



信号频率估计算法仿真与分析 开题答辩

2025年7月5日

团队成员：
严裕松、张恩境、
黎峻彤、章琳琅、
戈敏融

目录

一、研究背景与目的

四、研究方案

二、国内外研究现状概述

五、项目分工

三、研究内容

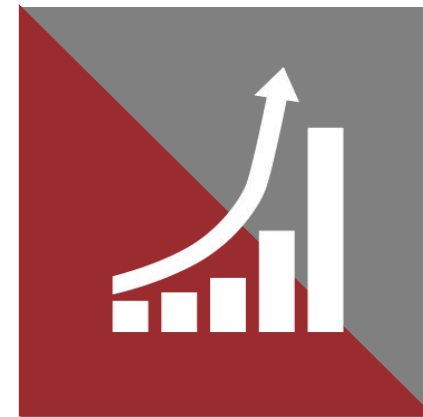
六、参考文献



一、研究背景与目的

一、研究背景与目的

研究背景：在信号处理领域，高精度的频率估计对信号特征的提取尤为重要。利用频率估计可以获得精确的目标信息，包括目标的距离、速度和角度等。FFT算法能够大大降低DFT的计算量，使得其成为一种最常用的频率估计算法。但是由于存在频谱泄露和栅栏效应，FFT算法的频率估计精度和分辨率较低。



研究目的：减小栅栏效应带来的影响，寻找能够提高精度或者降低计算量的频率估计方法。本组计划比较Rife算法及其改进型M-Rife、I-Rife等算法与CZT算法等在不同环境下的表现情况。



二、国内外研究现状概述

二、国内外研究现状概述

MUSIC算法

利用信号与噪声子空间之间存在正交性这一特性来估计参数,进行频域峰值搜索,计算量大.

Roy 利用自相关和互相关矩阵子空间旋转不变形去噪,再进行特征分解,避免MUSIC算法的一维搜索,降低了计算量,提出了ESPRIT 算法。

改进协方差(MC)算法

正弦信号的自相关函数仍为与原信号同频率的正弦信号。而高斯白噪声的自相关函数的期望只有在零点位置存在,其余位置均为 0 。所以,利用非零序号的自相关可以估计原信号的频率,同时还可以在一定程度上降低噪声的影响

Quinn算法

利用最大谱峰和相邻次大谱峰对应的傅里叶系数进行插值来实现复正弦信号的频率估计。当 δ 接近 ± 0.5 时,Quinn 算法的频率估计精度很高,但是当 δ 接近零时,Quinn算法的估计误差较大。

Zoom-FFT算法

Zoom-FFT,即复调制细化分析,是将时域信号与单位复指数相乘,将实信号变为复信号,根据傅立叶变换的频移定理,信号频谱产生平移,把感兴趣频段的中心频率移到相应频谱的原点处,再通过低通滤波及重采样后,做FFT变换后,得到更高的分辨率。

分析信号频率的方法多基于时域（如MUSIC算法和MC算法）或频域（如Quinn算法和Zoom-FFT算法），我们则计划选择Rife算法和CZT算法展开研究和进行仿真。



三、研究内容

01

直接FFT谱峰检测法

对采集到的信号进行离散傅里叶变换（DFT），找到频谱中幅度最大的频率分量对应的谱线，将其频率作为信号的估计频率。

该算法实现简单，计算效率高。但存在“栅栏效应”和“频谱泄漏”。

02

Rife算法及其改进型

Rife算法通过在信号频谱最大值与次大值之间进行插值运算来获得频率位置。但当被测频点距离最大值或次大值较近时，频率测量误差较大。

Rife算法有多种改进型，包括M-Rife、I-Rife、P-Rife和A-P-Rife等。

03

CZT算法及其改进型

对采集到的信号进行DFT，找到频谱中幅度最大的频率分量，确定其大致的频率位置。然后，以这个频率为中心，选择一个宽度适中的频率范围。在该范围内，对原始信号进行CZT，得到该范围内的精细频谱，并在频谱中找到幅值最大的点，其对应的频率即为更精确的频率估计值。



