating_index_distribution(RUSSELL)`

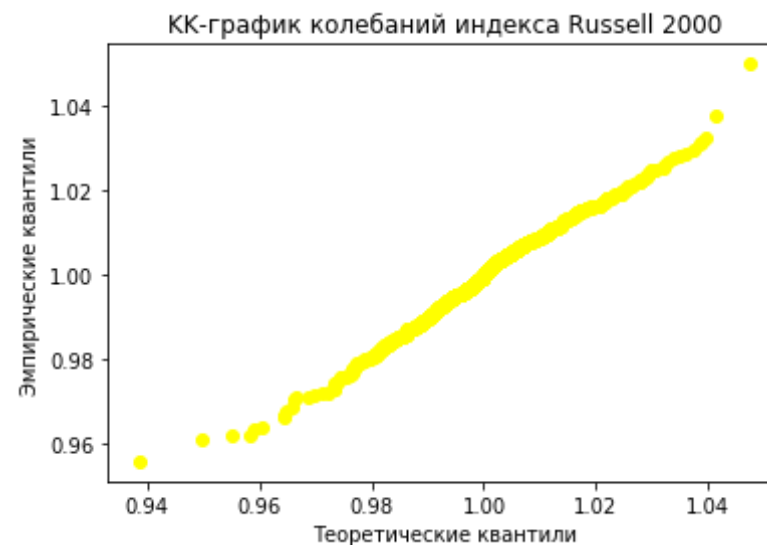
Оценка по методу максимального правдоподобия:  $a = 1.0009$   $b = 0.007776$

Оценка по методу моментов:  $a = 1.000299$   $b = 0.007305$

Распред. колебаний индекса Russell 2000 в 2014-2019 гг.



In [347]: `QQ_plot(RUSSELL)`



## 7. Индекс Nikkei 225

In [56]: `NIK = processing_data(pd.read_csv('Stepenko_Nikkei_225.csv'))`

Объем выборки: 1305

Максимальное значение выборки: 24270.619141

Минимальное значение выборки: 13910.160156

In [57]: `NIK`

Out[57]:

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1	2014-01-07	15814.370117	15908.879883	0.994059
2	2014-01-08	16121.450195	15814.370117	1.019418
3	2014-01-09	15880.330078	16121.450195	0.985044
4	2014-01-10	15912.059570	15880.330078	1.001998
5	2014-01-14	15422.400391	15912.059570	0.969227

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
6	2014-01-15	15808.730469	15422.400391	1.025050
7	2014-01-16	15747.200195	15808.730469	0.996108
8	2014-01-17	15734.459961	15747.200195	0.999191
9	2014-01-20	15641.679688	15734.459961	0.994103
10	2014-01-21	15795.959961	15641.679688	1.009863
11	2014-01-22	15820.959961	15795.959961	1.001583
12	2014-01-23	15695.889648	15820.959961	0.992095
13	2014-01-24	15391.559570	15695.889648	0.980611
14	2014-01-27	15005.730469	15391.559570	0.974932
15	2014-01-28	14980.160156	15005.730469	0.998296
16	2014-01-29	15383.910156	14980.160156	1.026952
17	2014-01-30	15007.059570	15383.910156	0.975504
18	2014-01-31	14914.530273	15007.059570	0.993834
19	2014-02-03	14619.129883	14914.530273	0.980194
20	2014-02-04	14008.469727	14619.129883	0.958229
21	2014-02-05	14180.379883	14008.469727	1.012272
22	2014-02-06	14155.120117	14180.379883	0.998219
23	2014-02-07	14462.410156	14155.120117	1.021709
24	2014-02-10	14718.339844	14462.410156	1.017696
25	2014-02-12	14800.059570	14718.339844	1.005552
26	2014-02-13	14534.740234	14800.059570	0.982073
27	2014-02-14	14313.030273	14534.740234	0.984746
28	2014-02-17	14393.110352	14313.030273	1.005595
29	2014-02-18	14843.240234	14393.110352	1.031274
30	2014-02-19	14766.530273	14843.240234	0.994832

