

중 2-1_개념+유형_개념_수와 식의 계산_유리수와 순 환소수 단원 다지기(15p~19p)

쌍둥이 문제(1배수)

출제자 메타교육 년 월 일

(개정 중2-1)개념+유형_개념 15쪽

1

- 1. 다음 중 유리수가 아닌 것은?
 - $\bigcirc \frac{1}{2}$
- 2 1.05
- $\Im \frac{\pi}{3}$
- **4** 8
- ⑤ 3.52

2

- 2. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)
 - ① $0.3171717 \dots = 0.317$
 - ② $-4.555 \dots = -4.5$
 - \bigcirc 0.616161 ··· = 0.616
 - 4 1.314314314 ···= 1.314
 - \bigcirc 0.789789789 ···= 0.789

3

- 3. 다음 중 분수를 소수로 나타내었을 때, 순환 마디가 나머지 넷과 다른 하나는?
 - ① $\frac{11}{9}$
- ② $\frac{16}{9}$
- $3) \frac{8}{45}$
- $4) \frac{7}{9}$

4

4. 순환소수 $\frac{8}{11}$ 과 $\frac{8}{15}$ 의 순환마디를 각각 a, b라 할 때, a+b의 값을 구하여라.

5

5. 분수 $\frac{2}{7}$ 의 소수점 아래 n번째 자리의 숫자를 x_n 이라 할 때, $x_1 + x_2 + \dots + x_{20}$ 의 값을 구하시오.

6

- 6. 분수 $\frac{3}{40}$ 을 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고쳐서 유한소수로 나타낼 때, a+n의 최솟값은? (단, a, n은 자연수)
 - ① 75
- ② 78
- ③ 81
- 4 84
- (5) 87

7

- 7. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 <u>없는</u> 것 은?
 - ① $\frac{3}{8}$
- $2 \frac{9}{20}$
- $3\frac{35}{42}$
- $4) \frac{25}{64}$

- 8. $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중에서 분모가 30 이고, 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 몇 개인 가?
 - ① 3 개
- ② 4 개
- ③ 5 개
- ④ 6 개
- ⑤ 7 개

(개정 중2-1)개념+유형_개념 16쪽

9

9. 다음 두 조건을 모두 만족하는 a의 값의 개수 를 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

(가) a는 100 이하의 자연수이다.

(내) $\frac{7}{2^2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수이다.

- $\frac{x}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}$ 가 유한 10. 소수가 되기 위한 가장 작은 자연수 x를 구하면?
 - $\bigcirc 3 \times 7$
- ② $3^2 \times 7$
- $(3) \ 3^3 \times 7$
- ⓐ $3^4 \times 7$
- (5) $3^5 \times 7$

11. 1보다 작은 양의 유리수 $\frac{a}{60}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{h}$ 이고, 소수로 나타내면 소수점 아래 두 자리인 유한소수일 때, 자연수 a, b의 합 a+b의 최댓값을 구하여라.

12

12. 다음은 순환소수 1.205를 분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수로 옳지 않은 것은?

······ 1.205를 x라 하면 $x = 1.205205 \cdots$ ····· 기

$$\boxed{\bigcirc} x = 1205.205205 \cdots \qquad \leftarrow \quad \neg \times \boxed{\bigcirc}$$

$$-\underline{)} \qquad x = \underline{1.205205 \cdots}$$

$$\boxed{\boxdot} x = \boxed{\boxdot}$$

$$\therefore x = \boxed{\bigcirc}$$

- ① 1000
- ②© 1000
- 3E 999
- ④② 1204

13

13. 다음 순환소수를 분수로 나타낼 때, 잘못된 것은?

①
$$0.\dot{8} = \frac{8}{9}$$
 ② $1.\dot{27} = \frac{23}{18}$

$$30.\dot{07} = \frac{7}{90}$$

$$4) \ 2.0\dot{2} = \frac{91}{45}$$

14

- **14.** 다음 중 x = 3.147을 분수로 나타낼 때 이 용할 수 있는 식을 고르면?
 - ① 100x x
- ② 1000x x
- ③ 100x 10x ④ 1000x 10x
- \bigcirc 1000x 100x

15

- 15. 분수 $\frac{a}{30}$ 를 소수로 나타낼 때, 순환소수가 되게 하는 30보다 작은 자연수 중에서 이를 만족 시키는 자연수 a의 개수를 구하면?
 - ① **3**0개
- ② 207H
- ③ 15개
- ④ 10개
- ⑤ 5개

16. 순환소수의 0.3의 역수를 a, 순환소수 0.26의 역수를 b라고 할 때, ab의 값을 구하여라.

