

~5/

$$\ddot{x} = F \Rightarrow \dot{x} = Ft + C \quad \dot{x}(0) = 0 \Rightarrow \underline{\dot{x} = Ft} \Rightarrow x = \frac{1}{2} Ft^2 + C \quad x(0) = 0 \Rightarrow \underline{x = \frac{1}{2} Ft^2} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_i = \dot{f}_i t + \dot{x}_{i-1} \\ x_i = \frac{1}{2} \dot{f}_i t^2 + \dot{x}_{i-1} t + x_{i-1} \end{cases}$$

матрица $a = \begin{pmatrix} x(t=10) \\ \dot{x}(t=10) \end{pmatrix} = A \cdot f$, где $f = f_i$ при $i-1 < t \leq i$

$$\Rightarrow A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + 9 & \frac{1}{2} + 8 & \frac{1}{2} + 7 & \frac{1}{2} + 6 & \frac{1}{2} + 5 & \frac{1}{2} + 4 & \frac{1}{2} + 3 & \frac{1}{2} + 2 & \frac{1}{2} + 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{19}{2} & \frac{17}{2} & \frac{15}{2} & \frac{13}{2} & \frac{11}{2} & \frac{9}{2} & \frac{7}{2} & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

~~с минимальной нормой опр-ая: $f = V \Sigma^+ U^H \cdot a$~~

~~$A^+ = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 19 \\ 17 \\ 15 \\ 13 \\ 11 \\ 9 \\ 7 \\ 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$~~

~~$\begin{pmatrix} 19/2 & 1 \\ 17/2 & 1 \\ 15/2 & 1 \\ 13/2 & 1 \\ 11/2 & 1 \\ 9/2 & 1 \\ 7/2 & 1 \\ 5/2 & 1 \\ 3/2 & 1 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$~~

~~SVD: $A^T A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 665 & 100 \\ 100 & 20 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda^2 - \frac{1}{2} (665 - 100) \lambda - \frac{10000}{2} = 0$~~

SVD: $A^T A = \begin{pmatrix} 332,5 & 50 \\ 50 & 10 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1^2 \approx 0,42 \\ \sigma_2^2 \approx 340,07 \end{cases}$ $\lambda^2 - 342,5\lambda + 3325 - 2500 = 0$

$\lambda = \frac{342,5 \pm \sqrt{342,5^2 - 4 \cdot 825}}{2} = \frac{342,5 \pm \sqrt{114006,25}}{2}$

$\Rightarrow \Sigma \approx \begin{pmatrix} 18,44 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,56 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow f = \frac{1}{18,44} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$U \approx \begin{pmatrix} -0,99 & -0,15 \\ -0,15 & 0,99 \end{pmatrix}$

$V^H = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_{10} \end{pmatrix}$

$\Rightarrow f$ с минимальной нормой: $f = V \Sigma^+ U^H \cdot a = A^+ a =$

$\begin{pmatrix} 3/55 \\ 7/165 \\ 1/33 \\ 1/55 \\ 1/65 \\ -1/165 \\ -1/55 \\ -1/33 \\ -7/165 \\ -3/55 \end{pmatrix} = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 3/5 \\ 7/15 \\ 1/3 \\ 1/5 \\ 1/15 \\ -1/15 \\ -1/5 \\ -1/3 \\ -7/15 \\ -3/5 \end{pmatrix}$