

信号与系统实验报告 (七) ----各种信号的谱分析

姓名: 杨承翰 学号: 210210226 班级: 通信2班

实验日期: 5.20 实验台号: K405-21 原始数据审核:

一、实验预习

- 1、线性坐标与对数坐标转换的公式是什么? -6dB电压增益等于多少比例? 功率衰减3dB等于衰减多少比例?

线性坐标和对数坐标转换的公式如下:

对数坐标 = \log_{10} (线性坐标)

线性坐标 = $10^{(\text{对数坐标})}$

电压增益 (dB) = $20 \cdot \log_{10}(G)$

6dB 的电压增益等于 2 倍的电压增益。

衰减 (dB) = $10 \cdot \log_{10}(P_1/P_2)$

3dB 的功率衰减等于原始功率的一半。

- 2、将正弦波乘以方波生成一个半波整流的正弦波, 计算其频谱。

将正弦波乘以方波可以实现半波整流, 产生一个带有谐波的正弦波。合成波形的数学表达式为:

$$y(t) = A \cdot |\sin(2\pi f_1 t)| \cdot \text{sign}(\sin(2\pi f_2 t))$$

由于该波形是偶函数, 其频谱也具有对称性。其 $F_1(\omega)$ 、 $F(\omega)$ 分别为:

$$F_1(\omega) = \frac{T}{\pi} \cos\left(\frac{\omega T}{4}\right) \left(\frac{1}{1 - \left(\frac{\omega T}{2\pi}\right)^2} \right) e^{-\frac{j\omega T}{4}} \quad \#(3)$$

$$F(\omega) = 2\pi \sum F_{1n} \delta(\omega - n\omega_0) \quad \#(4)$$

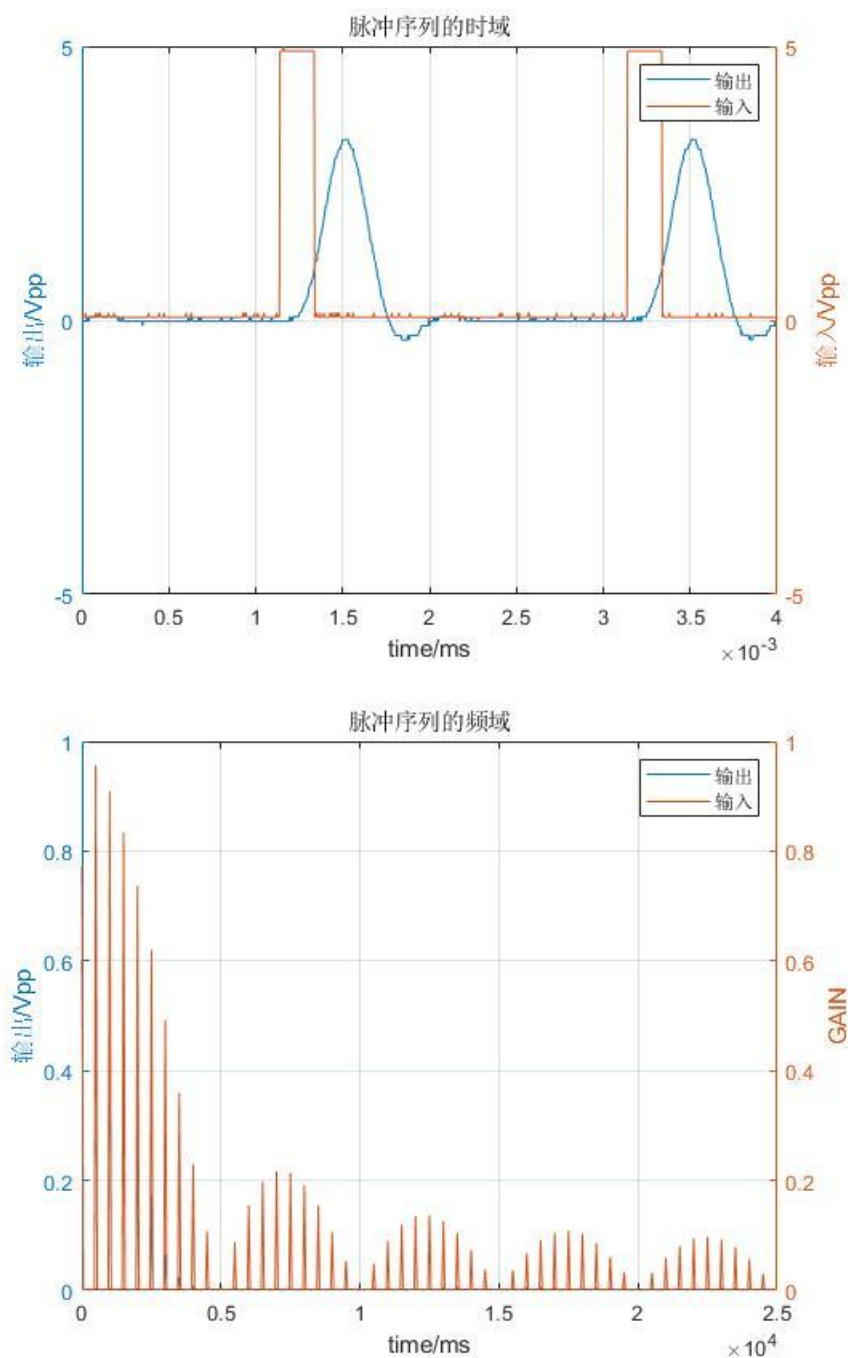
$$F(\omega) = 2 \sum \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right) \left(\frac{1}{1 - n^2} \right) e^{-\frac{jn\pi}{2}} \delta(\omega - n\omega_0)$$

频率为 f_n 的谐波振幅为:

$$|F(\omega)| = 2 \sum \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{|1 - n^2|} \delta(\omega - n\omega_0)$$

二、实验记录与思考题

图 7-2 脉冲序列的时域与频域



观察脉冲序列，其宽度为：0.212 ms 和重复周期为：1.989 ms。

问题 1

脉冲序列在哪些频率处增益为零？

(5000k) Hz(k=1,2,3,...)

问题 2

脉冲序列的零增益点之间的频率间隔与脉冲宽度之间的数学关系是什么？

频率间隔 $T=5\text{kHz}$

脉冲宽度 $\tau=0.212\text{ms}$

脉冲宽度 $\tau=1/T$

问题 3

$\sin(x)/x$ 有什么特性（过零周期、幅度）？

1. 有无限多个过零点：该函数在每个整数倍的 π 处均为零点，即 $\sin(x)/x = 0, x = n\pi$ ($n \neq 0$)。
2. 有一个主瓣：最高幅度出现在零点，随着频率增加其余方向上有衰减。主瓣的宽度和形状取决于窗函数及采样周期等因素。
3. 受 Sinc 滤波影响：此函数与 Sinc 函数具有相同形式，在离散时间采样时会被等效于 Sinc 函数。如果采用较低的采样频率，则可能会导致别正在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 范围内的某些能量被混叠到包络的其他部分中去。

问题 4

当占空比趋近于 0 时，你发现有怎样的一般趋势？

占空比逐渐减小趋于 0 时，不同频率谐波增益逐渐减小，趋于相等

问题 5

根据上述趋势，预期单脉冲的频谱（即脉冲之间的间隔非常大的脉冲序列）会具有什么形状？

单脉冲的频谱为 sinc 函数。sinc 函数是一种以正弦函数为基础的周期函数，表示了单位脉冲的频率响应，它的数学表达式为：

$$\text{sinc}(\omega) = \sin(\pi\omega) / (\pi\omega)$$

其中， f 表示频率， $\text{sinc}(\omega)$ 描述的是在频域上的振幅，可以看做信号功率密度。

由此可见，单脉冲的频谱呈现出类似于三角形振幅的形状，有着明显的主瓣和多个旁瓣（副瓣），在频率上与时间上具有对称性。主瓣的宽度取决于单脉冲的持续时间或带宽，而旁瓣则体现了单脉冲波形中存在的高频成分。当单脉冲越窄时，主瓣就会变得越宽，旁瓣则会变得更加明显；相反，当单脉冲越宽时，旁瓣逐渐消失，主瓣也会变得越来越窄。