四、研究方案

四、研究方案

算法综述-Rife算法及其改进型

Rife算法

Rife 算法针对 FFT 算法中存在的栅栏效应, 通过利用最大谱线和次大谱线的幅值判断频率修正方向和计算频率修正因子, 修正后的频率估计值更接近真实频率。当信号频率接近相邻离散频点的中间区域时, Rife 算法的频率估计性能较好

I-Rife算法

I-Rife 算法首先利用频移技术将信号频率频移到两相邻离散频点的中心区域, 然后通过计算两相邻离散频点的中间频谱模值确定修正方向和利用 Rife 算法进行频率估计, 精度相对于 M-Rife 算法有一定的提升, 但计算量较大

M-Rife算法

该算法引入频谱移动的思想, 将处于频谱最大值或次大值附近位置的频率平移到中心位置, 进行第二次Rife算法, 从而改善了Rife算法的频率精度

基于插值修正的I-Rife算法

该算法首先利用 I-Rife 算法判断出修正方向, 然后在修正方向上单点插值, 比较三条谱线幅值, 将最大谱线和次大谱线之间的区域分为三个小区域, 判断信号频率位于的小区域并计算对应的频移因子, 最后计算出修正后的信号频率

四、研究方案

算法综述-Rife算法及其改进型

算法	复数乘法复杂度	复数加法复杂度
Rife算法	$\frac{N}{2} \log_2 N$	$N \log_2 N$
M-Rife算法	$\frac{N}{2} \log_2 N + 2N$	$N \log_2 N + \frac{4N}{3}$
I-Rife算法	$\frac{N}{2} \log_2 N + 4N$	$N \log_2 N + 4(N - 1)$
基于插值修正的I-Rife	$\frac{N}{2} \log_2 N + 5N$	$N \log_2 N + 5(N - 1)$

Rife算法及其各种改进型算法复杂度对比

四、研究方案

算法综述-Rife算法及其改进型

性能-复杂度综合对比

维度	Rife算法	M-Rife算法	I-Rife算法	基于插值修正的I-Rife
边界频率精度	低	中	中高	最高
低信噪比鲁棒性	低	中	高	最高
计算效率	★★★★★	★★★★☆	★★★★☆	★★☆☆☆
实现复杂度	简单	中等	较复杂	复杂
适用场景	高信噪比	实时系统	抗噪要求高	超精密测量

Rife算法及其各种改进型的综合对比

算法综述-CZT算法及其改进型

CZT

首先，对采集到的信号进行离散傅里叶变换（**DFT**），找到频谱中幅度最大的频率分量，确定其大致的频率位置。然后，以这个频率为中心，选择一个宽度适中的频率范围。在该范围内，对原始信号进行**CZT**，得到该范围内的精细频谱，并在频谱中找到幅值最大的点，其对应的频率即为更精确的频率估计值。

改进CZT

为解决栅栏效应对于频率估计精度的影响，提出在**CZT**算法的基础上，利用细化频谱最大谱线及其左右谱线对频率偏移值进行估计，从而提升频率估计的精度。

四、研究方案

算法综述-CZT算法及其改进型

算法	复数乘法复杂度	复数加法复杂度
FFT-Peak	$N \log_2 N$	$N \log_2 N$
CZT	$N \log_2 N + (N + M) \log_2(N + M)$	$N \log_2 N + (N + M) \log_2(N + M)$
改进CZT	同CZT	同CZT

CZT算法及其改进型的算法复杂度对比

算法综述-CZT算法及其改进型

指标	FFT-Peak	CZT	改进CZT
最大误差	$\pm 0.5\Delta f_0$	$\pm 0.5\Delta f_1$	逼近0（理想模型）
低信噪比表现	差（方差大）	中	劣化（SNR<0dB时 δ 计算失效）
频谱泄漏鲁棒性	低	低	低（需理想单频假设）
工程适用性	实时低精度场景	中等精度需求	高精度仪器（SNR>10dB）

