

## Projeto II- Intepolação Polinomial

Autores- Daniel V. Gomes  
Carlos Henrique Mourão  
Marcelo Augusto Almeida

### A) Descrição do método utilizado.

Utilizando o algoritmo de lagrange contido na apostila, elaboramos o subprograma lagrange que calcula o valor de uma função num ponto  $x$  para um conjunto de pares  $(x_i, y_i)$ .

### B) Respostas.

1) O subprograma requerido é

```
function lagrange  
(x,y:vetor;n:integer;xx:real): real;
```

```
var
```

```
pi,s, mult:real;  
k,j:integer;  
A:matriz;  
diagonal,D,q:vetor;
```

```
begin  
k:=1;  
while k<= n do  
begin  
for i:=1 to n do  
begin  
if i=k then A[k,i]:= xx- x[k];  
if i>k then A[k,i]:=x[k]-x[i];  
end;  
k:=k+1;  
end;  
end;
```

```
for k:=1 to n do
```

```
for i:=1 to n do  
begin  
if i=k then Diagonal[k]:=A[k,i];  
end;  
  
pi:=1;  
for i:=1 to n do pi:=Diagonal[i]*pi;  
  
k:=1;  
while k <= n do  
begin  
mult:=1;  
for i:=1 to n do mult:=A[k,i]*mult;  
D[k]:=mult;  
k:=k+1;  
end;  
for k:=1 to n do q[k]:= (y[k]/D[k]);  
s:=0;  
for k:=1 to n do s:=q[k]+s;
```

```
lagrange:=pi*s;
```

```
end;
```

```
{ fim do sub programa lagrange }
```

2) A função que deveremos interpolar é:

$$f(x) = (1/(1+25.x^2))$$

no intervalo de  $[-5,5]$

Seu gráfico é :

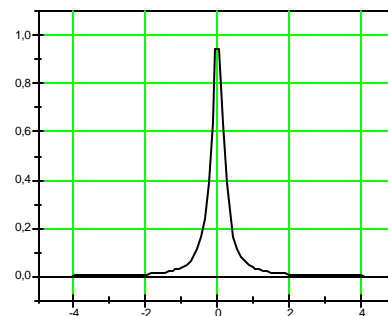


Figura 1- Gráfico de  $f(x)$

3) Implementamos um programa utilizando o subprograma lagrange para calcular vários pontos de modo a poder desenhar o gráfico de  $f(x)$ . Neste caso utilizamos como pares  $x_i, y_i$  os seguintes valores:

-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5

Que totalizam 11 pontos no intervalo  $[-5,5]$ .

O gráfico resultante foi obtido da interpolação de 10 pontos entre 0.2 e 4.6 utilizando o subprograma lagrange. A parte negativa do gráfico é o espelho da parte positiva.

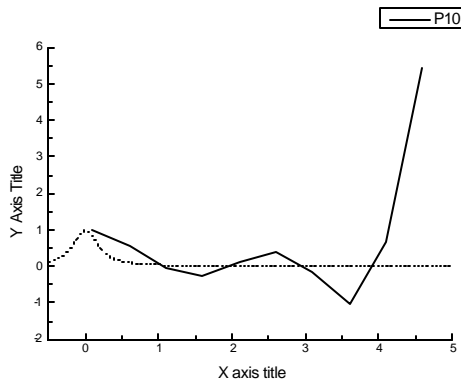


Figura 2- Gráfico de  $F(x)$  interpolado. O gráfico em tracejado mostra a função real.

4) Neste caso utilizamos os pares  $x_i, y_i$  conforme a fórmula abaixo:

$$x_i = 5 \cos((2i+1)\pi / (2n+2))$$

com  $i = 0, 1, 2, \dots, n$

Neste caso  $n$  foi feito igual a 10.

Utilizamos novamente o subprograma lagrange para elaborar o gráfico abaixo.