图 7-3 BLPF 输出的时域与频域

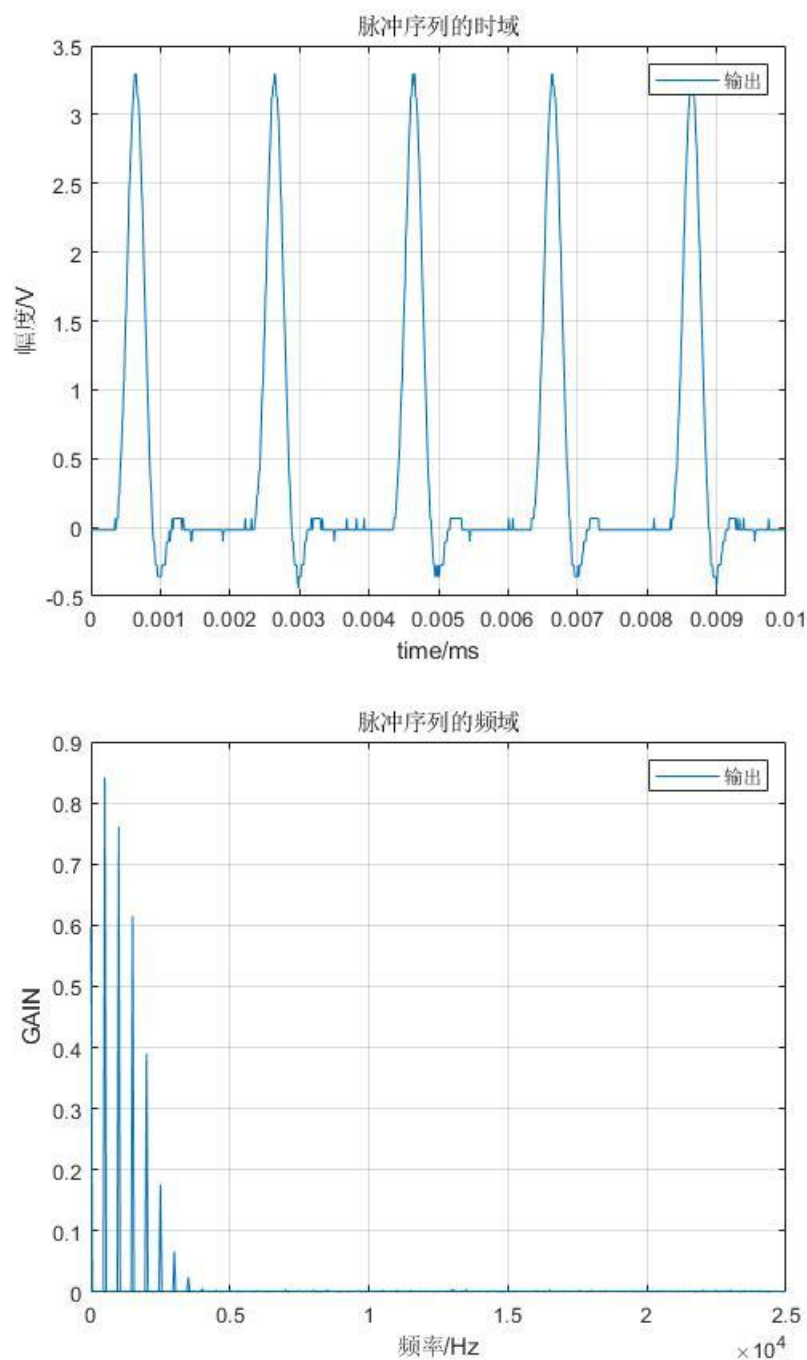
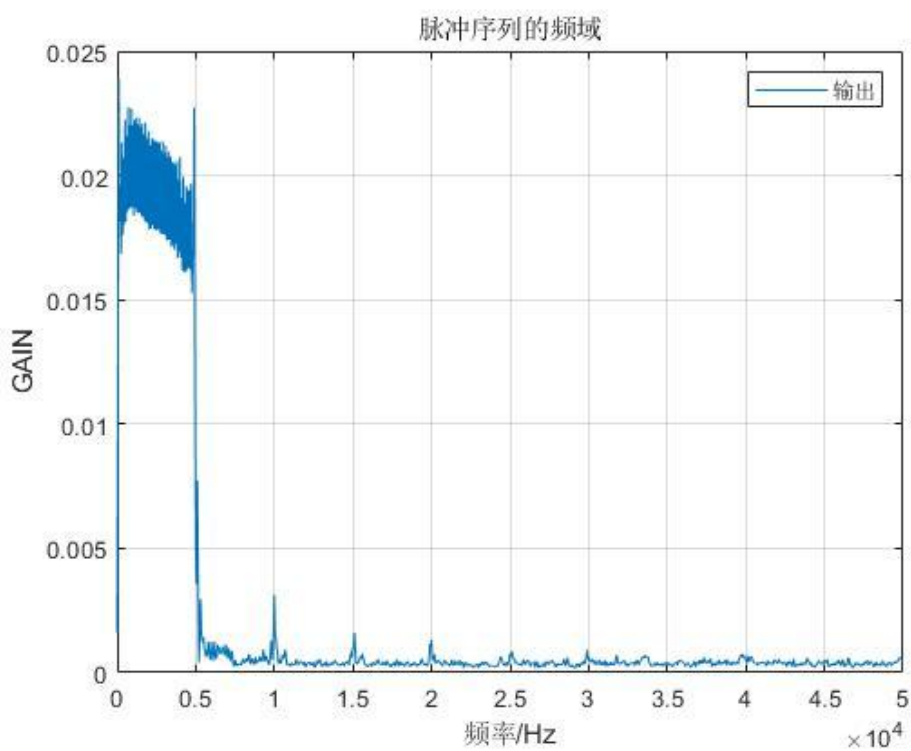
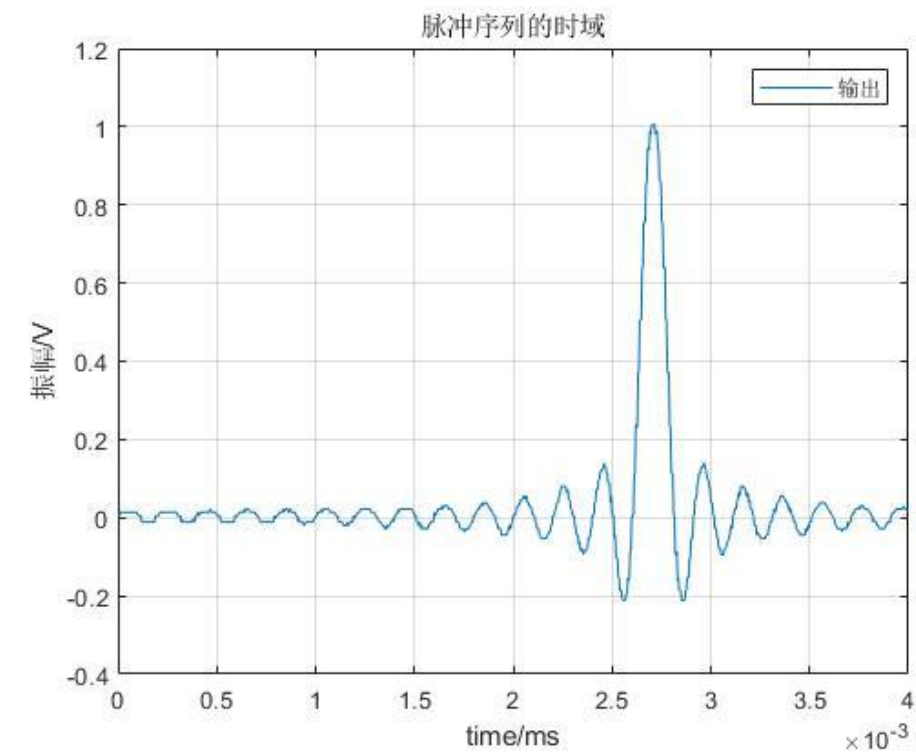
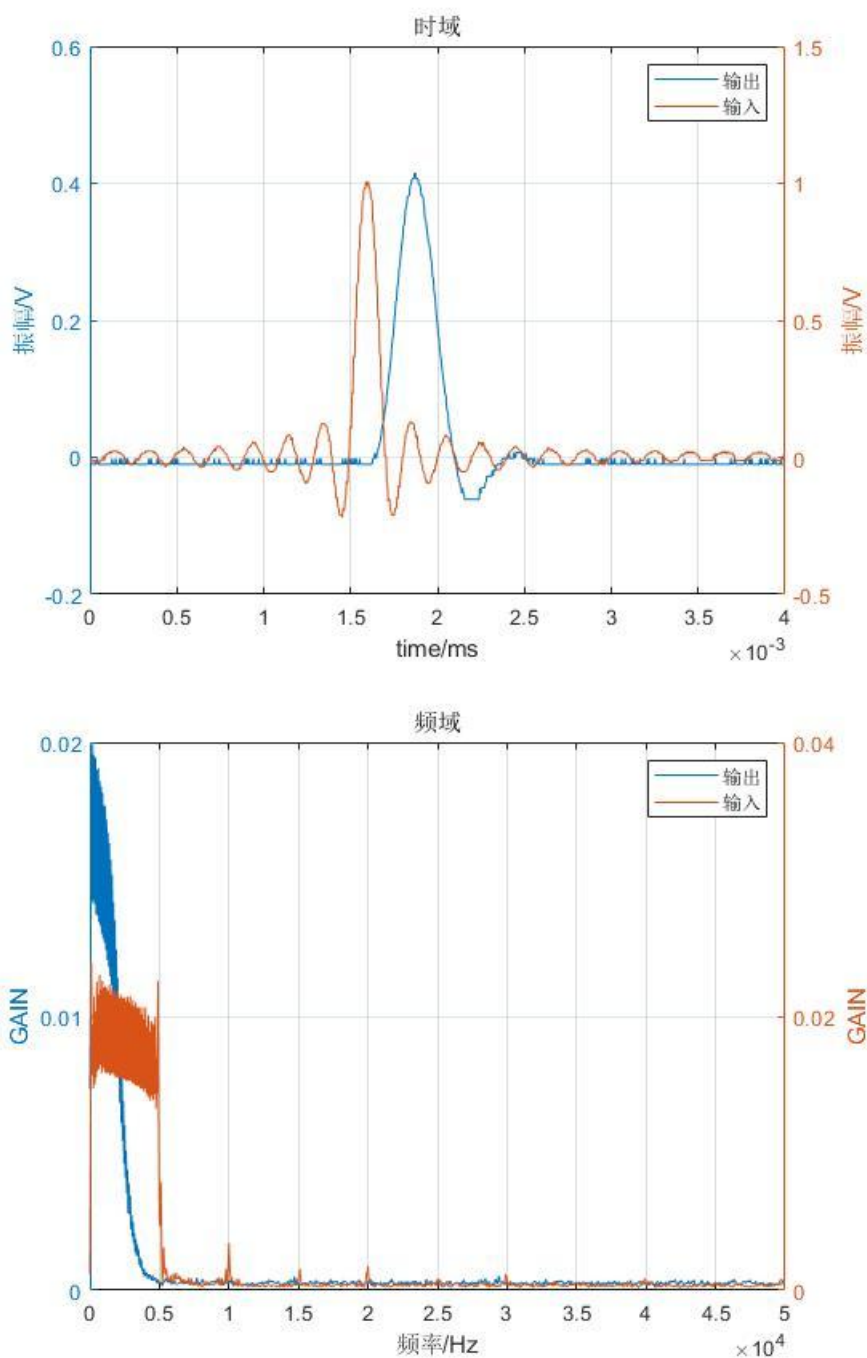


