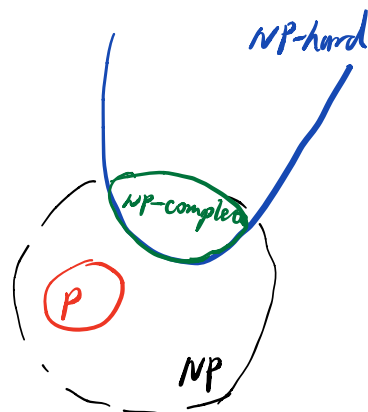


P: 问题可以在多项式时间内解决

NP: 可以在多项式时间内判断解是否正确 (最优)

NP-hard: 不能在多项式时间内解决

NP-complete: $NP \cap NP\text{-hard}$.



NP-hard / complete 的证明:

使用 reduction 的方法.

reduction: 将两个问题通过多项式算法建立联系.

TSP: Hamiltonian cycle.

对不完全图 $G(V', E')$, 存在 Hamiltonian cycle. ($|V'| = n$.)

↓ reduction:
 1. 为 E' 赋 1 的权重
 2. 对 V' 建立完全图 $G(V, E)$. 对 $\forall e \in E, e \notin E'$, 赋 2 的权重 } 多项式时间 $O(n^2)$

在完全图 $G(V, E)$ 中找到 TSP, 则 $c(\text{TSP}) = n$.

因此, 求解 Hamiltonian cycle 可以通过求解 TSP 得到.

Hamiltonian cycle 是 NP-hard, 故 TSP NP-hard.

第一个 NP-hard: SAT

布尔可满足问题: 指定一个布尔表达式, 问是否存在一个赋值使结果为 true.

所有算法都可以编码为布尔表达式.

组合优化问题 combinatorial optimization problem.

通常存在基于 solution 的 objective function. 找到使得 obj 达到极值的 solution. obj value 称为 solution quality.

解通常要满足一定条件, 称为 feasible/valid.

例如: TSP, scheduling, Bin-Packing, Graph-coloring, Clustering.