CZT算法及其改进型精度与稳定性对比

四、研究方案

条件概述

- 本次实验需要考虑的实验条件包括**噪声条件**、**窗函数条件**等。通过改变这些条件，并对比不同实验条件下实验结果，分析各个计算频率的算法的性能。

噪声条件

无噪声条件下的估计

有噪声条件下的估计

有噪声条件下的估计

其他条件

考虑不同窗函数的影响

考虑目标落入不同间隔位置时的性能

考虑不同 **SNR** 下的性能

考虑不同干扰类型的性能

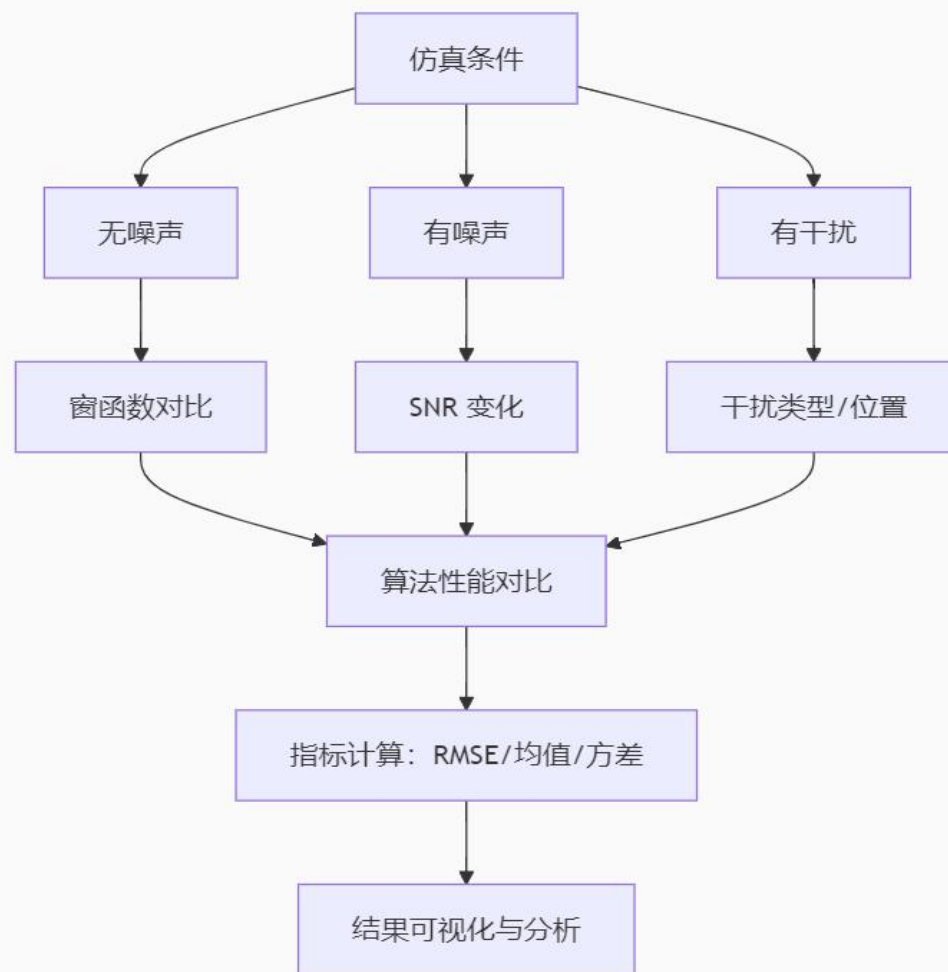
考虑噪声 / 干扰服从不同概率分布函数的性能

考虑不同频率估计算法的性能

评价指标：如 **RMSE**, 均值等

四、研究方案

仿真方案概述（流程图）



总体仿真设计流程图

四、研究方案

仿真方案概述（不同环境下的仿真）

噪声类型	关键参数	生成方法	物理特性
高斯白噪声	均值 $\mu=0$, 方差 σ^2	经典加性噪声模型	轻尾分布, 频谱平坦
拉普拉斯噪声	位置参数 $\mu=0$, 尺度参数 b	双指数分布	重尾分布, 模拟脉冲噪声
均匀分布噪声	下界 $-a$, 上界 a	均匀随机过程	有限幅度, 模拟量化噪声
α 稳定分布噪声	特征指数 α , 对称参数 β , 分散系数 γ	广义中心极限定理	重尾脉冲噪声($\alpha<2$ 时方差无限)
