

## 数字信号处理实验报告（一）---- 采样与混叠

姓名：杨承翰 学号：210210226 班级：通信2班

实验日期：9.27 实验台号：K405-20

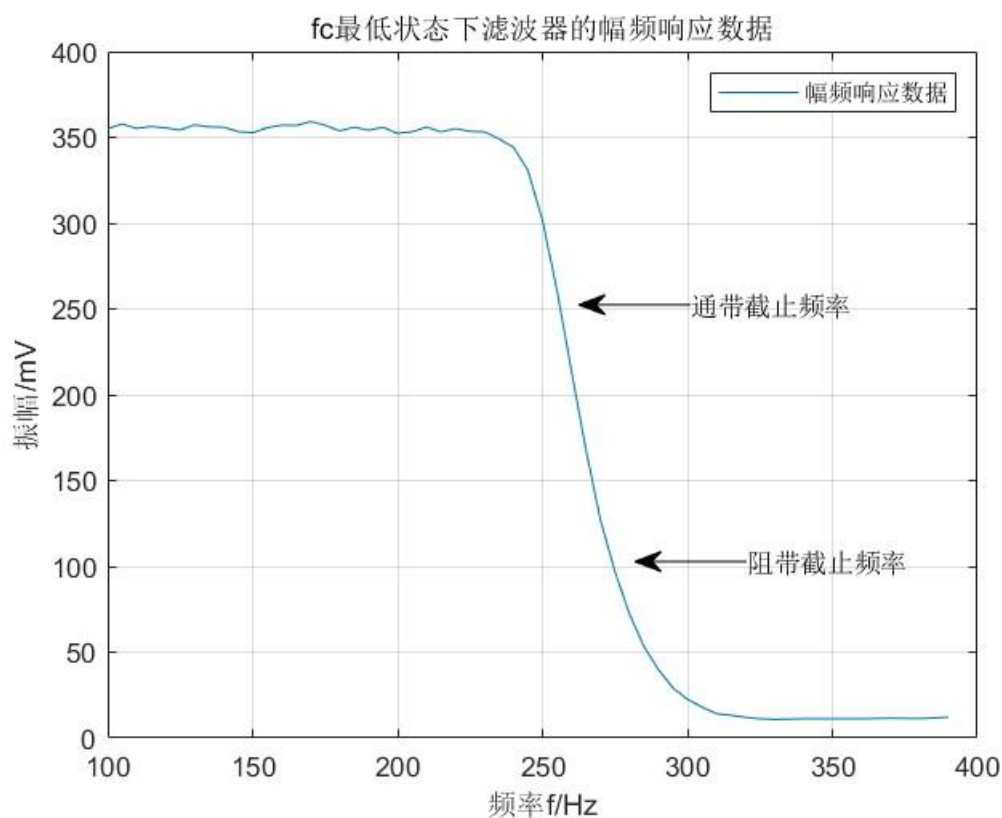
### 一、实验记录与问题思考

#### 1.5.2 测量可调谐低通滤波器的频谱特性

记录 1：低通滤波器截止频率  $f_c$  分别设置为最低和最高，采集两种状态下滤波器的幅频响应数据。

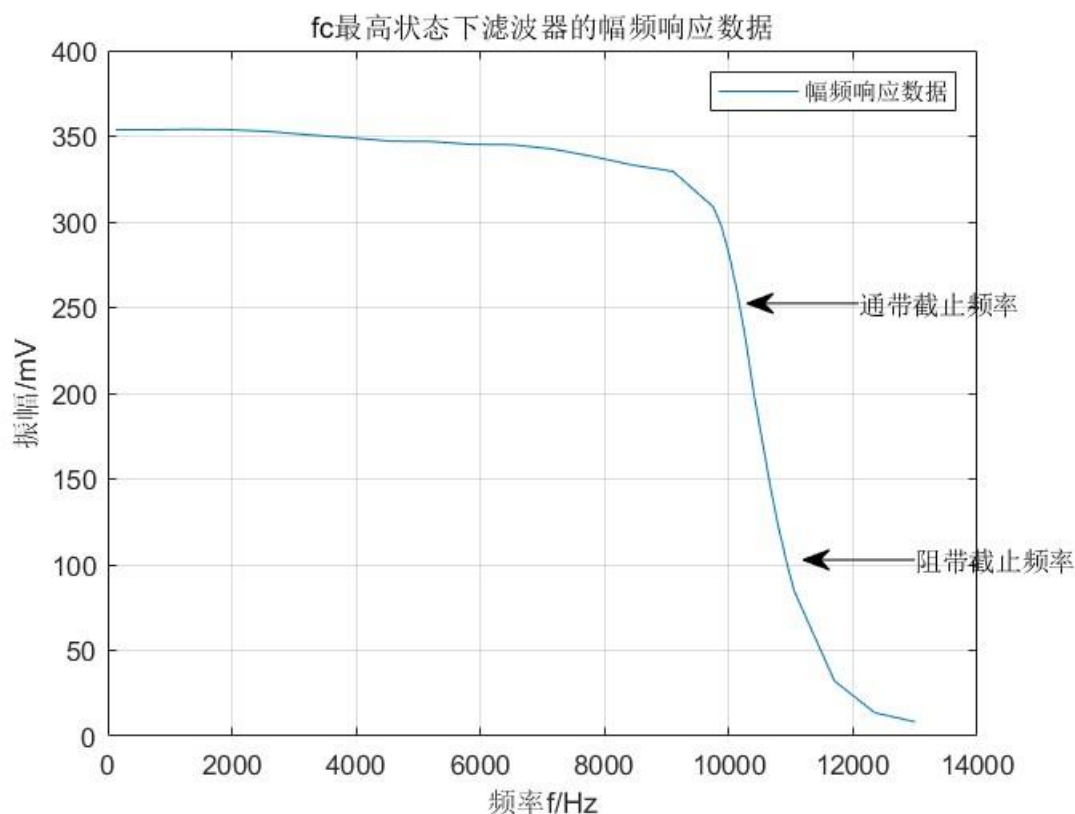
注意：改变输入信号频率，测试经过低通滤波器的信号的幅值，用 MATLAB 画出滤波器的频率响应曲线，并在图中标出通带截止频率和阻带截止频率。

