



식의 계산과 이차방정식_인수분해 단원 마무리(72p~75p)

(개정 중3-1)개념+유형_과워 72쪽

1

1. $6a^2b - 9ab$ 를 인수분해 하였을 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

- ① $3a$ ② ab
- ③ $3ab$ ④ $2a^2b$
- ⑤ $2a - 3$

1

2. 다음 중 $3b(a-3)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① 1 ② $3b$
- ③ $a-3$ ④ $3a$
- ⑤ $3b(a-3)$

2

3. 다음 중 완전제곱식으로 나타낼 수 없는 것은?

- ① $4a^2 + 24ab + 9b^2$
- ② $x^2 - 14x + 49$
- ③ $a^2 - \frac{2}{3}a + \frac{1}{9}$
- ④ $64a^2 + 32ab + 4b^2$
- ⑤ $4x^2 + 4xy + y^2$

2

4. 다음 중 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은?

- ① $x^2 - 20x + 100$
- ② $4a^2 + 12a + 9$
- ③ $a^2 - \frac{2}{5}a + \frac{1}{25}$
- ④ $25x^2 + 30x + 36$
- ⑤ $16x^2 - 8xy + y^2$

3

5. $3x^2 - 48 = a(x+b)(x-b)$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? (단, $b > 0$)

- ① 3 ② 4
- ③ 7 ④ 8
- ⑤ 9

3

6. $-16x^2 + 100y^2 = a(bx+cy)(bx-cy)$ 일 때, 정수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은? (단, $b > 0, c > 0$)

- ① -3 ② -1
- ③ 0 ④ 1
- ⑤ 3

4

7. $x^2 - y^2$ 를 인수분해하시오.

8. $x^2 - 4y^2$ 을 인수분해하면?

- ① $(x+2y)^2$ ② $(x-2y)^2$
 ③ $(x+4y)(x-4y)$ ④ $x(x-2y)$
 ⑤ $(x+2y)(x-2y)$

9. $(x-1)(x-2)-6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x+1)(x-4)$ ② $(x-1)(x+4)$
 ③ $(x-1)(x-4)$ ④ $(x-2)(x+3)$
 ⑤ $(x+2)(x-3)$

10. $(x+1)(x-2)-4$ 를 인수분해하시오.

11. 다음 중 인수분해가 옳은 것은?

- ① $2x^2 - 5x = 2x(x-5)$
 ② $a^2 - 4ab + 2b^2 = (a-2b)^2$
 ③ $x^2 - 15x - 56 = (x-7)(x-8)$
 ④ $64x^2 - 9y^2 = (8x+3y)(8x-3y)$
 ⑤ $5x^2 + 7xy + 6y^2 = (x+2y)(5x+3y)$

12. 다음 인수분해 중 옳지 않은 것은?

- ① $-4x^2 + 20xy - 25y^2 = -(2x-5y)^2$
 ② $\frac{3}{4}x^2 - 12 = 3\left(\frac{1}{2}x+2\right)\left(\frac{1}{2}x-2\right)$
 ③ $x(x-3)-18 = (x-6)(x+3)$
 ④ $9x^2 + 24xy + 16y^2 = (3x+4y)^2$
 ⑤ $2x^2 - 5x - 3 = (2x-3)(x+1)$

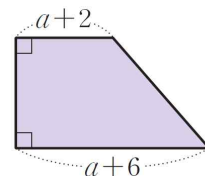
13. 두 이차식 $x(x-3)$, $x(2x+1)$ 의 공통인수를 구하시오.

14. 두 식 $x^2 + 4x - 12$, $2x^2 + x - 10$ 의 공통인수는?

- ① $x-2$ ② $x+2$
 ③ $x+6$ ④ $x-6$
 ⑤ $2x+5$

(개정 중3-1)개념+유형_파워 73쪽

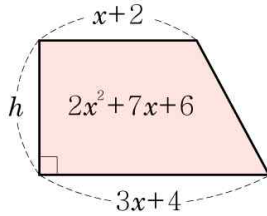
15. 다음 그림과 같은 사다리꼴의 넓이가 $3a^2 + 7a - 20$ 일 때, 이 사다리꼴의 높이는?



- ① $2a-3$ ② $2a+5$
 ③ $3a-5$ ④ $3a$
 ⑤ $3a+5$

8

16. 윗변의 길이가 $x+2$, 아랫변의 길이가 $3x+4$, 넓이가 $2x^2+7x+6$ 인 사다리꼴의 높이 h 를 구하시오.



9

17. $(2x+5y)^2 - (2x+5y)(x-y) - 2(x-y)^2$ 을 인수분해하여라.

9

18. $2(a-2)^2 - 5(a-2)(5b-3) + 3(5b-3)^2$ 을 인수분해하여라.

10

19. $2(2x-3)^2 - 8$ 을 인수분해하면?

- ① $2(2x-1)(2x-5)$
 ② $2(2x-3)(2x-1)$
 ③ $2(2x-1)(2x-3)$
 ④ $2(2x+3)(2x+1)$
 ⑤ $2(2x+1)(2x+5)$

10

20. $a^2 - b^2 - (a-b)^2$ 을 인수분해하면?

