

# 课程设计B-信号处理基础设计

## 第二讲

李伊川

liyichuan@hit.edu.cn



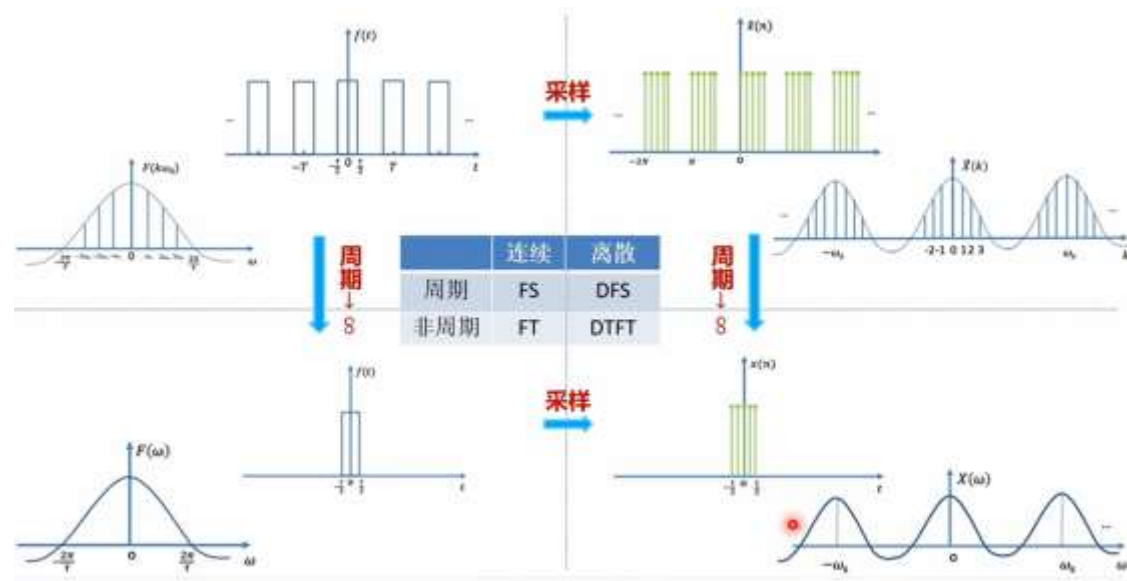


- 1 课程概述与实验内容简介
- 2 信号处理与频域分析基础
- 3 数字通信仿真基础
- 4 课设任务书布置及案例分析



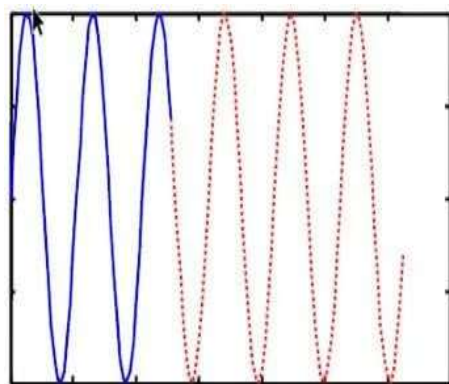
## DFT与CFT

- 自然界中的信号是连续的；计算机只能处理离散的信号
- DFT的应用是由于计算机只能处理离散信号；但是DFT可以近似CFT，它是近似CFT的一个过程，FFT是DFT的快速算法。
- 信号的频率估计检测实际上是计算机做FFT后的频谱检测（理论上看，就是DFT）
- 近似就存在误差
- 误差包括：频谱混叠、频谱泄露以及栅栏效应