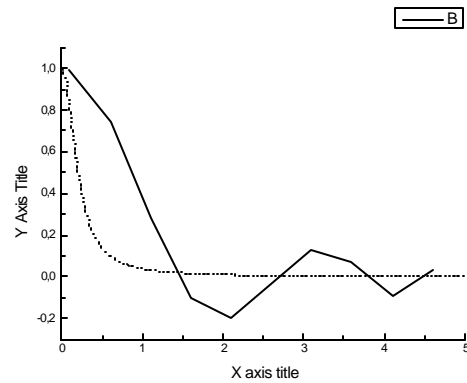


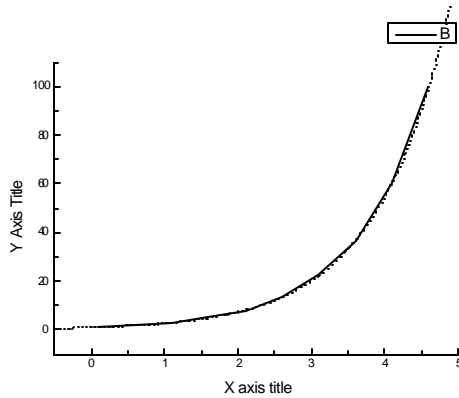
Figura 4- Gráfico de  $f(x)$  utilizando o polinômio de chebyshev.

5) Os gráficos tanto em 3) quanto 4) apresentam uma boa diferença do gráfico real. Apesar disso o comportamento é semelhante. Ou seja ambos os gráficos partem de (0,1) e tendem a um valor zero. No caso da função interpolada, o valor para qual a função tende é um intervalo entre  $y=0$ , ou seja, o valor para  $x$  tendendo a infinito nos gráficos interpolados oscila entre 0.

De modo a investigar esse problema utilizamos o subprograma lagrange para fazer o gráfico de  $\cos(x)$ ,  $\exp(x)$  e  $x^2+1$ . Apenas para confirmar a validade do código implementado face aos mal resultado obtidos.

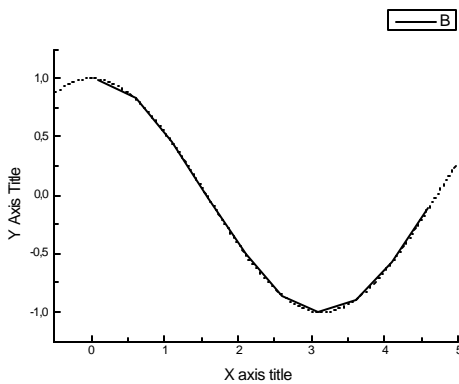
i)  $\exp(x)$ , utilizando como pares  $x_i, y_i$  os valores entre  $[-5,5]$

Assim o gráfico fica:



Os pontos tracejados são os da função  $\exp(x)$ . Podemos ver que o subprograma calcula corretamente os valores de  $\exp(x)$ .

ii) Utilizando os pares  $x_i, y_i$  de  $[-5, 5]$  o gráfico de  $\cos(x)$  fica

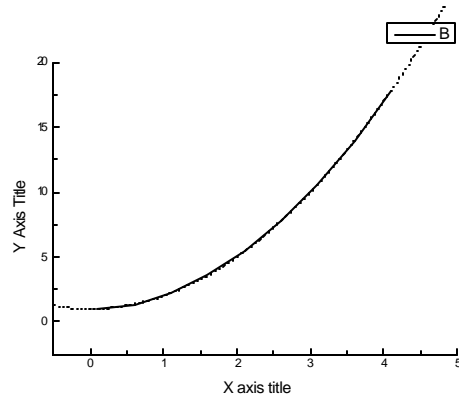


Como podemos perceber a interpolação é perfeita. Já que ambos os gráficos coincidem.

iii) Utilizando os  $x_i$  de Chebychev elaboramos o gráfico de :

$$f(x) = (x^2 + 1)$$

Obtemos daí:



Assim o gráfico interpolado coincide com o gráfico de  $f(x)$ .

Assim acreditamos estar correto o procedimento implementado. Porém este parece não funcionar para a função requerida.