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
...	...	...	...	...
<b>1275</b>	2019-03-15	21450.849609	21287.019531	1.007696
<b>1276</b>	2019-03-18	21584.500000	21450.849609	1.006231
<b>1277</b>	2019-03-19	21566.849609	21584.500000	0.999182
<b>1278</b>	2019-03-20	21608.919922	21566.849609	1.001951
<b>1279</b>	2019-03-22	21627.339844	21608.919922	1.000852
<b>1280</b>	2019-03-25	20977.109375	21627.339844	0.969935
<b>1281</b>	2019-03-26	21428.390625	20977.109375	1.021513
<b>1282</b>	2019-03-27	21378.730469	21428.390625	0.997683
<b>1283</b>	2019-03-28	21033.759766	21378.730469	0.983864
<b>1284</b>	2019-03-29	21205.810547	21033.759766	1.008180
<b>1285</b>	2019-04-01	21509.029297	21205.810547	1.014299
<b>1286</b>	2019-04-02	21505.310547	21509.029297	0.999827
<b>1287</b>	2019-04-03	21713.210938	21505.310547	1.009667
<b>1288</b>	2019-04-04	21724.949219	21713.210938	1.000541
<b>1289</b>	2019-04-05	21807.500000	21724.949219	1.003800
<b>1290</b>	2019-04-08	21761.650391	21807.500000	0.997898
<b>1291</b>	2019-04-09	21802.589844	21761.650391	1.001881
<b>1292</b>	2019-04-10	21687.570313	21802.589844	0.994725
<b>1293</b>	2019-04-11	21711.380859	21687.570313	1.001098
<b>1294</b>	2019-04-12	21870.560547	21711.380859	1.007332
<b>1295</b>	2019-04-15	22169.109375	21870.560547	1.013651
<b>1296</b>	2019-04-16	22221.660156	22169.109375	1.002370
<b>1297</b>	2019-04-17	22277.970703	22221.660156	1.002534
<b>1298</b>	2019-04-18	22090.119141	22277.970703	0.991568

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1299	2019-04-19	22200.560547	22090.119141	1.005000
1300	2019-04-22	22217.900391	22200.560547	1.000781
1301	2019-04-23	22259.740234	22217.900391	1.001883
1302	2019-04-24	22200.000000	22259.740234	0.997316
1303	2019-04-25	22307.580078	22200.000000	1.004846
1304	2019-04-26	22258.730469	22307.580078	0.997810

1304 rows × 4 columns

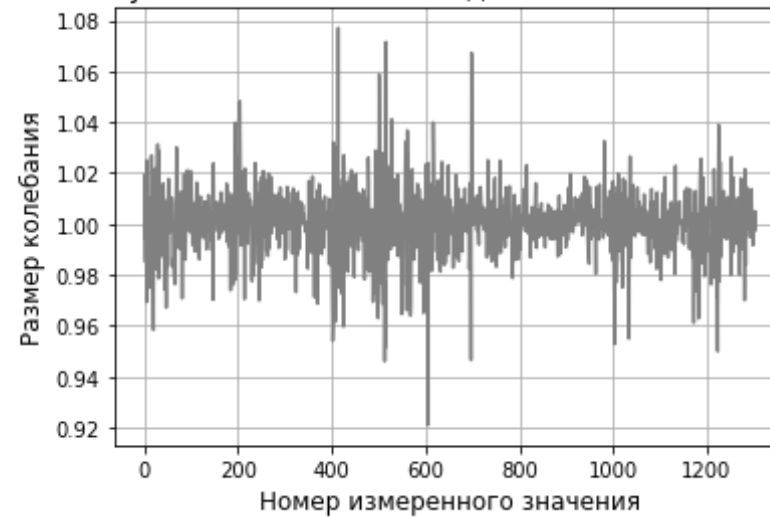
```
In [349]: NIK['Index Name'] = "Nikkei 225"
          NIK['Plot Color'] = 'grey'
```

```
In [350]: series_standart_plot(NIK)
```



```
In [351]: lag_ratio_plot(NIK)
```

Динамика суточных колебаний индекса Nikkei 225 в 2014-2019 гг.



```
In [352]: NIK = MLE_laplace_estimators(NIK)
```

```
In [353]: NIK = MM_laplace_estimators(NIK)
```

```
In [377]: goodness_of_fit_testing(NIK)
```

Наиболее подходящие распределения для колебаний индекса Nikkei 225 :

