

중3-1_일품_이차방정식_실전 TEST+창의유형 (91p~97p)

출제자 메타교육

쌍둥이 문제(1배수)

년 월 일

(개정 중3-1)일품 91쪽

06

1. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 공식을 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a}$ 로 잘못 외워서 어떤 이차방정식의 근을 구했더니 4, -6이 나왔다. 이 이차방정식의 옳은 두 근의 곱을 구하여라.

07

2. $x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y - 8 = 0$ 일 때, x - 2y 의 값을 모두 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시 오.

08

- **3.** 다음은 이차방정식 $x^2 4x + a = 0$ 에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고른 것은?
 - (7) a = 0 이면 x = 0 또는 x = 4 이다.
 - (나) a=4 이면 중근을 갖는다.
 - (다) a < 4이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
 - ① (7})
- ② (나)
- ③ (가), (나)
- ④ (나), (다)
- ⑤ (가), (나), (다)

09

- **4.** 이차방정식 $9x^2 + mx + 4 = 0$ 이 양수인 중근을 갖도록 하는 상수 m의 값은?
 - ① -12
- (2) 6
- ③ 1

- **4** 6
- ⑤ 12

10

5. 이차방정식 $\frac{2}{5}(x+3)^2 + 0.6(x+3) = -0.2$ 의 두 근 중 작은 근을 구하여라.

(개정 중3-1)일품 92쪽

11

6. 윤서와 민재 두 사람이 같은 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 을 푸는데, 윤서는 a를 잘못 보고 풀어서 두 근이 -3, 2가 나왔고, 민재는 b를 잘못 보고 풀어서 두 근이 10, -5가 나왔다. 이때, 이 차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 옳은 근을 구하여라.

12

- 7. 어떤 자연수와 그 수보다 2만큼 큰 수의 곱을 구하려다 잘못하여 2만큼 작은 수와의 곱을 구하 였더니 15가 되었다. 처음의 두 자연수의 합은?
 - ① 5

② 10

③ 12

④ 15

⑤ 18

13

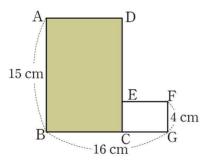
8. 다음 글을 읽고, 물음에 답하여라.

윤지가 책을 읽기 위해서 책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 면의 쪽수의 제곱의 합이 221이었다. 펼쳐진 두 면의 쪽수의 합을 구하여라.

- (1) 펼쳐진 두 면 중 왼쪽 면의 쪽수를 x라고 할 때, 오른쪽 면의 쪽수를 x에 관한 식으로 나타내어 라.
- (2) 펼쳐진 두 면의 쪽수의 제곱의 합이 221임을 이용하여 x에 관한 이차방정식을 만들어 $x^2 + ax + b = 0$ 꼴로 나타내어라.
- (3) (2)에서 구한 이차방정식을 풀어라.
- (4) 문제의 조건에 맞는 펼쳐진 두 면의 쪽수의 합을 구하여라.

14

다음 그림에서 □ABCD는 직사각형이고,
 □ABCD ○□CGFE일 때, □ABCD의 넓이는?
 (단, BC > CG)



- \bigcirc 24 cm²
- $(2) 40 \, \text{cm}^2$
- $390 \, \text{cm}^2$
- $40 150 \, \text{cm}^2$
- $5160\,\mathrm{cm}^2$

15

- 10. 이차방정식 $5x^2 (2k 10)x 15k 2 = 0$ 의 한 근이 x = k일 때, 양수 k의 값은?
 - ① 1

② 2

③ 3

4

⑤ 5

16

11. 세 이차방정식

$$\begin{cases} x^2 - (p+1)x + p = 0 & \cdots \\ x^2 - (q-2)x - 2q = 0 & \cdots \\ x^2 - (3p+5q)x + 15pq = 0 & \cdots \end{cases} \stackrel{\bullet}{\smile} \quad \stackrel{\bullet}$$

로 다른 두 개의 실근을 갖는다. 세 이차방정식이 하나의 음수인 공통근을 가질 때, p+q의 값을 구하여라. (단, p, q는 상수)

(개정 중3-1)일품 93쪽

17

12. 이차방정식 $2x^2-7x+2=0$ 의 근이 $x=\frac{7\pm\sqrt{A}}{B}$ 일 때, 유리수 A, B에 대하여 A+B의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

18

- 13. 이차방정식 $x^2 3x + a 2 = 0$ 의 해가 모두 유리수가 되도록 하는 자연수 a의 값들의 곱은?
 - ① 4

2 8

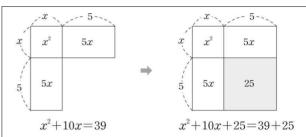
- \Im 16
- 4 32
- (5) **64**

19

14. 비행기가 두 도시 사이를 직선으로 왕복하는데 갈 때에는 바람이 부는 반대 방향으로 비행하여 84분 걸렸고, 돌아올 때에는 바람이 부는 방향으로 비행하여 바람이 불지 않을 때의 비행 시간보다 9분 빨랐다. 이 비행기가 돌아올 때의 비행 시간을 구하여라. (단, 시간 단위는 분이고 편도 비행 시간은 한 시간은 넘는다.)