图 7-4 SINC 脉冲时域与频域





问题 6

假设所观察的 Sinc 脉冲是关于零点对称的，那么信号在哪些时刻发生零交叉？

$$t = k \cdot \pi (k=1, 2, 3, \dots)$$

如果所观察的 Sinc 脉冲是关于零点对称的，那么在时间轴上，该信号也将具有零点对称性。因此，信号将在每个采样周期的中间发生零交叉，即在 $t = nT/2$ 处，其中 n 为奇数。

从频域角度来看，对于一个关于零点对称的 Sinc 脉冲序列，其频率响应也将关于零对称，

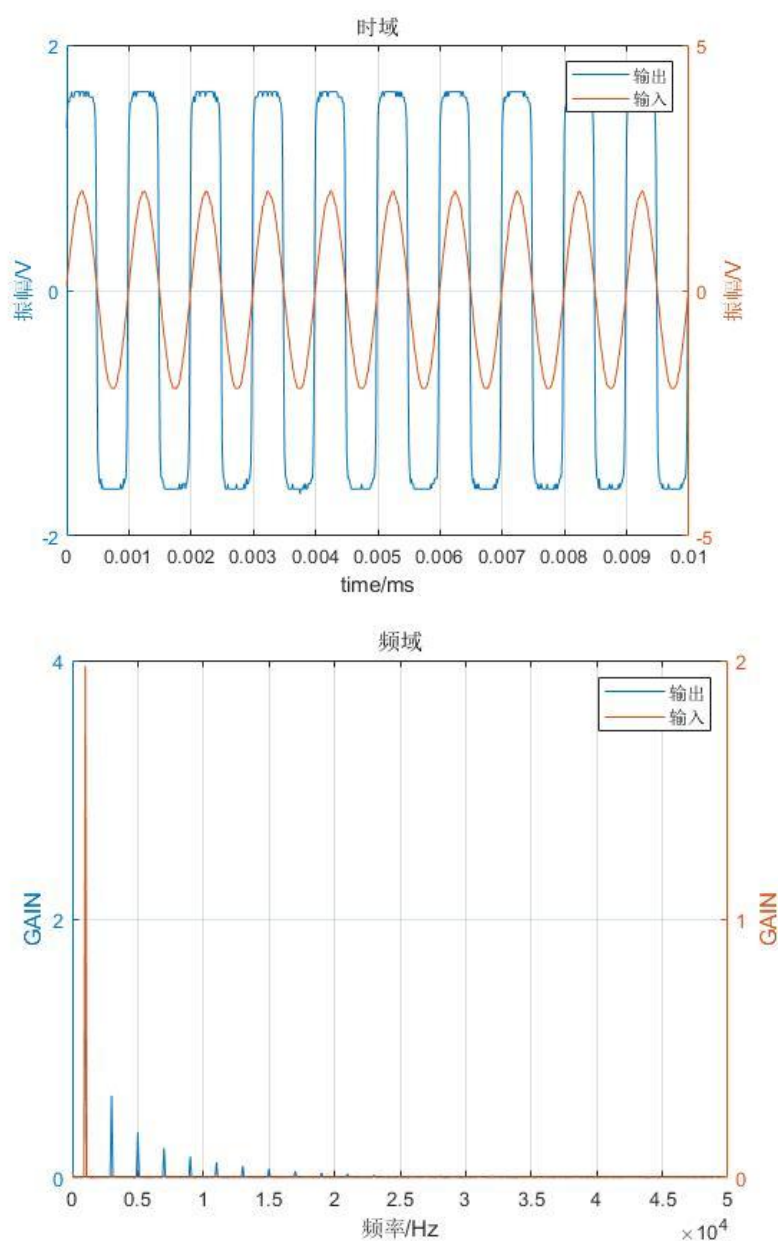
在某些位置出现幅度为零的零点。这些零点之间的距离是样本周期的倒数，如前述所述。若将其反演，则这些信号在时域上既是对称的，也是周期性的，并以相同的频率重复。

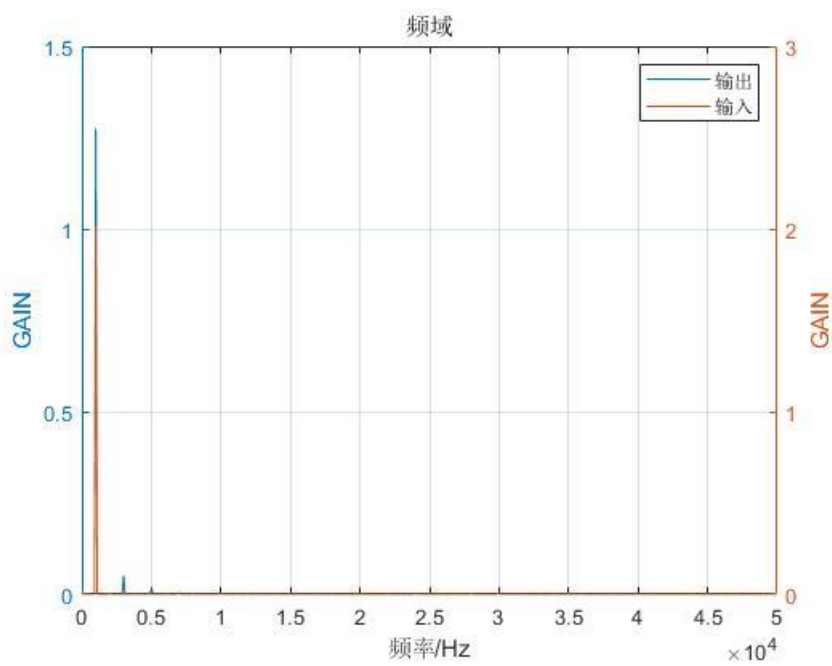
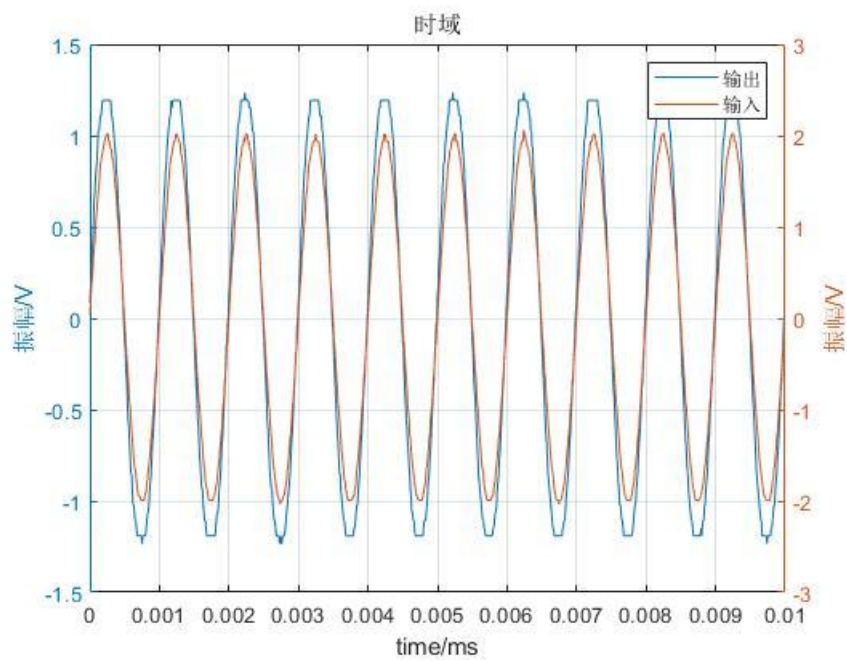
问题 7