- ① $2b(a-b)$ ② $3b(a-b)$
 ③ $4b(a-b)$ ④ $5b(a-b)$
 ⑤ $6b(a-b)$

11

21. 다음 식을 인수분해하여라.

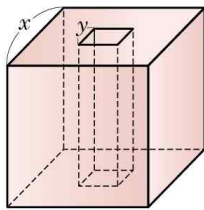
- (1) $3y^2 + 7y - 10$ (2) $2x^2 - 7x + 3$
 (3) $5x^2 + 22x + 8$ (4) $3a^2 + 8ab + 5b^2$

11

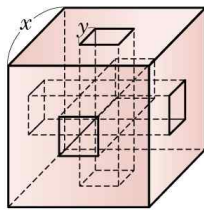
22. 다음 식을 인수분해하여라.

- (1) $3x^2 + 2x - 8$
 (2) $6(x-1)^2 - x$

23. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체 모양의 나무토막이 있다. [그림 1]은 나무토막의 한 면의 중앙에 밑면의 한 변의 길이가 y 인 정사각기둥 모양으로 마주보는 면의 중앙까지 구멍을 뚫은 것이다. 이때, 각 모서리는 처음 정육면체의 모서리와 평행하다. 이와 같은 방법으로 각 면에 구멍을 뚫어 [그림 2]와 같이 만들었을 때, 이 도형의 부피를 x, y 로 나타내고 인수분해하여라.

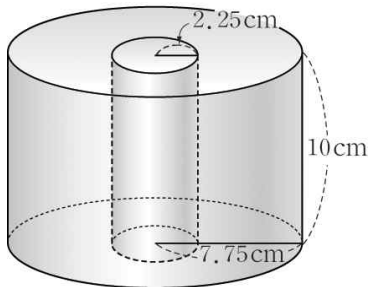


[그림1]



[그림2]

24. 누구나 화장실에 가면 생각이 많아지게 된다. 정빈이는 화장지의 부피가 궁금해졌다. 아래 그림과 같이 전체 밑면의 반지름의 길이가 7.75cm, 화장지가 감기지 않은 안쪽 부분의 반지름의 길이가 2.25cm, 높이가 10cm 일 때, 화장지가 감긴 부분의 부피를 구하여라.



25. $x = \frac{1}{\sqrt{3}+2}$, $y = \frac{1}{\sqrt{3}-2}$ 일 때, 인수분해 공식을 이용하여 $2x^3y - 2xy^3$ 의 값을 구하시오.

26. $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$, $y = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ 일 때, $x^4y^2 - x^2y^4$ 의 값을 구하여라.

27. $x+y=2$ 이고 $x(x+2)-y(y+2)=8$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

- ① -2 ② 0
③ 2 ④ 3
⑤ 6

28. $x+1=a$ 일 때, $x^2-2ax+2x+a^2-2a-3$ 의 값을 구하여라.

(개정 중3-1)개념+유형_파워 74쪽

29. 다음 두 다항식이 완전제곱식일 때, 상수 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 최댓값을 구하여라.

$$x^2 + px + 81, qx^2 - 24x + 16$$

30. 두 양수 a, b 에 대하여 $9x^2 + axy + 16y^2$ 과 $4x^2 - 20x + b$ 가 완전제곱식이 될 때, $a - b$ 의 값은?

- ① 3 ② 1
③ 0 ④ -1
⑤ -3

31. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{4a^2} + \sqrt{4a^2 - 8a + 4}$$

32. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{4a^2 + 16a + 16} + \sqrt{4a^2 - 8a + 4}$$

33. $6x^2 - 17xy + 5y^2 = (ax + by)(cx + dy)$ 일 때, 정수 a, b, c, d 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

34. $5x^2 + 3x - 14$ 를 인수분해하면 $(ax + b)(cx + d)$ 일 때, 정수 a, b, c, d 에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (단, $a > c > 0$)

35. 두 다항식의 $x^2 - ax + 3$, $x^2 + 5x + b$ 의 공통인 인수가 $x + 3$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -10 ② -8
③ -2 ④ 2
⑤ 10

36. 두 다항식 $2x^2 + ax - 3$, $x^2 - 6x + b$ 의 공통인 인수가 $x - 1$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

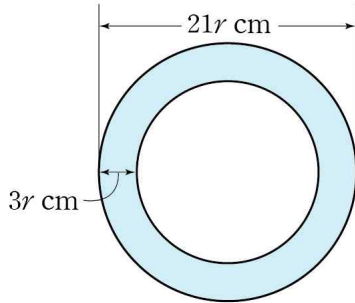
37. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차식을 현진이는 x 의 계수를 잘못 보아 $(x - 1)(x - 15)$ 로 인수분해하였고, 택상이는 상수항을 잘못 보아 $(x + 2)(x + 6)$ 으로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해한 것은?

- ① $(x - 3)(x - 4)$ ② $(x - 3)(x + 5)$
③ $(x + 1)(x + 8)$ ④ $(x + 3)(x - 2)$
⑤ $(x + 3)(x + 5)$

38. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차식을 인수분해하는데 광호는 x 의 계수를 잘못 보아 $(x - 6)(x + 4)$ 로 인수분해하였고, 보경이는 상수항을 잘못 보아 $(x - 2)(x - 3)$ 으로 인수분해하였다. 처음 이차식을 바르게 인수분해한 것은?