作图： $f_c$  设置为最低的低通滤波器频率响应曲线



$f_c$  设置为最低时，通带截止频率为：253Hz，阻带截止频率为：273Hz。

作图:  $f_c$  设置为最高的低通滤波器频率响应曲线

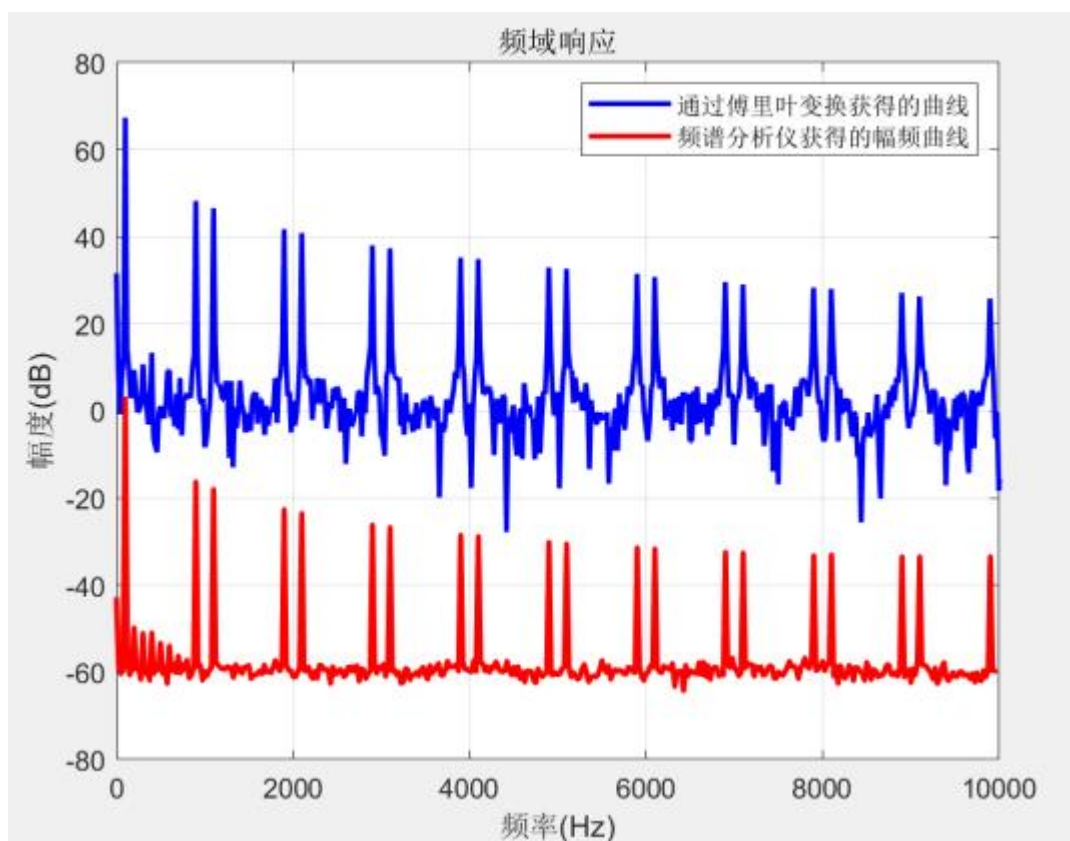
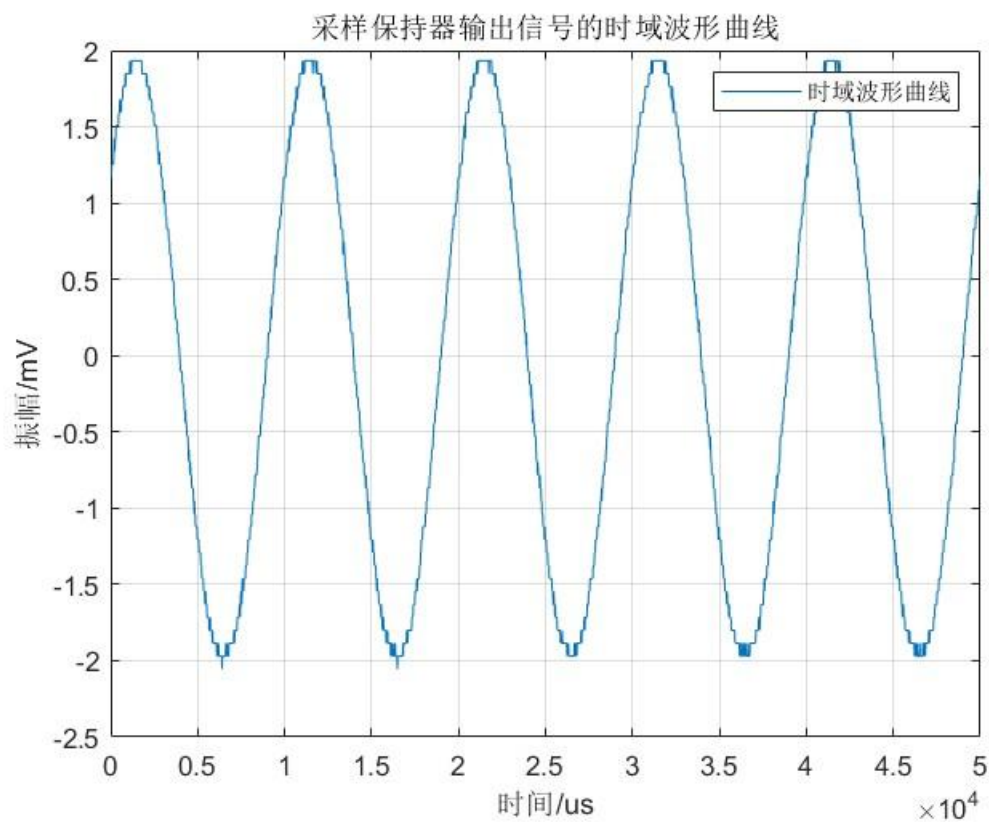


$f_c$  设置为最高时，通带截止频率为： 10166Hz ，阻带截止频率为： 10920Hz 。

### 1.5.3 基于采样保持器的信号采样和信号恢复

**记录 2:** 记录采样保持器输出信号的示波器的**时域波形、数据**和频谱分析仪的**频域数据**，用 MATLAB 画出：

1) 采样保持器输出信号的时域波形曲线（由导出的数据作图），2) 由导出的时域数据做傅里叶变换得到的频域波形，及利用直接导出的频谱分析仪数据作图，两张频域波形画在**同一张图**中。



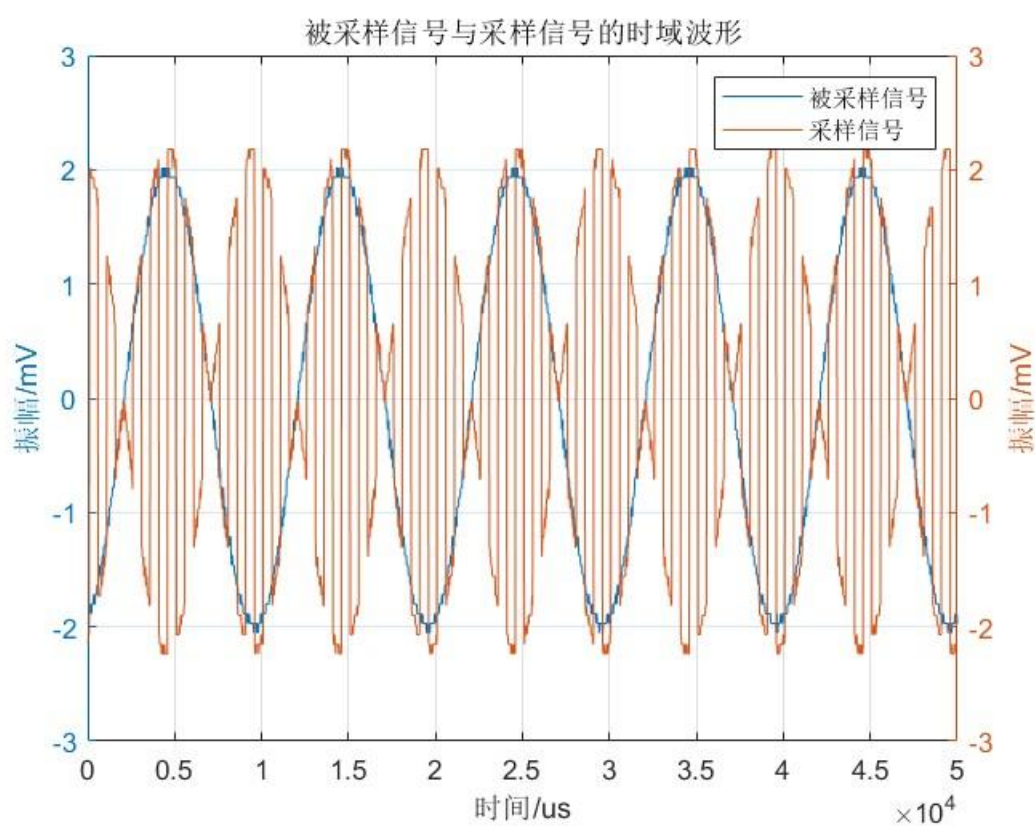
**记录 3:** 可调谐低通滤波器的截止频率由最大逐渐调至最小, 近似完全恢复原始信号 (即周期延拓谱近似完全滤除) 的情况下, 测试此时可调谐低通滤波器的幅频响应, **说明**此时低通滤波器的通带截止频率 (**不需要作图**)。