20

15. 인도의 수학은 상업의 발달로 방정식에 대한 이론이 크게 발전하였다. 이러한 인도 수학의 영향으로 아라비아의 대표적인 수학자 알콰리즈미는 이 차방정식을 직사각형의 변의 길이와 넓이에 연관시켜 푸는 방법을 고안해냈다. 예를 들어 이차방정식 $x^2+10x=39$ 의 근을 아래와 같이 구하였다고 한다.



첫 번째, 넓이가 $x^2 + 10x$ 를 나타내는 도형을 그린다.

두 번째, 정사각형을 만들기 위해서 한 변의 길이가 5인 정사각형을 붙인다.

세 번째, 좌변이 완전제곱식이므로 제곱근의 성 질을 이용하여 근을 구한다.

$$(x+5)^2 = 64, \ x+5 = \pm 8$$

$$\therefore x = 3$$

다음 물음에 답하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시 오.

- (1) 위에서 구한 $x^2 + 10x = 39$ 의 해가 x = 3뿐인 이유를 말하시오.
- (2) 위와 같은 방법으로 이차방정식 $x^2 + 14x = 32$ 의 양수인 해를 그림으로 나타내어 구하고, 그 과정을 쓰시오.

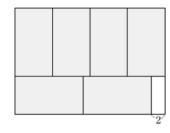
(개정 중3-1)일품 94쪽

유제1

16. 이차방정식 $x^2 - 10x - 24 = 0$ 의 양수인 해 를 구하여라.

유제2

17. 넓이가 280인 직사각형 모양의 바닥에 크기 가 같은 6개의 직사각형 모양의 타일을 깔았더니 그림과 같이 빈 공간이 생겼다. 타일 한 장의 짧은 변의 길이는?



① 5

② 6

③ 9

4 10

⑤ 11

(개정 중3-1)일품 95쪽

유제3

18. 그림과 같이 바둑돌을 나열할 때, 총 960개의 검은 바둑돌이 놓이게 되는 것은 몇 번째인가?



- ① 28번째
- ② 29번째
- ③ 30번째
- ④ 31번째
- ⑤ 32번째

유제4

19. NASA에서 2005년 여름은 100년 만에 찾 아오는 무더위가 될 것이라고 발표했다. 이에 팥 빙수 가게 주인은 팥빙수가 많이 팔릴 것이라고 예상하고 예년보다 재료를 많이 구입했다. 그러나 기대와는 달리 날씨가 서늘해 팥빙수의 판매는 저조하였다. 당황한 주인은 판매를 촉진시키기 위 해 전략을 세우고, 가게 앞에 사람들의 이목을 끌 만한 광고를 붙였다. 전략이 적중했는지 얼마 지 나지 않아 팥빙수의 판매량은 늘었으나 많이 팔 면 팔수록 수입이 늘어나기는커녕 오히려 손해를 보는 게 아닌가! 주인이 곰곰이 생각해 본 결과 1회 주문량이 몇 개 이상이 되면 오히려 손해를 보게 된다는 것을 깨달았다. 그래서 광고에 1회 주문량을 제한하는 문구를 써 넣었다. 주인이 적 어도 손해는 보지 않는 1회 주문량은 최대 몇 개 일까? (팥빙수 한 그릇을 만드는 데 드는 비용은 7백 원이다.)

한여름 무더위를 날려주는 팥빙수 초특가 세일!!

입안을 꽁꽁 얼려줄 팥빙수 한 그릇이 단돈 **천 원**!!

하나 더. 5개 초과 주문시 1개 추가될 때마다 주문한 팥빙수 모두를 백 원씩 깎아 주겠음.