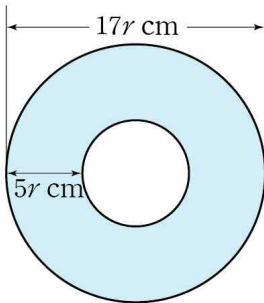
- ① $(x - 8)(x + 5)$ ② $(x - 8)(x + 3)$
③ $(x - 4)(x + 6)$ ④ $(x - 3)(x + 8)$
⑤ $(x - 1)(x + 8)$

39. 다음 그림은 지름의 길이가 $21r\text{ cm}$ 인 원에서 $3r\text{ cm}$ 의 폭을 남기고 작은 원을 잘라낸 것이다. 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $43\pi r^2\text{ cm}^2$ ② $\frac{63}{2}\pi r^2\text{ cm}^2$
 ③ $54\pi r^2\text{ cm}^2$ ④ $81\pi r^2\text{ cm}^2$
 ⑤ $108\pi r^2\text{ cm}^2$

40. 다음 그림은 지름의 길이가 $17r\text{ cm}$ 인 원에서 $5r\text{ cm}$ 의 폭을 남기고 작은 원을 잘라낸 것이다. 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $30\pi r^2\text{ cm}^2$ ② $\frac{85}{2}\pi r^2\text{ cm}^2$
 ③ $60\pi r^2\text{ cm}^2$ ④ $\frac{145}{2}\pi r^2\text{ cm}^2$
 ⑤ $85\pi r^2\text{ cm}^2$

41. $x(x-2)(x+4)(x+6)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

42. $(x-2)(x-1)(x+2)(x+3)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

(개정 중3-1)개념+유형_파워 75쪽

43. $x^2 - y^2 - 9z^2 + 6yz$ 가 x 의 계수가 1인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 이 두 일차식의 합은?

- ① $2x$ ② $-2x$
 ③ $2y - 6z$ ④ $2y + 6z$
 ⑤ $2x - 2y + 6z$

44. $x^2 - 8xy + 16y^2 - 25$ 를 인수분해하면 x , y 에 대한 두 일차식이 나오는데 이 두 일차식의 합을 구하시오.

45. $x^2 - y^2 + 3x + 11y - 28 = A(x + y - 4)$ 일 때, 다항식 A 를 구하시오.

46. 다항식 $2a^2 - b^2 + ab - bc - ca$ 에 대하여 다음 물음에 답하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

(1) a 에 대하여 차수가 높은 항부터 낮은 항의 순서로 정리하시오.

(2) 위의 다항식을 인수분해하면 $A(2a - b - c)$ 일 때, 다항식 A 를 구하시오.

47. 다음을 계산하여라.

(1) $95^2 + 96^2 + 97^2 + 103^2 + 104^2 + 105^2$

(2) $95^2 - 96^2 + 97^2 - 103^2 + 104^2 - 105^2$

48. 인수분해 공식을 이용하여 $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2$ 의 값을 구하여라.

49. $t = 2\sqrt{3} + 1$ 일 때, $(t - 3)^2 + 4(t - 3) + 4$ 의 값은?

- ① 8 ② $4\sqrt{3} + 2$
 ③ 12 ④ $4\sqrt{3} + 4$
 ⑤ 16

50. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때,

$(x - 3)^2 + 2(x - 3) + 1$ 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

51. $n^2 - 5n + 6$ 이 소수가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

52. $n^2 + 8n - 20$ 이 소수가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

53. $xy - 3x - 3y + 2 = 0$ 을 만족하는 두 정수 x , y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개
 ③ 3개 ④ 4개
 ⑤ 5개

54. x , y 가 자연수일 때, $2xy - x - 2y + 1 = 3$ 을 만족하는 순서쌍 (x, y) 를 모두 구하여라.

55. 자연수 $2^{20} - 1$ 은 30과 40 사이의 두 자연수로 나누어 떨어진다. 이 때, 두 자연수를 모두 구하면?

- ① 31, 32 ② 31, 33
 ③ 31, 34 ④ 32, 35
 ⑤ 32, 36

56. 자연수 $3^{24} - 1$ 은 20과 30 사이의 두 자연수에 의해 나누어떨어진다. 이 두 수를 구하여라.

57. $(a-b)^2 - (a+b)^2 = 8$ 이고
 $(a-3)(b-3) = 10$ 일 때, $5a^2b + 5ab^2$ 의 값을 구하시오.

58. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 16$ 이고
 $(a+1)(b+1) = 10$ 일 때, $-3a^2b - 3ab^2$ 의 값을 구하시오.

1. (정답) ④

(해설)

$$6a^2b - 9ab = 3ab(2a - 3)$$

2. (정답) ④

(해설)

$3b(a-3)$ 의 인수가 아닌 것은 ④ $3a$ 이다.