(개정 중2-1)개념+유형_개념 17쪽

17

17. 0.3 + 0.01 + 0.006 + 0.0006 + 0.00006+0.000006+...을 계산하여 기약분수로 나타내는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

- 18. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
 - ① 순화소수는 유리수이다.
 - ② 무한소수는 순환소수이다.
 - ③ 분모가 30인 분수는 순환소수로만 나타낼 수 있다.
 - ④ 분모의 소인수가 2뿐인 기약분수는 유한소수로 나 타낼 수 없다.
 - ⑤ 순환소수로만 나타낼 수 있는 분수는 그 분모에 2 나 5이외의 소인수가 있다.

19

19. $5.7 = 52 \times a$, $0.92 = 92 \times b$ 일 때, a + b의 값 을 순환소수로 나타내어라.

20

- **20.** $\frac{11}{30} = x + 0.08$ 일 때, x의 값을 순환소수로 나타내면?
 - ① $0.\dot{2}$
- ② $0.2\dot{5}$
- $\bigcirc 0.25$
- $\stackrel{\cdot}{4}$ 0.27
- (5) 0.27

- 3 -

- 21. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것은?
 - ① $0.3 > \frac{1}{3}$
- $20.\dot{5} < 0.\dot{5}\dot{3}$
- $30.\dot{12} > 0.\dot{123}$ $4 1.\dot{2} > -1.2$
- $(5) 0.\dot{2}\dot{8} > 0.28$

22

22. $\frac{1}{4} < 0.\dot{a} \le \frac{2}{3}$ 를 만족하는 한 자리 자연수 a는 모두 몇 개인지 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

23

23. 순환소수 0.45에 a를 곱한 결과가 자연수일 때, a의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

24

- 24. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것을 고르면?
 - ① 유한소수로 나타내어지는 수는 모두 유리수이다.
 - ② 소수 중에는 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다.
 - ③ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
 - ④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.
 - ⑤ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수 로 나타낼 수 있다.

(개정 중2-1)개념+유형_개념 18쪽

유제1

- 25. 분수 $\frac{2}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 2021번째 자리의 숫자는?
 - ① 1

2 4

③ 5

4 7

⑤ 8

유제2

26. 서로 다른 한 자리의 자연수 a, b에 대하여 순환소수 $0.\dot{a}\dot{b}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{5}{11}$ 일 때, 순 환소수 $0.\dot{b}\dot{a}$ 를 기약분수로 나타내어라.

(개정 중2-1)개념+유형_개념 19쪽

1

- 27. 분수 $\frac{6}{11}$ 을 소수로 나타내었을 때, 순환마디는?
 - ① 45

- ② 54
- ③ 454
- **4** 545

⑤ 5

2

28. 두 분수 $\frac{n}{96}$ 과 $\frac{n}{140}$ 을 소수로 나타내면 모두 유한소수가 될 때, 두 자리 자연수 n의 개수를 구하여라.

3

29. 다음 두 학생의 대화를 읽고, 물음에 답하시오.

수리 : 승하야, 기약분수를 소수로 나타내는 문제 잘 풀었어?

승하 : 나는 분모를 잘못 봐서 1.28 이 나왔어.

수리 : 나는 분자를 잘못 봐서 3.25가 나왔어.

승하 : 우리 둘다 잘못 본게 있구나!

수리: 근데, 처음 기약분수는 무엇이었을까?

승하 : 잘못 구한 소수를 분수로 바꾸어 보면 알

수 있을 것 같지 않니?

수리 : 응! 그럴 것 같아!

- (1) 처음 기약분수의 분모를 찾는 방법을 서술하시 오.
- (2) 처음 기약분수의 분자를 찾는 방법을 서술하시 오.
- (3) 처음 기약분수를 찾아 소수로 바르게 나타내시 오.

