

《高级算法设计与分析》课程作业

无人机配送路径规划问题

Drone Delivery Path Planning Problem

姓	名:	赵路路
学	号:	2023202210120
专	业:	网络空间安全

目 录

1	问题重述	. 1
2	解决思路	. 2
	2.1 地图与订单数据模拟生成	. 2
	2.2 订单分配与无人机调度	. 6
	2.3 无人机配送路径规划	. 8
3	问题解决	. 9
4	问题总结	11
5	附录	13

1 问题重述

无人机配送是解决最后 10 公里问题的有效方法。在某区域内存在 j 个配送中心,每个配送中心具有无限多的任意商品和无限多的无人机,存在 k 个卸货点,每个卸货点每隔 t 分钟随机产生 0~m 个订单;订单存在优先级别,一般订单要求 3 小时内送到,较紧急订单要求 1.5 小时内送到,紧急订单要求 0.5 小时内送到。

问题的目标是:一段时间内,所有无人机的总配送路径最短。

问题的约束是:

- a) 满足订单的优先级别要求;
- b) 无人机一次最多可以携带 n 个物品;
- c) 无人机一次飞行最远路程 20 公里(包含返回配送点);
- d) 无人机的速度是 60 公里/小时;

2 解决思路

根据题目要求和数据模拟需要,解决思路可分为三个步骤: 地图与订单数据模拟生成、订单分配与无人机调度、无人机配送路径规划,下面具体介绍每个步骤的内容。

2.1 地图与订单数据模拟生成

首先介绍地图的模拟生成过程。由于无人机配送用于解决最后 10 公里问题,故每个配送中心可以辐射到其周围 10 公里内的卸货点,在地图模拟生成时,要保证所有卸货点均在某个配送中心的辐射范围内。因此,设计地图模拟生成算法如下:

```
Alg1: Map Simulation Algorithm (MSA)
                                             // 区域范围、配送中心与卸货点数量
Input: scaleX, scaleY, j, k
Output: distributionCenterSet, dischargePointSet
                                                     // 配送中心与卸货点集合
1: while distributionCenterSet.size < j:
2:
     (x, y) = (random.nexInt(scaleX), random.nexInt(scaleY))
3:
     if distributionCenterSet.isEmpty:
       distributionCenterSet.add((x,y))
                                       // 随机生成配送中心位置并加入集合
4:
     for i = 1 to distributionCenterSet.size:
5:
6:
       if distance(distributionCenterSet[i], getPostion, (x, y)) < 8:
         distributionCenterSet.remove((x,y))
7:
                                             // 配送中心间距离不小于 8
8:
     end for
9: end while
10: while dischargePointSet.size < k:
      (x, y) = (random.nexInt(scaleX), random.nexInt(scaleY))
11:
12:
      for i = 1 to j:
        if distance(distributionCenterSet[i], getPosition, (x, y)) \le 10:
13:
14:
          dischargePointSet.add((x,y)) // 卸货点需在任意一个配送中心 10 公里内
15:
      end for
16: end while
```

根据 MSA 地图模拟生成算法,随机生成两组不同规模的地图如图 2-1 和 2-2 所示:

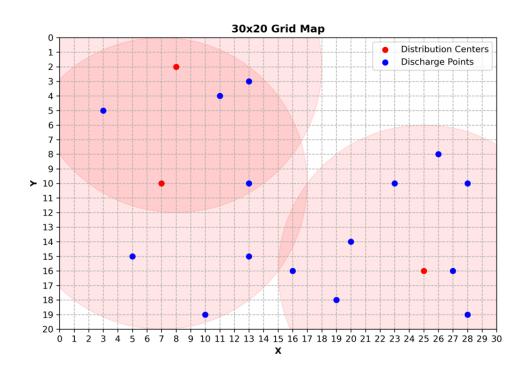


图 2-1 30×20 地图 (3 中心 15 卸货点) 示例

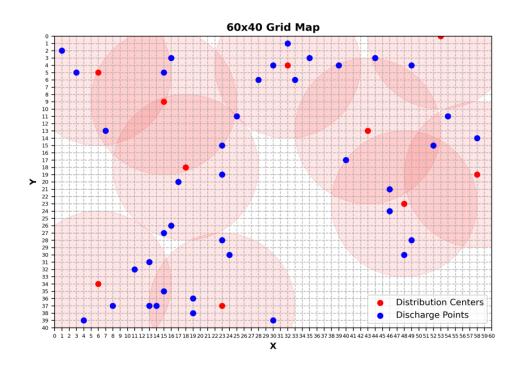


图 2-2 30×20 地图 (10 中心 40 卸货点) 示例

下面介绍订单的模拟生成过程。根据题目要求,每个卸货点每隔 t 分钟随机产生 0~m 个不同优先级别的订单,将其加入待处理订单队列,设计订单模拟生成算法如下:

 Alg2: Order Simulation Algorithm (OSA)

 Input: dischargePointSet, m, currentTime
 // 卸货点集合、最大订单数和当前时间

 Output: orders
 // 待处理订单队列

- 1: **for** i = 1 **to** dischargePointSet.size:
- 2: num = random.nextInt(m+1) // 随机生成 $0 \sim m$ 个订单
- 3: **for** j = 1 **to** num:
- 4: *priority = Util.randomPriority*
- 5: createTime = currentTime
- 6: remainTime = priority.getTime
- 7: position = dischargePointSet[i].getPosition
- 8: orders.add((priority, createTime, remainTime, position))
- 9: end for
- 10: end for

根据 OSA 订单模拟生成算法,在 0 时刻对于如图 2-1 所示地图 (3 配送中心 15 卸货点),最大订单数 m=3,生成一组订单如表 2-1 所示:

表 2-1 订单模拟生成算法示例

序号	余时	位置	序号	余时	位置	序号	余时	位置
1	90	(28,19)	10	90	(28,10)	19	90	(3,5)
2	180	(28,19)	11	30	(28,10)	20	180	(10,19)
3	30	(20,14)	12	180	(28,10)	21	90	(10,19)
4	180	(20,14)	13	90	(13,10)	22	30	(16,16)
5	30	(19,18)	14	90	(13,10)	23	90	(23,10)
6	30	(27,16)	15	30	(5,15)	24	90	(23,10)
7	30	(27,16)	16	30	(5,15)	25	180	(23,10)
8	90	(13,15)	17	90	(5,15)	26	30	(13,3)
9	180	(13,15)	18	180	(3,5)	27	90	(13,3)

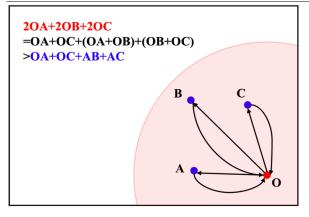
2.2 订单分配与无人机调度

根据题目要求,每隔 t 分钟将会产生一组新订单加入待处理订单队列,所以假设系统每隔 t 分钟将进行一次订单分配与无人机调度,完成其中一部分订单的配送。

首先介绍订单分配过程。对于如图 2-1 所示地图 (3 配送中心 15 卸货点), 配送中心辐射范围相互重叠, 存在某些卸货点既可以被 A 配送中心配送, 又可以被 B 配送中心配送。对于这种情形, 我们考虑卸货点与配送中心的距离,每个卸货点均由距离其最近的配送中心配送, 因此需要将待处理订单队列进行订单分配。设计订单分配算法如下:

```
Alg3: Order Distribution Algorithm (ODA)
Input: orders, distributionCenterSet
                                             // 待处理订单队列与配送中心集合
                                   // 根据最近配送中心分配后的待处理订单队列
Output: orders<sub>i</sub>
1: for i = 1 to orders. size:
2:
     for j = 1 to distributionCenterSet.size:
       d = distance(orders[i], qetPosition, distributionCenterSet[i], qetPosition)
       if d < minDistance:
                                     // 寻找与此订单目的卸货点最近的配送中心
4:
5:
        minDistance = d
6:
        flag = j
7:
       end if
8:
     end for
                            // 将此订单加入最近配送中心的待处理订单队列
9:
     orders_{flag} add(orders[i])
10: end for
```

下面介绍无人机调度过程。对于 ODA 订单分配算法得到的每个配送中心的待处理订单,将订单按照剩余时间从小到大排序,优先配送紧急订单(剩余时间≤30 分钟),适量配送较紧急订单(剩余时间≤90 分钟),暂不配送一般订单(剩余时间≤180 分钟)。这样做的好处在于,对于一些相对不紧急的订单,可以在下一次调度时一起配送,使无人机负载尽量保持在较高水平,减少无人机资源的浪费,进而达到更优的总体配送路径长度。根据题目要求,一段时间后(例如一天),所有订单都需要配送完毕。所以在最后一个时刻,需要不惜无人机资源,将所有订单配送完毕。



