



실수와 그 연산_제곱근과 실수 단원 마무리(19p~21p)

(개정 중3-1)개념+유형_과워 19쪽

1

1. 다음 중 근호 $\sqrt{\quad}$ 를 사용하여 바르게 나타낸 것은?

- ① 7의 제곱근 $\rightarrow \sqrt{7}$
- ② 제곱근 0.4 $\rightarrow \pm \sqrt{0.4}$
- ③ 0.7의 양의 제곱근 $\rightarrow \sqrt{\frac{7}{9}}$
- ④ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ 의 제곱근 $\rightarrow -\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}$
- ⑤ $\frac{5}{3}$ 의 음의 제곱근 $\rightarrow -\sqrt{\frac{25}{9}}$

1

2. 주어진 수의 제곱근을 $< >$ 안에 나타낸 것 중 잘못 된 것은?

- ① 100 $<\pm 10>$
- ② 19 $<\pm \sqrt{19}>$
- ③ $\frac{9}{16}$ $<\pm \frac{3}{4}>$
- ④ $(-0.3)^2$ $<\pm 0.3>$
- ⑤ 0.4 $<\pm 0.2>$

2

3. $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 a , $\sqrt{(-4)^2}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $b-a$ 의 값은?

- ① 2 ② 3
- ③ 4 ④ 5
- ⑤ 6

2

4. 제곱근 $\sqrt{25}$ 를 a , $(-\sqrt{5})^2$ 의 음의 제곱근을 b 라 할 때, ab 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

3

5. $-\sqrt{\frac{9}{4}} - \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{(-2)^2 \times 3^2} \div (-\sqrt{4})^2$ 을 계산하여라.

3

6. $\sqrt{4^4} - \sqrt{0.25} \times \sqrt{(-10)^2} \div \sqrt{\frac{1}{4}}$ 을

계산하면?

- ① 6 ② 7
- ③ 8 ④ 9
- ⑤ 10

4

7. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{-a^2} = a$ ② $\sqrt{-a^2} = -a$
- ③ $\sqrt{(-a)^2} = -a$ ④ $-\sqrt{a^2} = -a$
- ⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

8. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{(-a)^2} = a$
- ② $(-\sqrt{a})^2 = a$
- ③ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$
- ④ $-\sqrt{4a^2} = -4a$
- ⑤ $-\sqrt{(-5a)^2} = -5a$

9. $A = \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(2-x)^2}$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 보기에서 모두 고른 것은?

- (㉠) $x < -2$ 이면 $A = -2x$ 이다.
- (㉡) $-2 < x < 2$ 이면 $A = 4 - 2x$ 이다.
- (㉢) $x > 2$ 이면 $A = 2x - 4$ 이다.

- ① (㉠)
- ② (㉠), (㉡)
- ③ (㉠), (㉢)
- ④ (㉡), (㉢)
- ⑤ (㉠), (㉡), (㉢)

10. $a = -4$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{(a-3)^2} = 3 - a$
- ② $\sqrt{(a+4)^2} = 0$
- ③ $\sqrt{(a-5)^2} = 5 - a$
- ④ $\sqrt{a^2} = a$
- ⑤ $\sqrt{(5-a)^2} = 5 - a$

11. 다음 수가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

- (1) $\sqrt{\frac{24}{x}}$
- (2) $\sqrt{\frac{75}{x}}$

12. $\sqrt{\frac{240}{x}}$ 이 자연수가 되는 가장 작은 자연수 x 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 6
- ④ 10
- ⑤ 15

13. 다음 두 식을 동시에 만족하는 자연수 x 를 모두 구하면?

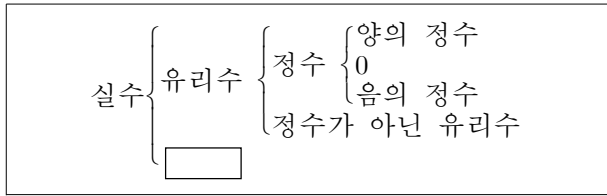
$$4 < \sqrt{5x} \leq 5, \quad \sqrt{10} < x < 2\sqrt{10}$$

- ① 3, 4
- ② 4, 5
- ③ 4
- ④ 5, 6
- ⑤ 4, 5, 6

14. 다음 두 식을 동시에 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

$$3 < \sqrt{2x} < 4, \quad \sqrt{10} < x < \sqrt{30}$$

15. 안에 해당하는 수는?