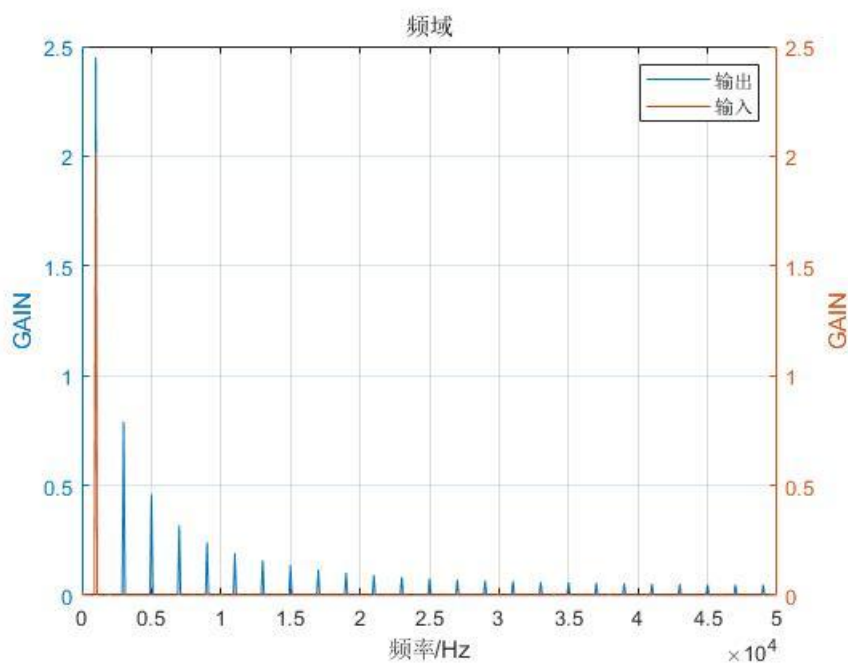
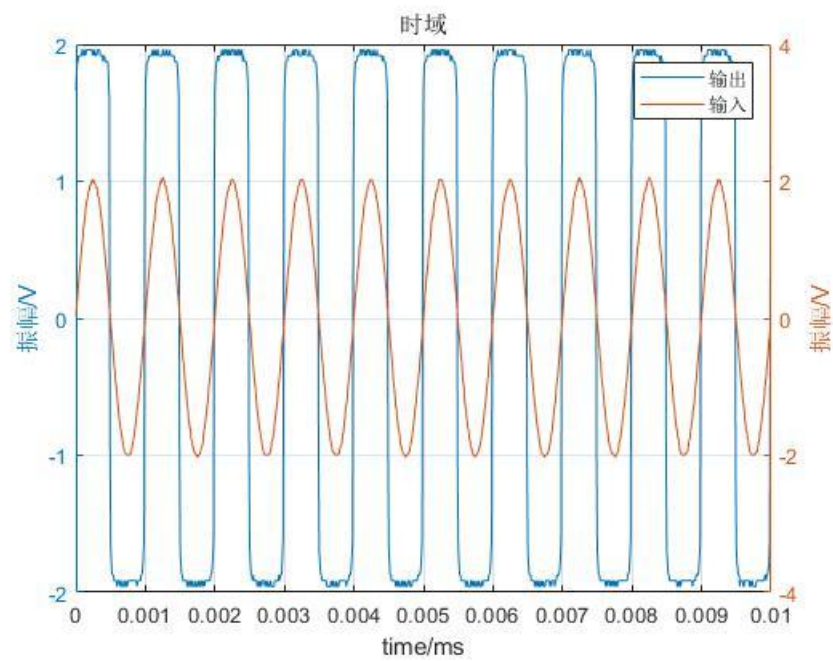
上述实验中，调节 TLPF 中心频谱 f_c 和增益 Gain 时，频域图分别对应哪些变化？

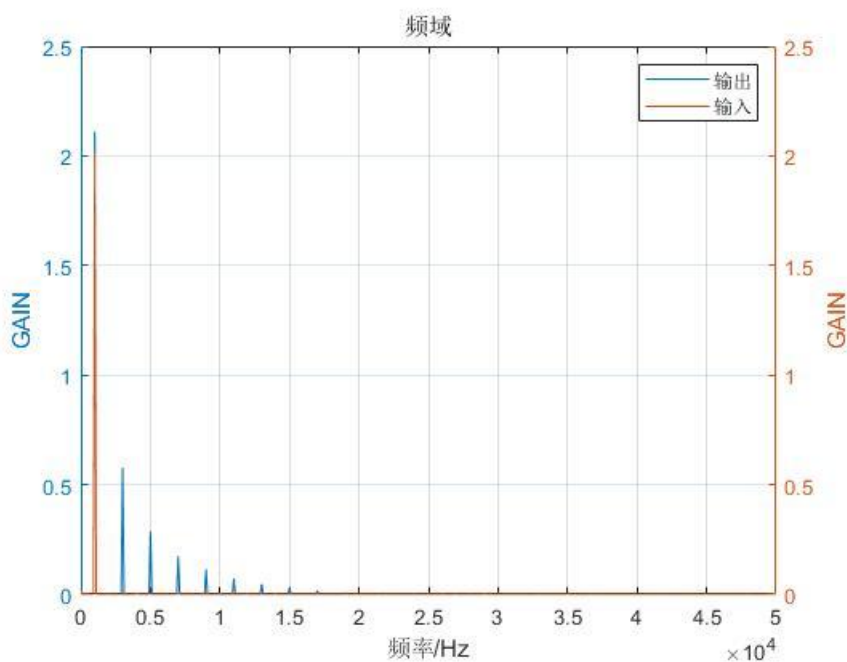
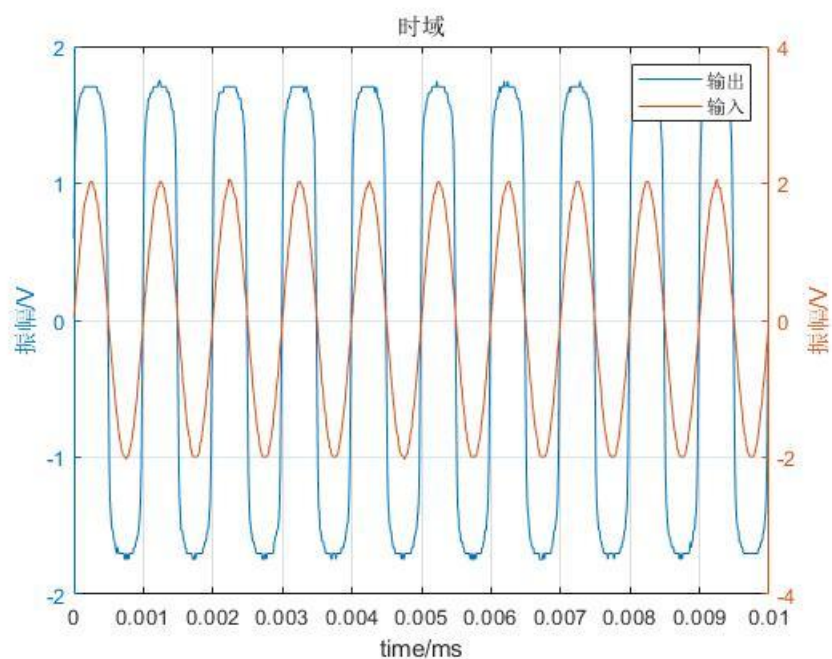
TLPF 中心频谱 f_c 与最大谐波频率成正比，增大 TLPF 中心频谱，最大谐波频率增大
TLPF 增益 Gain 与谐波增益 Gain 成正比，增大 TLPF 增益 Gain，谐波增益 Gain 增大

图 7-6 限幅器四中设置情况下的输出图（包含时域和频域）









问题 8

限幅对信号的频谱有什么影响？

限幅是指将信号的最大幅度限制在一个特定的范围内，避免信号超出设备或系统可以处理的范围，从而保护设备或系统不受损害。对于频率响应相同的线性系统而言，**限幅并不会影响信号的频谱**，因为线性系统不会改变信号在不同频率上的分量大小和相位。

问题 9

输入频率与输出谐波频率之间的关系是什么？

输出的谐波频率会与输入频率成线性比例关系。

设输入信号为 $x(t)$ ，输出信号为 $y(t)$ ，它们的角频率分别为 ω_i 和 ω_o ，则它们之间的关系可以表示为：

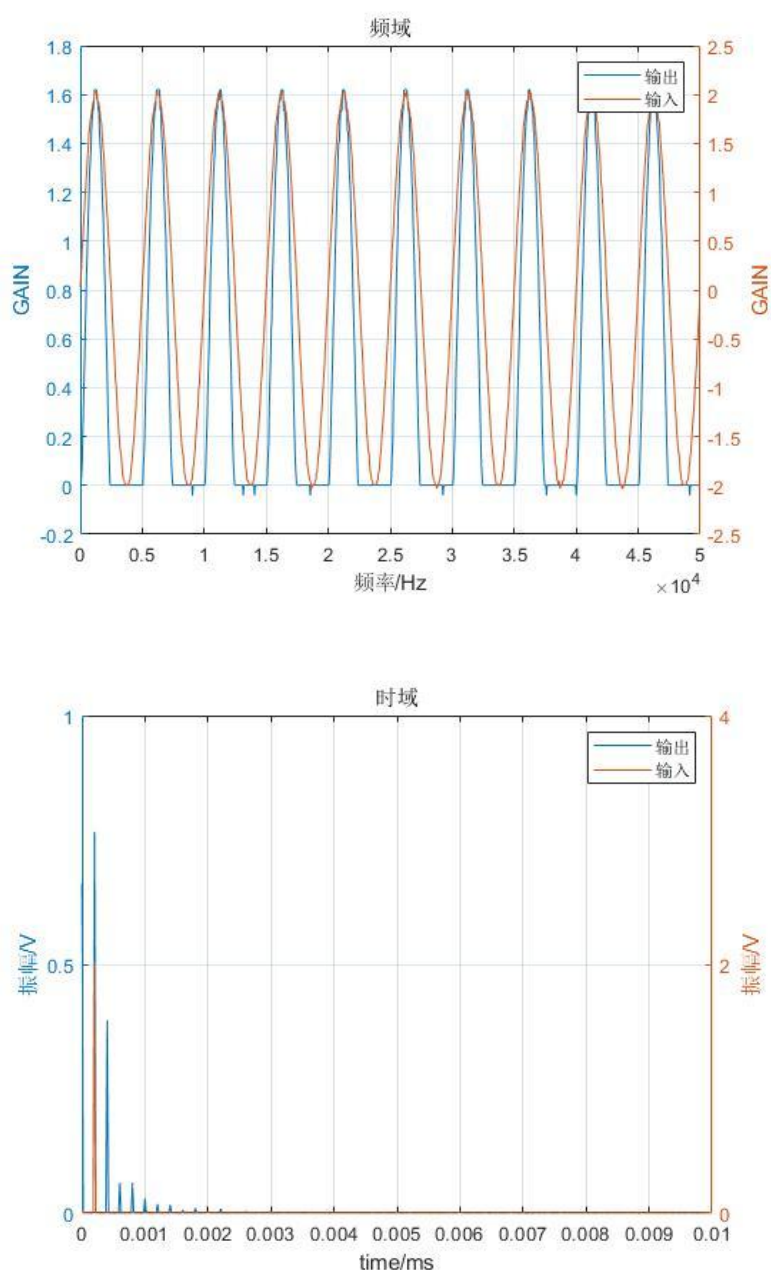
$$y(t) = A \cdot \cos(n \cdot \omega_i \cdot t + \phi) \cdot \cos(m \cdot \omega_o \cdot t + \theta)$$