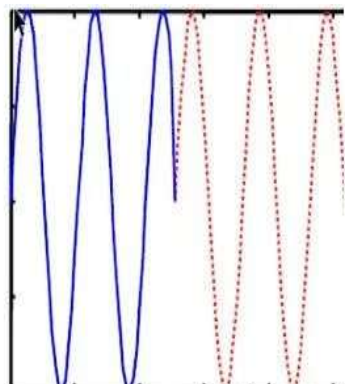


## 频谱泄露

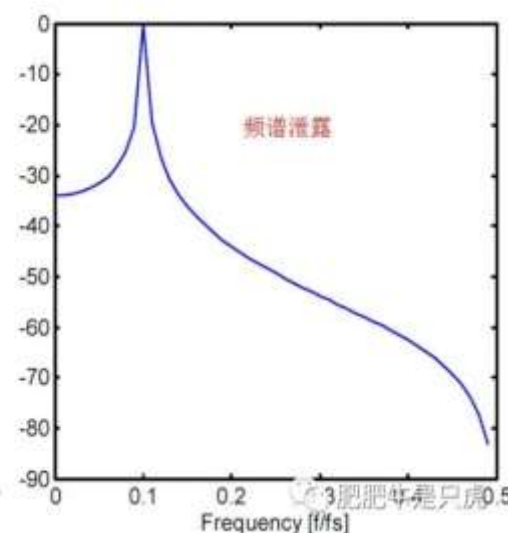
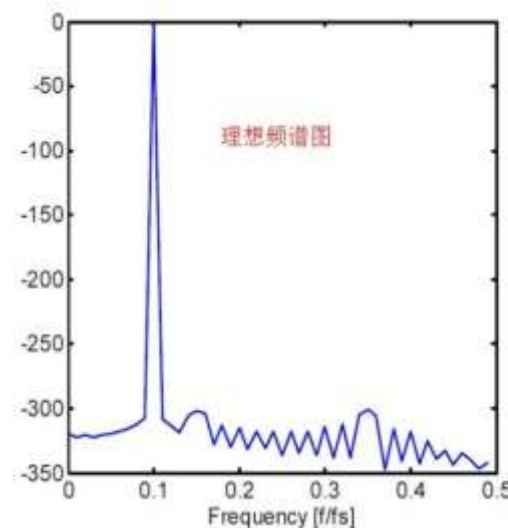
- 老王是空天通信实验室的一员，有一天吃完饭兴高采烈的打开实验室的示波器，欣赏着他/她生成的完美周期性的正弦信号，突然其同学小李过来了，说你这不是周期的正弦信号的；小李一气之下要他证明，小李说，你这个只是人脑补出来的周期信号，示波器虽然处理DFT时要保证信号是周期，但是它不是周期的正弦信号。