① $\frac{3}{\sqrt{9}}$

② $\sqrt{4.9}$

③ $\sqrt{121}$

④ $-\sqrt{\frac{4}{25}}$

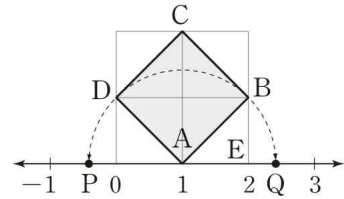
⑤ $2 - \sqrt{16}$

16. 다음 <보기>의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 모두 골라라.

<보기>		
π	-2	4
0.41	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$-\sqrt{100}$
$2 - \sqrt{3}$	$\sqrt{7.1}$	$\sqrt{144}$

- (1) 자연수
(2) 정수
(3) 유리수
(4) 무리수
(5) 실수

17. 다음 그림과 같이 수직선 위에 정사각형 ABCD가 있을 때, 점 A를 중심으로 하고 \overline{AB} 를 반지름으로 하는 원을 그려서 수직선과 만나는 점을 각각 P, Q라고 하자. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1인 정사각형이다.)



① $\square ABCD = 2$

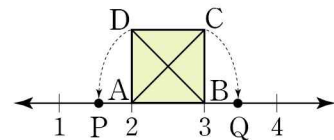
② $\overline{AP} = \sqrt{2}$

③ $P(-1 - \sqrt{2})$

④ $Q(1 + \sqrt{2})$

⑤ $\overline{PE} = \sqrt{2} + 2$

18. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. $\overline{AC} = \overline{AQ}$, $\overline{BD} = \overline{BP}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① 점 P에 대응하는 수는 $3 - \sqrt{2}$ 이다.

② 점 Q에 대응하는 수는 $3 + \sqrt{2}$ 이다.

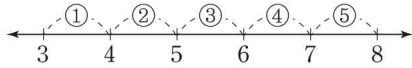
③ $\overline{BP} = \sqrt{2}$

④ $\overline{PA} = 3 - \sqrt{2}$

⑤ 점 P, Q에 대응하는 두 수의 합은 6이다.

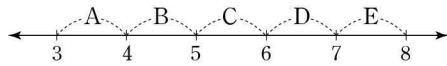
10

19. 다음 수직선에서 $\sqrt{8}+3$ 에 대응하는 점이 있는 구간은?



10

20. 다음 수직선 위에서 $3+\sqrt{7}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은?



- ① A ② B
③ C ④ D
⑤ E

11

21. 다음 중 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{12} < \sqrt{13}$ ② $\sqrt{2} < 2$
③ $\sqrt{13} < 4$ ④ $\sqrt{0.1} < 0.1$
⑤ $\sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{2}$

11

22. 다음 중 대소 관계가 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $2+\sqrt{5} > \sqrt{3}+\sqrt{5}$
② $\sqrt{2}-1 > \sqrt{3}$
③ $-\sqrt{8} < -3$
④ $\sqrt{5} < \sqrt{3}+1$
⑤ $\sqrt{10} < \sqrt{8}$

12

23. $4-\sqrt{3}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $a-b$ 의 값은?

- ① $-\sqrt{3}$ ② $1-\sqrt{3}$
③ $3-\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{3}$
⑤ $3+\sqrt{3}$

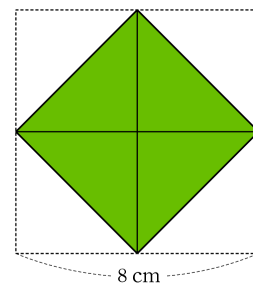
12

24. $\sqrt{11}+4$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

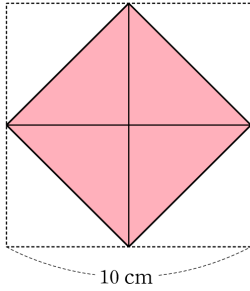
- ① $10-\sqrt{11}$ ② $4-\sqrt{11}$
③ $\sqrt{11}$ ④ $4+\sqrt{11}$
⑤ $7+\sqrt{11}$

13

25. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8cm인 정사각형 모양의 종이를 네 꼭짓점이 정사각형의 두 대각선의 교점에 모이도록 접어 작은 정사각형을 만들었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.



26. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10cm인 정사각형 모양의 종이를 네 꼭짓점이 정사각형의 두 대각선의 교점에 모이도록 접어 작은 정사각형을 만들었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.



27. 두 유리수 a, b 에서 $a > b$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + \sqrt{(a-b)^2}$ 을 간단히 하면?
- ① $2a$ ② $2b$
 ③ 0 ④ $2a + 2b$
 ⑤ $2a - 2b$

28. $a + b < 0$, $ab > 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} - |-b| + \sqrt{(a+b)^2}$ 을 간단히 하면?
- ① 0 ② $-2a - 2b$
 ③ $-2b$ ④ $2a$
 ⑤ $-2a$

29. 두 자리의 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{60-a} - \sqrt{10+b}$ 의 값이 정수일 때, 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. 이때 $M - m$ 의 값을 구하여라.

30. $\sqrt{500-x} - \sqrt{200+y}$ 가 가장 큰 정수가 되기 위한 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값을 구하여라.

31. 다음 중 가장 작은 수는?

- ① -2 ② $-\sqrt{\frac{5}{3}}$
 ③ $\sqrt{(-3)^2}$ ④ $-\sqrt{\frac{7}{2}}$
 ⑤ $-\sqrt{6}$

32. 다음 수 중에서 가장 큰 수는?

- ① $\sqrt{(-5)^2}$ ② $-\sqrt{12}$
 ③ $-\sqrt{\frac{1}{5}}$ ④ $(-\sqrt{7})^2$
 ⑤ $\sqrt{27}$

17

33. 자연수 x 에 대하여 \sqrt{x} 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라 할 때,
 $f(5)+f(6)+f(7)+\cdots+f(29)+f(30)$ 의 값을 구하여라.

17

34. 자연수 x 에 대하여 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = (\sqrt{x}$ 보다 작은 자연수의 개수)라 할 때,
다음 식의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

$$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+\cdots f(20)$$

18

35. 다음 물음에 답하여라.
- (1) $\frac{1}{3}$ 과 $\frac{1}{2}$ 사이에 있는 유리수를 3개 찾아라.
- (2) $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에 있는 무리수를 3개 찾아라.
(단, $\sqrt{5} = 2.236$, $\sqrt{6} = 2.449$)

18

36. $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이의 무리수 3개를 구하여라.

19

37. 다음 수를 수직선 위에 나타낼 때,
왼쪽에서 두 번째에 오는 수는?

- ① $1+\sqrt{7}$ ② $3+\sqrt{2}$
③ $\sqrt{7}+\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{7}-1$
⑤ $4+\sqrt{2}$

19

38. 다음 수들을 수직선 위에 나타낼 때,
오른쪽에서 두 번째에 위치하는 수를 구하여라.

$$1, -\sqrt{6}, 1-\sqrt{3}, 0, \sqrt{6}-1$$

20

39. 자연수 x 에 대하여 \sqrt{x} 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, $f(x)=12$ 를 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하시오.

20

40. 자연수 x 에 대하여 \sqrt{x} 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, $f(x)=6$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하시오.

41. 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내어라.

- (1) $\pm \sqrt{81}$
- (2) $\pm \sqrt{121}$
- (3) $\pm \sqrt{225}$
- (4) $\sqrt{0.25}$

42. 다음 수를 근호를 사용하지 않고 나타내어라.

- (1) $\sqrt{9}$
- (2) $\sqrt{400}$
- (3) $-\sqrt{49}$
- (4) $-\sqrt{625}$

43. $a-b > 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a-2b)^2} + \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $b-a$
- ② $b-2a$
- ③ $a+b$
- ④ $a+2b$
- ⑤ $2a+b$

44. 다음 중 $-3 < a < b < 0$ 일 때, 그 값이 가장 큰 것은?

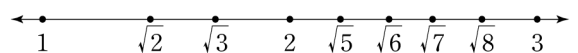
- ① $\sqrt{(3-a)^2}$
- ② $-\sqrt{(a-3)^2}$
- ③ $\sqrt{(3+b)^2}$
- ④ $-\sqrt{(-b)^2}$
- ⑤ $-\sqrt{(-b-3)^2}$

45. 다음 중 1과 2 사이에 있는 수는 모두 몇 개인가?

$$\frac{1}{2}, 1.\dot{8}, \sqrt{5}, \sqrt{\frac{9}{4}}, \pi, \frac{27}{97}$$

- ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

46. 다음 그림은 수직선 위에 자연수의 양의 제곱근 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, 3, \dots$ 에 대응하는 점을 각각 나타낸 것이다.