> 6개 주문하면 6×900원 = 5400원 7개 주문하면 7×800원=5600원

↓ 단, 1회 주문량 ___개 이하

- ① 5개
- ② 7개
- ③ 8개
- ④ 10개
- ⑤ 12 개

$$1.(정답) - 6$$

(해설)

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} = 4 \circ \Box \Xi$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 2$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} = -6 \circ \Box \Xi$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = -3$$

$$\therefore 2 \times (-3) = -6$$

(해설)
$$x^2-4xy+4y^2-2x+4y-8=0$$

$$(x-2y)^2-2(x-2y)-8=0 \quad \cdots \text{①}$$

$$x-2y=A$$
로 치환하면 $A^2-2A-8=0$
$$(A+2)(A-4)=0$$
 $A=-2$ 또는 $A=4 \quad \cdots \text{②}$

 $\therefore x-2y=-2$ 또는 x-2y=4 \cdots ③

| 단계 | 채점 기준 | 배점 |
|----|--------------------------------|-----|
| 1 | 공통 부분이 나오도록 식 변형하 기 | 40% |
| 2 | x-2y=A로 치환하여 A 에 대한 이차방정식 풀기 | 40% |
| 3 | x-2y의 값 구하기 | 20% |

3.(정답) ⑤

(해설)

(가)
$$a = 0$$
 이면 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x-4) = 0$ $\therefore x = 0$ 또는 $x = 4$

(나)
$$a = 4$$
 이면 $x^2 - 4x + 4 = 0$
$$(x-2)^2 = 0 \qquad \therefore x = 2 \ (중근)$$

(다)
$$a < 4$$
이면
$$(-4)^2 - 4 \times 1 \times a = 16 - 4a$$
 에서
$$-4a > -16$$

4.(정답) ①

(해설)

중근을 가지려면
$$(m)^2 - 4 \times 9 \times 4 = 0$$

 $m^2 = 144$ ∴ $m = \pm 12$
(i) $m = -12$ 일 때
 $9x^2 \pm 12x + 4 = 0$, $(3x - 2)^2 = 0$
∴ $x = \frac{2}{3}$ (중근)
(ii) $m = 12$ 일 때
 $9x^2 + 12x + 4 = 0$, $(3x + 2)^2 = 0$
∴ $x = -\frac{2}{3}$ (중근)
따라서 양수인 중근을 갖도록 하는 상수 m 의 값은 -12 이다.

5.(정답)
$$x = -4$$

(해설)

윤서는 b를 옳게 보았으므로 $\therefore b = -6$ 민재가 구한 방정식은

 $(x-10)(x+5)=0, x^2-5x-50=0$ 이다. 민재는 a를 옳게 보았으므로 $\therefore a=-5$ 따라서 주어진 이차방정식은

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$
, $(x+1)(x-6) = 0$
 $\therefore x = -1$ $x = 6$

7.(정답) ③

(해설)

$$x(x-2)=15,$$

 $x^2-2x-15=0, (x-5)(x+3)=0$
 x 는 자연수이므로 $x=5$
따라서 처음 두 자연수는 5와 7이므로 $5+7=12$

8.(정답) (1) x+1 (2) $x^2+x-110=0$ (3) x=10 (4) 21

(해설)

(1) 펼친 면의 쪽수는 연속하는 두 자연수와 같으 므로 오른쪽 면의 쪽수는 x+1이다.

(2)
$$x^2 + (x+1)^2 = 221$$
 $\therefore x^2 + x - 110 = 0$

- (3) $x^2 + x 110 = 0$ \Rightarrow (x+11)(x-10) = 0 $\therefore x = 10(\because x 는 자연수)$
- (4) x = 10이므로 펼친 면의 쪽수는 10, 11이다.따라서 펼쳐진 두 면의 쪽수의 합은10+11=21이다.
- 9.(정답) ④

(해설)

BC =
$$x \text{ cm}$$
 라 하면
 $15: x = (16 - x): 4$
 $x(16 - x) = 60, x^2 - 16x + 60 = 0$
 $(x - 6)(x - 10) = 0$
 $\therefore x = 10 \ (\because BC > \overline{CG})$

- $\therefore \Box ABCD = 15 \times 10 = 150 (cm^2)$
- 10.(정답) ②

(해설)

주어진 이차방정식에 x=k를 대입하면 $5k^2-2k^2+10k-15k-2=0$ $3k^2-5k-2=0, \ (3k+1)(k-2)=0$ $\therefore \ k=2 \ (\because \ k>0)$

 $\mathbf{11.}$ (정답) $-\frac{12}{5}$

(해설)

①에서
$$(x-p)(x-1)=0$$

 $\therefore x=p$ 또는 $x=1$ ··· ②

©에서
$$(x-q)(x+2)=0$$

$$\therefore x = q \ \text{E-} x = -2 \ \cdots \ \text{D}$$

©에서
$$(x-3p)(x-5q)=0$$

$$\therefore x = 3p$$
 또는 $x = 5q$ ···· (비)

세 이차방정식이 하나의 음수인 공통근을 가지므로

②에서 공통인 근은 x = p이다.

이때, p<0이다.