3. (정답) ①

(해설)

$$\textcircled{1} 4a^2 + 24ab + 9b^2 = (2a + 3b)^2 + 12ab$$

$$\textcircled{2} (x-7)^2 \qquad \textcircled{3} \left(a - \frac{1}{3}\right)^2$$

$$\textcircled{4} 4(4a+b)^2 \qquad \textcircled{5} (2x+y)^2$$

4. (정답) ④

(해설)

$$\textcircled{1} x^2 - 20x + 100 = x^2 - 2 \times x \times 10 + 10^2 \\ = (x - 10)^2$$

$$\textcircled{2} 4a^2 + 12a + 9 = (2a)^2 + 2 \times 2a \times 3 + 3^2 \\ = (2a + 3)^2$$

$$\textcircled{3} a^2 - \frac{2}{5}a + \frac{1}{25} = a^2 - 2 \times a \times \frac{1}{5} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 \\ = \left(a - \frac{1}{5}\right)^2$$

$$\textcircled{5} 16x^2 - 8xy + y^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times y + y^2 \\ = (4x - y)^2$$

5. (정답) ③

(해설)

$$3x^2 - 48 = 3(x^2 - 16) = 3(x+4)(x-4) \text{이므로} \\ a = 3, b = 4 \text{이다.} \quad \therefore a + b = 7$$

6. (정답) ⑤

(해설)

$$-16x^2 + 100y^2 = -4(4x^2 - 25y^2) \\ = -4(2x+5y)(2x-5y)$$

$$\therefore a = -4, b = 2, c = 5$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

7. (정답) $(x+y)(x-y)$

(해설)

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$$

8. (정답) ⑤

(해설)

$$x^2 - 4y^2 = (x+2y)(x-2y)$$

9. (정답) ①

(해설)

$$(x-1)(x-2) - 6 = x^2 - 3x + 2 - 6 \\ = x^2 - 3x - 4 \\ = (x+1)(x-4)$$

10. (정답) $(x+2)(x-3)$

(해설)

$$\begin{aligned}(x+1)(x-2)-4 &= x^2-x-2-4 \\ &= x^2-x-6 \\ &= (x+2)(x-3)\end{aligned}$$

11. (정답) ④

(해설)

- ① $2x^2-5x = x(2x-5)$
- ② $(a-2b)^2 = a^2-4ab+4b^2$
- ③ $(x-7)(x-8) = x^2-15x+56$
- ⑤ $(x+2y)(5x+3y) = 5x^2+13xy+6y^2$

12. (정답) ⑤

(해설)

$$\textcircled{5} \quad 2x^2-5x-3 = (2x+1)(x-3)$$

13. (정답) x

(해설)

$x(x-3)$, $x(2x+1)$ 의 공통인 인수는 x 이다.

14. (정답) ①

(해설)

$$\begin{aligned}x^2+4x-12 &= (\underline{x-2})(x+6) \\ 2x^2+x-10 &= (2x+5)(\underline{x-2})\end{aligned}$$

15. (정답) ③

(해설)

(사다리꼴의 넓이)

$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \times \{(a+2) + (a+6)\} \times (\text{높이}) \\ &= \frac{1}{2} \times (2a+8) \times (\text{높이}) \\ &= (a+4) \times (\text{높이})\end{aligned}$$

$$3a^2+7a-20 = (a+4)(3a-5) \text{ 이므로}$$

$$(a+4) \times (\text{높이}) = (a+4)(3a-5)$$

$$\therefore (\text{높이}) = 3a-5$$

16. (정답) $x+2$

(해설)

$$\frac{1}{2} \times \{(x+2) + (3x+4)\} \times h = 2x^2+7x+6 \text{ 이므로}$$

$$(2x+3) \times h = (2x+3)(x+2)$$

$$\therefore h = x+2$$

17. (정답) $7y(3x+4y)$

(해설)

$$2x+5y = A, \quad x-y = B \text{ 로 치환하면}$$

$$(2x+5y)^2 - (2x+5y)(x-y) - 2(x-y)^2$$

$$= A^2 - AB - 2B^2$$

$$= (A+B)(A-2B)$$

$$= \{(2x+5y) + (x-y)\} \{(2x+5y) - 2(x-y)\}$$

$$= 7y(3x+4y)$$

18. (정답) $(a-5b+1)(2a-15b+5)$

(해설)

$a-2 = X$, $5b-3 = Y$ 라 하면

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= 2X^2 - 5XY + 3Y^2 = (X-Y)(2X-3Y) \\ &= (a-2-5b+3)(2a-4-15b+9) \\ &= (a-5b+1)(2a-15b+5) \end{aligned}$$

19. (정답) ①

(해설)

$$\begin{aligned} 2(2x-3)^2 - 8 &= 2\{(2x-3)^2 - 4\} \\ &= 2\{(2x-3)+2\}\{(2x-3)-2\} \\ &= 2(2x-1)(2x-5) \end{aligned}$$

20. (정답) ①

(해설)

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= (a+b)(a-b) - (a-b)^2 \\ &= (a-b)\{a+b-(a-b)\} \\ &= 2b(a-b) \end{aligned}$$

21. (정답) (1) $(3y+10)(y-1)$ (2) $(x-3)(2x-1)$

(3) $(x+4)(5x+2)$ (4) $(a+b)(3a+5b)$

(해설)

인수분해 공식

$acx^2 + (ad+bc)x + bd = (ax+b)(cx+d)$ 를 적용한다.

$$\begin{array}{rcl} \begin{array}{cc} 3 & \rightarrow 10 \\ 1 & \rightarrow -1 \end{array} & \rightarrow & \begin{array}{r} 10 \\ +) -3 \\ \hline 7 \end{array} \end{array}$$

