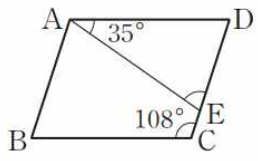
도형의 성질_사각형의 성질 단원 마무리(51p~53p)

(개정 중2-2)개념+유형_파워 51쪽

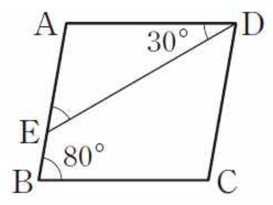
1

1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle DAE = 35°$, $\angle BCE = 108°$일 때, $\angle AED$의 크기를 구하여라.



1

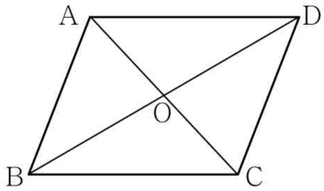
2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B = 80°$, $\angle ADE = 30°$일 때, $\angle AED$의 크기는?



① 30°　② 40°
③ 45°　④ 50°
⑤ 60°

2

3. 다음 그림의 □ABCD는 평행사변형이고, 점 O는 두 대각선의 교점이다. <보기>에서 옳은 것을 모두 골라라.

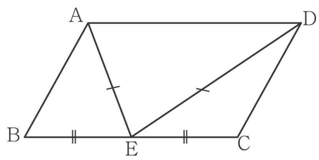


<보기>

ㄱ. $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$　ㄴ. $\overline{AB} = \overline{CD}$
ㄷ. $\angle A = \angle C$　ㄹ. $\angle OAB = \angle OBC$
ㅁ. $\overline{OA} = \overline{OC}$　ㅂ. $\overline{OC} = \overline{OD}$

2

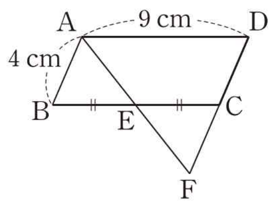
4. 평행사변형 ABCD의 변 BC의 중점이 E이고 $\overline{AE} = \overline{DE}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\angle BAD = \angle ABC$
② $\angle C = 90°$
③ $\angle AED = 90°$
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$
⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$

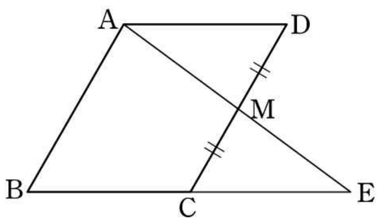
3

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$의 중점을 E라 하고, $\overline{AE}$의 연장선이 $\overline{DC}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 하자. $\overline{AB}=4\,\text{cm}$, $\overline{AD}=9\,\text{cm}$일 때, $\overline{DF}$의 길이를 구하여라.



3

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{CD}$의 중점을 M, 두 점 A, M을 연결하는 직선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 E라고 한다. 다음 물음에 답하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

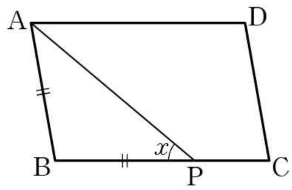


(1) $\triangle ADM \equiv \triangle ECM$임을 보이시오.
(단, 합동 조건에 해당하는 선분과 각을 찾으시오.)
(　　　　　　　　　　　　　　) ……①
(　　　　　　　　　　　　　　) ……②
(　　　　　　　　　　　　　　) ……③
①, ②, ③에서 $\triangle ADN \equiv \triangle ECM$(　　　　합동)

(2) $\overline{CE}$와 길이가 같은 선분을 모두 찾으시오.

4

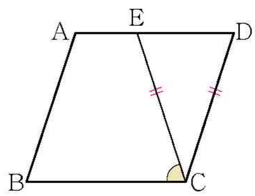
7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{BP}$이고, $\angle DAB : \angle B = 4:5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 30°　　② 35°
③ 40°　　④ 45°
⑤ 50°

4

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A : \angle B = 3 : 2$, $\overline{CD}=\overline{CE}$일 때, $\angle BCE$의 크기를 구하여라.



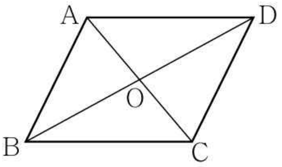
5

9. 다음 사각형 중 평행사변형 ABCD가 될 수 있는 것은? (단, O는 대각선 AC와 BD의 교점이다.)