人的“脑补”操作

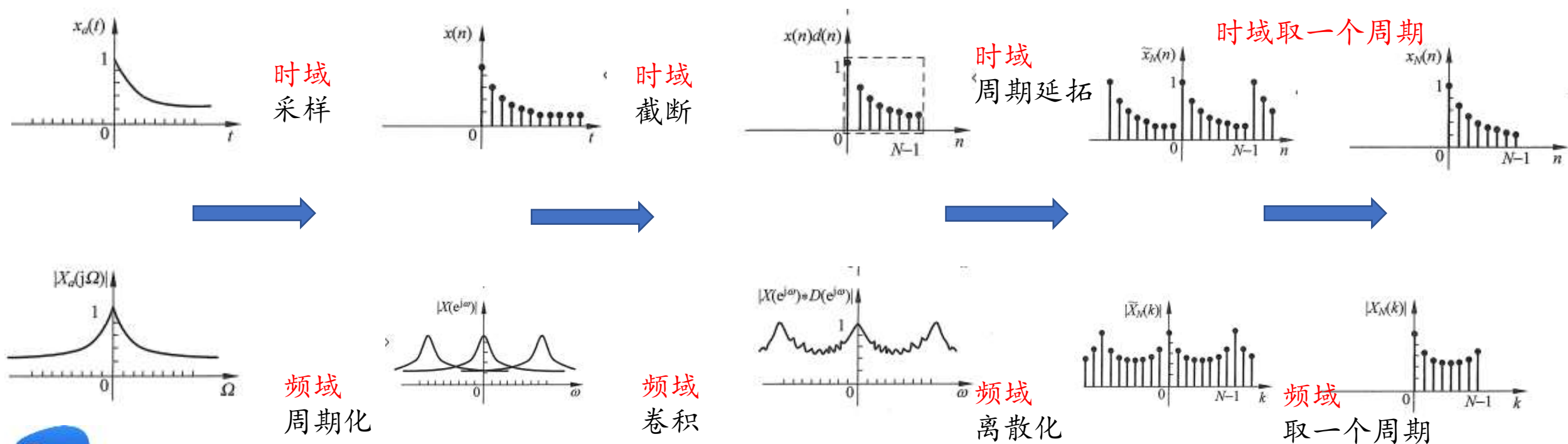


机器的“脑补”操作



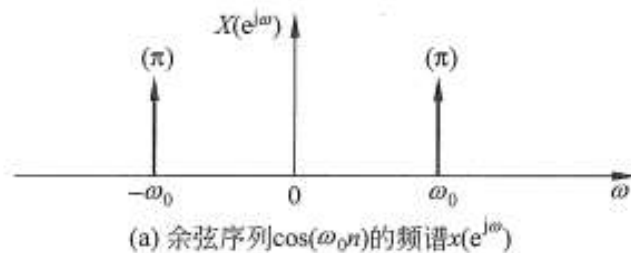
## 频谱泄露

- 老王：为啥会这样呢？
- 小李：这个要从DFT的几个步骤说起了，主要是截断过程造成了这样的区别。

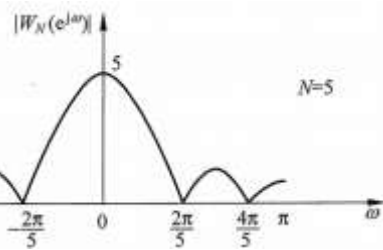
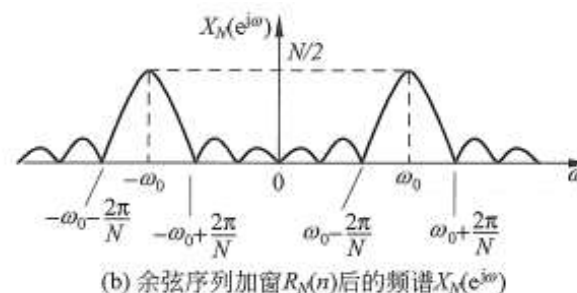


## 频谱泄露

- 老王：那这样，如何解决呢？
- 小李：机器是死的，人是活的，将每次示波器的采集的长度变成一个周期或者一个周期的整数倍不就可以了。
- 老王：那这个是截断造成的，那可以用改变窗函数来减小频谱泄露吗。
- 小李：当然可以，试想我们矩形窗进行截断，我们会发现，其泄露与窗函数的频谱主瓣有关，选小主瓣的就可以。



卷积\*



通信工



## ► 频谱泄露与频率检测有什么关系

- 频率检测是基于DFT的，频谱泄露是指原连续频谱泄漏到了附近的频谱，若不能减小频谱泄露，想要观测到的频谱分辨率将很低甚至无法精确获得。
- DFT即是，对具有N个数的输入序列进行一个N点DFT,产生一个具有N个点的频域。
- 频域采样点间隔（相邻频点对应的分析频率间隔）  $\Delta f = f_s / N$
- 小李刚才说减小频谱泄露可以让示波器采样周期为信号周期的整数倍即  $T_{sample} = kT_{signal}$
- 由于  $T_{sample} = \frac{1}{\Delta f}$ ;  $T_{signal} = \frac{1}{f_{signal}}$ , 代入  $T_{sample} = kT_{signal}$ , 我们所要测的频率满足  $f_{analysis} = f_{signal}$  时, 即  $f_{analysis} = \frac{kf_s}{N}$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$  **DFT能够很好的模拟出CFT。**
- 只有当输入信号所包含的频率成分精确地等于分析频率  $kf_s/N$ , 即基频（两根谱线的间隔）的整数倍时, **DFT结果正确**





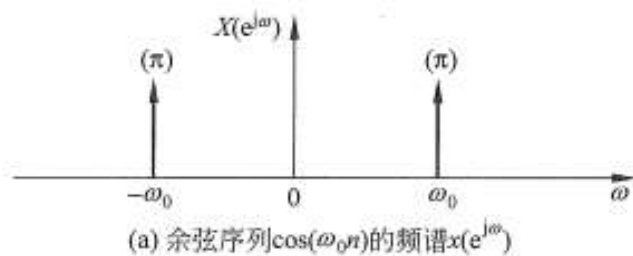
► 频谱泄露Matlab展示(见Matlab文件)