따라서 $3y^2 + 7y - 10 = (3y+10)(y-1)$ 이다.

$$\begin{array}{rcl} \begin{array}{cc} 1 & \rightarrow -3 \\ 2 & \rightarrow -1 \end{array} & \rightarrow & \begin{array}{r} -6 \\ +) -1 \\ \hline -7 \end{array} \end{array}$$

따라서 $2x^2 - 7x + 3 = (x-3)(2x-1)$ 이다.

$$\begin{array}{rcl} \begin{array}{cc} 1 & \rightarrow 4 \\ 5 & \rightarrow 2 \end{array} & \rightarrow & \begin{array}{r} 20 \\ +) 2 \\ \hline 22 \end{array} \end{array}$$

따라서 $5x^2 + 22x + 8 = (x+4)(5x+2)$ 이다.

$$\begin{array}{rcl} \begin{array}{cc} 1 & \rightarrow 1 \\ 3 & \rightarrow 5 \end{array} & \rightarrow & \begin{array}{r} 3 \\ +) 5 \\ \hline 8 \end{array} \end{array}$$

따라서 $3a^2 + 8ab + 5b^2 = (a+b)(3a+5b)$ 이다.

22. (정답) (1) $(3x-4)(x+2)$ (2) $(2x-3)(3x-2)$

(해설)

$$(1) 3x^2 + 2x - 8 = (3x-4)(x+2)$$

$$\begin{aligned} (2) 6(x-1)^2 - x &= 6x^2 - 13x + 6 \\ &= (2x-3)(3x-2) \end{aligned}$$

23. (정답) $(x-y)^2(x+2y)$

(해설)

한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 부피는 x^3
 [그림 2]의 구멍 부분의 부피는 밑면이 한 변의 길이가 y 인 정사각형이고 높이가 x 인 정사각기둥 3개의 부피에서 중복된 부분인 한 모서리의 길이가 y 인 정육면체의 부피를 두 번 빼면 된다.

따라서 구멍 부분의 부피는 $3xy^2 - 2y^3$

\therefore (구하는 입체도형의 부피)

$$\begin{aligned} &= (\text{정육면체의 부피}) - (\text{구멍 부분의 부피}) \\ &= x^3 - (3xy^2 - 2y^3) \\ &= x^3 - 3xy^2 + 2y^3 \\ &= x^3 - xy^2 - 2xy^2 + 2y^3 \\ &= x(x^2 - y^2) - 2y^2(x - y) \\ &= x(x + y)(x - y) - 2y^2(x - y) \\ &= (x - y)(x^2 + xy - 2y^2) \\ &= (x - y)(x - y)(x + 2y) \\ &= (x - y)^2(x + 2y) \end{aligned}$$

24. (정답) $550\pi(\text{cm}^3)$

(해설)

$$\begin{aligned} (\text{구하는 부피}) &= \pi \times 7.75^2 \times 10 - \pi \times 2.25^2 \times 10 \\ &= 10\pi(7.75^2 - 2.25^2) \\ &= 10\pi(7.75 + 2.25)(7.75 - 2.25) \\ &= 10\pi \times 10 \times 5.5 = 550\pi(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

25. (정답) $16\sqrt{3}$

(해설)

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}+2} = -\sqrt{3}+2,$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}-2} = -\sqrt{3}-2 \text{ 이므로}$$

$$x+y = -2\sqrt{3}, \quad x-y = 4, \quad xy = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore 2x^3y - 2xy^3 &= 2xy(x^2 - y^2) \\ &= 2xy(x+y)(x-y) \\ &= 2 \times (-1) \times (-2\sqrt{3}) \times 4 \\ &= 16\sqrt{3} \end{aligned}$$

26. (정답) $-8\sqrt{3}$

(해설)

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} \\ &= 2-\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} \\ &= 2+\sqrt{3} \end{aligned}$$

이므로

$$x+y = (2-\sqrt{3}) + (2+\sqrt{3}) = 4$$

$$x-y = (2-\sqrt{3}) - (2+\sqrt{3}) = -2\sqrt{3}$$

$$xy = (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore x^4y^2 - x^2y^4 &= x^2y^2(x^2 - y^2) \\ &= (xy)^2(x+y)(x-y) \\ &= 1 \times 4 \times (-2\sqrt{3}) \\ &= -8\sqrt{3} \end{aligned}$$

27. (정답) ③

(해설)

$$x(x+2)-y(y+2)=8$$

$$x^2+2x-y^2-2y=8$$

$$x^2-y^2+2(x-y)=8$$

$$(x+y)(x-y)+2(x-y)=8$$

$$(x-y)(x+y+2)=8$$

그런데 $x+y=2$ 이므로

$$4(x-y)=8$$

$$\therefore x-y=2$$

28. (정답) -4

(해설)

$$x-a=-1 \text{ 이므로}$$

(주어진 식)

$$=x^2-2ax+a^2+2x-2a-3$$

$$=(x-a)^2+2(x-a)-3$$

$$=(-1)^2+2 \times (-1)-3$$

$$=-4$$

29. (정답) 27

(해설)

$$x^2+px+81 \text{ 에서 상수항이 } 81 \text{ 이므로}$$

$$p=\pm 2\sqrt{81} \quad \therefore p=\pm 18$$

$$qx^2-24x+16 \text{ 에서 } q=m^2 (m \text{ 은 상수}) \text{ 이라 하면}$$

$$m^2x^2-24x+4^2 \text{ 이 완전제곱식이므로}$$

$$-24=\pm 2 \times m \times 4, \pm 8m=-24$$

$$\therefore m=-3 \text{ 또는 } m=3$$

$$\text{이때 } q=m^2=(\pm 3)^2=9$$

따라서 $p+q$ 의 최댓값은 $p=18, q=9$ 일 때이므로 $18+9=27$ 이다.