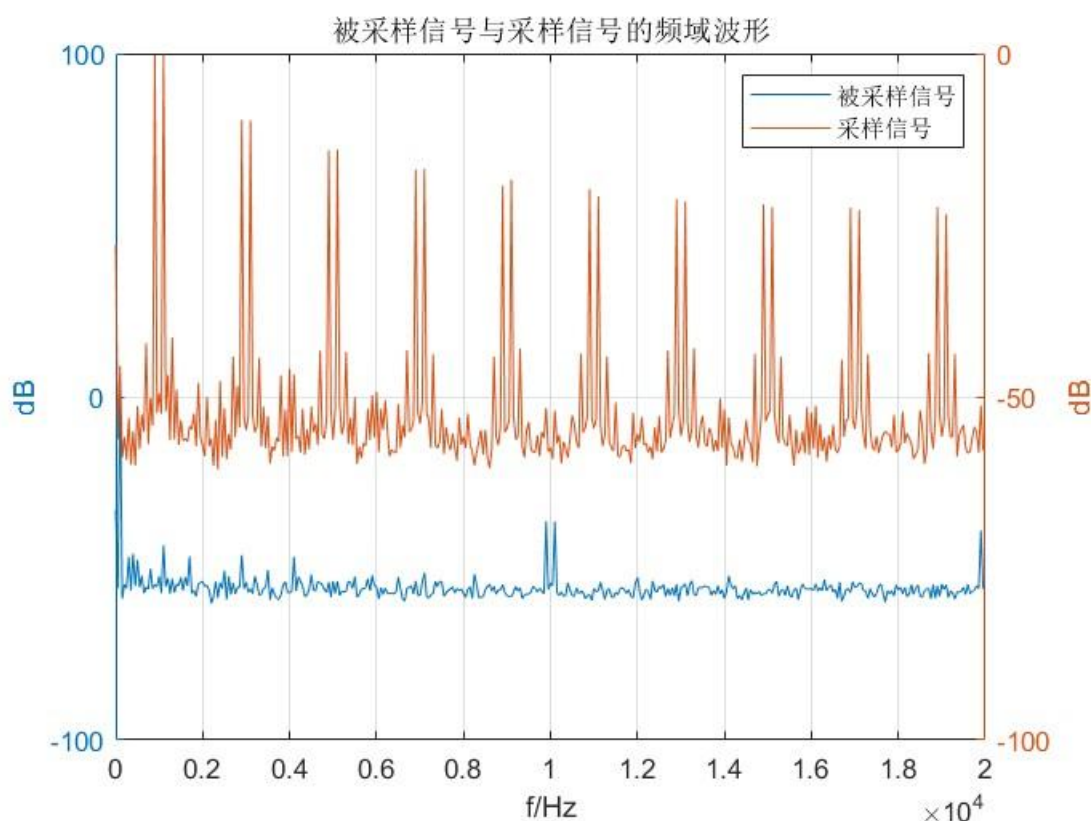
低通滤波器的通带截止频率为 879Hz。

## 1.5.4 基于乘法器的信号采样、信号恢复以及频谱混叠

**记录 4:** 记录被采样信号与采样信号的示波器上的时域数据和频谱分析仪上的频谱数据, 用 MATLAB 画出被采样信号与采样信号的时域波形及频域波形 (共四张图)。

四组数据中时域波形和频域波形被采样信号与采样信号分别作到了一张图中以不同颜色区分, 所以共两张图如下。





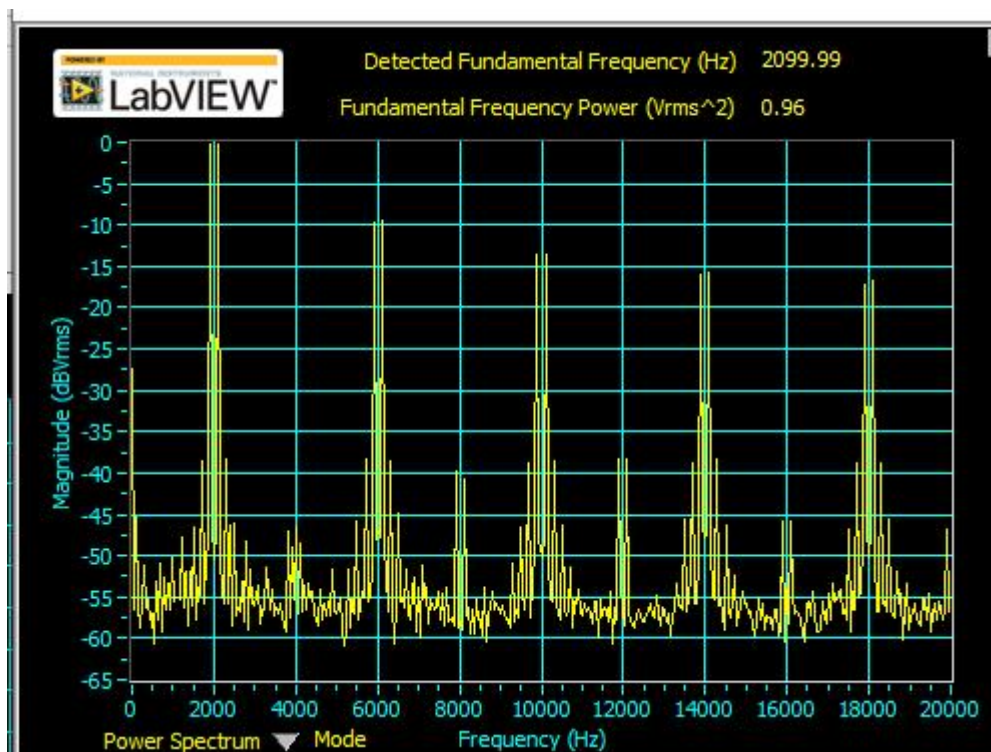
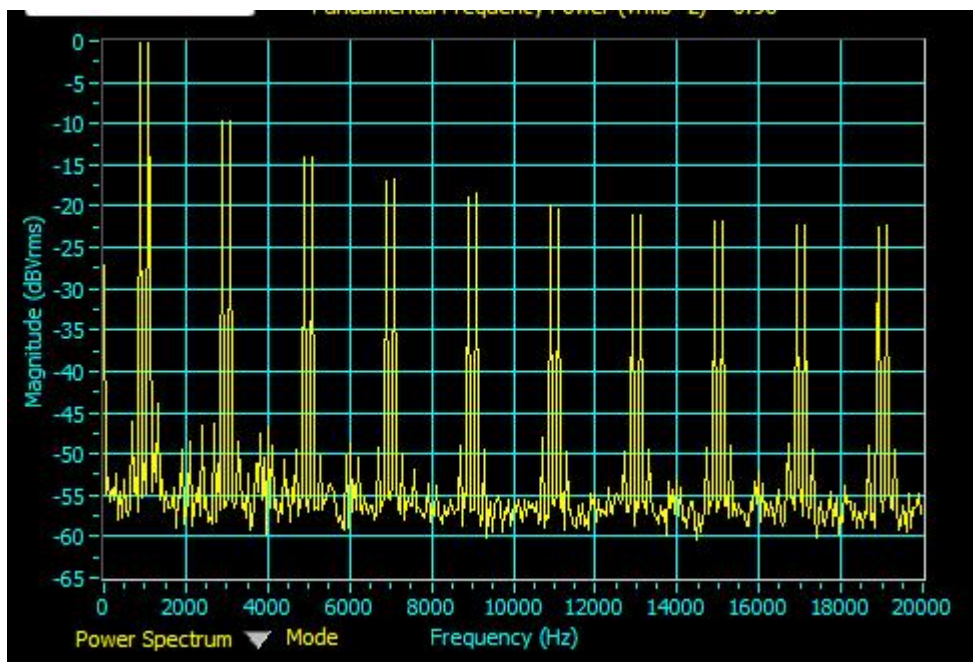
**问题 1:** 谱线组和谱线组之间的距离（红线部分）与什么参数有关？请解释说明。