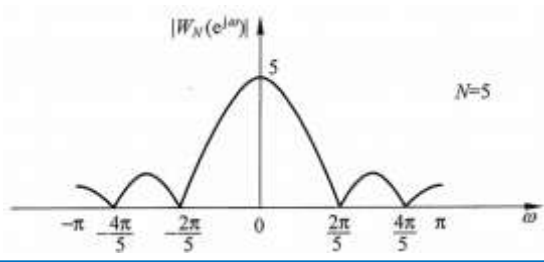
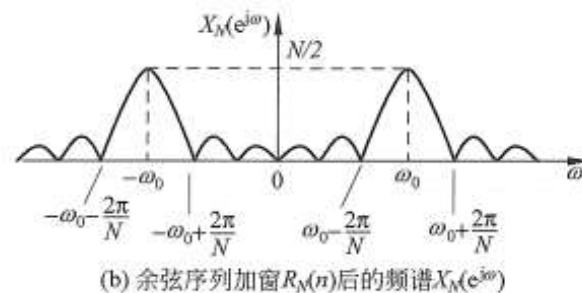


## 加窗

- DFT泄漏的影响除了影响频率的判断之外即分辨率问题还可能产生谱间干扰即：当处理的信号包含两个振幅不同的频率成分时，振幅较大的信号的旁瓣可能会掩盖振幅较小的信号的主瓣，从而影响频谱分析的结果。
- 由于信号频率不可能或者很难完全等于分析频率  $kf_s/N$ ，在此基础上，没有办法可以完全消除DFT泄露问题，为了减小DFT泄露的影响，窗函数是比较可靠的方法，因为通过改变窗函数的旁瓣和主瓣，减小泄露的影响。