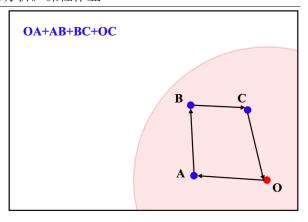


图 2-3 折返配送与连续配送对比

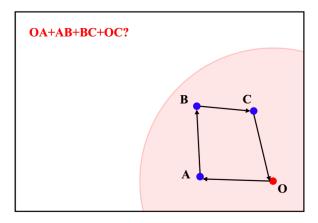
如图 2-3 所示,根据三角形两边之和大于第三边的性质可知,多次折返配送的代价 大于连续配送的代价。所以,在确定本次调度需要配送的订单后,使用简单贪心算法, 按顺序为订单安排无人机。

为满足问题约束 b~d,假设无人机一次最多可以携带 n=5 个物品,一次最远飞行距 离为 20 公里,速度为 60 公里/小时。根据简单贪心原则,为每架无人机尽可能多的安排 订单,安排时需要检验:(1)是否达到无人机最大负载;(2)订单是否会超时;(3)无人机能否返回配送中心。设计无人机调度算法如下:

Alg4: Drone Scheduling Algorithm (DSA)	Alg4: Drone Scheduling Algorithm (DSA)								
Input: orders, n, maxDis, s	// 订单队列、最大负载/距离/速度								
Output: drones	// 该配送中心本次调度的无人机群								
1: while !orders.isEmpty: // 某中心	订单待处理订单队列中本次调度需配送的订单								
2: $drones[i].path = [centerPosition]$									
3: if $drones[i].currentLoad + 1 \le n$:	// 该无人机的负载允许增加新订单								
4: for $j = 0$ to orders.size:	4: for $j = 0$ to orders. size:								
5: drones.path.add(orders[j])									
6: if $dis(drones.path) \le 20$ and t	$ime(drones.path) \leq orders[j].remainTime:$								
7: break	// 找到合适的新订单后结束本次循环								
8: end if									
9: drones.path.remove(orders[j])	// 该订单会超时或导致无法返回中心故去除								
10: end for									
11: end while									
12: end while									

2.3 无人机配送路径规划

本节介绍更进一步的无人机路径规划过程。如图 2-4 所示,根据简单贪心原则,DSA 无人机调度算法给出了每个配送中心派出的无人机群。对于每架无人机,其配送订单已 经确定,但并没有得到最优配送路径,该问题可以建模为旅行商问题,许多算法可以得 到其近似解。



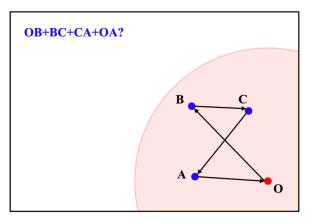


图 2-4 无人机最优配送路径不确定

但对于当前假设而言,一架无人机每次最多携带 n=5 个物品,故最多途径 5 个卸货点,所以可以穷举所有可能找出最优路径的精确解,故此处不再赘述具体的算法设计。

3 问题解决

根据问题描述和算法设计,首先给出程序模拟运行的超参数设置,如表 3-1 所示。 此外,使用使用 MSA 地图模拟生成算法,生成地图如图 3-1 所示:

参数名称	参数值
地图尺寸	60×40 km ²
配送中心数量	10 个
卸货点数量	40 个
订单生成间隔时间	30 分钟
订单生成最大值	10 个/卸货点
无人机最大负载	5 个
无人机最大距离	20 km
无人机飞行速度	60 km/h (1 km/min)
非紧急订单被选中概率	0.7
清空订单间隔时间	3 小时

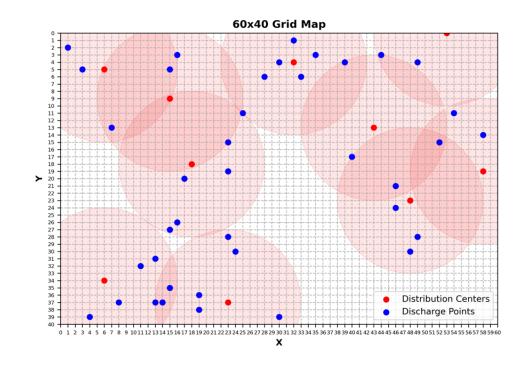


图 3-1 30×20 地图 (10 中心 40 卸货点) 示例

程序共模拟运行 24 小时,运行结果统计详见附录。此次模拟运行,共随机生成订单 9422 个,共派出 2241 架次无人机(平均每次调度每个配送中心出动无人机 4.67 架),无人机飞行总里程为 33878 公里,平均每架无人机航行距离为 15.12 公里,无人机平均负载率为 84.09%,无订单超时情况出现。