4

30. 순환소수 0.43에 어떤 자연수 a를 곱하면 유한소수가 된다. a의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

1.(정답) ③

(해설)

③ $\pi = 3.14159265 \cdots$ 로 유리수가 아니므로 $\frac{\pi}{3}$ 도 유리수가 아니다.

2.(정답) ③, ⑤

(해설)

- ③ $0.616161 \dots = 0.61$
- $5 \quad 0.789789789 \dots = 0.789$

3.(정답) ①

(해설)

주어진 분수를 소수로 나타내어 순환마디를 구하면 다음과 같다.

②
$$\frac{16}{9} = 1.777 \cdots \Rightarrow 7$$

$$3) \frac{8}{45} = 0.1777 \cdots \Rightarrow 7$$

$$4 \frac{7}{9} = 0.777 \cdots \implies 7$$

따라서 순환마디가 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다.

4.(정답) 75

(해설)

$$\frac{8}{11} = 0.72, \frac{8}{15} = 0.53$$
이므로
 $a = 72, b = 3$
 $\therefore a + b = 75$

5.(정답) 91

(해설)

$$\frac{2}{7} = 0.285714$$

$$20 = 6 \times 3 + 2$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{20}$$

$$= (2 + 8 + 5 + 7 + 1 + 4) \times 3 + 2 + 8 = 91$$

6.(정답) ②

(해설)

$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{75}{10^3}$$

따라서 a 와 n 의 최솟값은 각각 75, 3이므로 $a+n$ 의 최솟값은 $a+n=75+3=78$

7.(정답) ③

(해설)

유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 분모의 소 인수가 2나 5뿐인 기약분수이어야 한다.

①
$$\frac{3}{8} = \frac{3}{2^3}$$

$$2 \frac{9}{20} = \frac{9}{2^2 \times 5}$$

$$3 \frac{35}{42} = \frac{5}{6} = \frac{5}{2 \times 3}$$

따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 ③이다.

8.(정답) ②

(해설)

두 분수를 30으로 통분하면 $\frac{5}{30}$, $\frac{18}{30}$ 이다. 이 사이에 있는 유한소수를 찾으려면 분모의 3을 약분해야 하므로 분자가 3의 배수가 되는 수를 찾으면 된

다

즉, 6, 9, 12, 15의 4개이다.

9.(정답) 21개

(해설)

유한소수로 나타낼 수 있으려면 분모의 소인수가 2 나 5뿐이어야 한다. \cdots (1)

따라서 100 이하의 자연수 a는 다음의 경우로 나누어 생각할 수 있다.

- (i) a=1 또는 a=7인 경우의 2개
- (ii) a가 2나 5 중 하나만을 소인수로 갖는 경우: $a=2,\ 2^2,\ 2^3,\ \cdots,\ 2^6$ 또는 $a=5,\ 5^2$ 의 8개
- (iii) a가 2와 5를 소인수로 갖는 경우: $a=2\times 5,\quad 2^2\times 5,\quad 2^3\times 5,\quad 2^4\times 5,\quad 2\times 5^2,$ $2^2\times 5^2$ 의 6개
- (iv) a가 2와 7을 소인수로 갖는 경우: $a = 2 \times 7$, $2^2 \times 7$, $2^3 \times 7$ 의 3개
- (v) a가 5와 7을 소인수로 갖는 경우: $a=5\times 7$ 의 1개
- (vi) a가 2, 5, 7을 모두 소인수로 갖는 경우: $a=2\times5\times7$ 의 1개 \cdots ②

따라서 (i)~(vi)에서 a의 값의 개수는

2+8+6+3+1+1=21 (기) ... ③

단계	채점 기준	배점
1	유한소수로 나타낼 수 있는 분수	20%
	의 특징 알기	
2	a의 소인수로 가능한 경우를 나누	70%
	어 a의 값 구하기	
3	a의 값의 개수 구하기	10%

10.(정답) ④

(해설)

분모에 2나 5가 아닌 수를 약분해야 유한소수가 되므로 $3^4 \times 7$ 을 곱하면 된다.