30. (정답) ④

(해설)

$$\begin{aligned} 9x^2+axy+16y^2 &= (3x \pm 4y)^2 \\ &= 9x^2 \pm 24xy + 16y^2 \end{aligned}$$

$$\therefore a=24 (\because a>0)$$

$$4x^2-20x+b=(2x)^2-2 \times 2x \times 5+b$$

$$\therefore b=(-5)^2=25$$

$$\therefore a-b=24-25=-1$$

31. (정답) 2

(해설)

$$\sqrt{4a^2}+\sqrt{4a^2-8a+4}=\sqrt{4a^2}+\sqrt{4(a-1)^2}$$

$$0<a<1 \text{ 에서 } a>0, a-1<0 \text{ 이므로}$$

$$(\text{주어진 식})=2a-2(a-1)$$

$$=2a-2a+2=2$$

32. (정답) 6

(해설)

$$\sqrt{4a^2+16a+16}+\sqrt{4a^2-8a+4}$$

$$=\sqrt{4(a+2)^2}+\sqrt{4(a-1)^2}$$

$$0<a<1 \text{ 에서 } a+2>0, a-1<0 \text{ 이므로}$$

$$(\text{주어진 식})=2(a+2)+\{-2(a-1)\}$$

$$=2a+4-2a+2=6$$

33. (정답) -1

(해설)

$$6x^2-17xy+5y^2=(3x-y)(2x-5y) \text{ 이므로}$$

$$a=3, \quad b=-1, \quad c=2, \quad d=-5 \quad \text{또는} \quad a=2,$$

$$b=-5, \quad c=3, \quad d=-1$$

$$\therefore a+b+c+d=-1$$

34. (정답) 1

(해설)

$$5x^2 + 3x - 14 = (5x - 7)(x + 2) \text{ 이므로}$$

$$a = 5, b = -7, c = 1, d = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 5 - 7 + 1 + 2 = 1$$

35. (정답) ④

(해설)

$$x^2 - ax + 3 = (x + 3)(x + A)$$

$$= x^2 + (A + 3)x + 3A$$

라고 하면

$$3 = 3A \text{에서 } A = 1$$

$$\therefore a = -(A + 3) = -4$$

$$x^2 + 5x + b = (x + 3)(x + B)$$

$$= x^2 + (B + 3)x + 3B$$

라고 하면

$$B + 3 = 5 \text{에서 } B = 2$$

$$\therefore b = 3B = 6$$

$$\therefore a + b = -4 + 6 = 2$$

36. (정답) 5

(해설)

$x - 1$ 이 $2x^2 + ax - 3$ 의 인수이므로

$2x^2 + ax - 3 = (x - 1)(2x + m)$ 의 꼴로 인수분해된다.

... ①

$$2x^2 + ax - 3 = 2x^2 + (m - 2)x - m \text{에서}$$

$$a = m - 2, -3 = -m$$

$$m = 3 \text{이므로 } a = m - 2 = 3 - 2 = 1 \quad \dots ②$$

또, $x - 1$ 이 $x^2 - 6x + b$ 의 인수이므로

$x^2 - 6x + b = (x - 1)(x + n)$ 의 꼴로 인수분해된다.

... ③

$$x^2 - 6x + b = x^2 + (n - 1)x - n \text{에서}$$

$$-6 = n - 1, b = -n$$

$$n = -5 \text{이므로 } b = -n = 5 \quad \dots ④$$

$$\therefore ab = 1 \times 5 = 5 \quad \dots ⑤$$

단계	채점 기준	배점
①	$2x^2 + ax - 3$ 을 인수분해한 식으로 나타내기	20%
②	계수를 비교하여 a 의 값 구하기	25%
③	$x^2 - 6x + b$ 를 인수분해한 식으로 나타내기	20%
④	계수를 비교하여 b 의 값 구하기	25%
⑤	ab 의 값 구하기	10%

37. (정답) ⑤

(해설)

$(x - 1)(x - 15) = x^2 - 16x + 15$ 에서 현진이는 상수항을 제대로 보았으므로 상수항은 15이고,

$(x + 2)(x + 6) = x^2 + 8x + 12$ 에서 택상이는 x 의 계수를 제대로 보았으므로 x 의 계수는 8이다.

따라서 처음 이차식은

$$x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$$

38. (정답) ②

(해설)

$(x-6)(x+4)=x^2-2x-24$ 에서 괄호는 상수항을 제대로 보았으므로 처음 이차식의 상수항은 -24 이다.

$(x-2)(x-3)=x^2-5x+6$ 에서 보경이는 x 의 계수를 제대로 보았으므로 처음 이차식의 x 의 계수는 -5 이다.