其中， A 表示幅度， n 和 m 分别表示输入和输出信号中想要保留的谐波阶数（通常是一阶或二阶）， ϕ 和 θ 表示相位。

当输入信号的频率为 ω_i 时，输出信号会在 ω_o 的整数倍处产生谐波分量，即：

$$\omega_o = n/m \cdot \omega_i$$

图 7-7 整流器输出的时域与频域



问题 11

整流正弦波的频谱有哪些特性？与限幅器相比有哪些不同？

1. **频谱中只包含奇次谐波：**整流操作会使得原来在负半周期中的负数部分变为了正半周期中的正数部分，从而导致偶次谐波被滤除，只剩下奇次谐波的频率成分。

2. **谐波比标准正弦波更为复杂：**整流操作会在频谱中产生新的高次谐波分量，其幅度逐渐减小，但仍存在不同的幅度和相位关系。

3. **噪声主要集中在基频周围：**整流操作还会引入一些不相关噪声，这些噪声大多集中在基频的附近，影响信号的品质。

与限幅器相比，整流正弦波的频谱特性有所不同。限幅器仅在超过幅度限制时才限幅，其对信号的频率响应保持线性，因此不会改变信号的频谱特性。而整流正弦波则通过非线性整流操作来改变信号的频谱特性。此外，限幅器可以通过调整限制幅度大小来对信号进行不同程度的调整，而整流正弦波的谐波含量和波形特征受整流方式及幅度大小的影响较大。

问题 12

限幅过程、整流的过程分别是线性还是非线性过程？为什么？

限幅过程属于非线性过程。在实现限幅操作时，设定了一个固定的上下限幅度范围，当输入信号超过该范围时就会进行限制，因此在限制区间内会对信号产生不同程度的变形，从而变成非线性系统。另外，在限制区间边缘处也可能出现跳跃或剧烈变化的情况，这种情况更加强调了非线性特征。

整流过程属于非线性的过程。整流是一种将交流信号转换为直流信号的过程。在整流电路中，通过使用二极管等元件，将正半周或负半周的交流信号变成单向的直流信号。这个过程是非线性的，因为二极管等元件的电流-电压特性是非线性的。在整流过程中，二极管在正向偏置时具有较低的电阻，可以通过电路中的电流。而在反向偏置时，二极管的电阻非常高，电流非常小。因此，当交流信号的电压为正半周期时，二极管会导通，电流会通过电路，从而产生一个正的直流输出；而当交流信号的电压为负半周期时，二极管会截止，电路中没有电流通过，输出为零。这个过程是非线性的，因为二极管的导通和截止状态是非线性的，它们与电压的关系是非线性的。因此，整流的过程是非线性的。

三、实验数据分析

（叙述具体实验过程，记录实验数据在原始数据表格，如需要引用原始数据表格，请标注出表头，如“实验记录见表 2-*”）

1. 脉冲序列的频谱

按照图 7-1 接线，并通过 **Lab9** 选项卡观察脉冲序列的时域波形和频域波形，记录在图 7-2 中。各项参数的设置如下：

✓ 脉冲发生器（PULSE/CLK GENERATOR）：频率（frequency）设为 500Hz；占空比（duty cycle）设为 0.1(10%);

✓ 将示波器 CH1 与系统输入相连，示波器 CH0 与基带滤波器（LPF）的输出相连，使右边的 FFT-X9 的 Y 刻度（GAIN）设定至线性映射（调整方式是右键-显示项-标尺图例，然后旁边出现 FREQUENCY 和 GAIN 相关图标，再点击右面最后一个标识，再选择映射模式-对数/线性）。

频谱分析仪为线性频率轴，纵轴为线性标度，改变示波器时基（Timebase），频谱仪的频率标度随之改变。后续实验都需要调节时基，使示波器和频谱仪能够在分辨率和显示范围之间平衡

2. 滤波脉冲序列的频谱

恢复脉冲发生器设置如下：

✓ 脉冲发生器：频率设为 500Hz；占空比设为 0.1(10%)；

✓ 将示波器 CH1 与输入相连，示波器 CH0 与 BASEBAND LPF 模块输出相连。

观察 Baseband LPF 通道输出处的脉冲响应的时域波形和频域波形，将 FFT 显示屏的 Y 标度映射设置设为对数，并记录在图 7-3 中。

根据图 7-3 的数据，绘制 Baseband LPF 在 0-5kHz 的频谱响应特性曲线，并添加到图 7-3 的频谱图中。

3. “Sinc 脉冲”序列

在前文所述的实验中，我们已经遇到了形状如 $\sin(x)/x$ 的矩形脉冲序列的频谱。 $\sin(x)/x$ 特性称为“Sinc 函数”。在时域内，矩形信号将产生“Sinc 函数”形状的频率响应频谱。在这一部分

实验中，我们将研究时域中具有 $\sin(x)/x$ 形状的脉冲的频谱，即时域的 Sinc 函数。为了方便起

见，我们采用重复性的 Sinc 脉冲序列：ANALOG OUT 的 DAC-1 模块可以提供 Sinc 脉冲序列。

此信号的一个特点是频谱是有限的。为此，此 Sinc 脉冲自身必须在时域是无限的。然而一个实际的单 Sinc 脉冲在时间上是渐进有限的。即，脉冲在正负时间方向上趋近于零。在本实验中，我们通过重复脉冲，并在约 20 个循环后终止振荡，来进行近似。在时域和频域内观察此信号，并记录到图 7-4 中

4. 非线性过程：削波、整流和谐波倍增

由于过载等原因，实际系统常常发生正弦波削波或限幅。有时候，保持信号的幅值并不重要，如 FM 信号等，信号的幅值并不携带任何信息，而是完全取决于信号频率和相位。

按照图 7-5 接线，设置如下：

✓ 函数发生器：选择正弦输出，频率 = 1k，幅值 = 4Vpp

✓ 示波器：时基 = 10ms 将限幅器指拨开关设置为各个可能位置，并在图 7-6 中绘制观察到结果。

四、实验体会与建议

本实验让我收获很大，动手能力增强的同时理论基础更加扎实，在此次实验中，我加深了对于电路知识的理解，而且锻炼了我的实验思维，可以拓展课本之外的能力，让自己不仅仅依靠书本上的知识发展自己的认知，我认为本课程极具教育意义，意义重大。

信号与系统实验报告（八）——拉普拉斯变换

姓名：____杨承翰____ 学号____210210226____ 班级：____通信2班____
 实验日期：____5.20____ 实验台号：____K405-21____ 原始数据审核：____

一、实验预习

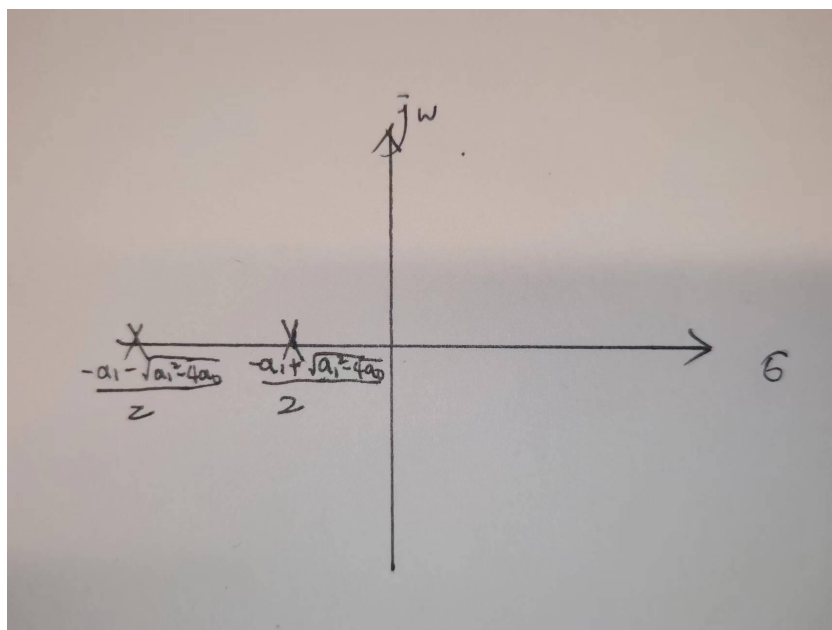
- 1、对于图8-1中的系统，写出输出 $x_0(t)$ 关于输入 $u(t)$ 的微分方程，系统函数，零极点以及幅频响应和相频响应的表达式。然后将输出 $x_0 = e^{j\omega t}$ 代入该方程，得到所对应的输入 $u(t)$ 。然后写出输出 $x_1(t)$ 关于输入 $u(t)$ 的微分方程，系统函数以及零极点。