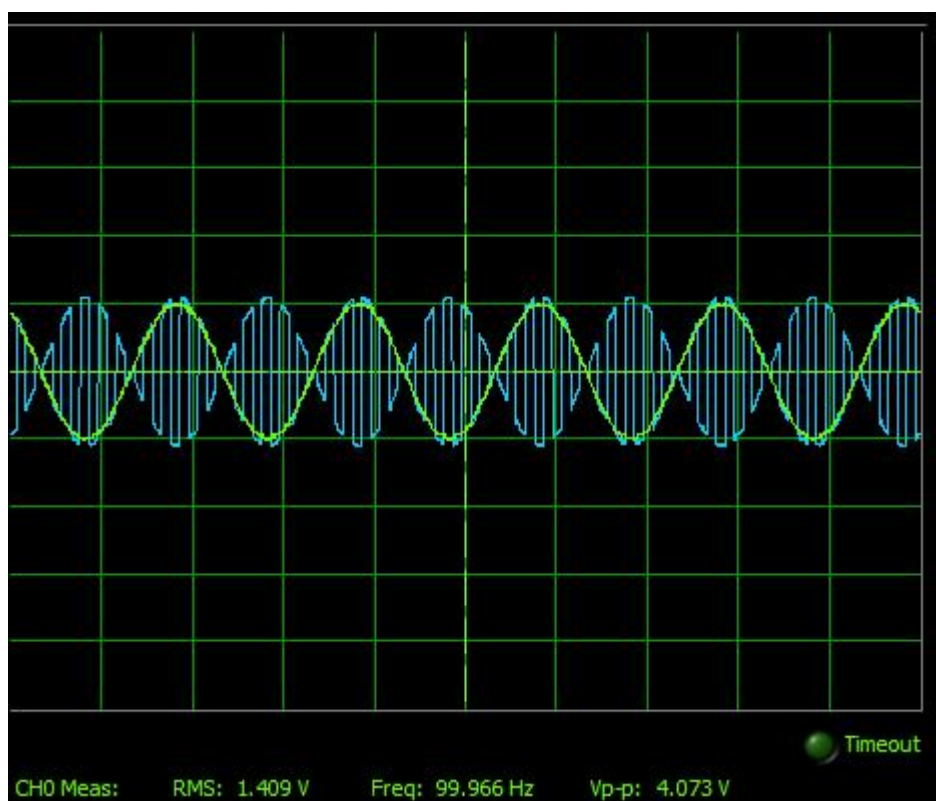
方波频率，即采样频率，这个系统通过乘法器将正弦波信号与方波信号相乘，采样信号中的方波信号频谱是由离散的冲激函数构成的。相乘后，在频域中产生周期性重复的谱线组，谱线之间的间隔由采样频率决定。，采样频率越高，可以对正弦波信号进行更加精细的采样，得到的谱线组之间的距离就愈小；采样频率越低，可以对正弦波信号进行更加粗略的采样，得到的谱线组之间的距离就愈大。

**记录 5:** 找到影响谱线组之间距离的参数，并将其改为原值的两倍，记录两种参数下，采样信号的时域波形图和频域波形图（可截图）。

影响谱线组之间距离的参数为：\_\_\_\_\_方波频率\_\_\_\_\_。







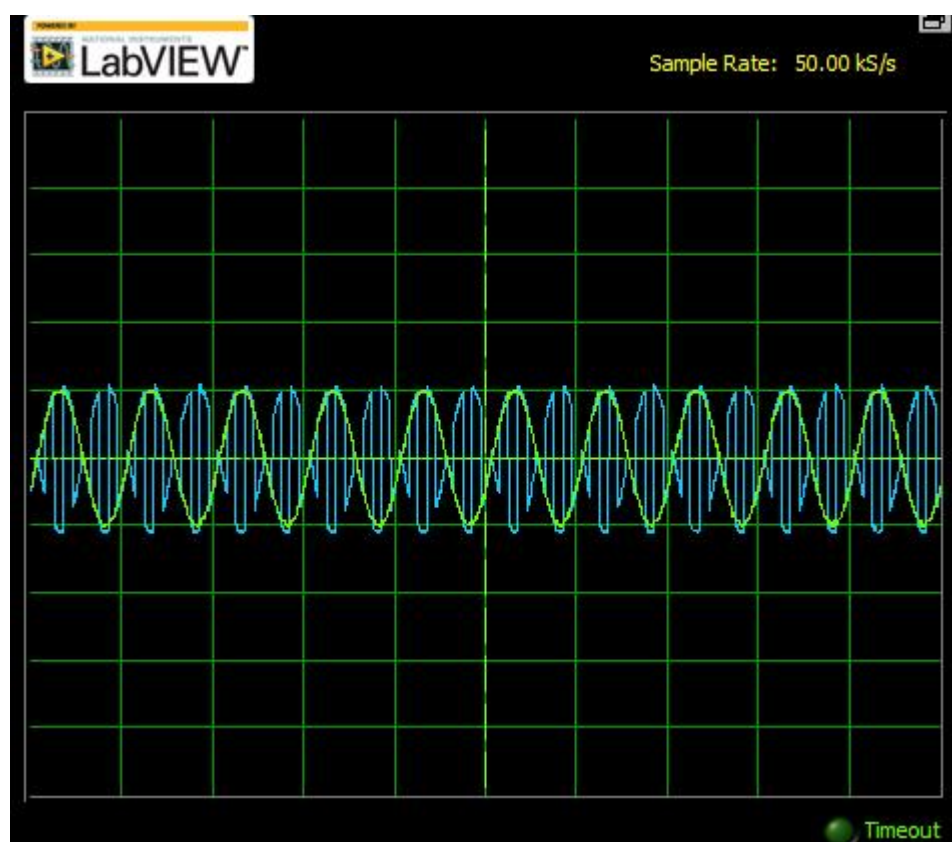
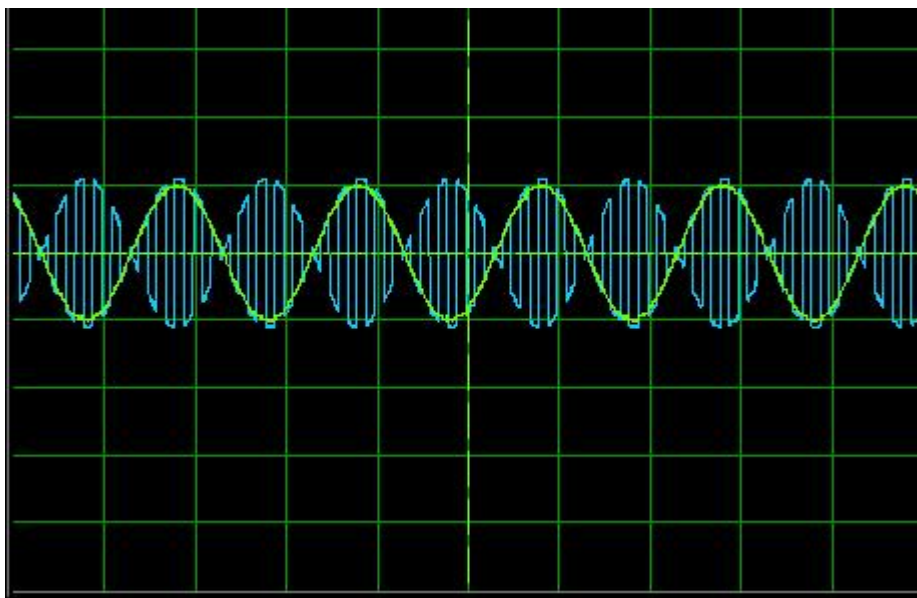
**问题 2：** 每一谱线组内为什么有两根谱线，两根谱线之间的距离和什么参数有关？请解释说明。  
正弦波频率。

因为这个系统中相当于通过乘法器将方波与正弦波相乘，采样信号中的方波信号频谱是由离散的冲激函数构成的。相乘后，在频域中产生周期性重复的谱线组，但是与低频正弦波信号相乘

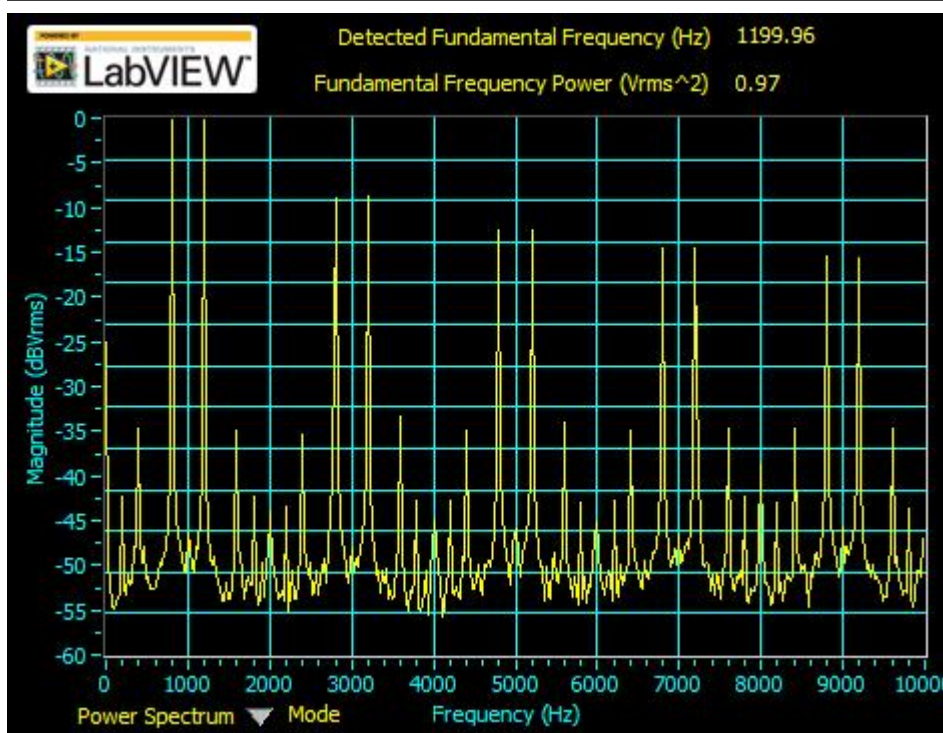
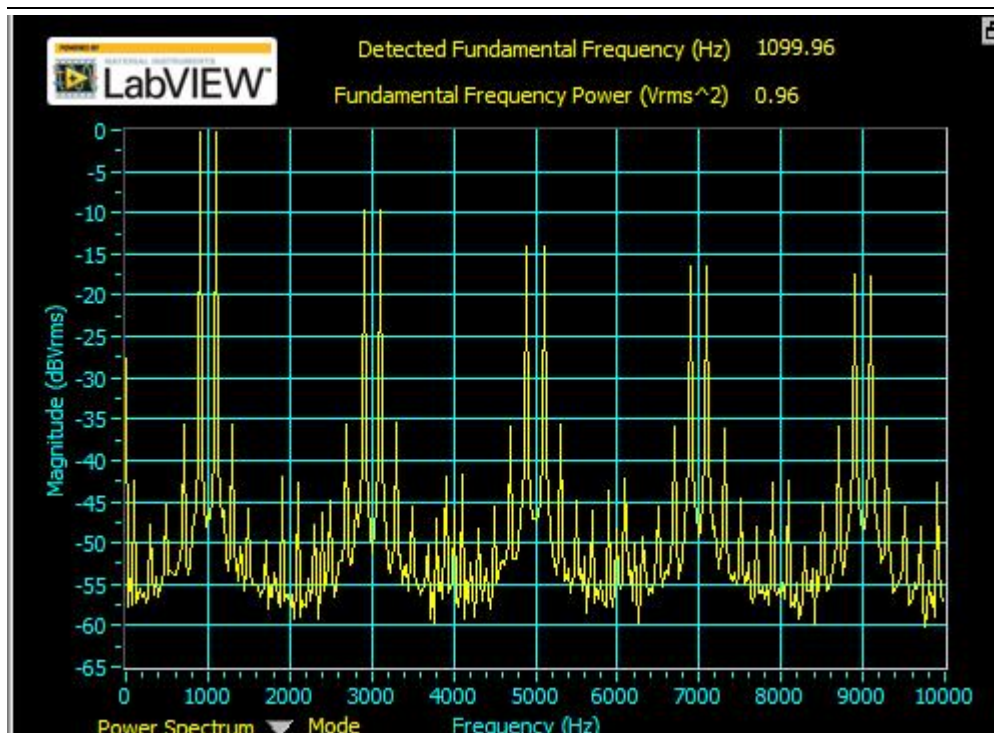
后，会在每个方波谱线附近产生两根谱线，其距离与正弦波频率相关。

**记录 6:** 找到影响组内谱线间隔的参数，并将其改为原值的两倍，记录两种参数下，采样信号的时域波形图和频域波形图（可截图）。

影响组内谱线间隔的参数为\_\_\_\_正弦波频率\_\_\_\_。







**分析 1:** 其它参数保持不变, 矩形脉冲占空比设置为 25%, 观察频谱波形是否受到采样信号脉冲占空比的影响, 用采样信号的频谱解析式进行分析。

受影响

当方波占空比为 50% 时, 每个方波周期内会有相同数量的采样点。采样信号的频谱由正弦波和方波的卷积组成, 其中方波的频谱由离散的冲激函数组成, 正弦波的幅度谱为:

$$A(\omega) = \frac{1}{2} [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$$

方波的频谱为：

$$B(\omega) = T_s \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right)$$

$$X(\omega) = \frac{1}{2} [B(\omega - \omega_0) + B(\omega + \omega_0)]$$

代入 $B(\omega)$

$$X(\omega) = \frac{T_s}{2} \left[ \text{sinc}\left(\frac{(\omega - \omega_0)T_s}{2}\right) + \text{sinc}\left(\frac{(\omega + \omega_0)T_s}{2}\right) \right]$$

当方波占空比为 50% 时，每个采样周期内有相同数量的采样点，因此频谱中不会出现任何折叠的干扰波。采样信号的频谱中将只包含正弦波在两个  $\pm \omega_0$  处的谱线。

当方波占空比为 25% 时。方波的高电平时间为一个采样周期的四分之一，低电平时间为三个采样周期的四分之三，高电平样本的数量要少于低电平样本的数量。方波的频谱为：

$$B(\omega) = T_s \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega T_s}{4}\right) \cdot e^{-j\frac{\pi}{4}}$$

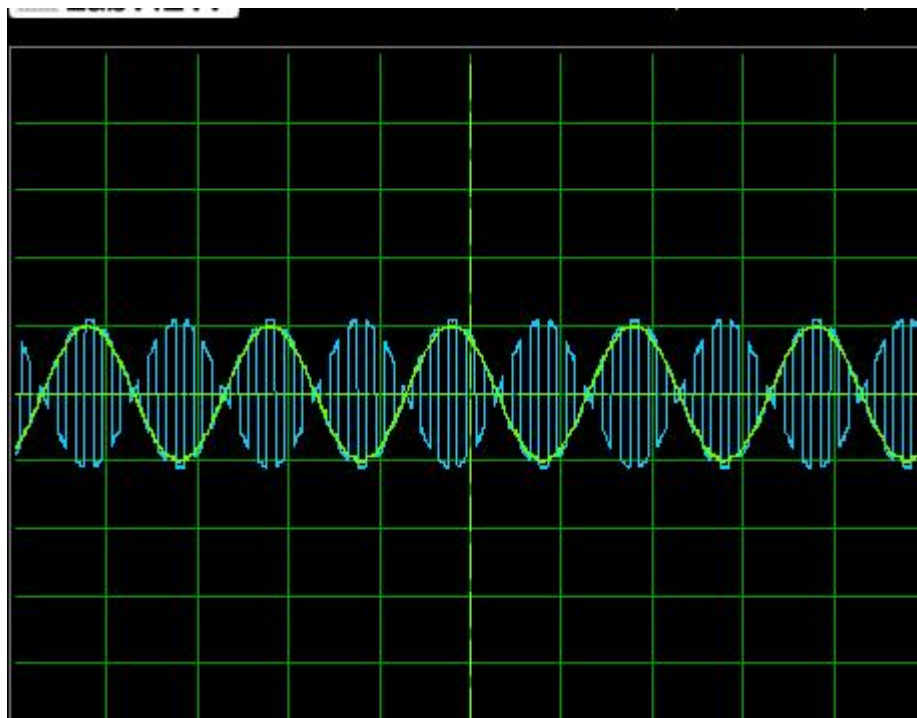
采样信号的频谱为：

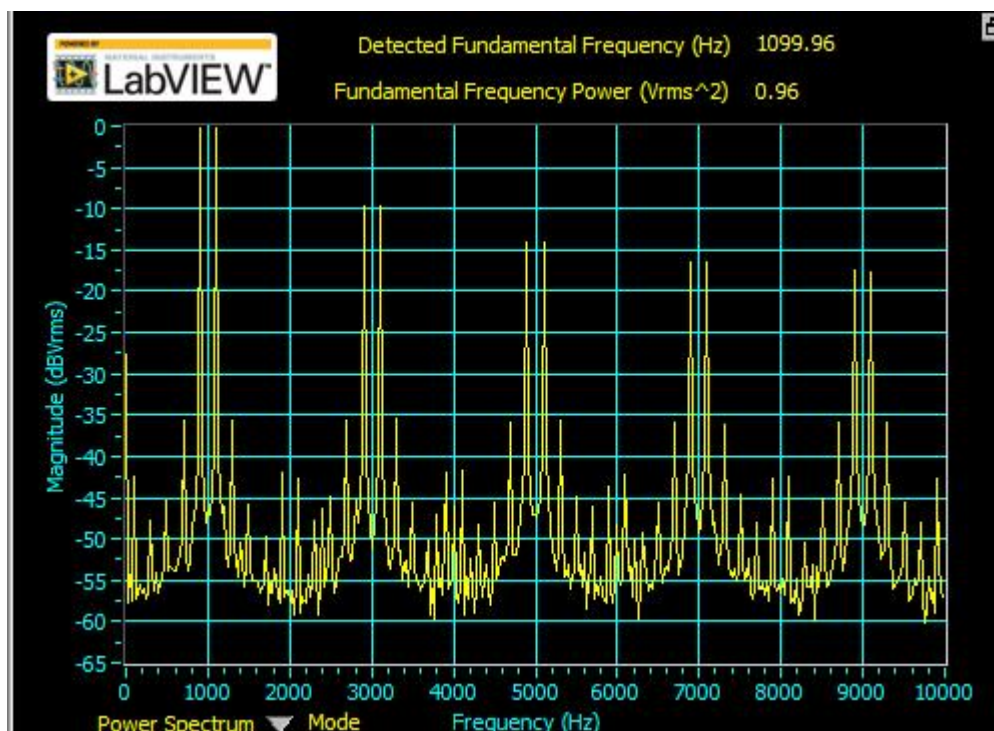
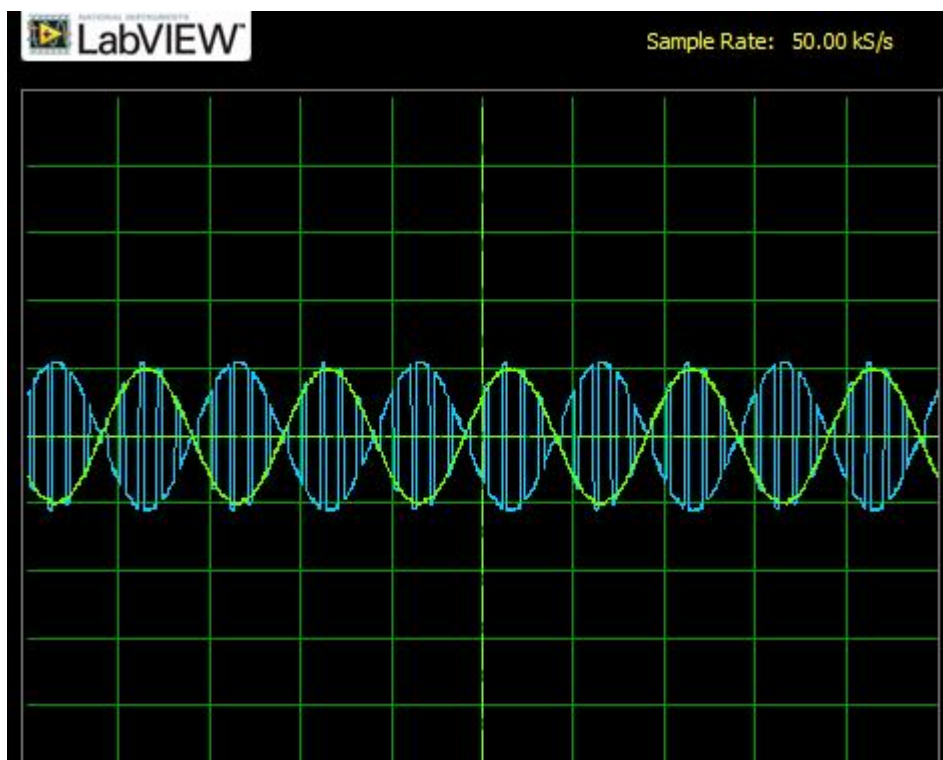
$$X(\omega) = \frac{T_s}{4} \left[ \text{sinc}\left(\frac{(\omega - \omega_0)T_s}{4}\right) e^{-j\frac{\pi}{4}} + \text{sinc}\left(\frac{(\omega + \omega_0)T_s}{4}\right) e^{j\frac{\pi}{4}} \right]$$

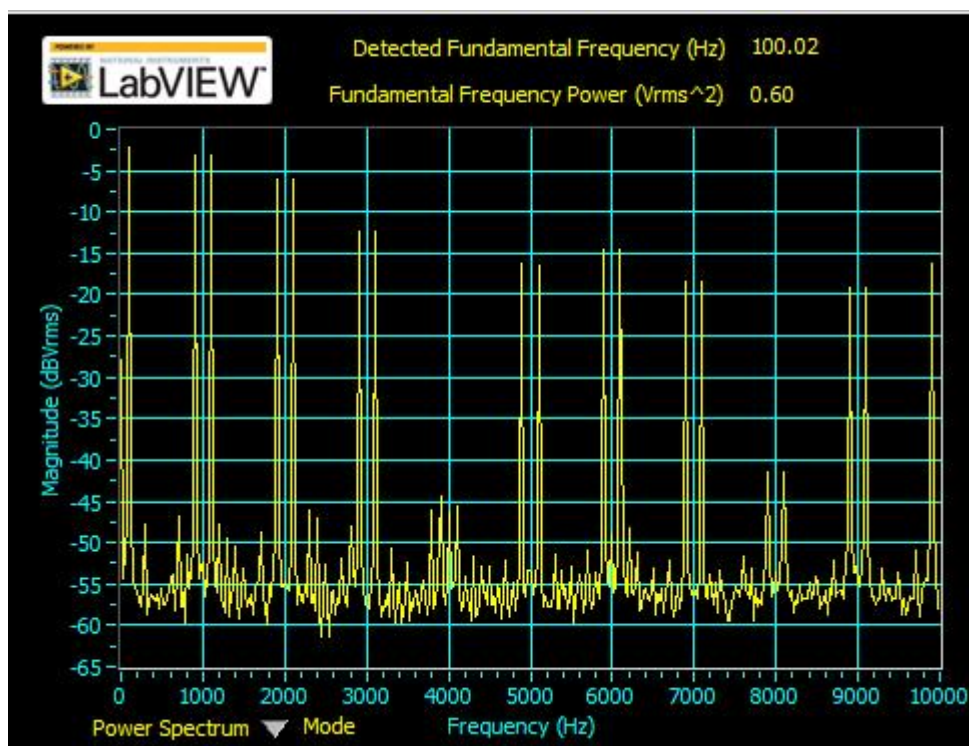
在方波占空比为 25% 时，可以从采样信号频谱中看到两个峰，位置分别为  $\pm (\omega_0 - n\omega_s)$ 。

在方波占空比为 50% 时，采样信号频谱中将只包含正弦波在两个  $\pm \omega_0$  处的谱线。而在方波占空比为 25% 时，采样信号频谱中可能出现折叠干扰波，其位置为  $\pm (\omega_0 - n\omega_s)$ 。

**记录 7：**记录两种占空比下，**采样信号**的 时域波形图和频域波形图（可截图）。







**分析 2:** 对采样信号进行滤波，用频谱分析与进行观测。选择合适的 Frequency Span，将低通滤波器截止频率由最大值逐渐降低，观测在滤波器截止频率下降过程中，在频域窗口内波形发生什么变化。

一开始，截止频率很大的时候，观测到有很多高次谐波

随着滤波器的截止频率减小，谐波被滤除，呈现出与被采样信号频域相似的波形

**问题 3:** 当滤波器频率调谐旋钮旋转至最低截止频率位置时，按照信号恢复理论，应该能够恢复原有信号，用示波器观察应该看到原始信号波形，你看到原始信号波形了么？

无法观测到

因为原始信号已经在采样过程中与方波相乘时失去了。

**问题 4:** 如果不存在原始信号的频谱，分析其原因。

当使用乘法器对正弦波信号进行采样时，将正弦波信号与方波信号相乘后，频域中会出现大量的谐波成分，其频率为正弦波信号频率的整数倍。

因为方波信号本身只包含奇数次谐波，而正弦波信号则只包含偶数次谐波，因此，在频域中两个信号相乘后只剩下了奇数次谐波。在经过低通滤波器滤除高频谐波成分后，仅剩下的奇数次谐波频率为 0 Hz 以及方波频率的奇数倍，因此原始信号的频谱没有出现在频域中。

**分析 3:** 观察各个成组谱线对应的频率，确定乘法器输出波形是偶对称信号波形还是奇对称信号波形。

奇对称信号波形，因为得到的采样信号只有奇数次谐波。



**问题 5:** 如何使得输出的采样信号中包含原始信号频率成份?

加直流偏置, 通过加一个直流偏置, 可以保留原始信号频率成分

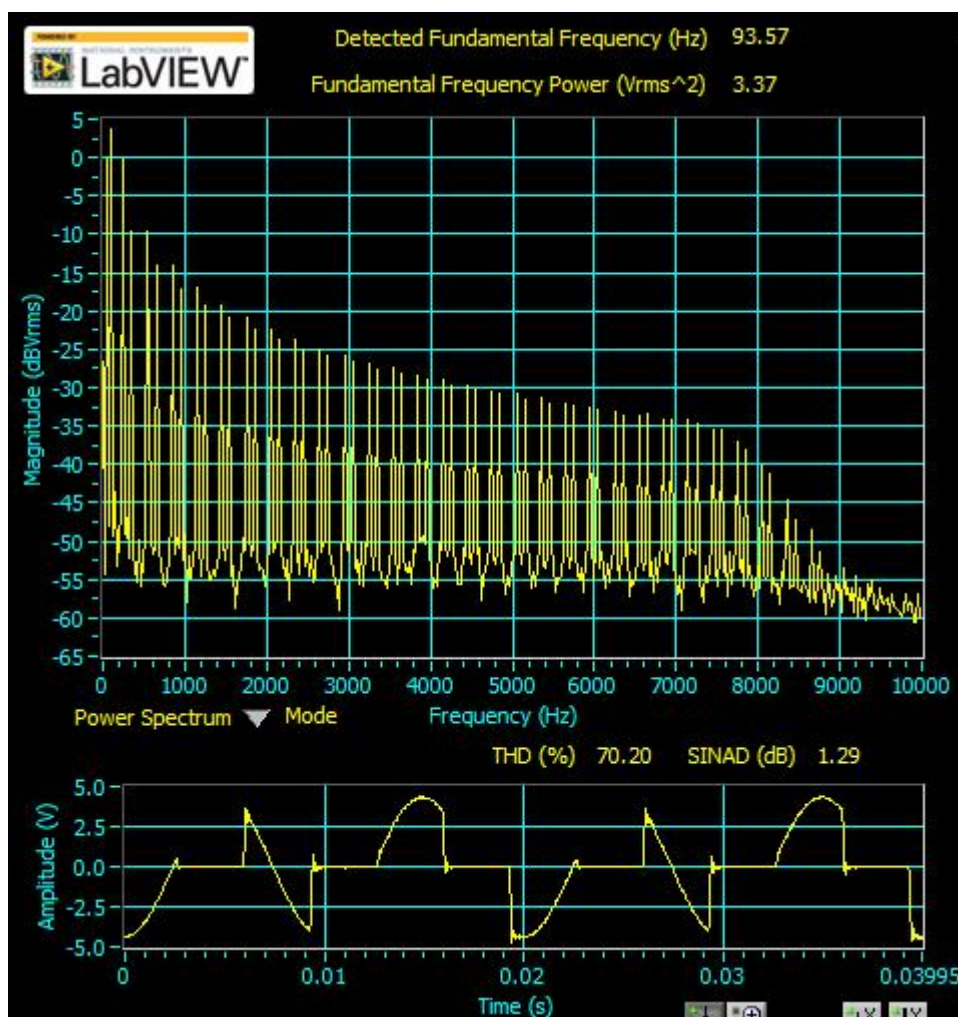
**分析 4:** 如果将采样率设置为 200Hz, 刚好等于临界奈奎斯特采样频率, 将滤波器截止频率设置为最低, 观测时域波形和频谱波形的变化过程, 判断是否可以完全恢复原始信号, 对观察的现象进行解释。

可以恢复

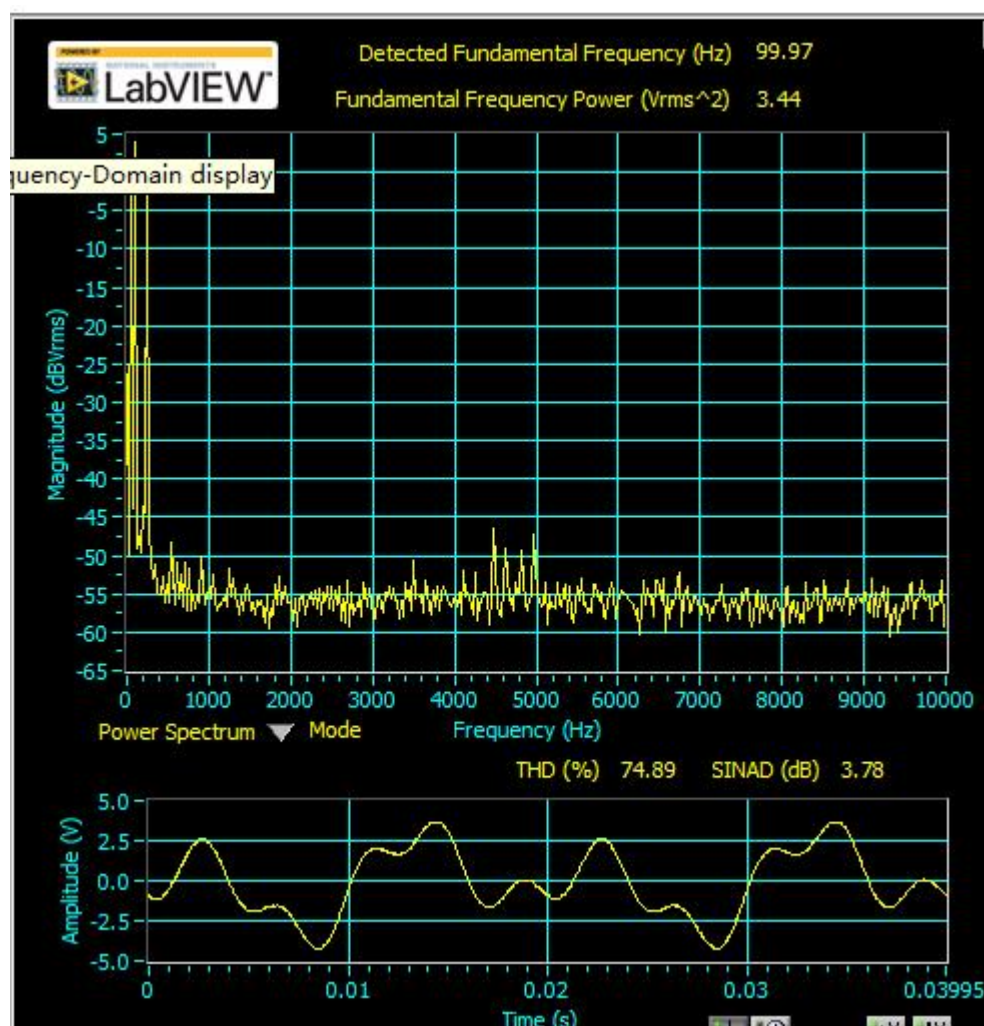
因为加了直流偏置

此外, 采样率刚好等于临界奈奎斯特采样频率

**分析 5:** 如果采样率设置为 150Hz, 将滤波器截止频率由最大逐渐降低, 观测时域波形和频谱波形的变化过程。







一开始有很多的高次谐波，截止频率逐渐降低，高次谐波被滤除，时域波形逐渐接近正弦波，但是明显处于欠采样。

（选做）问题 6：将低通滤波器的截止频率由最大逐渐降低，当频谱分析仪上剩 7 根谱线时，计算并解释这 7 根谱线的产生分别是延拓频谱里哪些频率成份产生的？

根据调制原理，将正弦波信号与方波信号相乘会产生频谱扩展，其中涉及到正弦波频率的整数倍以及方波频率的奇数倍。然后通过低通滤波器来选择所需谱线，使最后频谱只剩下 7 根谱线。

在最后频谱中有 7 根谱线的情况下，可以确定其中的 7 根谱线分别来自于：

1. 原始正弦波信号的频率 100Hz。
2. 方波信号的频率 150Hz 及其第一个奇数倍 450Hz。
3. 正弦波信号频率的第一个整数倍 200Hz 及第二个整数倍 300Hz 和第三个整数倍 400Hz。

## 二、实验体会与建议

本实验让我收获很大，动手能力增强的同时理论基础更加扎实，在此次实验中，我加深了对于电路知识的理解，而且锻炼了我的实验思维，可以拓展课本之外的能力，让自己不仅仅依靠书本上的知识发展自己的认知，我认为本课程极具教育意义，意义重大。