	Распределение	Хи-квадрат	P-значение(MLE)
9	laplace	12.647391	0.46263
11	loglaplace	12.751063	0.47103
13	t	29.923193	0.81731
6	genlogistic	86.718369	0.01782
12	logistic	110.563808	0.00881
1	cauchy	163.133112	0.00161
5	gengamma	476.448260	0.00000
0	beta	498.287943	0.00000
10	johnsonsb	500.864225	0.00000
8	norm	508.712386	0.00000
7	lognorm	527.689839	0.00000
4	gamma	558.122747	0.00000



3	chi2	658.051410	0.00000
14	weibull_min	1390.497604	0.00000
15	weibull_max	13186.460288	0.00000
2	chi	30497.751428	0.00000

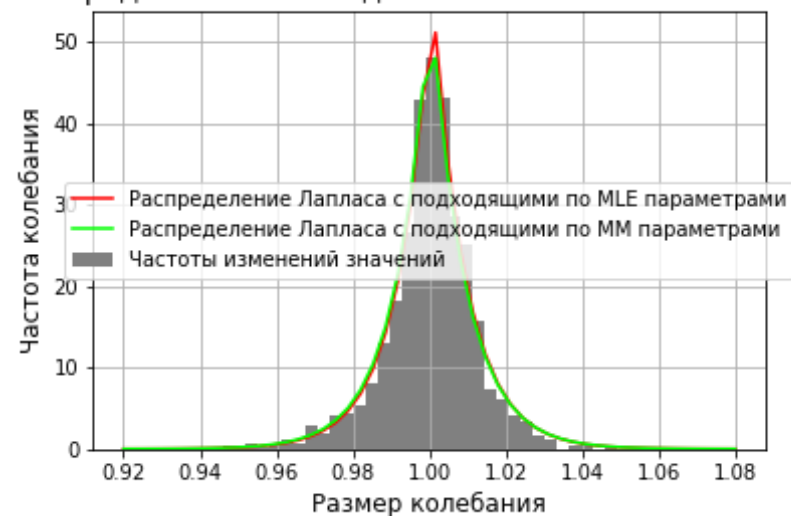
P-значение для распределения Лапласа (MM): 0.25858

In [355]: `fluctuating_index_distribution(NIK)`

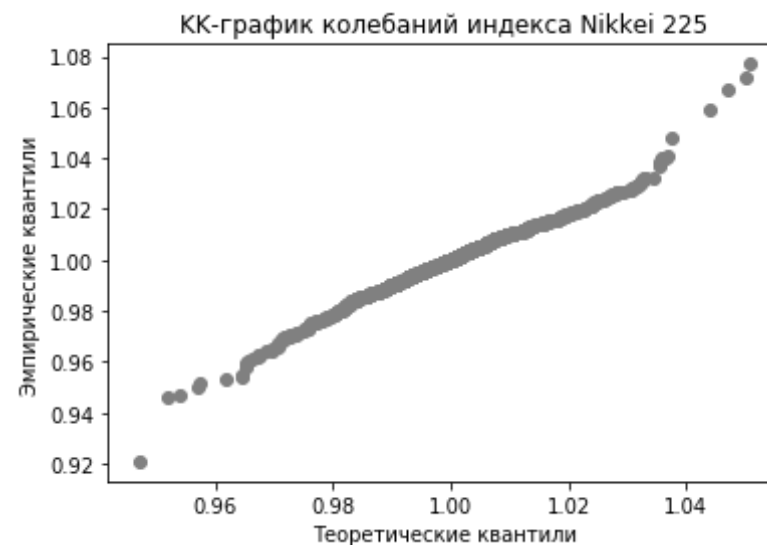
Оценка по методу максимального правдоподобия:  $a = 1.000718$   $b = 0.008805$

Оценка по методу моментов:  $a = 1.000344$   $b = 0.009015$

Распред. колебаний индекса Nikkei 225 в 2014-2019 гг.