이 중에서 무리수에 대응하는 점의 개수는 1과 2 사이에 2개, 2와 3 사이에 4개이다. 이때 87과 88 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근 중 무리수에 대응하는 점의 개수를 구하시오.

1. (정답) ③

(해설)

① 7의 제곱근 $\rightarrow \pm\sqrt{7}$

② 제곱근 0.4 $\rightarrow \sqrt{0.4}$

④ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ 이므로 $\frac{1}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{5}{3}$ 의 음의 제곱근 $\rightarrow -\sqrt{\frac{5}{3}}$

2. (정답) ⑤

(해설)

⑤ 0.4의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$

3. (정답) ④

(해설)

$\sqrt{81} = 9$ 이므로 음의 제곱근 $a = -3$

$\sqrt{(-4)^2} = 4$ 이므로 양의 제곱근 $b = 2$

$\therefore b - a = 2 - (-3) = 5$

4. (정답) -5

(해설)

제곱근 $\sqrt{25} = 5$ 는 $\sqrt{5}$ 이므로 $a = \sqrt{5}$... ①

$(-\sqrt{5})^2 = 5$ 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{5}$ 이므로

$b = -\sqrt{5}$... ②

$\therefore ab = \sqrt{5} \times (-\sqrt{5}) = -5$... ③

단계	채점 기준	배점
①	a의 값 구하기	40%
②	b의 값 구하기	40%
③	ab의 값 구하기	20%

5. (정답) -3

(해설)

$$-\sqrt{\frac{9}{4}} - \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{(-2)^2 \times 3^2} \div (-\sqrt{4})^2$$

$$= -\frac{3}{2} - 3 + 6 \times \frac{1}{4}$$

$$= -\frac{3}{2} - 3 + \frac{3}{2} = -3$$

6. (정답) ①

(해설)

$$\sqrt{4^4} - \sqrt{0.25} \times \sqrt{(-10)^2} \div \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$= \sqrt{16^2} - \sqrt{(0.5)^2} \times \sqrt{(-10)^2} \div \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= 16 - \left(0.5 \times 10 \div \frac{1}{2}\right)$$

$$= 16 - 10 = 6$$

7. (정답) ④

(해설)

①, ② $-a^2 < 0$ 이므로 $\sqrt{-a^2}$ 은 존재하지 않는다.

③ $\sqrt{(-a)^2} = a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

8. (정답) ④

(해설)

① $-a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

③ $-a < 0$ 이므로

$$-\sqrt{(-a)^2} = -\{-(-a)\} = -a$$

④ $-\sqrt{4a^2} = -\sqrt{(2a)^2} = -2a$

⑤ $-5a < 0$ 이므로

$$-\sqrt{(-5a)^2} = -\{-(-5a)\} = -5a$$

<다른 풀이>

① $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = a \quad (\because a > 0)$

9. (정답) ④

(해설)

(ㄱ) $x < -2$ 이면 $x-2 < 0, 2-x > 0$ 이므로

$$A = -(x-2) + (2-x) = 4-2x$$

(ㄴ) $-2 < x < 2$ 이면 $x-2 < 0, 2-x > 0$ 이므로

$$A = -(x-2) + (2-x) = 4-2x$$

(ㄷ) $x > 2$ 이면 $x-2 > 0, 2-x < 0$ 이므로

$$A = (x-2) - (2-x) = 2x-4$$

10. (정답) ④

(해설)

④ $a = -4$ 이므로 $a < 0$

$$\therefore \sqrt{a^2} = -a$$

11. (정답) (1) 6 (2) 3

(해설)

(1) $\sqrt{\frac{24}{x}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 3}{x}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 2 \times 3}{x}}$

$$\therefore x = 2 \times 3 = 6$$

(2) $\sqrt{\frac{75}{x}} = \frac{\sqrt{3 \times 5^2}}{x} \quad \therefore x = 3$

12. (정답) ⑤

(해설)

(주어진 식) = $\sqrt{\frac{2^4 \times 3 \times 5}{x}}$ 이므로 $x = 3 \times 5 = 15$

13. (정답) ②

(해설)

(i) $4 < \sqrt{5x} \leq 5$ 에서

$$16 < 5x \leq 25 \text{ 이므로 } \frac{16}{5} < x \leq 5$$

따라서, 자연수 x 는 4, 5이다.