따라서 처음 이차식은 $x^2-5x-24$ 이므로 바르게 인수분해하면 $x^2-5x-24=(x-8)(x+3)$

39. (정답) ③

$$\begin{aligned} & \text{(해설)} \pi \left(\frac{21}{2}r \right)^2 - \pi \left(\frac{15}{2}r \right)^2 \\ &= \pi \left(\frac{21}{2}r + \frac{15}{2}r \right) \left(\frac{21}{2}r - \frac{15}{2}r \right) \\ &= 54\pi r^2 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

40. (정답) ③

(해설)

$$\begin{aligned} \pi \left(\frac{17}{2}r \right)^2 - \pi \left(\frac{7}{2}r \right)^2 &= \pi \left(\frac{17}{2}r + \frac{7}{2}r \right) \left(\frac{17}{2}r - \frac{7}{2}r \right) \\ &= 60\pi r^2 (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

41. (정답) $k=36$

(해설)

$$\begin{aligned} & x(x-2)(x+4)(x+6)+k \\ &= x(x+4)(x-2)(x+6)+k \\ &= (x^2+4x)(x^2+4x-12)+k \\ &= A(A-12)+k \leftarrow x^2+4x=A \text{로 치환} \\ &= A^2-12A+k \\ & A^2-12A+k \text{가 완전제곱식이 되려면} \\ & k = \left(\frac{-12}{2} \right)^2 = 36 \end{aligned}$$

42. (정답) $k=4$

(해설)

$$\begin{aligned} & \text{(주어진 식)} \\ &= \{(x-2)(x+3)\} \{(x-1)(x+2)\} + k \\ &= (x^2+x-6)(x^2+x-2)+k \\ &= \frac{(x^2+x-6)}{A} \frac{(x^2+x-2)}{A} + k \\ &= (A-6)(A-2)+k \\ &= A^2-8A+12+k \\ & \text{이 식이 완전제곱식이 되려면} \\ & 12+k = \left(-\frac{8}{2} \right)^2 = 16 \\ & \therefore k=4 \end{aligned}$$

43. (정답) ①

(해설)

$$\begin{aligned} x^2-y^2-9z^2+6yz &= x^2-(y^2-6yz+9z^2) \\ &= x^2-(y-3z)^2 \\ &= (x+y-3z)(x-y+3z) \end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$$x+y-3z+x-y+3z=2x$$

44. (정답) $2x - 8y$

(해설)

$$\begin{aligned}(x^2 - 8xy + 16y^2) - 25 &= (x - 4y)^2 - 5^2 \\ &= (x - 4y + 5)(x - 4y - 5) \\ \therefore (\text{두 일차식의 합}) &= x - 4y + 5 + x - 4y - 5 \\ &= 2x - 8y\end{aligned}$$

45. (정답) $A = x - y + 7$

(해설)

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) \\ &= x^2 + 3x - (y^2 - 11y + 28) \\ &= x^2 + 3x - (y - 7)(y - 4) \\ &= (x - y + 7)(x + y - 4)\end{aligned}$$

46. (정답) (1) $2a^2 + (b - c)a - b(b + c)$

(2) $A = a + b$

(해설)

(1) a 에 대하여 차수가 높은 항부터 낮은 항의 순서로 정리하면

$$\begin{aligned}2a^2 + ab - ca - b^2 - bc \\ &= 2a^2 + (b - c)a - b(b + c) \quad \dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

(2) $2a^2 + (b - c)a - b(b + c)$

$$= (a + b)(2a - b - c) \quad \dots \textcircled{2}$$

따라서 $A(2a - b - c) = (a + b)(2a - b - c)$ 이므로
 $A = a + b$ 이다. $\dots \textcircled{3}$

단계	채점 기준	배점
①	주어진 식을 a 에 대하여 내림차순으로 정리하기	30%
②	주어진 식을 인수분해하기	50%
③	다항식 A 구하기	20%

47. (정답) (1) 60100 (2) -1600

(해설)

(1) $100 = x$ 라 하면

$$\begin{aligned}95^2 + 96^2 + 97^2 + 103^2 + 104^2 + 105^2 \\ &= (x - 5)^2 + (x - 4)^2 + (x - 3)^2 + (x + 3)^2 \\ &\quad + (x + 4)^2 + (x + 5)^2 \\ &= 6x^2 + (25 + 16 + 9) \times 2 \\ &= 60000 + 100 = 60100\end{aligned}$$

(2) $95^2 - 96^2 + 97^2 - 103^2 + 104^2 - 105^2$

$$\begin{aligned}&= (95^2 - 105^2) - (96^2 - 104^2) + (97^2 - 103^2) \\ &= (95 - 105)(95 + 105) - (96 - 104)(96 + 104) \\ &\quad + (97 - 103)(97 + 103) \\ &= (-10) \times 200 - (-8) \times 200 + (-6) \times 200 \\ &= (-10 + 8 - 6) \times 200 = -1600\end{aligned}$$

48. (정답) -72

(해설)

(주어진 식)

$$\begin{aligned}&= (1^2 - 3^2) + (5^2 - 7^2) + (9^2 - 11^2) \\ &= (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) \\ &\quad + (9 - 11)(9 + 11) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11) \\ &= -2 \times 36 = -72\end{aligned}$$

49. (정답) ③

(해설)

$t - 3 = A$ 라 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= A^2 + 4A + 4 = (A + 2)^2 \\ &= (t - 3 + 2)^2 \\ &= (t - 1)^2 \\ &= (2\sqrt{3} + 1 - 1)^2 \\ &= 12\end{aligned}$$

50. (정답) $3-2\sqrt{2}$

(해설)

$x-3=A$ 로 치환하면 ...①

$$(x-3)^2+2(x-3)+1$$

$$=A^2+2A+1$$

$$=(A+1)^2 \quad \dots ②$$

$$=(x-3+1)^2$$

$$=(x-2)^2$$

$$=(\sqrt{2}+1-2)^2 \quad \dots ③$$

$$=(\sqrt{2}-1)^2$$

$$=2-2\sqrt{2}+1$$

$$=3-2\sqrt{2} \quad \dots ④$$

단계	채점 기준	배점
①	$x-3$ 을 A 로 치환하기	10%
②	치환한 식을 인수분해하기	30%
③	치환한 문자에 원래의 식을 대입하여 정리하기	30%
④	x 의 값을 대입하여 식의 값 구하기	30%

51. (정답) $n=4$

(해설)

$$n^2-5n+6=(n-2)(n-3) \text{이므로}$$

$$n-2=1 \text{ 또는 } n-3=1 \text{에서 } n=3 \text{ 또는 } n=4$$

$$n=3 \text{이면 소수가 아니므로}$$

$$\therefore n=4 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

52. (정답) $n=3$

(해설)

$$n^2+8n-20=(n+10)(n-2) \text{이므로}$$

$$n+10=1 \text{ 또는 } n-2=1$$

$$\therefore n=3 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

53. (정답) ④

(해설)

$$xy-3x-3y+2=0 \text{에서}$$

$$xy-3x-3y+2+7=7$$

$$xy-3x-3y+9=7, \quad x(y-3)-3(y-3)=7$$

$$\therefore (x-3)(y-3)=7$$

이때, x, y 는 정수이므로 순서쌍 (x, y) 를 표로 나타내면 다음과 같다.

$x-3$	1	7	-1	-7
$y-3$	7	1	-7	-1
(x, y)	(4, 10)	(10, 4)	(2, -4)	(-4, 2)

따라서 주어진 식을 만족하는 순서쌍 (x, y) 는 4개이므로 정답은 ④이다.

54. (정답) (2, 2), (4, 1)

(해설)

$2xy-x-2y+1=3$ 의 좌변을 공통인 인수가 있는 두 항끼리 묶어 인수분해하면

$$x(2y-1)-(2y-1)=3, \quad (x-1)(2y-1)=3$$

이때 x, y 가 자연수이므로 $x \geq 1, y \geq 1$ 이고 $x-1 \geq 0, 2y-1 \geq 1$ 인 정수이다.

조건을 만족하는 $x-1, 2y-1$ 을 순서쌍 $(x-1, 2y-1)$ 로 나타내면 (1, 3), (3, 1)이므로

(i) $(x-1, 2y-1)=(1, 3)$ 일 때,

$$x-1=1, 2y-1=3 \text{이므로 } x=2, y=2$$

(ii) $(x-1, 2y-1)=(3, 1)$ 일 때,

$$x-1=3, 2y-1=1 \text{이므로 } x=4, y=1$$

따라서 조건을 만족하는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 (2, 2), (4, 1)이다.

55. (정답) ②

(해설)

$$\begin{aligned}2^{20} - 1 &= (2^{10})^2 - 1 = (2^{10} + 1)(2^{10} - 1) \\&= (2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1) \\&= (2^{10} + 1) \times 33 \times 31\end{aligned}$$

56. (정답) 26, 28

(해설)

$$\begin{aligned}3^{24} - 1 &= (3^{12} + 1)(3^{12} - 1) \\&= (3^{12} + 1)(3^6 + 1)(3^6 - 1) \\&= (3^{12} + 1)(3^6 + 1)(3^3 + 1)(3^3 - 1)\end{aligned}$$

이때 인수 중에서 20과 30 사이의 두 자연수는
 $3^3 + 1 = 28$, $3^3 - 1 = 26$ 이다.

57. (정답) 10

(해설)

$$\begin{aligned}(a-b)^2 - (a+b)^2 \\&= (a-b+a+b)(a-b-a-b) = -4ab = 8 \\&\therefore ab = -2 \\(a-3)(b-3) \\&= ab - 3(a+b) + 9 \\&= -2 - 3(a+b) + 9 = 10 \\&\therefore a+b = -1 \\&\therefore 5a^2b + 5ab^2 = 5ab(a+b) = 10\end{aligned}$$

58. (정답) -60

(해설)

$$\begin{aligned}(a+b)^2 - (a-b)^2 \\&= (a+b+a-b)(a+b-a+b) = 4ab = 16 \\&\therefore ab = 4 \\(a+1)(b+1) &= ab + a + b + 1 = 5 + (a+b) = 10 \\&\therefore a+b = 5 \\&\therefore -3a^2b - 3ab^2 = -3ab(a+b) = -60\end{aligned}$$