根据上述数据可知,本方案设计的无人机调度算法具有优越的性能,在没有订单超时的情况下,平均航行距离基本达到最大航行距离的 3/4,负载保持在 80%以上,充分利用无人机资源。

下面,截取某一轮次调度时无人机的航行路线做具体分析。例如选取第 46 轮次调度,此次调度共配送 223 个订单,出动无人机 52 架,总航行距离 801 公里,机均航行距离 15.4 公里,机均订单数 4.29。如图 3-2 所示,是本次调度各无人机的具体航行路线。

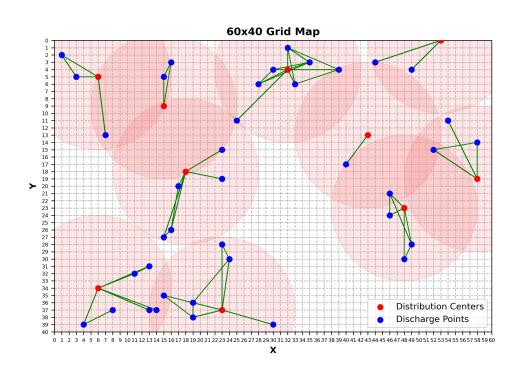


图 3-2 第 46 轮次调度无人机航线示例

4 问题总结

无人机配送是解决最后10公里问题的有效方法。

本文从问题的场景假设、目标和约束入手,通过地图与订单数据模拟生成、订单分配与无人机调度和无人机配送路径规划三个步骤,设计并实现了 MSA 地图模拟生成算法、OSA 订单模拟生成算法、ODA 订单分配算法和 DSA 无人机调度算法四个算法。

最终通过 24 小时模拟仿真实验和数据分析,共随机生成订单 9422 个,共派出 2241 架次无人机(平均每次调度每个配送中心出动无人机 4.67 架),无人机飞行总里程为 33878 公里,平均每架无人机航行距离为 15.12 公里,无人机平均负载率为 84.09%,无订单超时情况出现。可见得出了无人机配送问题较优的可行解。

5 附录

轮次	配送中心	配送中心 订单总数	配送中心 本轮配送订单数	配送中心 无人机数	订单总数	配送总数	无人机总数	总航行距离	机均 航行距离	机均 订单数
	(6,34)	25	16	4						
	(48,23)	29	16	4						
	(53,0)	8	6	2	208	144	36			
	(15,9)	12	9	2						
1	(43,13)	3	2	1				510	14.42	4
1	(23,37)	36	29	7				519	14.42	4
	(58,19)	10	6	2						
	(6,5)	13	10	3						
	(32,4)	43	30	7						
	(18,18)	29	20	4						
	(6,34)	52	35	8						
	(48,23)	32	20	4						
	(53,0)	6	4	2						
2	(15,9)	11	6	2	272	171	20	502	14.05	4.12
2	(43,13)	11	4	1	273	161	39	583	14.95	4.13
	(23,37)	38	18	5						
	(58,19)	15	9	2						
	(6,5)	20	14	4						

	(32,4)	44	26	6						
	(18,18)	44	25	5						
	(6,34)	53	32	7						
	(48,23)	23	15	3						
	(53,0)	14	10	3						
	(15,9)	5	3	1		102				
2	(43,13)	17	16	4	299		46	724	15.74	4 17
3	(23,37)	57	39	9	299	192		724	15.74	4.17
	(58,19)	25	15	4						
	(6,5)	21	16	4						
	(32,4)	36	19	5						
	(18,18)	48	27	6						
	(6,34)	48	27	7						
	(48,23)	32	16	4			45			
	(53,0)	12	6	2						
	(15,9)	9	3	1						
4	(43,13)	10	7	2	309	180		662	14.71	4
4	(23,37)	46	28	7	309	180	45	002	14./1	4
	(58,19)	28	17	4						
	(6,5)	26	17	4						
	(32,4)	55	35	8						
	(18,18)	43	24	6						
5	(6,34)	48	27	7	323	200	48	685	14.27	4.17

	(48,23)	35	22	5						
	(53,0)	16	11	3						
	(15,9)	9	5	1						
	(43,13)	5	1	1						
	(23,37)	44	29	7						
	(58,19)	38	27	6						
	(6,5)	26	16	4						
	(32,4)	58	36	8						
	(18,18)	44	26	6						
	(6,34)	45	32	8						
	(48,23)	23	11	3						
	(53,0)	16	9	3						
	(15,9)	14	11	3		185		678	15.07	
6	(43,13)	4	2	1	305		45			4.11
	(23,37)	44	30	7	303					4.11
	(58,19)	27	16	4						
	(6,5)	32	17	4						
	(32,4)	52	28	6						
	(18,18)	48	29	6						
	(6,34)	39	17	5						
7	(48,23)	31	18	4	301	165	40	600	15	4.13
/	(53,0)	19	11	3	301	103	40	600	15	4.13
	(15,9)	13	8	2						

	(43,13)	6	4	1						
	(23,37)	47	23	6						
	(58,19)	31	18	5						
	(6,5)	25	15	3						
	(32,4)	48	30	6						
	(18,18)	42	21	5						
	(6,34)	51	25	6						
	(48,23)	31	20	5						
	(53,0)	18	10	3	326					
	(15,9)	12	7	2						
0	(43,13)	3	1	1		104	47	727	15 (0	2.01
8	(23,37)	50	28	8		184	47	737	15.68	3.91
	(58,19)	35	20	5						
	(6,5)	30	16	4						
	(32,4)	50	31	7						
	(18,18)	46	26	6						
	(6,34)	52	33	7						
	(48,23)	22	13	3						
	(53,0)	19	12	3						
9	(15,9)	18	15	3	345	237	53	798	15.06	4.47
	(43,13)	9	9	2						
	(23,37)	63	46	10						
	(58,19)	25	14	4						

	(6,5)	29	20	5						
	(32,4)	56	37	8						
	(18,18)	52	38	8						
	(6,34)	45	25	6						
	(48,23)	22	9	3						
	(53,0)	19	11	3				692		
	(15,9)	7	5	1						
10	(43,13)	9	5	1	314	101	45		15.20	4.24
10	(23,37)	52	39	9	314	191	45		15.38	4.24
	(58,19)	38	22	5						
	(6,5)	27	14	3						
	(32,4)	55	35	8						
	(18,18)	40	26	6						
	(6,34)	64	47	10						
	(48,23)	28	16	4						
	(53,0)	18	12	4						
	(15,9)	8	7	2						
11	(43,13)	13	6	2	220	200	£1	766	15.00	4.1
11	(23,37)	47	32	8	320	209	51	766	15.02	4.1
	(58,19)	22	11	3						
	(6,5)	22	11	3						
	(32,4)	67	47	10						
	(18,18)	31	20	5						

	(6,34)	54	35	8						
	(48,23)	37	22	5						
	(53,0)	19	13	4						
	(15,9)	8	5	1						
12	(43,13)	12	6	2	200	102	46	700	15.41	4.17
12	(23,37)	48	27	7	308	192	46	709	15.41	4.17
	(58,19)	29	18	4						
	(6,5)	23	16	4						
	(32,4)	43	28	6						
	(18,18)	35	22	5						
	(6,34)	33	22	5		172				
	(48,23)	35	24	5						
	(53,0)	13	9	3			42	629	14.00	
	(15,9)	7	2	1						
13	(43,13)	9	3	1	283					4.1
13	(23,37)	42	21	6	203	172		029	14.98	4.1
	(58,19)	30	17	4						
	(6,5)	29	17	4						
	(32,4)	55	38	8						
	(18,18)	30	19	5						
	(6,34)	30	20	4					14.79	
14	(48,23)	23	14	3	281	165	38	562		4.34
	(53,0)	17	13	3						

	(15,9)	7	3	1						
	(43,13)	6	3	1						
	(23,37)	40	19	5						
	(58,19)	45	25	5						
	(6,5)	23	15	4						
	(32,4)	57	32	7						
	(18,18)	33	21	5						
	(6,34)	26	15	4						
	(48,23)	29	16	4						
	(53,0)	11	5	1						
	(15,9)	9	4	1						
15	(43,13)	5	2	1	286	166	40	623	15.58	4.15
13	(23,37)	49	27	7	200	100	40	023	13.36	7.13
	(58,19)	46	27	6						
	(6,5)	25	17	4						
	(32,4)	51	32	7						
	(18,18)	35	21	5						
	(6,34)	35	20	4						
	(48,23)	35	18	4						
16	(53,0)	19	12	3	312	180	44	658	14.95	4.09
10	(15,9)	16	9	2	312	180	44	038	14.93	4.09
	(43,13)	7	3	1						
	(23,37)	48	26	7						

	(58,19)	39	22	5						
	(6,5)	32	22	5						
	(32,4)	50	27	7						
	(18,18)	31	21	6						
	(6,34)	44	20	5						
	(48,23)	39	25	5						
	(53,0)	20	13	3						
	(15,9)	9	4	1						
17	(43,13)	6	0	0	221	100	45	692	15 10	4.42
17	(23,37)	51	31	8	331	199	45	683	15.18	4.42
	(58,19)	43	29	6						
	(6,5)	18	10	3						
	(32,4)	56	38	8						
	(18,18)	45	29	6						
	(6,34)	58	39	8						
	(48,23)	32	18	4						
	(53,0)	17	10	3						
	(15,9)	15	9	2						
18	(43,13)	7	3	1	345	211	47	739	15.72	4.49
	(23,37)	60	41	9						
	(58,19)	40	24	5						
	(6,5)	26	18	4						
	(32,4)	57	29	7						

	(18,18)	33	20	4						
	(6,34)	52	27	6						
	(48,23)	33	20	4						
	(53,0)	14	5	2						
	(15,9)	12	8	2						
19	(43,13)	13	7	2	356	208	48	735	15.31	4.33
19	(23,37)	56	34	8	330	208	40	755	13.31	4.33
	(58,19)	41	29	7						
	(6,5)	27	14	3						
	(32,4)	68	40	9						
	(18,18)	40	24	5						
	(6,34)	60	32	7						
	(48,23)	30	20	4						
	(53,0)	27	20	4						
	(15,9)	18	14	3						
20	(43,13)	14	9	2	375	212	49	720	14.69	4.33
20	(23,37)	43	23	7	373	212	49	720	14.09	4.33
	(58,19)	39	21	5						
	(6,5)	28	16	4						
	(32,4)	68	35	8						
	(18,18)	48	22	5						
21	(6,34)	56	34	8	260	222	52	744	14.21	4 27
21	(48,23)	31	19	4	368	222	52	744	14.31	4.27

	(53,0)	21	15	4						
	(15,9)	9	5	1						
	(43,13)	11	6	2						
	(23,37)	52	34	8						
	(58,19)	41	27	6						
	(6,5)	22	12	3						
	(32,4)	73	43	10						
	(18,18)	52	27	6						
	(6,34)	45	31	8						
	(48,23)	26	14	3						
	(53,0)	6	5	2						
	(15,9)	13	7	2						
22	(43,13)	9	7	2	319	199	48	719	14.98	4.15
22	(23,37)	42	24	6	319	199	70	/19	14.50	4.13
	(58,19)	42	28	6						
	(6,5)	25	17	4						
	(32,4)	57	30	7						
	(18,18)	54	36	8						
	(6,34)	39	25	5						
	(48,23)	21	14	3						
23	(53,0)	11	10	3	336	215	49	747	15.24	4.39
	(15,9)	13	9	2						
	(43,13)	5	3	1						

	(23,37)	63	45	11						
	(58,19)	34	17	4						
	(6,5)	33	17	4						
	(32,4)	70	42	9						
	(18,18)	47	33	7						
	(6,34)	53	29	6						
	(48,23)	31	19	4						
	(53,0)	12	8	2						
	(15,9)	17	11	3						
24	(43,13)	4	2	1	224	100	44	697	15 04	4.32
24	(23,37)	59	35	8	334	190	44	097	15.84	4.32
	(58,19)	38	23	5						
	(6,5)	21	9	3						
	(32,4)	64	38	8						
	(18,18)	35	16	4						
	(6,34)	51	34	7						
	(48,23)	32	23	5						
	(53,0)	13	11	3						
25	(15,9)	19	11	3	210	202	47	732	15.57	4.2
25	(43,13)	7	3	1	318	202	4/	132	15.57	4.3
	(23,37)	38	20	5						
	(58,19)	24	14	3						
	(6,5)	31	17	5						

	(32,4)	47	32	7						
	(18,18)	56	37	8						
	(6,34)	56	32	7						
	(48,23)	20	10	3						
	(53,0)	5	2	1						
	(15,9)	22	15	3						
26	(43,13)	6	4	1	200	100	46	600	15.17	4.12
26	(23,37)	56	39	9	308	190	46	698	15.17	4.13
	(58,19)	28	20	5						
	(6,5)	28	12	3						
	(32,4)	45	30	8						
	(18,18)	42	26	6						
	(6,34)	57	33	8						
	(48,23)	31	20	4						
	(53,0)	14	10	3						
	(15,9)	15	8	2						
27	(43,13)	7	3	1	205	101	46	702	15 20	4 15
21	(23,37)	41	28	7	305	191	40	703	15.28	4.15
	(58,19)	23	16	5						
	(6,5)	31	19	4						
	(32,4)	57	36	8						
	(18,18)	29	18	4						
28	(6,34)	63	39	8	310	198	46	716	15.57	4.3

	(48,23)	31	19	4						
	(53,0)	19	13	3						
	(15,9)	14	8	2						
	(43,13)	9	4	1						
	(23,37)	34	20	6						
	(58,19)	20	12	3						
	(6,5)	30	21	5						
	(32,4)	58	42	9						
	(18,18)	32	20	5						
	(6,34)	47	25	6						
	(48,23)	33	19	4						
	(53,0)	13	7	2	_					
	(15,9)	10	5	1	_					
29	(43,13)	14	11	3	288	180	44	700	15.91	4.09
2)	(23,37)	26	16	5	200	100	1	700	13.71	4.07
	(58,19)	25	18	5						
	(6,5)	19	11	3						
	(32,4)	57	37	8						
	(18,18)	44	31	7						
	(6,34)	50	35	7						
30	(48,23)	26	14	3	285	173	40	594	14.85	4.33
30	(53,0)	7	3	1	203	1/3	40	33 4	14.03	4.33
	(15,9)	17	13	3						

	(43,13)	11	8	2						
	(23,37)	43	22	5						
	(58,19)	27	12	3						
	(6,5)	12	8	3						
	(32,4)	45	24	6						
	(18,18)	47	34	7						
	(6,34)	52	28	6						
	(48,23)	39	24	5						
	(53,0)	10	8	2						
	(15,9)	19	8	2						
31	(43,13)	9	4	1	216	101	45	691	15.26	4.24
31	(23,37)	50	33	8	316	191	45	091	15.36	4.24
	(58,19)	34	21	5						
	(6,5)	20	15	4						
	(32,4)	41	24	6						
	(18,18)	42	26	6						
	(6,34)	58	39	8						
	(48,23)	30	17	4						
	(53,0)	5	4	1						
32	(15,9)	10	8	2	299	185	44	635	14.43	4.2
	(43,13)	5	3	1						
	(23,37)	46	29	8						
	(58,19)	24	13	3						

	(6,5)	18	11	3						
	(32,4)	60	37	8						
	(18,18)	43	24	6						
	(6,34)	46	22	5						
	(48,23)	38	25	5						
	(53,0)	9	6	2						
	(15,9)	17	12	3						
22	(43,13)	12	7	2	222	102	4.4	(5)	14.01	4.14
33	(23,37)	52	29	8	323	182	44	656	14.91	4.14
	(58,19)	26	17	4						
	(6,5)	24	13	3						
	(32,4)	64	36	8						
	(18,18)	35	15	4						
	(6,34)	52	35	7						
	(48,23)	31	23	5						
	(53,0)	12	9	3						
	(15,9)	15	7	2						
2.4	(43,13)	11	7	2	221	204	40	7(5	15.04	4.25
34	(23,37)	43	22	6	331	204	48	765	15.94	4.25
	(58,19)	38	25	5						
	(6,5)	25	17	4						
	(32,4)	56	31	8						
	(18,18)	48	28	6						

	(6,34)	48	32	7						
	(48,23)	31	21	5						
	(53,0)	12	8	3						
	(15,9)	13	7	2						
35	(43,13)	14	8	2	325	189	46	700	15 20	4.11
33	(23,37)	51	28	6	323	189	40	708	15.39	4.11
	(58,19)	34	20	5						
	(6,5)	22	10	3						
	(32,4)	51	29	7						
	(18,18)	49	26	6						
	(6,34)	53	32	7						
	(48,23)	35	22	5	_					
	(53,0)	24	18	4	_					
	(15,9)	17	11	3	_					
36	(43,13)	9	4	1	378	209	49	743	15.16	4.27
30	(23,37)	54	33	8	376	20)	7)	743	13.10	7.27
	(58,19)	36	15	3	_					
	(6,5)	29	12	4						
	(32,4)	58	39	9						
	(18,18)	63	23	5						
	(6,34)	55	31	7						
37	(48,23)	33	17	4	348	213	51	758	14.86	4.18
	(53,0)	16	9	3						

	(15,9)	13	6	2						
	(43,13)	8	3	1						
	(23,37)	39	22	6						
	(58,19)	43	30	6						
	(6,5)	27	20	5						
	(32,4)	59	43	9						
	(18,18)	55	32	8						
	(6,34)	58	29	7						
	(48,23)	27	16	4						
	(53,0)	16	11	3						
	(15,9)	15	8	2						
38	(43,13)	9	5	1	327	182	44	685	15.57	4.14
36	(23,37)	51	25	7	327	102	44	003	13.37	4.14
	(58,19)	40	23	5						
	(6,5)	19	12	3						
	(32,4)	50	31	7						
	(18,18)	42	22	5						
	(6,34)	56	31	7						
	(48,23)	36	19	4						
39	(53,0)	21	14	3	202	220	50	010	15.72	1 20
39	(15,9)	27	15	3	382	228	52	818	15.73	4.38
	(43,13)	11	7	2						
	(23,37)	56	33	9						

	(58,19)	40	23	5						
	(6,5)	23	13	3						
	(32,4)	60	40	9						
	(18,18)	52	33	7						
	(6,34)	50	30	7						
	(48,23)	25	13	3						
	(53,0)	8	6	2						
	(15,9)	30	23	5						
40	(43,13)	10	6	2	215	102	46	706	15.25	2.00
40	(23,37)	48	26	7	315	183	46	706	15.35	3.98
	(58,19)	22	11	3						
	(6,5)	22	12	4						
	(32,4)	51	29	6						
	(18,18)	49	27	7						
	(6,34)	55	34	8						
	(48,23)	36	22	5						
	(53,0)	7	6	2						
	(15,9)	24	11	3						
41	(43,13)	12	7	2	318	178	44	659	14.98	4.05
	(23,37)	43	19	5						
	(58,19)	28	19	4						
	(6,5)	23	11	3						
	(32,4)	52	28	6						

	(18,18)	38	21	6						
42	(6,34)	38	19	5	329	191	46	680	14.78	4.15
	(48,23)	38	27	6						
	(53,0)	17	9	3						
	(15,9)	23	14	3						
	(43,13)	7	4	1						
	(23,37)	57	29	8						
	(58,19)	22	16	4						
	(6,5)	22	9	2						
	(32,4)	64	43	9						
	(18,18)	41	21	5						
	(6,34)	42	22	6	296	170	44	681	15.48	3.86
	(48,23)	29	17	4						
	(53,0)	22	13	4						
	(15,9)	10	6	2						
43	(43,13)	6	2	1						
43	(23,37)	47	25	7						
	(58,19)	30	20	4						
	(6,5)	27	17	4						
	(32,4)	45	24	6						
	(18,18)	38	24	6						
44	(6,34)	63	40	9	371	233	53	776	14.64	4.4
	(48,23)	25	19	4						

	(53,0)	22	8	2						
	(15,9)	14	10	2						
	(43,13)	10	7	2						
	(23,37)	58	38	9						
	(58,19)	37	23	5						
	(6,5)	32	19	4						
	(32,4)	55	37	9						
	(18,18)	55	32	7						
	(6,34)	57	26	7	338	182	47	673	14.32	
	(48,23)	32	22	5						
	(53,0)	25	14	4						
45	(15,9)	15	6	2						
	(43,13)	7	6	2						3.87
43	(23,37)	56	35	9						3.67
	(58,19)	31	14	4						
	(6,5)	21	9	3						
	(32,4)	56	35	7						
	(18,18)	38	15	4						
	(6,34)	57	33	8	366	223	52	801	15.4	
46	(48,23)	30	16	4						
	(53,0)	27	19	5						4.29
	(15,9)	12	3	1						
	(43,13)	11	6	2						

	(23,37)	63	32	7						
	(58,19)	42	30	6						
	(6,5)	21	13	4						
	(32,4)	61	44	9						
	(18,18)	42	27	6						
	(6,34)	59	34	7						
	(48,23)	47	27	6	349	196	47	708	15.06	
	(53,0)	15	5	2						
	(15,9)	22	14	3						
47	(43,13)	8	4	1						4.17
4/	(23,37)	63	33	9						4.1/
	(58,19)	37	25	6						
	(6,5)	17	7	2						
	(32,4)	45	28	7						
	(18,18)	36	19	4						
	(6,34)	52	52	12	370	370	83	1183	14.25	
	(48,23)	41	41	9						
	(53,0)	12	12	4						
48	(15,9)	28	28	6						4.46
48	(43,13)	5	5	1						4.40
	(23,37)	66	66	15						
	(58,19)	33	33	7						
	(6,5)	19	19	5						

《高级算法设计与分析》课程作业