(ii) $\sqrt{10} < x < 2\sqrt{10}$ 에서 $10 < x^2 \leq 40$

따라서, 자연수 x 는 4, 5, 6이다.

(i), (ii)를 동시에 만족하는 x 는 4, 5이다.

14. (정답) 5

(해설)

$$3 < \sqrt{2x} < 4 \text{에서 } 9 < 2x < 16 \quad \therefore \frac{9}{2} < x < 8$$

그런데 x 는 자연수이므로 $x = 5, 6, 7$

$$\sqrt{10} < x < \sqrt{30} \text{에서 } 10 < x^2 < 30$$

그런데 x 는 자연수이므로 $x = 4, 5$

따라서 두 식을 동시에 만족하는 자연수 x 는 5이다.

15. (정답) ②

(해설)

□ 안에 알맞은 수는 무리수이다.

$$\textcircled{1} \frac{3}{\sqrt{9}} = \frac{3}{\sqrt{3^2}} = \frac{3}{3} = 1 (\text{유리수})$$

$$\textcircled{2} \sqrt{4.9} (\text{무리수})$$

$$\textcircled{3} \sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11 (\text{유리수})$$

$$\textcircled{4} -\sqrt{\frac{4}{25}} = -\sqrt{\frac{2^2}{5^2}} = -\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} = -\frac{2}{5} (\text{유리수})$$

$$\textcircled{5} 2 - \sqrt{16} = 2 - \sqrt{4^2} = 2 - 4 = -2 (\text{유리수})$$

따라서 무리수는 ②이다.

16. (정답) (1) 4, $\sqrt{144}$ (2) -2 , 4, $-\sqrt{100}$, $\sqrt{144}$

$$(3) -2, 4, 0.41, -\sqrt{100}, \sqrt{144} \quad (4) \pi, \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$2 - \sqrt{3}, \sqrt{7.1} \quad (5) \pi, -2, \frac{\sqrt{6}}{3}, 4, 0.41,$$

$$-\sqrt{100}, 2 - \sqrt{3}, \sqrt{7.1}, \sqrt{144}$$

(해설)

17. (정답) ③, ⑤

(해설)

$$\textcircled{3} \overline{AD} = \overline{AP} = \sqrt{2} \text{ 이고, 점 } P \text{ 의 기준점에 대응하는 수는 } 1 \text{ 이므로 } P(1 - \sqrt{2})$$

$$\textcircled{5} \overline{AE} \text{ 의 길이는 } 1 \text{ 이므로}$$

$$\overline{PE} = \overline{PA} + \overline{AE} = \sqrt{2} + 1$$

18. (정답) ①, ③

(해설)

$$\textcircled{2} \text{ 점 } Q \text{ 에 대응하는 수는 } 2 + \sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$$\textcircled{4} \overline{PA} = \sqrt{2} - 1$$

$$\textcircled{5} \text{ 점 } P, Q \text{ 에 대응하는 두 수의 합은 } 5 \text{ 이다.}$$

19. (정답) ③

(해설)

$$2 < \sqrt{8} < 3 \text{ 이므로}$$

$$2 + 3 < \sqrt{8} + 3 < 3 + 3$$

$$\therefore 5 < \sqrt{8} + 3 < 6$$

따라서 $\sqrt{8} + 3$ 에 대응하는 점이 있는 구간은 ③이다.

20. (정답) ③

(해설)

$$2 < \sqrt{7} < 3 \text{ 이므로 } 5 < 3 + \sqrt{7} < 6$$

따라서 $3 + \sqrt{7}$ 에 대응하는 점이 존재하는 구간은 C이다.

