四、研究方案

1. 算法综述

1.1 直接FFT谱峰检测法

对采集到的信号进行离散傅里叶变换（DFT），找到频谱中幅度最大的频率分量对应的谱线，将其频率作为信号的估计频率。

该算法实现简单，计算效率高。但存在“栅栏效应”（由于DFT是离散的，真实频率可能不精确落在某个谱线上）和“频谱泄漏”（由于信号截断导致频谱扩散）问题，使得估计精度受限，特别是当信号频率不与DFT的离散频率点重合时。此外，该算法的抗噪声性能也很一般。因此，该算法作为其他改进算法的基准参考。

1.2 基于 Chrip-Z 变换（CZT）的频率估计法

首先，对采集到的信号进行离散傅里叶变换（DFT），找到频谱中幅度最大的频率分量，确定其大致的频率位置。然后，以这个频率为中心，选择一个宽度适中的频率范围。在该范围内，对原始信号进行CZT，得到该范围内的精细频谱，并在频谱中找到幅值最大的点，其对应的频率即为更精确的频率估计值。

该算法可以在感兴趣的窄带频率范围内提供比 FFT 更高的频率分辨率，所以准确度相比直接FFT法有较大提升。但是，栅栏效应依旧存在，这使得估计频率和实际信号频率之间仍然存在误差，需要进一步优化。

具体公式推导如下：

单一频率复正弦信号可以表示为：

其中， 是正弦信号的振幅； 是信号的频率； 是信号的初相位。

对信号以 的频率进行采样，采样点数为 ，采样后的信号表示为，对于信号 进行 FFT 运算，信号的频谱表示为 。

对获得的频谱的幅值进行搜索，幅值最大处即为频率的估计值：

式中，是最大谱线的索引值； 是频率分辨率。

在 范围内使用CZT 得到更精准的频率估计，CZT 变换表示为：

式中，；；； 是起始采样角度； 整数用于控制细化频率区间的大小； 是两相邻采样点之间的角度； 是频率细化倍数。

当频率的细化倍数为 时，CZT 算法的频率分辨率 比 FFT 算法的频率分辨率 高了 倍，表示为：

对获得的CZT频谱的幅值进行搜索，幅值最大处即为频率的更精确估计值：

1.3 基于改进 CZT 的高精度频率估计算法

为解决栅栏效应对于频率估计精度的影响，提出在 CZT 算法的基础上，利用细化频谱最大谱线及其左右谱线对频率偏移值进行估计，从而提升频率估计的精度。

信号的真实频率与细化后频谱的采样点之间存在一定的偏差 ，真实信号频率 表示为：

使用细化频谱中最大谱线及其左右谱线的幅值求出误差 ，对频率估计值 进行修正。

对 CZT 变换后的频谱进行搜索，获得最大谱线的幅值 及其左右两根谱线的幅值 、。

经推导， 的表达式为：

其中：

最后，将计算得到的 带入上文的 表达式中，即可得到精确的频率估计值 。