卷积\*

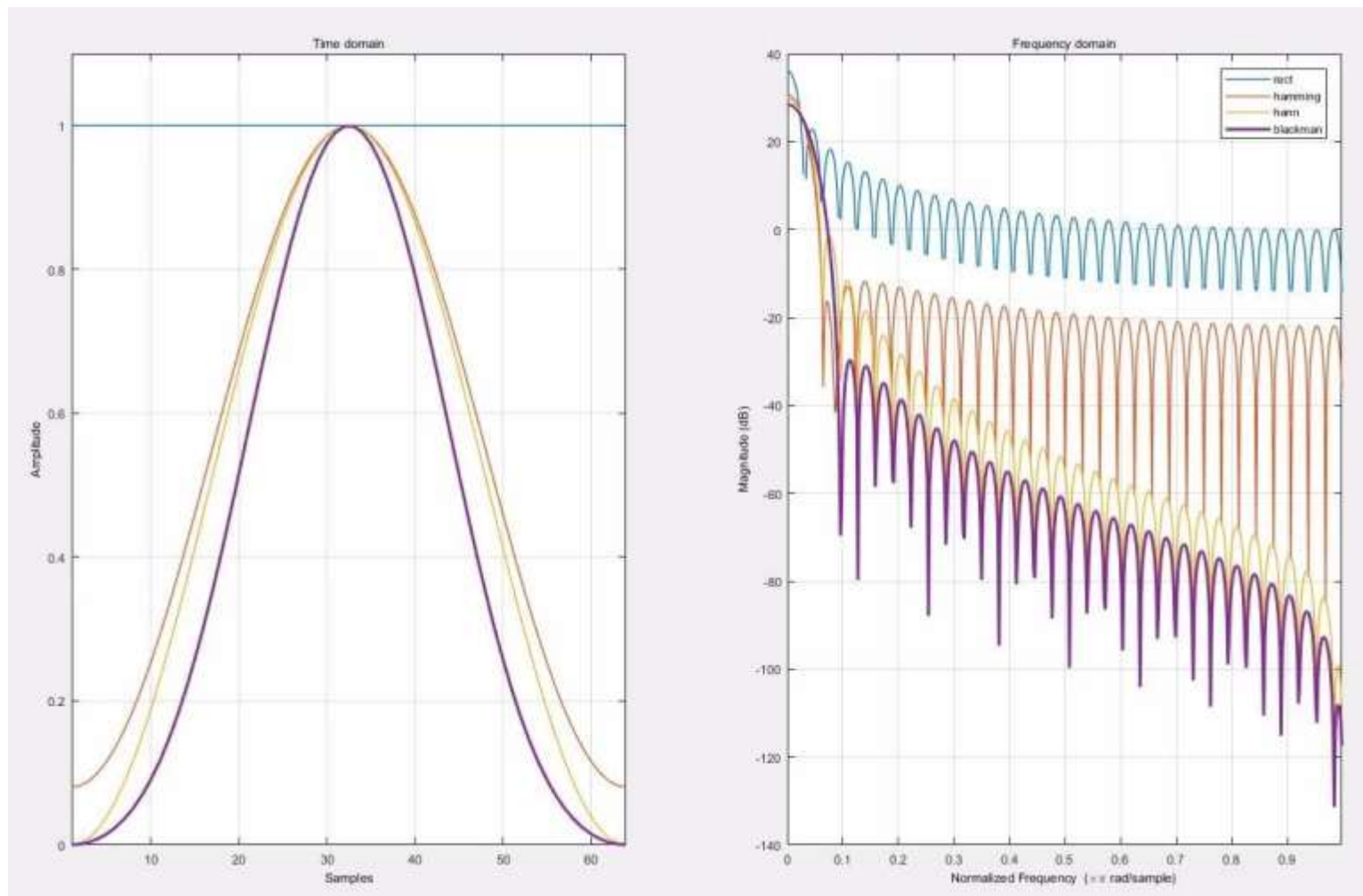


## 加窗

- 为了减小DFT的泄露所带来的频谱模糊和谱间干扰，需要减小主瓣宽度和旁瓣幅度；
- 理想的窗函数是主瓣宽度窄，旁瓣幅度小。
- 矩形窗函数首尾值的突变，是其产生旁瓣的原因。所以，可以通过将输入序列的首尾数据平缓连接，以减小旁瓣的幅度，进而减小DFT的泄露。
- 各种各样的窗函数就被发明了，常用的窗函数有: 矩形窗函数、Hanning、Hamming窗函数、Blackman等。