21. (정답) ④

(해설)

$$\textcircled{4} 0.1 = \sqrt{0.1^2} = \sqrt{0.01} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{0.1} > \sqrt{0.01}, \text{ 즉 } \sqrt{0.1} > 0.1$$

22. (정답) ①, ④

(해설)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} (2 + \sqrt{5}) - (\sqrt{3} + \sqrt{5}) &= 2 - \sqrt{3} \\ &= \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} (\sqrt{2} - 1) - \sqrt{3} = \sqrt{2} - 1 - \sqrt{3} < 0$$

$$\textcircled{3} -3 - (-\sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8} = -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0$$

$$\begin{aligned} \textcircled{4} (\sqrt{3} + 1)^2 - \sqrt{5}^2 &= 3 + 2\sqrt{3} + 1 - 5 \\ &= 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1 > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{3} + 1 > \sqrt{5}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{8} - \sqrt{10} < 0$$

23. (정답) ④

(해설)

$$1 < \sqrt{3} < 2, -2 < -\sqrt{3} < -1,$$

$$2 < 4 - \sqrt{3} < 3$$

$$\therefore a = 2, b = 2 - \sqrt{3}$$

$$\therefore a - b = 2 - (2 - \sqrt{3}) = \sqrt{3}$$

24. (정답) ①

(해설)

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{이므로 } 7 < \sqrt{11} + 4 < 8$$

$$\text{따라서 } \sqrt{11} + 4 \text{의 정수 부분은 } 7 \text{이므로 } a = 7$$

$$\text{소수 부분은 } \sqrt{11} + 4 - 7 = \sqrt{11} - 3 \text{이므로}$$

$$b = \sqrt{11} - 3$$

$$\therefore a - b = 7 - (\sqrt{11} - 3) = 10 - \sqrt{11}$$

25. (정답) $\sqrt{32}$ cm

(해설)

작은 정사각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (8 \times 8) = 32 (\text{cm}^2)$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{32}$ cm이다.

26. (정답) $\sqrt{50}$ cm

(해설)

작은 정사각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (10 \times 10) = 50 (\text{cm}^2)$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{50}$ cm이다.

27. (정답) ⑤

(해설)

$$a > b, ab < 0 \text{이므로}$$

$$a > 0, b < 0, a - b > 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + \sqrt{(a-b)^2} &= a - b + a - b \\ &= 2a - 2b \end{aligned}$$

28. (정답) ⑤

(해설)

$$a + b < 0, ab > 0 \text{이므로 } a < 0, b < 0 \text{이다.}$$

$$\therefore -a > 0, -b > 0$$

$$\sqrt{(-a)^2} - |-b| + \sqrt{(a+b)^2}$$

$$= (-a) - (-b) - (a+b)$$

$$= -a + b - a - b = -2a$$

29. (정답) 12

(해설)

$\sqrt{60-a} - \sqrt{10+b}$ 가 최댓값을 가지려면
 $\sqrt{60-a}$ 는 최대, $\sqrt{10+b}$ 는 최소이어야 한다.

두 자리의 자연수 a, b 에 대하여

$\sqrt{60-a}$ 의 최댓값은 $a=11$ 일 때,

$$\sqrt{60-11} = \sqrt{49} = 7$$

$\sqrt{10+b}$ 의 최솟값은 $b=15$ 일 때,

$$\sqrt{10+15} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore M = 7 - 5 = 2$$

또, $\sqrt{60-a} - \sqrt{10+b}$ 가 최솟값을 가지려면
 $\sqrt{60-a}$ 는 최소, $\sqrt{10+b}$ 는 최대이어야 한다.

두 자리의 자연수 a, b 에 대하여

$\sqrt{60-a}$ 의 최솟값은 $a=60$ 일 때,

$$\sqrt{60-60} = 0$$

$\sqrt{10+b}$ 의 최댓값은 $b=90$ 일 때,

$$\sqrt{10+90} = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m = 0 - 10 = -10$$

$$\therefore M - m = 2 - (-10) = 12$$

30. (정답) 41

(해설)

$\sqrt{500-x} - \sqrt{200+y}$ 가 가장 큰 정수가 될 때는
 $\sqrt{500-x}$ 가 최대, $\sqrt{200+y}$ 가 최소가 될 때이다.
 따라서, $500-x$ 는 500보다 작은 제곱수 중 가장 큰
 제곱수이고, $200+y$ 는 200보다 큰 제곱수 중 가장
 작은 제곱수일 때 최대가 된다.