In [356]: `QQ_plot(NIK)`



## 8. Индекс Hang Seng

In [58]: `HANGS = processing_data(pd.read_csv('Stepenko_HangSeng.csv'))`

Объем выборки: 1310

Максимальное значение выборки: 33154.121094

Минимальное значение выборки: 18319.580078

In [59]: `HANGS`

Out[59]:

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
1	2014-01-03	22817.279297	23340.050781	0.977602
2	2014-01-06	22684.150391	22817.279297	0.994165
3	2014-01-07	22712.779297	22684.150391	1.001262
4	2014-01-08	22996.589844	22712.779297	1.012496
5	2014-01-09	22787.330078	22996.589844	0.990900

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
6	2014-01-10	22846.250000	22787.330078	1.002586
7	2014-01-13	22888.759766	22846.250000	1.001861
8	2014-01-14	22791.279297	22888.759766	0.995741
9	2014-01-15	22902.000000	22791.279297	1.004858
10	2014-01-16	22986.410156	22902.000000	1.003686
11	2014-01-17	23133.349609	22986.410156	1.006392
12	2014-01-20	22928.949219	23133.349609	0.991164
13	2014-01-21	23033.119141	22928.949219	1.004543
14	2014-01-22	23082.250000	23033.119141	1.002133
15	2014-01-23	22733.900391	23082.250000	0.984908
16	2014-01-24	22450.060547	22733.900391	0.987515
17	2014-01-27	21976.099609	22450.060547	0.978888
18	2014-01-28	21960.640625	21976.099609	0.999297
19	2014-01-29	22141.609375	21960.640625	1.008241
20	2014-01-30	22035.419922	22141.609375	0.995204
21	2014-02-04	21397.769531	22035.419922	0.971062
22	2014-02-05	21269.380859	21397.769531	0.994000
23	2014-02-06	21423.130859	21269.380859	1.007229
24	2014-02-07	21636.849609	21423.130859	1.009976
25	2014-02-10	21579.259766	21636.849609	0.997338
26	2014-02-11	21962.980469	21579.259766	1.017782
27	2014-02-12	22285.789063	21962.980469	1.014698
28	2014-02-13	22165.529297	22285.789063	0.994604
29	2014-02-14	22298.410156	22165.529297	1.005995
30	2014-02-17	22535.939453	22298.410156	1.010652

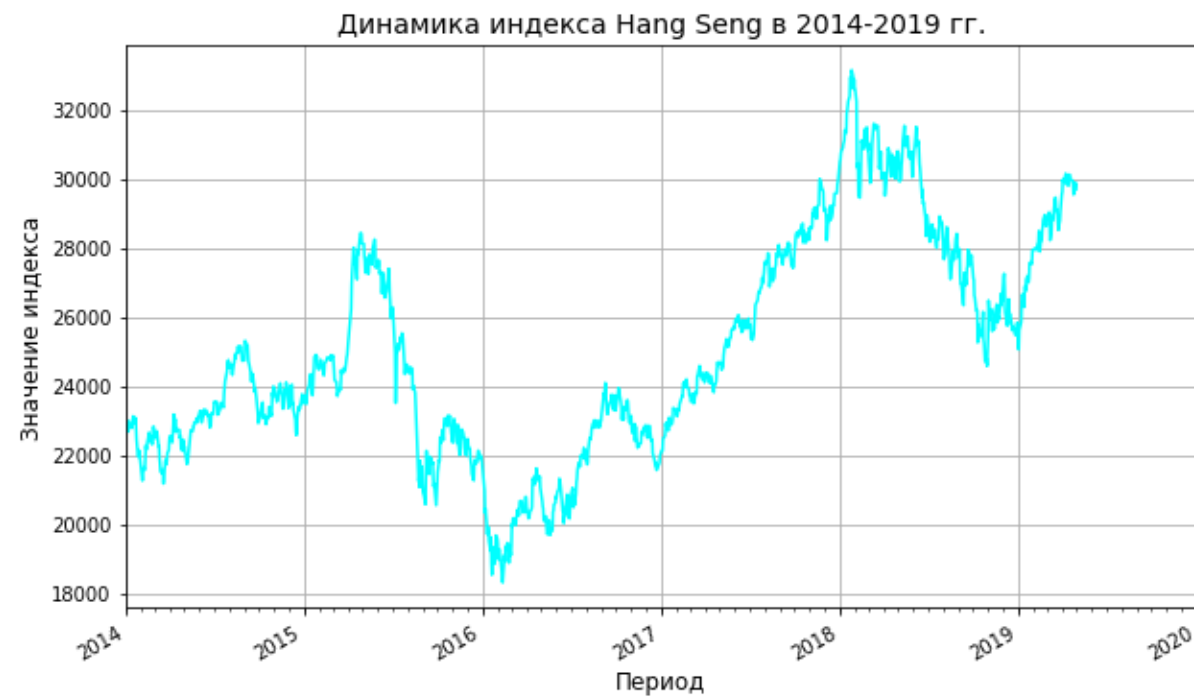
	Date	Close	CloseMove	LagRatio
...	...	...	...	...
<b>1280</b>	2019-03-15	29012.259766	28851.390625	1.005576
<b>1281</b>	2019-03-18	29409.009766	29012.259766	1.013675
<b>1282</b>	2019-03-19	29466.279297	29409.009766	1.001947
<b>1283</b>	2019-03-20	29320.970703	29466.279297	0.995069
<b>1284</b>	2019-03-21	29071.560547	29320.970703	0.991494
<b>1285</b>	2019-03-22	29113.359375	29071.560547	1.001438
<b>1286</b>	2019-03-25	28523.349609	29113.359375	0.979734
<b>1287</b>	2019-03-26	28566.910156	28523.349609	1.001527
<b>1288</b>	2019-03-27	28728.250000	28566.910156	1.005648
<b>1289</b>	2019-03-28	28775.210938	28728.250000	1.001635
<b>1290</b>	2019-03-29	29051.359375	28775.210938	1.009597
<b>1291</b>	2019-04-01	29562.019531	29051.359375	1.017578
<b>1292</b>	2019-04-02	29624.669922	29562.019531	1.002119
<b>1293</b>	2019-04-03	29986.390625	29624.669922	1.012210
<b>1294</b>	2019-04-04	29936.320313	29986.390625	0.998330
<b>1295</b>	2019-04-08	30077.150391	29936.320313	1.004704
<b>1296</b>	2019-04-09	30157.490234	30077.150391	1.002671
<b>1297</b>	2019-04-10	30119.560547	30157.490234	0.998742
<b>1298</b>	2019-04-11	29839.449219	30119.560547	0.990700
<b>1299</b>	2019-04-12	29909.759766	29839.449219	1.002356
<b>1300</b>	2019-04-15	29810.720703	29909.759766	0.996689
<b>1301</b>	2019-04-16	30129.869141	29810.720703	1.010706
<b>1302</b>	2019-04-17	30124.679688	30129.869141	0.999828
<b>1303</b>	2019-04-18	29963.259766	30124.679688	0.994642