11.(정답) 49

(해설)

 $\frac{a}{60} = \frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 가 유한소수가 되려면 a는 3의

배수이어야 한다. 그런데 약분 후 분자에 3이 남아 야 하므로 a는 3^2 의 배수이어야 한다.

또한, b는 20의 약수 중 3보다 큰 자연수이어야 한다.

b = 4, 5, 10, 20

(i) b = 4인 경우

$$\frac{45}{60} = \frac{3}{4} = 0.75$$
이므로 $a = 45, b = 4$

 $\therefore a+b=49$

(ji) b = 5인 경우

 $\frac{36}{60} = \frac{3}{5} = 0.6$ 이므로 소수점 아래 두 자리인 유한소수라는 조건을 만족하지 않는다.

(iii) b = 10인 경우

 $\frac{18}{60} = \frac{3}{10} = 0.3$ 이므로 소수점 아래 두 자리인 유한소수라는 조건을 만족하지 않는다.

(iv) b = 20인 경우

$$\frac{9}{60}$$
= $\frac{3}{20}$ = 0.15 이므로 $a=9, b=20$

 $\therefore a+b=29$

(i)~(iv)에 의하여

a+b=49 또는 a+b=29

따라서 a+b의 최댓값은 49이다.

12.(정답) ⑤

(해설)

 $\bigcirc \frac{1204}{999}$

13.(정답) ③

(해설)

 $30.0\dot{7} = \frac{7}{99}$

14.(정답) ④

(해설)

순환소수를 분수로 나타낼 때,

먼저 순환마디 뒤에 소수점이 오도록 10, 100, 1000, ……을 곱한다. 그러므로 순환마디 47 뒤에 소수점이 오도록 1000을 곱한다.

그 다음 순환마디 앞에 소수점이 오도록 10, 100, 1000, ……을 곱한다. 그러므로 순환마디 47 앞에 소수점이 오도록 10을 곱한다.

$$\Rightarrow 1000x - 10x$$

15.(정답) ②

(해설)

순환소수가 되려면 분모의 약수인 3이 약분되면 안되므로 30미만의 자연수중 3의 배수가 아닌 자연수의 개수인 20개이다

16.(정답)
$$\frac{45}{4}$$

(해설)

$$0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$
의 역수는 $a = 3$ 이고,

$$0.2\dot{6} = \frac{26-2}{90} = \frac{24}{90} = \frac{4}{15}$$
의 역수는 $b = \frac{15}{4}$ 이다.

$$\therefore ab = 3 \times \frac{15}{4} = \frac{45}{4}$$

$$17.(정답) \frac{19}{60}$$

(해설)

주어진 식을 x라고 하면

$$x = 0.3 + 0.01 + 0.006 + 0.0006 + 0.000006 + \cdots$$

$$= 0.31666 \dots = 0.316 \dots 1$$

$$\begin{array}{r}
1000x = 316.6 \\
100x = 31.6 \\
\hline
900x = 285
\end{array}$$

이므로
$$x = \frac{285}{900} = \frac{57}{180} = \frac{19}{60}$$
 ...②

단계	채점 기준	배점
1	식을 순환소수로 나타내기	50%
2	식의 값을 기약분수로 나 타내기	50%

18.(정답) ①. ⑤

(해설)

- ① 순환소수는 모두 분수로 표현 가능하므로 유리수이다.
- ② 무한소수 중 순환소수가 아닌 것도 있다. 예)π는 순환소수가 아니다.
- ③ 분자가 3의 배수이면 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 유한소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{1}{2} = 0.5$

19.(정답) 0.12

(해설)

$$5.\dot{7} = \frac{57-5}{9} = \frac{52}{9} = 52 \times \frac{1}{9}$$
이므로 $a = \frac{1}{9}$

$$0.92 = \frac{92}{99} = 92 \times \frac{1}{99}$$
이므로 $b = \frac{1}{99}$

따라서 $a+b=\frac{1}{9}+\frac{1}{99}=\frac{12}{99}$ 이므로 $\frac{12}{99}$ 를 순환

소수로 나타내면

$$\frac{12}{99} = 0.\dot{1}\dot{2}$$

20.(정답) ④

(해설)

$$\frac{11}{30} = x + 0.08 \text{ ord} \quad \frac{11}{30} = x + \frac{8}{90}$$
$$x = \frac{11}{30} - \frac{8}{90} = \frac{33}{90} - \frac{8}{90} = \frac{25}{90}$$

$$= 0.2777 \cdot \cdots = 0.27$$

21.(정답) ⑤

(해설)