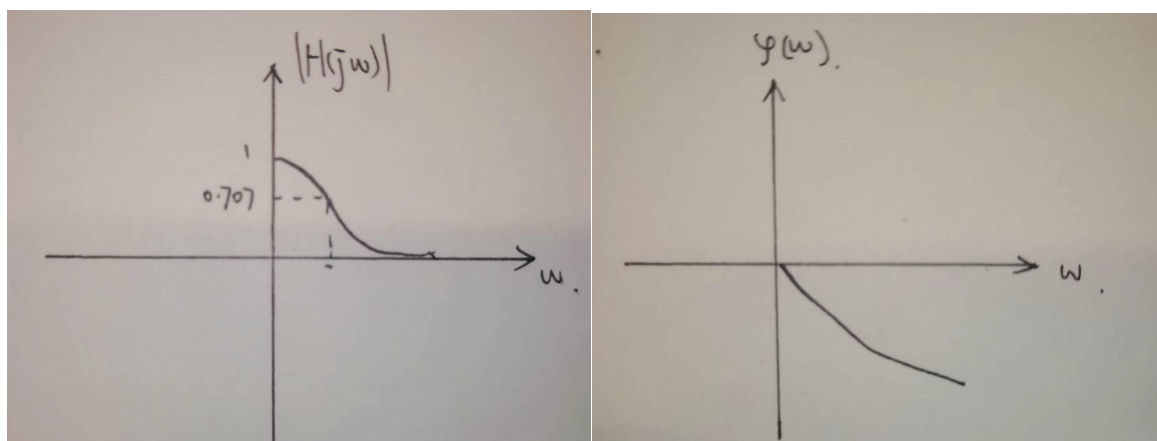
$$x_0(t) = \frac{1}{s^2 + a_1 s + a_0} u(t)$$

微分方程为：

$$x^{(2)}(t) + a_1 x^{(1)}(t) + a_0 x(t) = u(t)$$

无零点，极点为 $(\frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2}, 0)$ ，若 $a_1^2 - 4a_0 = 0$ ，则为二重极点，若小于0，为共轭极点，若大于0，为实轴双极点。





- 2、对于图8-2中的系统，写出输出 y 关于输入 $u(t)$ 的微分方程，系统函数，零极点以及幅频响应和相频响应的表达式。

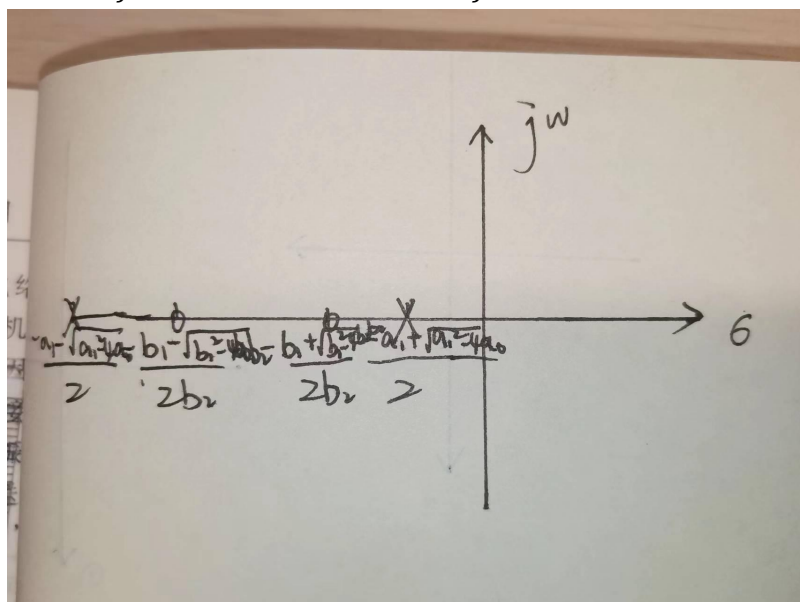
$$x_0(t) = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} u(t)$$

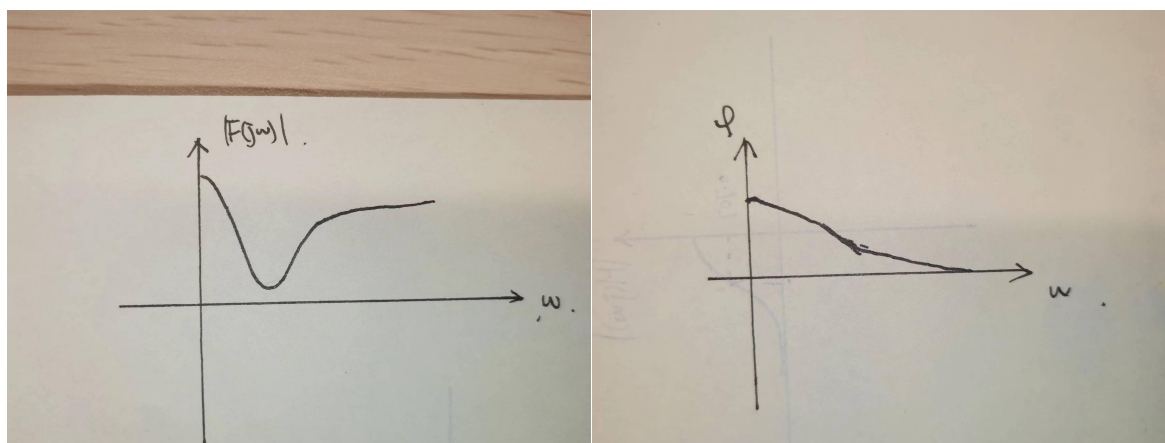
微分方程为：

$$x^{(2)}(t) + a_1 x^{(1)}(t) + a_0 x(t) = b_2 u^{(2)}(t) + b_1 u^{(1)}(t) + b_0 u(t)$$

极点同 1，零点为 $(\frac{-b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2}, 0)$ 。

设零点为 z_i ，极点为 p_i ，则幅频特性就是距离零点的模长比距离极点的模长，相角就是零点到 $j\omega$ 点的相角和减去极点到 $j\omega$ 点的相角和。

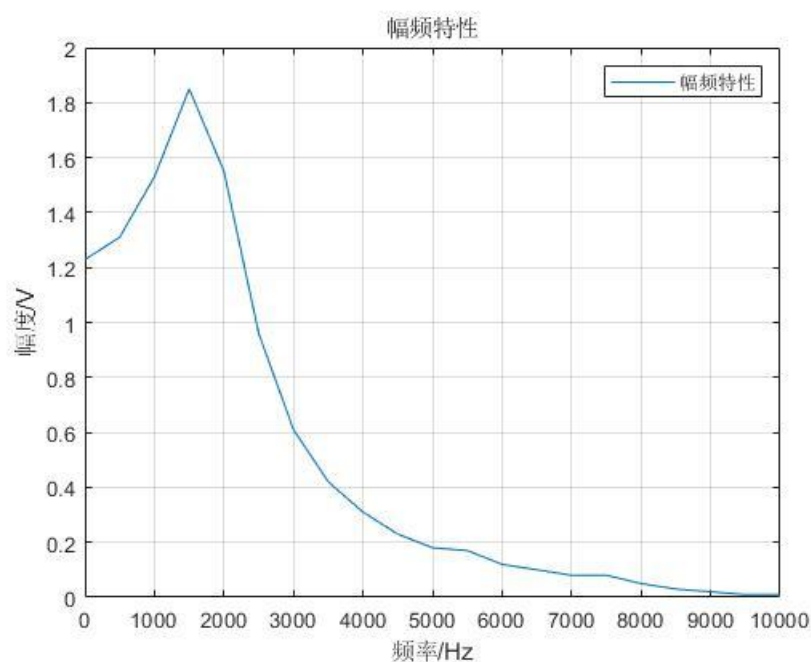




二、实验记录与思考题

图 8-4 实验实测以 x_0 为输出的幅频响应曲线

数据见最后表

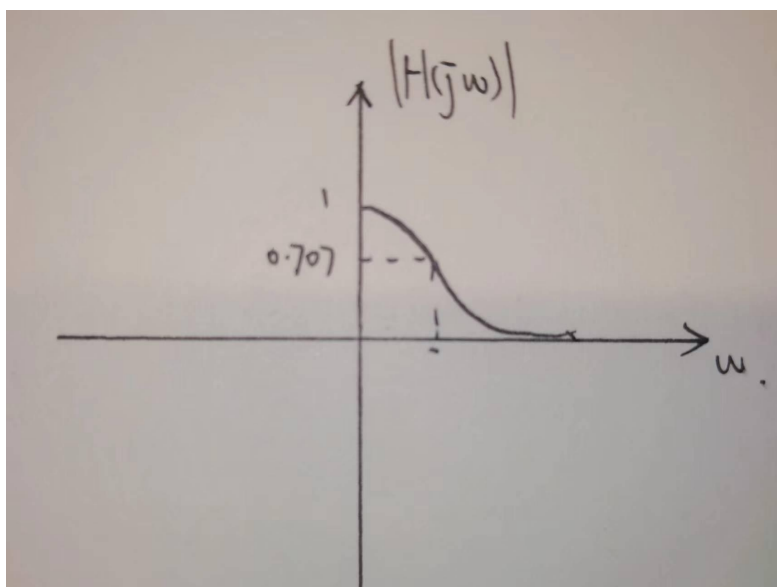
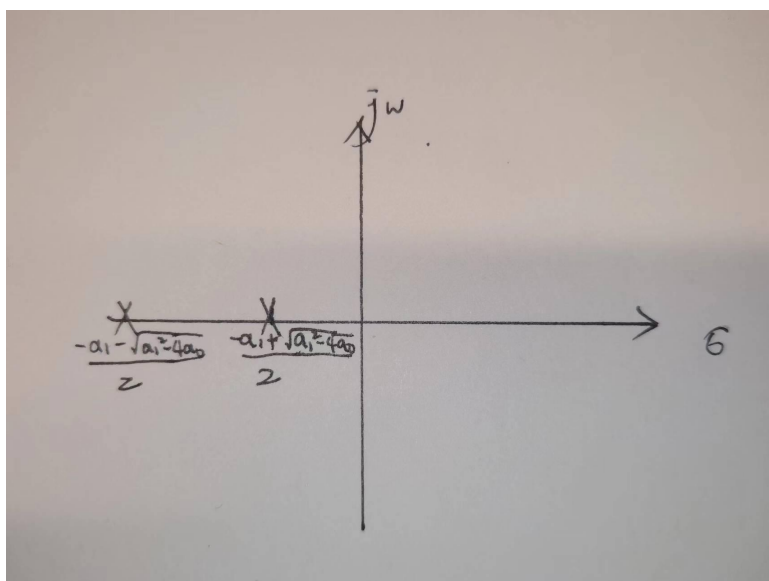