비에서 $3p \neq p$ 이므로 공통인 근은 x = 5q이다.

$$\therefore q < 0$$

 \square 에서 $5q \neq q$ 이므로 공통근은 x=-2

$$\therefore p = -2$$

$$5q = -2 \qquad \therefore q = -\frac{2}{5}$$

$$p + q = (-2) + \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{12}{5}$$

12.(정답) 37

(해설)

근의 공식을 이용하여 $2x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 2 \times 2}}{2 \times 2}$$
$$= \frac{7 \pm \sqrt{33}}{4} \quad \cdots \quad \boxed{}$$

따라서 A=33, B=4이므로

 $A + B = 37 \cdots 2$

| 단계 | 채점 기준 | 배점 |
|----|-------------------|-----|
| 1 | 근의 공식을 이용하여 해 구하기 | 70% |
| 2 | A+B의 값 구하기 | 30% |

13.(정답) ②

(해설)

해가 모두 유리수가 되려면

 $b^2 - 4ac = 9 - 4(a - 2) = 17 - 4a$ 가 제곱수가 되어야 한다. a = 2, 4일 때 제곱수가 되므로 이들곱은 8이다.

14.(정답) 63분

(해설)

두 도시 사이의 거리를 d, 비행기가 바람이 부는 반대 방향으로 비행한 속력과 바람이 부는 방향으로 비행한 속력을 각각 v, w라고 하면 바람이 없을 때 비행기의 속력은 $\frac{1}{2}(v+w)$ 이다.

문제의 조건에서

$$\frac{d}{v} = 84$$
 ... \bigcirc

$$\frac{d}{w} = \frac{d}{\frac{1}{2}(v+w)} - 9 \qquad \cdots \bigcirc$$

$$\frac{d}{w} = x$$
라고 하면 \bigcirc 에서

$$x = \frac{2}{\frac{v}{d} + \frac{w}{d}} - 9 = \frac{2}{\frac{1}{84} + \frac{1}{x}} - 9$$

$$x^{2} - 75x + 756 = 0, (x - 12)(x - 63) = 0$$

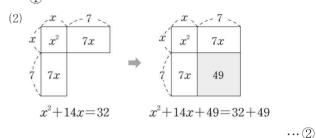
 $\therefore x = 63(분) \ (\because x > 60)$

15.(정답) 해설 참조

(해설)

(1) 해는 x = -13 또는 x = 3의 2개이지만 알콰리

즈미는 도형의 넓이와 길이를 이용해서 해를 구했기 때문에 해는 양수인 x=3 하나뿐이다. \cdots



 $(x+7)^2 = 81 \quad \cdots \text{ }$ $x+7=\pm 9 \quad \therefore \quad x=2 \quad \cdots \text{ }$

| 단계 | 채점 기준 | 배점 |
|----|------------------|-----|
| 1 | 이유 설명하기 | 20% |
| 2 | 그림으로 나타내기 | 50% |
| 3 | 좌변을 완전제곱식으로 나타내기 | 20% |
| 4) | 양수인 근 구하기 | 10% |

$$16.(정답) x = 12$$

(해설)

$$x^2 - 10x - 24 = 0$$
에서 $(x - 12)(x + 2) = 0$ 이 므로

x = -2 또는 x = 12

따라서 양수인 해는 x = 12이다.

17.(정답) ①

(해설)

타일의 짧은 변의 길이를 x라 하면

긴 변의 길이는
$$\frac{1}{2}(4x-2) = 2x-1$$

4x(2x-1+x) = 280이므로

$$3x^2 - x - 70 = 0$$
, $(x - 5)(3x + 14) = 0$

 $\therefore x = 5(\because x > 0)$

18.(정답) ③

(해설)

n단계 직사각형 모양의 바둑돌의 개수는 n(n+2)이므로

$$n(n+2) = 960, n^2 + 2n = 960$$

$$n^2 + 2n - 960 = 0$$
, $(n+32)(n-30) = 0$

$$\therefore n = 30(\because n > 0)$$

따라서 총 960개의 검은 바둑돌이 놓이게 되는 것 은 30번째이다.

19.(정답) ③

(해설)

팥빙수를 1회 주문량이 x개일 때, 손해를 보지 않는다고 하면

$$x\{1000 - (x - 5) \times 100\} = 700x$$

$$x(1000 - 100x + 500) = 700x$$

$$-100x^2 + 1500x = 700x$$

$$100x^2 - 800x = 0$$

$$x^2 - 8x = 0$$
, $x(x - 8) = 0$

$$\therefore x = 8 \ (\because x > 0)$$

따라서, 1회 주문량이 8개 이하일 때 주인은 손해를 보지 않는다.