①
$$0.3 < \frac{1}{3}$$

②
$$0.\dot{5} = 0.555 \dots > 0.\dot{5} \dot{3} = 0.5353 \dots$$

$$30.\dot{1}\dot{2} = 0.1212 \cdots < 0.\dot{1}2\dot{3} = 0.123123 \cdots$$

22.(정답) 4 개

(해설)

$$\frac{1}{4} < \frac{a}{9} \le \frac{2}{3} \text{ on } k \text{ } \frac{9}{4} < a \le 6 \text{ } \cdots \text{ } \text{ }$$

따라서 한 자리 자연수 a는 3, 4, 5, 6의 4개이다. \cdots (2)

단계	채점 기준	배점
1	$0.\dot{a}$ 를 분수로 바꾸어 a 의	60%
	범위 구하기	
	한 자리 자연수 a 는 모두	40.07
2	몇 개인지 구하기	40%

23.(정답) 11

(해설)

 $0.\dot{45} = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$ 이므로 a는 11의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 11이다.

24.(정답) ③

(해설)

③ 정수가 아닌 유리수 중에는 순환소수도 있다.

25.(정답) ①

(해설)

 $\frac{2}{7}$ = $0.\overline{2}85714$ 으로 순환마디가 2, 8, 5, 7, 1, 4이고 $2021 = 336 \times 6 + 5$ 이므로 2021번째 자리의 숫자는 순환마디의 다섯 번째 숫자인 1이다.

 $26.(정답) \frac{6}{11}$

(해설)

$$\frac{5}{11} = \frac{5 \times 9}{11 \times 9} = \frac{45}{99} = 0.45$$
이므로 $a = 4, b = 5$

$$\therefore 0.\dot{54} = \frac{54}{99} = \frac{6}{11}$$

27.(정답) ②

(해설)

 $\frac{6}{11}$ = $0.5454 \dots = 0.54$ 이므로 순환마디는 54이다.

28.(정답) 4개

(해설)

$$\frac{n}{96} = \frac{n}{2^5 \times 3}$$
 에서 n 은 3의 배수이어야 하고

 $\frac{n}{140} = \frac{n}{2^2 \times 5 \times 7}$ 에서 n은 7의 배수이어야 하

므로 n은 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수이어야 하다

따라서 두 자리 자연수인 n은 21, 42, 63, 84의 4개이다.

29.(정답) 해설 참조

(해설)

(1)수리는 분자를 잘못 봤으므로 분모를 맞게 본 것이다.

 $3.2\dot{5} = \frac{325 - 32}{90} = \frac{293}{90}$ 이므로 분모는 90이다.

(2) 승하는 분모를 잘못 봤으므로 분자를 맞게 본 것이다.

$$\frac{128-1}{99} = \frac{127}{99}$$
이므로 분자는 127이다.

(3) 처음 기약분수는 $\frac{127}{90}$ 이므로 $\frac{127}{90}$ = 1.41

30.(정답) 3

(해설)

 $x = 0.4333 \cdots$ 이라 하면

$$10x = 4.333 \cdots$$

$$100x = 43.333 \cdots$$

① - ①을 하면
$$90x = 39$$

$$\therefore x = \frac{39}{90} = \frac{13}{30}$$

즉, 0.43을 기약분수로 나타내면 $\frac{13}{30}$ 이다. \cdots ①

 $\frac{13}{30} = \frac{13}{2 \times 3 \times 5}$ 이므로 $\frac{13}{30} \times a$ 가 유한소수로 나타내어지려면 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다. 즉, a는 3의 배수이어야 한다. \cdots ② 따라서 a는 3의 배수 중 가장 작은 자연수이므로 3이다. \cdots ③

단계	채점 기준	배점
1	0.43을 기약분수로 나타내기	40%
2	유한소수가 될 수 있는 a의 조건	40%
	설명하기	4070
3	가장 작은 자연수 <i>a</i> 의 값 구하기	20%