$$22^2 = 484 < 500 < 23^2 = 529 \text{에서}$$

$$500 - x = 484 = 22^2 \quad \therefore x = 16$$

$$14^2 = 196 < 200 < 15^2 = 225 \text{에서}$$

$$200 + y = 225 = 15^2 \quad \therefore y = 25$$

$$\therefore x + y = 16 + 25 = 41$$

31. (정답) ⑤

(해설)

$$-\sqrt{6} < -2 < -\sqrt{\frac{7}{2}} < -\sqrt{\frac{5}{3}} < \sqrt{(-3)^2}$$

32. (정답) ④

(해설)

$$\textcircled{1} \sqrt{(-5)^2} = 5$$

$$\textcircled{4} (-\sqrt{7})^2 = 7$$

(음수) < 0 < (양수)이므로 양수인 수의 대소를 비교
 하면

$$\sqrt{(-5)^2} < \sqrt{27} < (-\sqrt{7})^2$$

33. (정답) 95

(해설)

$$f(5) = f(6) = f(7) = f(8) = 2$$

$$f(9) = f(10) = \dots = f(15) = 3$$

$$f(16) = f(17) = \dots = f(24) = 4$$

$$f(25) = f(26) = \dots = f(30) = 5$$

$$\therefore f(5) + f(6) + f(7) + \dots + f(29) + f(30)$$

$$= 2 \times 4 + 3 \times 7 + 4 \times 9 + 5 \times 6$$

$$= 8 + 21 + 36 + 30 = 95$$

34. (정답) 50

(해설)

$$f(1) = 0$$

$$f(2) = f(3) = f(4) = 1$$

$$f(5) = f(6) = f(7) = f(8) = f(9) = 2$$

$$f(10) = f(11) = \dots = f(16) = 3$$

$$f(17) = f(18) = f(19) = f(20) = 4 \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$$

$$= 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 7 + 4 \times 4$$

$$= 50 \quad \dots \textcircled{2}$$

단계	채점 기준	배점
①	x 의 값의 범위에 따른 $f(x)$ 의 값 구하기	60%
②	합숫값의 합 구하기	40%

35. (정답) (1) $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}, \frac{11}{24}, \dots$ (2) $\sqrt{5} + 0.1,$

$$\sqrt{5} + 0.01, \sqrt{5} + 0.001, \dots \sqrt{6} - 0.1, \sqrt{6} - 0.01, \sqrt{6} - 0.001, \dots$$

(해설)

(1) 두 수의 평균을 구하면

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) \div 2 = \frac{5}{12}, \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{12}\right) \div 2 = \frac{3}{8}$$

$$\left(\frac{5}{12} + \frac{1}{2}\right) \div 2 = \frac{11}{24}, \dots$$

(2) $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 의 차보다 작은 양수를 $\sqrt{5}$ 에 더하거나 $\sqrt{6}$ 에서 빼면

$$\sqrt{5} + 0.1, \sqrt{5} + 0.01, \sqrt{5} + 0.001, \dots$$

$$\sqrt{6} - 0.1, \sqrt{6} - 0.01, \sqrt{6} - 0.001, \dots$$

[다른 풀이]

(1) $\frac{1}{3} = 0.333 \dots, \frac{1}{2} = 0.5$ 이므로 두 수 사이에 있는 유리수를 찾으려면

$$0.34, 0.4, 0.45, \dots$$

36. (정답) $\sqrt{2} + 0.1, \sqrt{2} + 0.01, \sqrt{2} + 0.001$

(해설)

37. (정답) ①

(해설)

$$(i) (1 + \sqrt{7}) - (\sqrt{7} + \sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2} < 0$$

$$\therefore 1 + \sqrt{7} < \sqrt{7} + \sqrt{2}$$

$$(ii) (\sqrt{7} + \sqrt{2}) - (\sqrt{7} - 1) = \sqrt{2} + 1 > 0$$

$$\therefore \sqrt{7} + \sqrt{2} > \sqrt{7} - 1$$

$$(iii) 1 + \sqrt{7} > \sqrt{7} - 1$$

$$(iv) (3 + \sqrt{2}) - (\sqrt{7} + \sqrt{2}) = 3 - \sqrt{7} > 0$$

$$\therefore 3 + \sqrt{2} > \sqrt{7} + \sqrt{2}$$

$$(v) (3 + \sqrt{2}) - (4 + \sqrt{2}) = -1 < 0$$

$$\therefore 3 + \sqrt{2} < 4 + \sqrt{2}$$

(i), (ii), (iii), (iv), (v)에서

$$\sqrt{7} - 1 < 1 + \sqrt{7} < \sqrt{7} + \sqrt{2} < 3 + \sqrt{2}$$

$$< 4 + \sqrt{2}$$

따라서 왼쪽에서 두 번째에 오는 수는 $1 + \sqrt{7}$ 이다.