有色高斯噪声	相关带宽 B , 功率谱形状	白噪声通过成形滤波器	非平坦频谱

不同噪声类型

参数关系:

噪声功率 $P_n = \frac{P_s}{10^{\frac{SNR}{10}}}$ 均匀分布: $a = \sqrt{3P_n}$

拉普拉斯分布: $b = \sqrt{\frac{P_n}{2}}$ α 稳定分布: $\gamma = P_n^{\frac{1}{\alpha}}$

窗类型	主瓣宽度	旁瓣衰减 (dB)	适用场景
矩形窗	窄	-13	高SNR分辨率需求
汉宁窗	中等	-31	通用场景
汉明窗	中等	-41	平衡分辨率与泄漏
Blackman窗	宽	-57	强干扰抑制

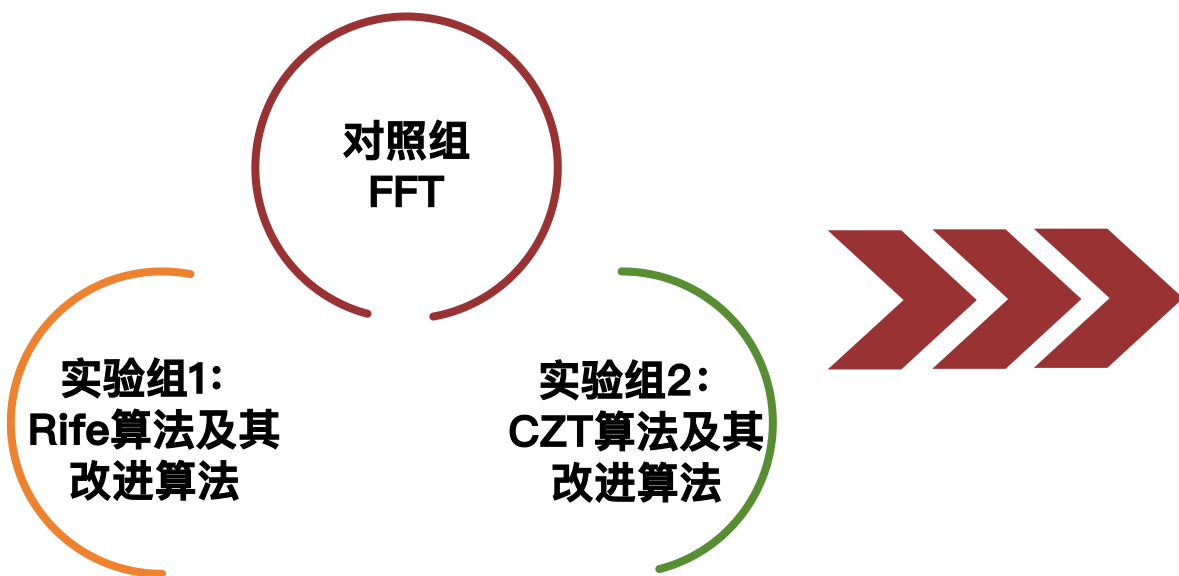
窗函数条件

干扰类型	关键参数	干扰特征	典型场景
单频干扰	频率偏移 Δf , 干信比 ISR	单一频率点	邻近信道干扰
多频干扰	频率偏移向量 $[\Delta f_1, \Delta f_2, \dots]$, ISR	多个离散频率	谐波干扰/互调产物
线性调频干扰	起止频率 $[f_{\text{start}}, f_{\text{end}}]$, ISR	频率线性变化	雷达扫描干扰
宽带噪声干扰	干扰带宽 B , ISR	全频带/子带噪声	阻塞式干扰