## 加窗

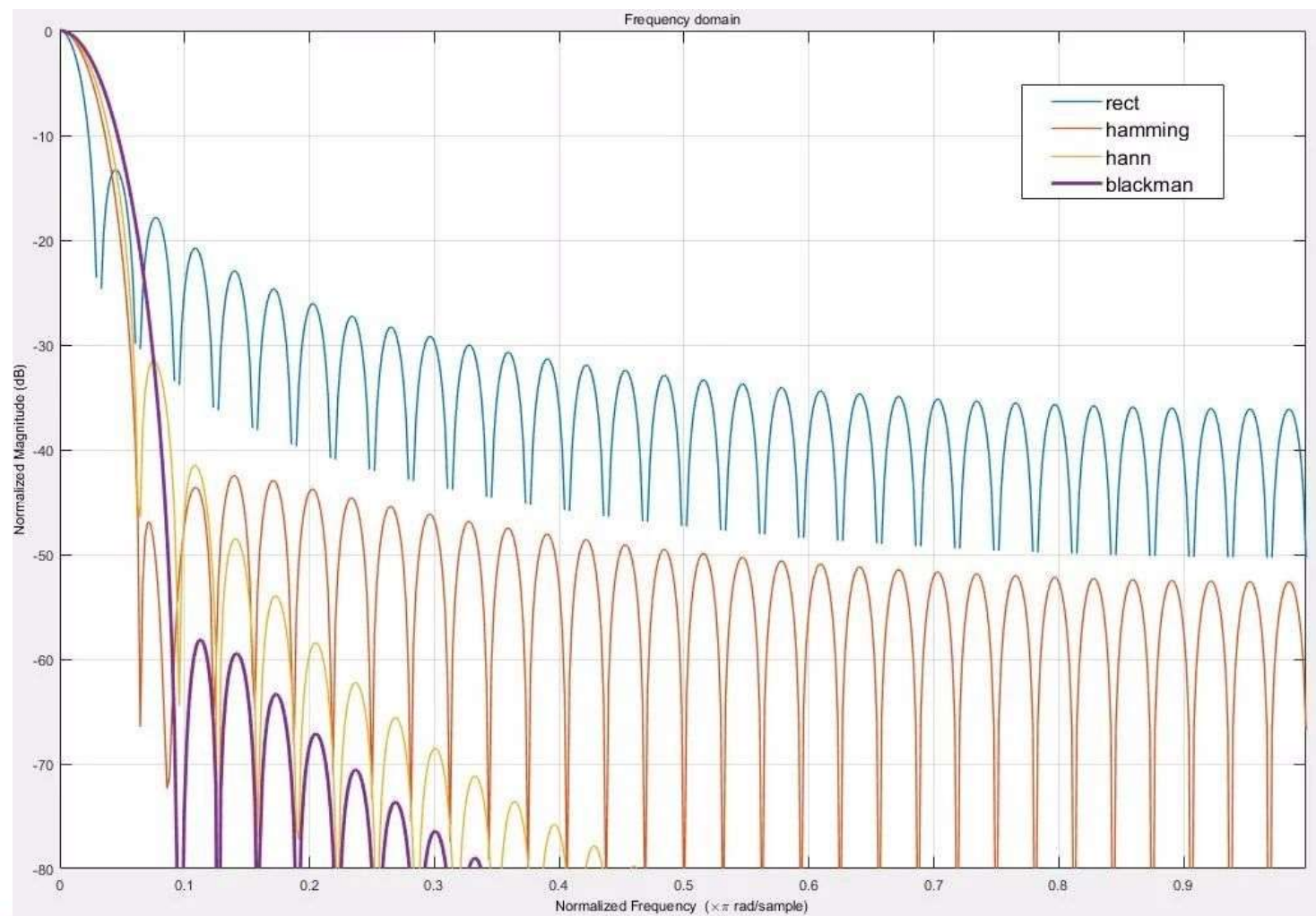


左边是四种窗函数的时域和频域表示。

从频域可以看到，主瓣幅度  
 $\text{rect} > \text{hamming} > \text{hann} > \text{blackman}$ ,

因为Hanning、Hamming和Blackman函数都减小了用于DFT运算的时域信号幅度，所以其主瓣幅度低于矩形窗函数的主瓣幅度。

## 加窗



可以看到:

- (1) 从主瓣宽度来看:  
 $\text{rect} < \text{hamming} < \text{hann} < \text{blackman}$ ;
- (2) 从旁瓣大小来看:  
 $\text{rect} > \text{hamming} > \text{hann} > \text{blackman}$

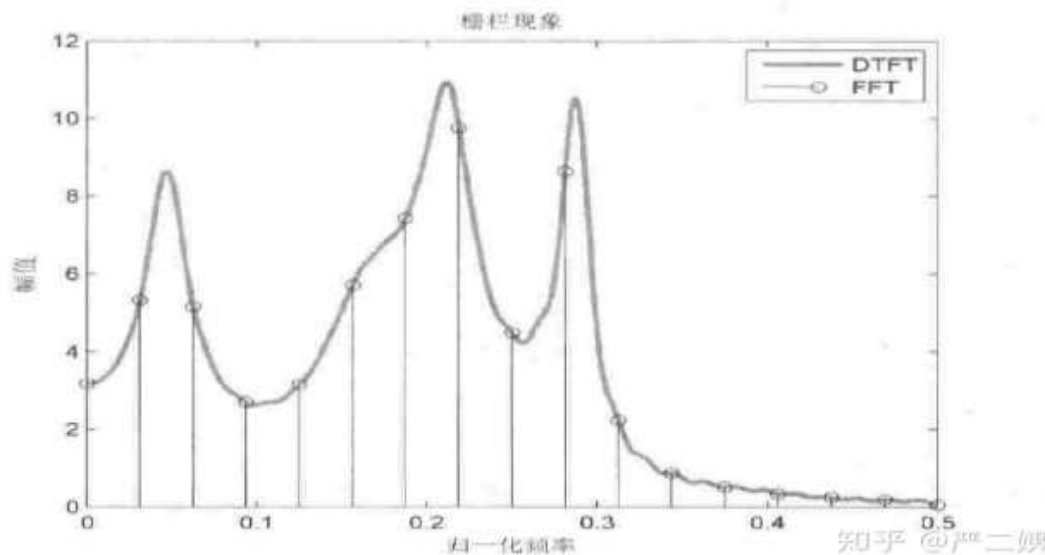


窗函数Matlab展示(见Matlab文件)



## ▶ 栅栏效应

- N点DFT是在频率区间  $[0, 2\pi]$  上对时域离散信号的频谱进行N点等间隔采样，而采样点之间的频谱函数是看不到的。
- 类似于从N个栅栏缝隙中观看信号的频谱情况，仅得到N个缝隙中看到的频谱函数值。因此称这种现象为栅栏效应。由于栅栏效应，有可能漏掉(挡住)大的频谱分量。



## 减小栅栏效应措施-补零

- 对有限长序列，可以在原序列尾部补零；
- 对无限长序列，可以增大截取长度及DFT变换区间长度；
- 本质上都是通过使最后DFT中周期延拓N点变多，从而使频域采样间隔变小，增加频域采样点数和采样点位置，使原来漏掉的某些频谱分量被检测出来。
- 但是它并不能弥补频谱泄露。只能逼近加窗后的连续频谱。





## 频率位置的估计

【例】输入为正弦波

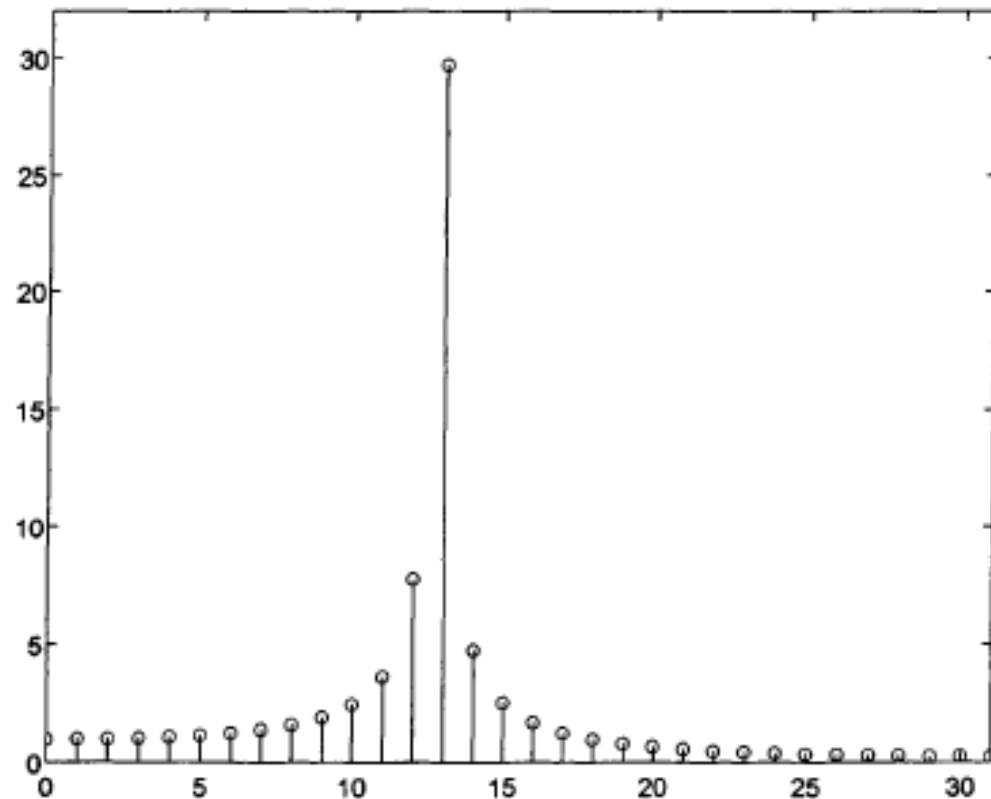
$$f_0 = 200\text{MHz} = 2 \times 10^8 \text{Hz} \quad N = 64 \quad T_s = 10^{-9}(\text{s})$$

$$\frac{f_s}{N} = \frac{1}{T_s N} = 15.6 \times 10^6 \text{Hz}$$

功率谱峰位于 $k=13$ 处

$$\text{实际位置 } \frac{f_0}{\frac{f_s}{N}} = 12.8$$

大多数情况下由于DFT泄露都是无法精确定位位置，如何由获得的频谱估计实际位置？

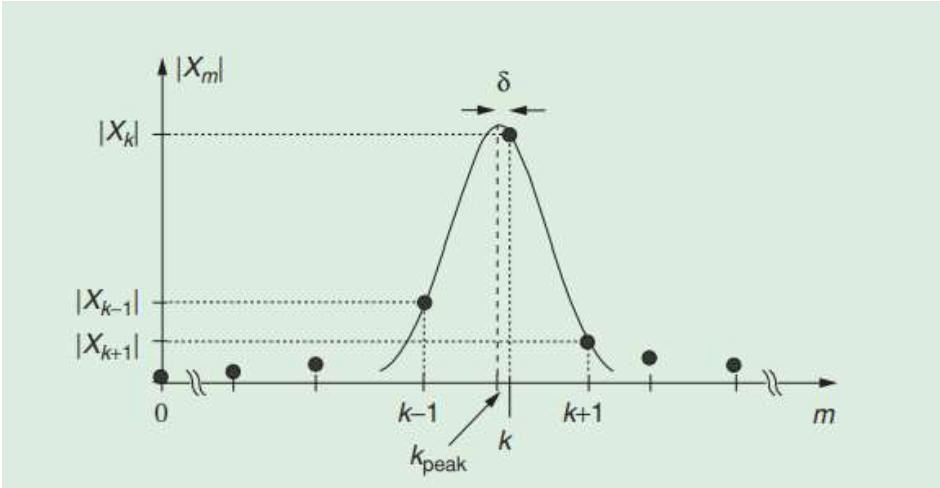




频率位置的估计

如何由获得的频谱估计实际位置？

有很多种算法如Rife算法、Welch算法、Jacobsen算法等等



Jacobsen算法示意图

窗函数类型	Q	偏移量计算公式
海明窗	0.60	$\delta = \text{Re} \left[ \frac{Q(X_{k-1} - X_{k+1})}{(2X_k + X_{k-1} + X_{k+1})} \right]$
汉宁窗	0.55	
布莱克曼窗	0.55	
其他	\	$\delta = -\text{Re} \left[ \frac{(X_{k+1} - X_{k-1})}{(2X_k - X_{k-1} - X_{k+1})} \right]$

Q是常数与窗函数有关



## 一、题目 1：信号频率估计算法仿真与分析

### 二、内容与要求：

利用学过的信号与系统、数字信号处理、随机信号分析知识，完成目标频率估计算法仿真与性能分析。

#### 2.1 条件设置：

- 无噪声条件下的估计
- 有噪声条件下的估计
- 有干扰条件下的估计

#### 2.2 仿真要求：

##### 2.2.1 频率估计（以 4 倍最高频率采样为例）

- ✓ 考虑不同窗的影响（至少 4 种窗函数）
- ✓ 考虑目标落入不同间隔位置时的性能
- ✓ 考虑不同 SNR 下的性能（注意 SNR 的计算）
- ✓ 考虑不同干扰类型的性能（如：干扰与目标的相对位置）
- ✓ 考虑噪声/干扰服从不同概率分布函数的性能
- ✓ 考虑不同频率估计算法的性能
- ✓ 要求给出上述不同情况下各种方法的性能比较与分析结果
- ✓ 评价指标：如 RMSE, 均值等





# 谢谢大家