38. (정답) 1

(해설)

(음수) $< 0 < (\text{양수})$ 이므로 먼저 음수인 $-\sqrt{6}$,

$1 - \sqrt{3}$ 의 대소를 비교하면

$$2 < \sqrt{6} < 3 \text{에서 } -3 < -\sqrt{6} < -2$$

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{에서 } -2 < -\sqrt{3} < -1,$$

$$-1 < 1 - \sqrt{3} < 0$$

$$\therefore -\sqrt{6} < 1 - \sqrt{3}$$

또, 양수인 $1, \sqrt{6} - 1$ 의 대소를 비교하면

$$1 - (\sqrt{6} - 1) = 2 - \sqrt{6} = \sqrt{4} - \sqrt{6} < 0$$

$$\therefore 1 < \sqrt{6} - 1$$

따라서 $-\sqrt{6} < 1 - \sqrt{3} < 0 < 1 < \sqrt{6} - 1$ 이므로 이 수들을 수직선 위에 나타낼 때 오른쪽에서 두 번째 위치한 수는 두 번째로 큰 수인 1이다.

39. (정답) 25개

(해설)

$f(x)=12$ 를 만족시키려면 $12 \leq \sqrt{x} < 13$ 이어야 한다.

$$\sqrt{144} \leq \sqrt{x} < \sqrt{169} \quad \therefore 144 \leq x < 169$$

따라서 구하는 자연수 x 의 개수는

$$169 - 144 = 25(\text{개})$$

40. (정답) 13개

(해설)

$f(x)=6$ 을 만족시키려면 $6 \leq \sqrt{x} < 7$ 이어야 한다.

$$\sqrt{36} \leq \sqrt{x} < \sqrt{49} \quad \therefore 36 \leq x < 49$$

따라서 구하는 자연수 x 의 개수는

$$49 - 36 = 13(\text{개})$$

41. (정답) (1) ± 9 (2) ± 11 (3) ± 15 (4) 0.5

(해설)

42. (정답) (1) 3 (2) 20 (3) -7 (4) -25

(해설)

$$(1) \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$$

$$(2) \sqrt{400} = \sqrt{20^2} = 20$$

43. (정답) ③

(해설)

$ab < 0$ 에서 a, b 의 부호는 서로 다르고, $a > b$ 이

므로 $a > 0, b < 0$

즉, $-a < 0, a - 2b > 0, b - a < 0$ 이므로

$$\sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(a-2b)^2} + \sqrt{(b-a)^2}$$

$$= a - (a - 2b) - (b - a)$$

$$= a + b$$

44. (정답) ①

(해설)

$$\textcircled{1} \quad 3 - a > 0 \text{이므로 } \sqrt{(3-a)^2} = 3 - a > 0$$

$$\textcircled{2} \quad a - 3 < 0 \text{이므로}$$

$$-\sqrt{(a-3)^2} = -\{-(a-3)\} = a - 3 < 0$$

$$\textcircled{3} \quad 3 + b > 0 \text{이므로 } \sqrt{(3+b)^2} = 3 + b > 0$$

$$\textcircled{4} \quad -b > 0 \text{이므로 } -\sqrt{(-b)^2} = -(-b) = b < 0$$

$$\textcircled{5} \quad -b - 3 < 0 \text{이므로}$$

$$-\sqrt{(-b-3)^2} = -\{-(-b-3)\} = -b - 3 < 0$$

$$a < b < 0 \text{이므로 } 3 - a > 3 + b$$

따라서 가장 큰 것은 ①이다.

45. (정답) ②

(해설)

$$1.\dot{8} = \frac{18-1}{9} = \frac{17}{9}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3, \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}, \pi = 3.14 \dots$$

이므로 1과 2 사이의 수는 $1.\dot{8}, \sqrt{\frac{9}{4}}$ 의 2개이다.

46. (정답) 174개

(해설)

무리수에 대응하는 점의 개수는

1과 2 사이에는 2개 $\rightarrow (2 \times 1)$ 개

2와 3 사이에는 4개 $\rightarrow (2 \times 2)$ 개

3과 4 사이에는 6개 $\rightarrow (2 \times 3)$ 개

이므로 n 과 $n+1$ 사이에는 $2n$ 개다.

따라서 87과 88 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근

중 무리수에 대응하는 점의 개수는

$$2 \times 87 = 174(\text{개})$$