问题 1

由你已经写出的系统函数画出零极点图和大致的幅频曲线图，判断这是一个什么性质滤波器？

低通滤波器

图 8-5 理论计算以 x_0 为输出的零极点图以及幅频响应曲线



问题 2

3dB 截止频率是多少？增益最大处对应频率是多少？

3dB 截止频率: **2250Hz**

增益最大处对应频率: **1500Hz**

问题 3

为了与以 x0 节点为输出的响应进行比较，我们在以 x1 节点为输出处测量频率响应。这是一个什么性质滤波器？最大增益处的频率及增益分别是多少？3db 截止频率是多少？3db 带宽是多少？记录并画出幅频响应曲线于图 8-6 中。

带通滤波器

最大增益处的频率 2000Hz，增益 0.765

3db 截止频率: 1200Hz, 2700Hz

3db 带宽: 1500Hz

图 8-6 实验实测以 x1 为输出的幅频响应曲线
数据见最后表

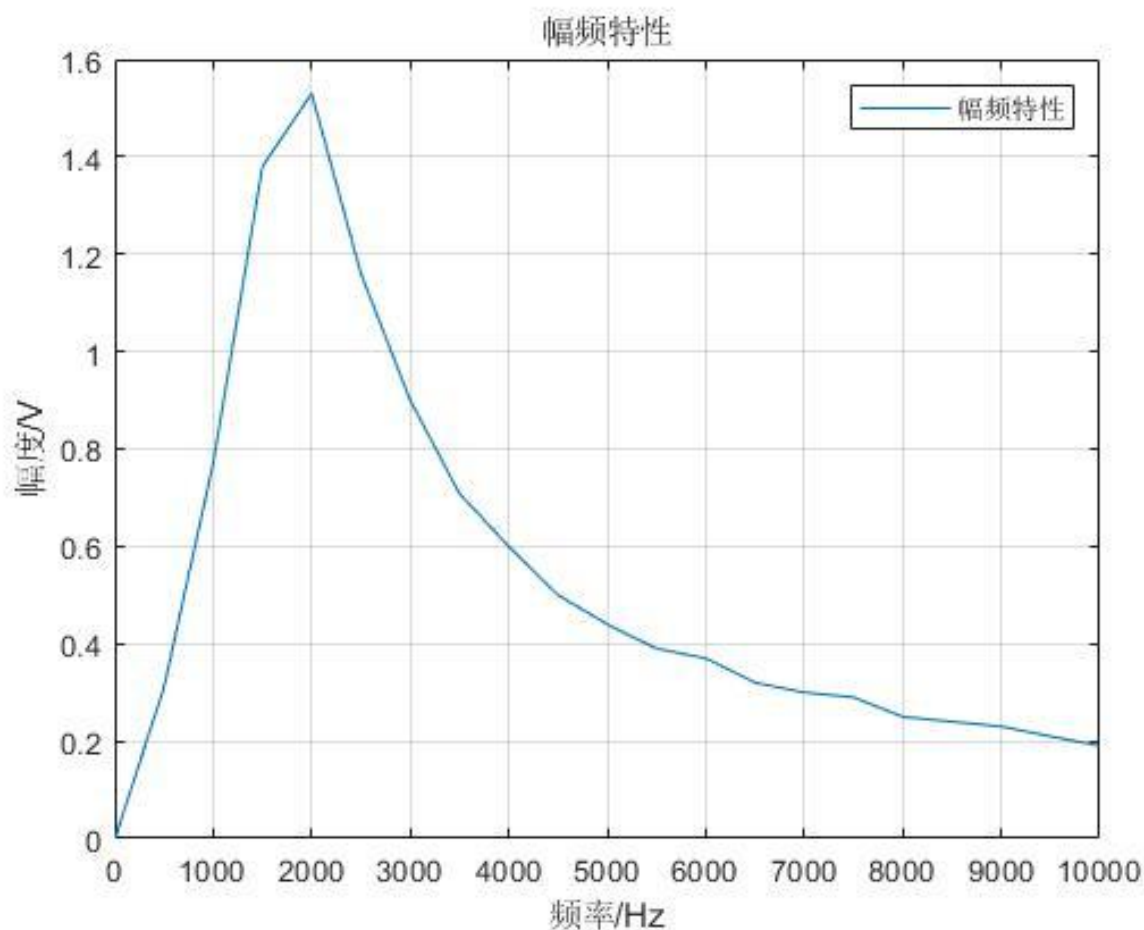


图 8-8 输入与 x0 输出的时域图状？



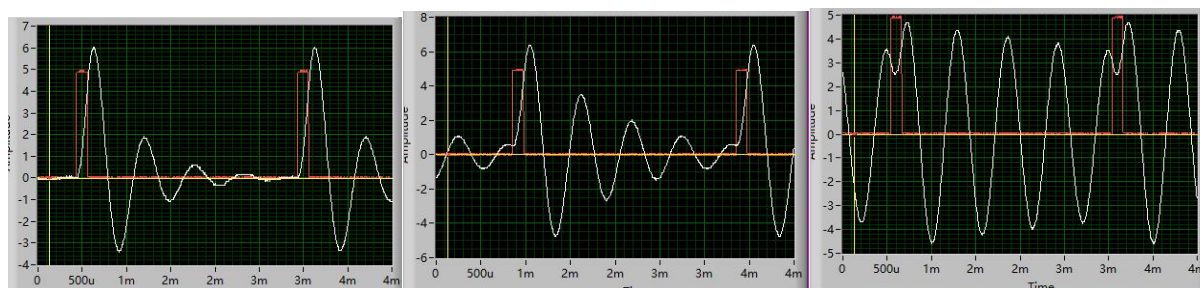
问题 4

在拉普拉斯变换中，系统稳定的条件是什么？

如果系统的所有极点具有负实部，则系统是稳定的。在因果系统中，极点必须都位于左半平面，因为在因果系统中所有信号的输出都只能是对过去和现在的响应，不能影响未来。因此，因果系统的所有极点都应该位于 s 平面的左半平面，并且具有负实部。

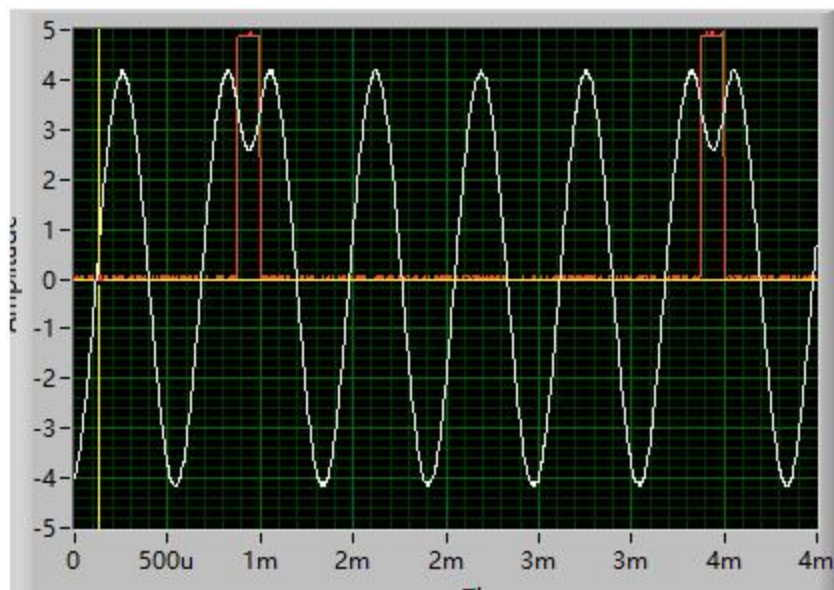
问题 5

逐渐调高 a_1 的值到正数，观察 x_0 输出变化情况。1) 描述输出变化情况；2) 当 $a_1=0.01$ 时，发生了什么现象？记录此时输出的波形于图 8-9 中（此时你可以切断输入观察现象）。



