# 算法设计与分析-课堂小测试

	考试方式:	在线	闭卷 注	测试日期 202		22 年 4 月 27 日			教师张胜		
	系(专业)				年级_		班组	及			
学号									成绩_		
1					<u> </u>		<u> </u>		T		<u> </u>
	题号	_	1 1	三	四	五	六				
	分数										

给定 2 张 5 分面值的邮票和充分多张 3 分面值的邮票。给定正整数邮资值 N。

- a) 请设计一个算法将任意输入的邮资 N 兑换成邮票(或者判断不可能完成兑换)。
- b) 请用归纳法证明你所设计算法的正确性。

1、(本题满分15分)

得分

## 得分 2、 (本题满分 20 分)

- (a) 已知某序列满足如下条件: F(0)=0; F(1)=1; F(2)=1; 当 P(n)=1; P(n)
- (b) 考虑下述有限制约束的汉诺塔问题变形: 三个柱子编号为 A,B 和 C,你的任务是将 N 个大小不同的圆盘从 A 移到 B 上,且在移动过程中大圆盘不能够出现在小圆盘之上。一个额外的限制是,圆盘不能在 A 和 B 之间直接移动,也就是说,任何一次圆盘的移动必须涉及到 C。请设计一个算法,并给出复杂度分析。

得分

### 3、(本题满分15分)

已知大小为n的数组 $A[1\cdots n]$ 中至多有 2 个逆序对。(如果i < j且A[i] > A[j],则称(i,j)为一个逆序对。)

- (a) 证明: 若(i,j)为逆序对,则 $j-i \leq 2$ 。
- (b) 设计一个算法将数组中的元素排序。复杂度要求:该排序算法在最坏情况下的比较次数不超过n。请证明算法的正确性。

提示: 依据(a)中结论, 枚举并分析不超过 2 个逆序对的所有可能情况: 逆序对所涉及的元素个数及元素间的大小关系。

得分

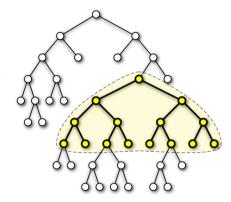
### 4、(本题满分15分)

如果一个数组A[1..2n+1],满足A[1] < A[2] > A[3] < A[4] > ... A[2n] > A[2n+1],我们称之为"蛇形"的。给定数组B[1..2n+1],其中元素各不相同,现在需要将它变成蛇形的。你只能通过元素间的大小比较来调整数组的形态。

- 1) 请设计一个O(n log n)的算法。
- 2) 请设计一个O(n)的算法。

我们称一个二叉树是完美的,如果它的节点要么有 2个子节点,要么没有子节点,并且所有叶节点具 有相同的深度。给定一个n个节点的任意二叉树, 请设计一个递归算法,求出它的最大完美子树,并 分析算法的最坏情况时间复杂度。

(注: 算法的输入是一个指向根节点的指针。你的 算法应该返回最大完美子树根节点的指针,以及该 完美子树的深度。如果最大完美子树不唯一,你只 需要找出其中任意一个。)



得分

#### 6、(本题满分 20 分)

请设计一个数据结构以实现集合S用来存放若干个不同的整数,并且支持下面两个操作:

- INSERT(x,S): 将整数x插入到S中。
- REMOVE-HALF(S): 将S中最小的[k/2]个元素从S中删除(k为删除前S中元素的个数)。
- a) 请给出集合S及其操作的算法实现,并分别分析两个操作的最坏情况时间复杂度(你可以假设所有可能输入的元素均不会相同)。
- b) 假设开始S为空,后续对S执行了任意n个操作。请使用平摊分析计算这n个操作的总时间复杂度的一个上界。