	Date	Close	CloseMove	LagRatio
<b>1304</b>	2019-04-23	29963.240234	29963.259766	0.999999
<b>1305</b>	2019-04-24	29805.830078	29963.240234	0.994747
<b>1306</b>	2019-04-25	29549.800781	29805.830078	0.991410
<b>1307</b>	2019-04-26	29605.009766	29549.800781	1.001868
<b>1308</b>	2019-04-29	29892.810547	29605.009766	1.009721
<b>1309</b>	2019-04-30	29699.109375	29892.810547	0.993520

1309 rows × 4 columns

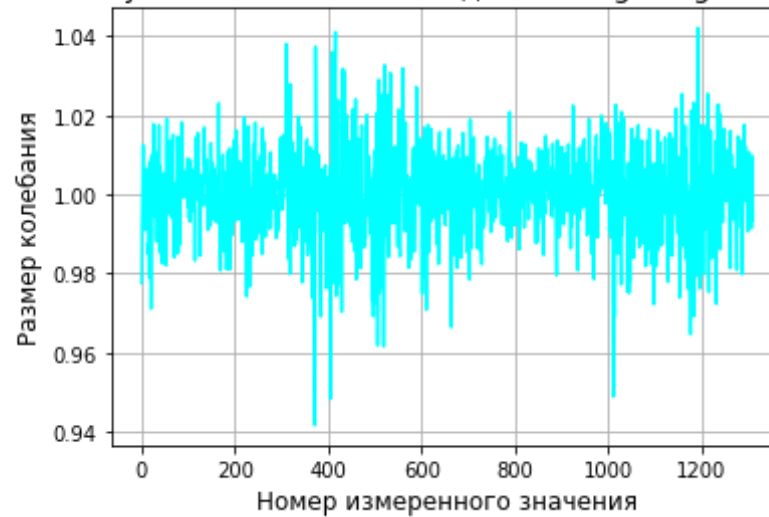
```
In [358]: HANGS['Index Name'] = "Hang Seng"
          HANGS['Plot Color'] = 'cyan'
```

```
In [359]: series_standart_plot(HANGS)
```