如图， a_1 逐渐增大 x_0 输出幅值逐渐降低，但输出趋于稳定，整体波形趋于平稳。
 $a_1=0.01$ 时，输入处波形凹陷，输出平稳。

图 8-9 x_0 输出时域图

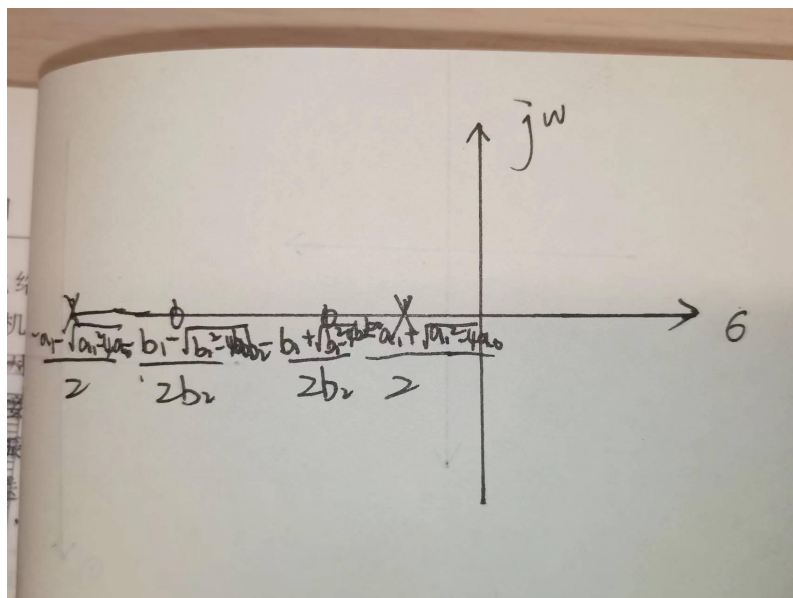


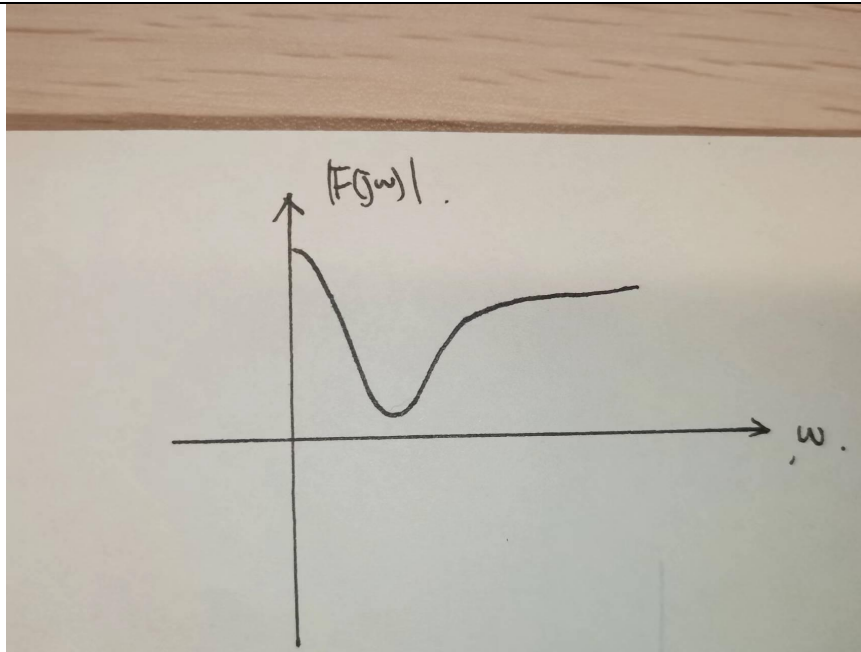
问题 6

由你已经写出的系统函数画出零极点图和大致的幅频曲线图, 判断该幅频响应与哪种滤波器幅频响应类似?

带阻滤波器

图 8-11 理论计算以 y 为输出的零极点图以及幅频响应曲线



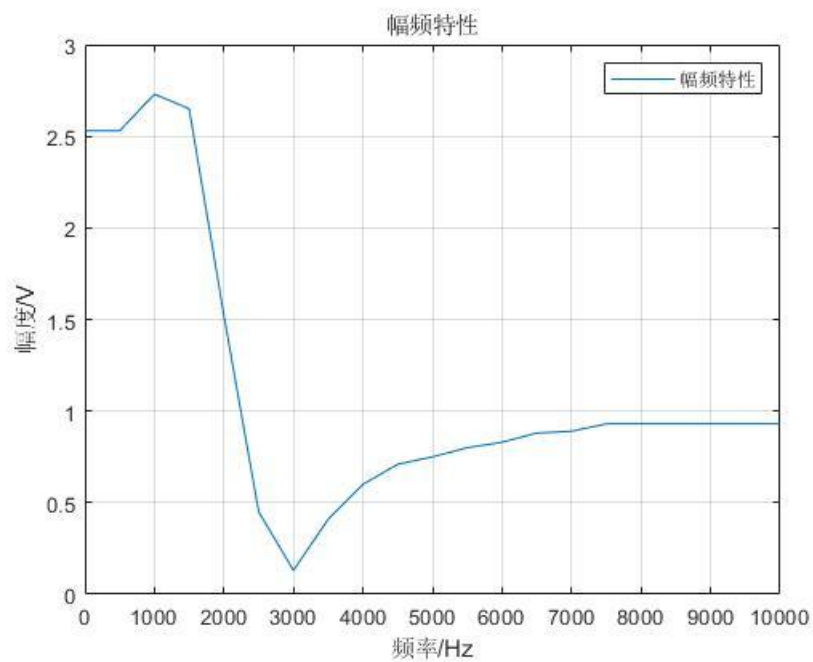


问题 7

测量并画出以 y 为输出的频率响应。并记录在图 8-12 中。增益最小处的频率是多少？

3000Hz

图 8-12 实验实测以 y 为输出的幅频响应曲线
数据见最后表



问题 8 (选做)

怎么调节 b_2, b_1, b_0 参数可以使系统变为全通滤波器?

当

$$\begin{cases} \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2} = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2} \\ \frac{-a_1 + \sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2} = \frac{-b_1 + \sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2} \end{cases}$$

零极点重合，是全通滤波器

此时

$$\begin{cases} \frac{-a_1}{2} = \frac{-b_1}{2b_2} \\ \frac{\sqrt{a_1^2 - 4a_0}}{2} = \frac{\sqrt{b_1^2 - 4b_0b_2}}{2b_2} \end{cases}$$

可得

$$\begin{cases} a_1 = \frac{b_1}{b_2} \\ a_0 = \frac{b_0}{b_2} \end{cases}$$

三、实验数据分析

所有测量幅频响应范围均为 0Hz——10KHz (请以 5Hz 代替 0Hz, 建议 0.5kHz 为测量间隔), 重点频率, 如增益最大或最小处的频率以及 3dB 截止频率均精确到一位小数(如 3.3kHz)。

8.5.1 仅有反馈的系统

图 8-3 二阶反馈系统的 SIGEx 模型

打开 SIGEx 程序, **Lab11** 选项卡, 按照图 8-3 接线, 各项参数的设置如下:

✓ 积分速率 (INTERATION RATE): 开关拨到 ON/ON ✓ 加法器增益: $a_0 = -0.81$; $a_1 = -0.64$; $a_2 = +1.0$

✓ 函数发生器 (FUNCTION GENERATOR) 里的信号: 选择正弦波, 幅值为 2Vpp

(注意: 当第一次连接好该系统并设置加法器增益后, 输出可能会卡在一个值上, 这时积分器是饱和的, 需要进行放电。具体操作是短暂的将输出与地短接后再及时断开, 断开后, 积分器将正常工作。)

测量以 x_0 为输出的幅频响应, 并在图 8-4 中画中幅频响应曲线 (每一个频率信号测量一个幅频响应)

2. 极点位置的影响

图 8-7 系统脉冲响应的 SIGEx 模型

设置如下：

- ✓ 脉冲发生器 (PULSE / CLK GENERATOR)：频率 400Hz，占空比 5%
- ✓ 积分速率 (INTERATION RATE)：开关拨至 ON/ON
- ✓ 加法器增益：a0= -0.81; a1= -0.64; a2= +1.0

观察脉冲输入及 x0 输出处的时域波形，记录在图 8-8 中

3. 反馈与前馈

图 8-10 二阶反馈系统的 SIGEx 模型

设置如下

- ✓ 积分速率 (INTERATION RATE)：开关拨到 ON/ON
- ✓ 加法器增益：b0=2, b1=0, b2=1; a0= -0.81, a1= -0.64, a2= 1.0; 函数发生器的发生信号：正弦波，幅值为 2Vpp

四、实验体会与建议

本实验让我收获很大，动手能力增强的同时理论基础更加扎实，在此次实验中，我加深了对于电路知识的理解，而且锻炼了我的实验思维，可以拓展课本之外的能力，让自己不仅仅依靠书本上的知识发展自己的认知，我认为本课程极具教育意义，意义重大。

5	1.23	0	2.53
500	1.31	0.31	2.53
1000	1.53	0.77	2.73
1500	1.85	1.38	2.65
2000	1.55	1.53	1.52
2500	0.96	1.16	0.45
3000	0.61	0.9	0.13
3500	0.42	0.708	0.41
4000	0.31	0.6	0.6
4500	0.23	0.5	0.71
5000	0.18	0.44	0.75
5500	0.17	0.39	0.8
6000	0.12	0.37	0.83
6500	0.1	0.32	0.88
7000	0.08	0.3	0.89
7500	0.08	0.29	0.93
8000	0.05	0.25	0.93
8500	0.03	0.24	0.93
9000	0.02	0.23	0.93
9500	0.01	0.21	0.93
10000	0.01	0.19	0.93