不同干扰类型

四、研究方案

仿真方案概述（实验组设置与评价指标）



三种不同算法进行对比

指标类别	指标名称	数学表达式
准确性指标	均方根误差 (RMSE)	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\hat{f}_m - f_0)^2}$
	平均绝对误差 (MAE)	$MAE = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \ \hat{f}_m - f_0\ $
	估计偏差 (Bias)	$Bias = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (\hat{f}_m) - f_0$
稳定性指标	标准差 (STD)	$STD = \sqrt{\frac{1}{M-1} \sum_{m=1}^M (\hat{f}_m - \bar{\hat{f}})^2}$
	归一化标准差 (NSTD)	$NSTD = \frac{STD}{f_0}$
鲁棒性指标	异常估计比例 (Outlier Ratio)	$OR = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{I}(\ \hat{f}_m - f_0\ > \Delta)$
	克拉美罗界达成率 (CRLB Ratio)	$CRLB_Ratio = \frac{RMSE^2}{CRLB}$

多种评价指标



五、项目分工



五、项目分工

- 严裕松(组长): 开题汇报, 文献查找, PPT制作
- 张恩境: 文献查找, 报告撰写
- 章琳琅: 文献查找, 报告撰写
- 黎峻彤: 文献查找, 报告撰写
- 戈敏融: 文献查找, PPT制作



六、参考文献

六、参考文献

[1]

Rabiner, Lawrence R., S. Chafer, Ronald W., & Rader, Charles M. (1969). The chirp z-transform algorithm and its application. Bell System Technical Journal, 48(5), 1249–1292.

[2]

Wang, Kai, Wang, Lanlan, Yan, Bao, & Wen, He. (2022). Efficient Frequency Estimation Algorithm Based on Chirp-Z Transform. IEEE Transactions on Signal Processing, 70, 1–14.

[3]

Wang Y., Zhang H., Liu J., & Liu M. (2017). Online identification of missile in frequency domain based on Chirp-Z transform. 1085–1091.

[4]

闻丹, 易辉跃, 张武雄, 许晖. 基于插值修正的I-Rife频率估计算法[J]. 计算机工程

[5]

王哲文, 许晖, 易辉跃, 黄浩, 杨柳, 邓鹤鸣, 张武雄, 顾豪爽, 胡永明. 用于正弦波频率估计的修正I-Rife算法[J]. 数据采集与处理, 2024, 第39卷(2): 471–480

[6]

J. Wang and Y. Ma, "An Improved Rife Algorithm for Frequency Estimation of Sinusoidal Signal Under Low SNR Conditions," 2023 6th International Conference on Information Communication and Signal Processing (ICICSP), Xi'an, China, 2023, pp. 1163–1167, doi: 10.1109/ICICSP59554.2023.10390874.

[7]

罗佳, 车延庭, 黄光明. 基于双级M-Rife算法的频率测量方法[J]. 电子信息对抗技术, 2020, 35(6): 50–53, 108. DOI: 10.3969/j.issn.1674-2230.2020.06.011.

[8]

朱颖洁, 张武雄, 易辉跃, 等. 基于改进Chirp-Z变换的高精度频率估计算法[J]. 电子科技大学学报, 2024, 53(4): 525–532. DOI: 10.12178/j.001-0548.2022332.

[9]

曹燕, 王一歌, 李欣雯, 赵明剑, 丁泉龙. 一种基于窄带自相关的实信号频率估计算法[J]. 科学技术与工程, 2020, 第20卷(7): 2756–2761

[10]

王磊, 王丽, 朱晗东. 一种基于对称傅里叶变换的信号频率估计算法研究[J]. 电子器件, 2022, 第45卷(5): 1145–1149



哈爾濱工業大學(深圳)
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY, SHENZHEN



谢谢!