In [360]: `lag_ratio_plot(HANGS)`

Динамика суточных колебаний индекса Hang Seng в 2014-2019 гг.



```
In [361]: HANGS = MLE_laplace_estimators(HANGS)
```

```
In [362]: HANGS = MM_laplace_estimators(HANGS)
```

```
In [378]: goodness_of_fit_testing(HANGS)
```

Наиболее подходящие распределения для колебаний индекса Hang Seng :

	Распределение	Хи-квадрат	P-значение(MLE)
6	genlogistic	12.030155	0.51892
12	logistic	27.503234	0.35343
11	loglaplace	38.512142	0.34451
9	laplace	38.635360	0.34262
10	johnsonsb	133.667350	0.00250
13	t	152.772108	0.00055
8	norm	160.132831	0.00042
7	lognorm	169.675643	0.00023
5	gengamma	178.821252	0.00013
4	gamma	199.157120	0.00008
3	chi2	279.733170	0.00000
1	cauchy	308.081643	0.00009

14	weibull_min	354.553966	0.00001
15	weibull_max	10449.429778	0.00000
0	beta	31617.684502	0.00000
2	chi	57825.432674	0.00000

---

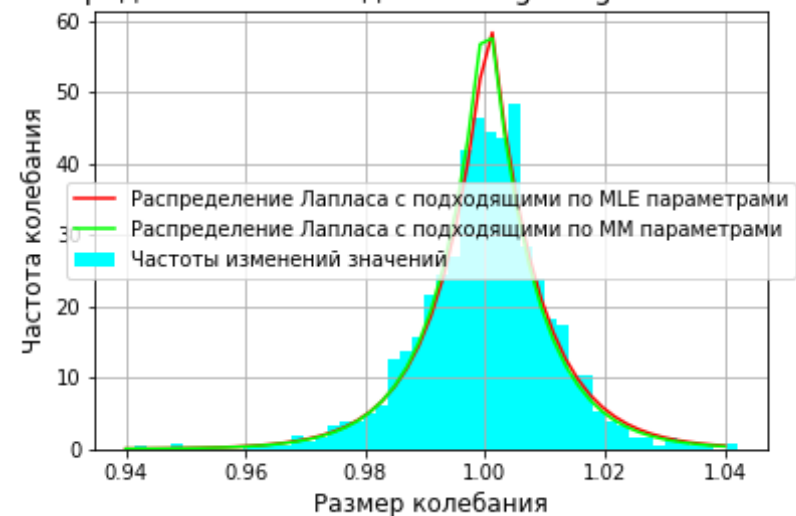
P-значение для распределения Лапласа (MM): 0.005

In [364]: `fluctuating_index_distribution(HANGS)`

Оценка по методу максимального правдоподобия:  $a = 1.000675$   $b = 0.008003$

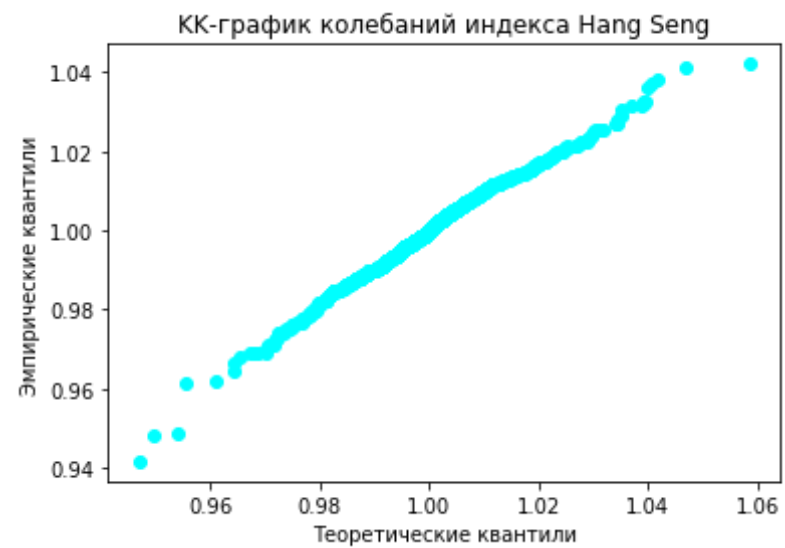
Оценка по методу моментов:  $a = 1.00026$   $b = 0.00766$

Распред. колебаний индекса Hang Seng в 2014-2019 гг.



In [365]: `QQ_plot(HANGS)`





In [ ]: