



2024 年（夏）课程设计 B

信号处理基础设计

开题报告

题 目： 信号频率估计算法仿真与分析

组 别： 第二大组 第 8 小组

姓 名： 石铭宇 万郁彬 梁展博 尹子昂 杨炫辉

学 号： 210210633

班 级： 通信 6 班

指导教师： 李伊川 曲龙跃

开课学院： 电子与信息工程学院

地 点： K524

时 间： 2024 年 7 月 20 日

开题评分及标准

考察项目	考察内容	教师评价	备注（评语）
A 口头答辩 100 分	PPT 精美清晰，内容完整，理解充分，表达清晰，问题回答全面准确（90-100 分）		准备 PPT，按组提交一份 PPT, 分工合理
	PPT 清晰，内容完整，理解较充分，表达清晰，问题回答正确（80-89 分）		
	PPT 较清晰，内容完整，理解较充分，表达基本清晰，问题回答基本正确（60-79 分）		
	PPT 制作粗糙，内容较完整，表达模糊，问题回答不正确（60 分以下）		
B 开题报告 内 容 100 分	格式规范；内容充实；研究现状综述全面、分析深刻，方案完整可行（90-100 分）		按模板撰写，每组提交一份。
	格式规范；内容完整；研究现状综述较全面、分析正确，，方案可行（80-89 分）		
	格式较规范；内容较完整；研究现状综述较完整、分析基本正确，方案基本可行（60-79 分）		
	格式不规范；内容不完整；研究现状综述不够完整、方案可行性较差（60 分以下）		
综合评分	$\lambda_1 A + \lambda_2 B$ 式中 $\sum \lambda_i = 1$		

报告正文

一、研究的目的与意义

对淹没在噪声中的正弦波信号进行频率估计是信号处理的一个经典课题，在雷达和通信等领域有广泛应用。本课程设计旨在通过对信号频率估计算法的仿真与分析，深入探究信号处理领域中频率估计技术的核心原理与应用价值。

频率估计应用的最早的领域就是军事领域。一方面，有助于电子对抗能力提升：通过精确估计敌方通信信号的频率，为军事电子对抗提供关键信息，增强对敌方信号的干扰和侦察能力。另一方面应用于实时信号处理：在复杂的战场环境中，实现对快速变化信号的实时频率估计，提高军事指挥和作战的响应速度。

雷达系统中也应用广泛。如目标识别与跟踪：通过雷达回波信号的频率估计，提高目标的识别精度和跟踪稳定性，为雷达系统提供更准确的目标状态信息。又如抗干扰能力：在雷达信号处理中，有效抑制噪声和干扰信号，提高雷达系统的抗干扰能力，确保目标检测的可靠性。

随着移动互联网和物联网的快速发展，频率估计在无线通信系统中的应用需求也日渐增多，精确的频率估计算法有助于提升无线通信系统的服务质量和用户体验，为相关产业注入新的动力和活力。

综上所述，该研究不仅具有重要的理论价值，还在实际应用中展现出广泛的前景和深远的影响。通过深入研究和仿真分析信号频率估计算法，可以为军事、雷达、无线通信等领域的发展提供有力支持。

二、国内外研究现状概述

在通信、雷达、电子对抗等领域，对淹没在噪声中的正弦波信号频率进行快速估计是参数估计中的经典问题，目前国内外已有学者提出了不少方法。针对正弦波频率的快速估计，最常用的是基于离散傅里叶变换（DFT）的各类频率估计算法。

采用快速离散傅里叶变换（FFT）直接谱估计法进行正弦波频率估计，计算量小，工程上得到了广泛的应用，但 FFT 算法精度依赖于采样长度，容易出现栅栏效应，导致信号频率无法准确地落在离散频点上，于是当被估计频率位于量化频率附近时估计误差较大，所以需要研究利用已知谱线恢复出目标信号频率的细估计方法。常见的有 Rife 算法、Quinn 算法，这样直接通过 DFT 系数构造插值从而得到修正因子的直接细估计；也有牛顿迭代算法这样通过反复迭代得到最终目标频率的迭代细估计方法。

三、研究内容

由于栅栏效应的影响，当被估计频率位于量化频率附近时估计误差较大，我们主要通过研究经典的直接估计方法，如 Rife 算法和 Quinn 算法，研究在不同条件下突破栅栏效应的性能，比较总结各自的优缺点，并研究其改进方案，探索各个算法的优点，并综合起来，更好地解决栅栏效应的问题。

四、研究方案

1. 算法综述

1.1 直接估计方法

对信号进行 FFT 后，搜索幅度最大的频率谱线，并以此作为得到的估计信号频率，但当出现栅栏效应甚至频谱泄露的情况时，估计误差大，因此作为同改良算法的比较参考。

1.2 Rife 算法（双线幅度法）

Rife 算法给出的频率估计公式为

$$\tilde{f}_0 = \Delta f(k_0 + \delta) = \Delta f(k_0 + \alpha \frac{|X_{k_0+\alpha}|}{|X_{k_0+\alpha}| + |X_{k_0}|}) \quad (1)$$

其中， δ 为信号频率与量化频率的频差，修正方向 $\alpha = \pm 1$ ，当 $|X_{k_0+1}| > |X_{k_0-1}|$ 时 $\alpha = 1$ ； $|X_{k_0+1}| \leq |X_{k_0-1}|$ 时 $\alpha = -1$ ；修正因子 $\Delta k = |X_{k_0+\alpha}| / (|X_{k_0+\alpha}| + |X_{k_0}|)$ ， Δk 满足 $0 \leq \Delta k \leq 0.5$ 。因此，被估计位于 $k_0 \Delta f$ 与 $(k_0 + 0.5 \alpha) \Delta f$ 之间。Rife 算法利用两根相邻谱线 $|X_{k_0+\alpha}|$ 和 $|X_{k_0}|$ ，故又称为双线幅度法。

文献中给出的 Rife 算法频率估计方差的计算公式为

$$\text{Var}(\tilde{f}_0) = (f_s/N)^2 \left\{ \frac{(1-|\delta|)^2[(1-|\delta|)^2 + \delta^2]}{N(\text{SNR})\text{sinc}^2(\delta)} + 2\delta^2 \text{erfc}\left[\frac{\delta|\sin(\pi\delta)|}{\pi(1-\delta^2)}\sqrt{N(\text{SNR})}\right] \right\} \quad (2)$$

由式（2）可知，在适度信噪比条件下，当 $|\delta| = 0.5$ 时，即信号真实频率 f_0 接近最谱线和次大谱线中间区域时，Rife 算法的估计性能很好，然而当信噪比较低且 $|\delta| \leq 0.1$ 时，估计误差很大。

1.3 Quinn 算法

Rife 算法给出的频率估计为

$$\tilde{f}_0 = \Delta f(k_0 + \delta) \quad (3)$$

其中, δ 为频率修正项, 表示为

$$\delta = \begin{cases} \delta_2, & \delta_1 > 0, \delta_1 > 0 \\ \delta_1, & \text{others} \end{cases} \quad (4)$$

式中 δ_1 和 δ_2 表示为

$$\delta = \begin{cases} \delta_1 = \beta_1 / (1 - \beta_1) \\ \delta_2 = \beta_2 / (\beta_2 - 1) \end{cases} \quad (5)$$

β_1 和 β_2 表示为

$$\begin{cases} \beta_1 = \text{Re}\{X_{k_0-1}/X_{k_0}\} \\ \beta_2 = \text{Re}\{X_{k_0+1}/X_{k_0}\} \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\text{Re}\{\cdot\}$ 表示实部。

文献中给出了 Quinn 算法的频率估计方差为

$$\text{Var}(\tilde{f}_0) = (f_s/N)^2 \frac{(1-|\delta|)^2[(1-|\delta|)^2 + \delta^2]}{N(\text{SNR})\text{sinc}^2(\delta)} \quad (7)$$

由式 (7) 可知, 当 δ 接近 ± 0.5 时, Quinn 算法的频率估计精度很高, 但是当 δ 接近零时, Quinn 算法的估计误差较大。

1.4 对 Rife 和 Quinn 算法的改进

Rife 和 Quinn 算法弥补了直接估计的弊端, 但仍有不足, 需要继续研究其改进算法。

Rife 算法在较小时, DFT 最大谱线左右两侧谱线的幅度受噪声影响较大, 估计误差较大; Quinn 算法则充分利用了最大谱线左右两侧谱线的相位值来判断插值方向, 从而避免了 Rife 算法在 δ 较小时频率估计误差激增的现象。但依然会出现 δ 较小时, 误差较大的情况, 针对这种情况, 文献中提出 I-Rife、M-Rife、I-Quinn 等算法, 采用频谱细化、频移等技术, 以实现算法的改良, 降低频率估计的误差。我们会将逐一研究各种对 Rife 和 Quinn 算法的改进。

1.5 其他算法

完成上述研究的主要目的, 即研究 Rife 和 Quinn 算法及其改进算法, 我们会进一步考虑同其他主流的、表现优异的算法比较, 以进一步深入了解当下主流频率估计算法,

2. 条件概述

2.1 考虑噪声的有无

无噪声时, 则仿真结果失去了随机性, 意味着多次蒙特卡洛实验将是无意

义的，我们直接将仿真结果与实际频率的插值作为参考指标。

有噪声时，由于噪声具有一定随机性，仿真结果也必然会出现随机性，故我们采用多次蒙特卡洛实验的方法，采用 RMS 或者均值等作为指标来衡量算法的性能。

2.2 考虑窗函数的有无

我们考虑使用不同的窗函数，如汉明窗、汉宁窗、布莱克曼窗、布莱克曼-哈里斯窗等，将其对信号进行处理，研究窗函数的有无和种类对算法性能的影响。

2.3 考虑干扰信号的有无

我们考虑将不同频率但相近的正弦波信号作为干扰信号，同有用信号叠加，实现对干扰信号影响的研究。我们计划主要考虑单频干扰的情况，并在研究过程中尝试研究多频干扰的影响。

3. 仿真方案概述

3.1 服从不同分布函数噪声或不同干扰时的算法性能

我们计划考虑高斯分布、泊松分布、瑞利分布、均匀分布等白噪声，以及不同频率干扰或是单频、多频干扰的影响。

3.2 使用不同窗函数时的算法性能

我们计划引入汉明窗、汉宁窗、布莱克曼窗、布莱克曼-哈里斯窗等，并研究其对算法性能的影响。

3.3 不同信噪比/信干比的影响下的算法性能

我们计划研究不同 SNR/SIR 下，各种算法的性能，探索各个算法在低信噪比、高信噪比或是低信干比、高信干比下的表现及差异。

3.4 目标频率落入采样间隔不同位置时的算法性能

我们计划研究当目标频率落在谱线间隔不同位置时，不同算法的表现和差异。

3.5 不同算法频率估计的性能比较

对复正弦波信号，在相位、幅度和频率三个参数均未知的情况下，频率估计方差的克拉美-罗下界（CRLB）为

$$\text{Var}(\tilde{f}_0) = \frac{6f_s^2}{4\pi^2(\text{SNR})N(N^2-1)} \quad (8)$$

我们计划通过多个指标来衡量算法的性能，一是通过多次蒙特卡洛实验的频率估计 RMS 值同频率的准确值进行比较，判断算法的准确性；通过计算多次蒙特

卡洛实验的频率估计方差,同式(8)给出的频率估计方差的克拉美-罗下界(CRLB)进行比较,判断算法的稳定性。

五、项目分工

石铭宇: 算法编写, 开题报告, 结题报告

万郁彬: 开题答辩, 仿真

梁展博: 仿真, 结题 PPT

尹子昂: 结题报告, 论文查找

杨炫辉: 开题 PPT, 论文查找

所有组员参与实验思路的设计。

六、参考文献

- [1] 严静,周胜文,周云生,等.正弦波频率估计的改进 Quinn 算法[J].遥测遥控,2017,38(02):7-12.DOI:10.13435/j.cnki.ttc.002830.
- [2] 邓振森刘渝王志忠等.正弦波频率估计的修正 Rife 算法[J].数据采集与处理,2006.12
- [3] Barry G.Quinn. Estimation of Frequency, Amplitude, and Phase from the DFT of a Time Series[J]. IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, VOL. 45, NO. 3, MARCH 1997
- [4] 王宏伟,赵国庆.正弦波频率估计的改进 Rife 算法[J].信号处理,2010,26(10):1573-1576.
- [5] 齐国清.几种基于 FFT 的频率估计方法精度分析[A].大连海事大学.2006
- [6] DAVID C. RIFE, ROBERT R. BOORSTYN. Single-Tone Parameter Estimation from Qiscrete-Time Observations[J].IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY, VOL. IT-20, NO. 5, SEPTEMBER 1974
- [7] 王哲文,许晖,易辉跃,等.用于正弦波频率估计的修正 I-Rife 算法[J].数据采集与处理,2024,39(02):471-480.DOI:10.16337/j.1004-9037.2024.02.019.
- [8] 赵强,侯孝民,廉昕.基于 Zoom-FFT 的改进 Rife 正弦波频率估计算法[J].数据采集与处理,2017,32(04):731-736.DOI:10.16337/j.1004-9037.2017.04.009.
- [9] D. C. Rife and G. A. Vincent, "Use of the discrete fourier transform in the measurement of frequencies and levels of tones," in The Bell System Technical Journal, vol. 49, no. 2, pp. 197-228, Feb. 1970, doi: 10.1002/j.1538-7305.1970.tb01766.x.
- [10] G. Yue, Z. Xiong and S. Jun, "Modified algorithm of sinusoid signal frequency estimation based on Quinn and Aboutanios iterative algorithms," 2016 IEEE 13th International Conference on Signal Processing (ICSP), Chengdu, China, 2016, pp. 232-235, doi: 10.1109/ICSP.2016.7877830.