① $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB}=5\,\text{cm}$, $\overline{AD}=5\,\text{cm}$
② $\angle A = 100°$, $\angle B = 80°$, $\angle C = 100°$
③ $\angle B = \angle C$, $\overline{AB}=6\,\text{cm}$, $\overline{DC}=6\,\text{cm}$
④ $\overline{AB}=4\,\text{cm}$, $\overline{DC}=4\,\text{cm}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
⑤ $\overline{AO}=5\,\text{cm}$, $\overline{BO}=5\,\text{cm}$, $\overline{CO}=6\,\text{cm}$, $\overline{DO}=6\,\text{cm}$

5

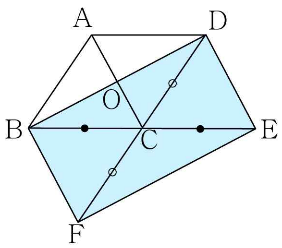
10. 다음 그림과 같이 □ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 할 때, 다음 중 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
② $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
④ $\angle A + \angle B = \angle C + \angle D = 180°$
⑤ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$

6

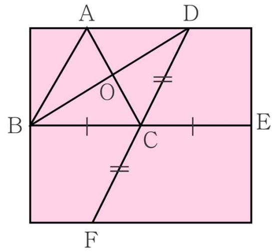
11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$이고, △AOB의 넓이가 $30cm^2$일 때, □BFED의 넓이는?



① $60cm^2$　② $120cm^2$
③ $180cm^2$　④ $240cm^2$
⑤ $300cm^2$

6

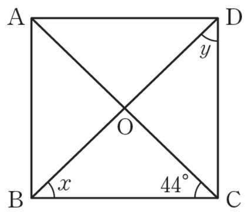
12. 다음 그림과 같은 평행사변형ABCD에서 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$이고, △AOB의 넓이가 $20cm^2$일 때, □BFED의 넓이는?



① $40cm^2$　② $80cm^2$
③ $120cm^2$　④ $160cm^2$
⑤ $200cm^2$

7

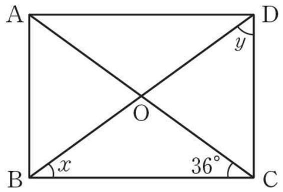
13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\angle ACB = 44°$일 때, $\angle y - \angle x$의 크기는?



① 2°　② 4°
③ 6°　④ 8°
⑤ 10°

7

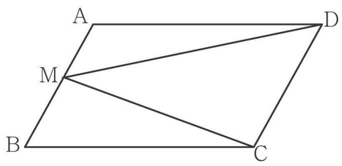
14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\angle ACB = 36°$일 때, $\angle y - \angle x$의 크기는?



① 12° ② 14°
③ 16° ④ 18°
⑤ 20°

8

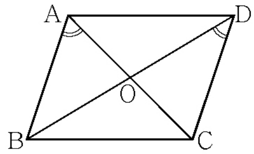
15. 평행사변형 ABCD에서 변AB의 중점을 M이라고 하자. $\overline{MC} = \overline{MD}$일 때, □ABCD는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모
③ 사다리꼴 ④ 직사각형
⑤ 정사각형

8

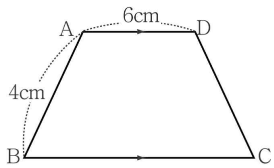
16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 O라고 한다. $\angle BAO = \angle CDO$일 때, □ABCD는 어떤 사각형인가?



(개정 중2-2)개념+유형_파워 52쪽

9

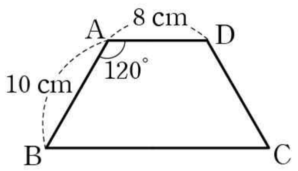
17. $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이 있다. $\angle A = 2\angle B$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\overline{BC}$의 길이는?



① 12cm ② 11cm
③ 10cm ④ 9cm
⑤ 8cm

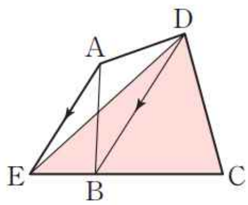
9

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = 10\text{ cm}$, $\overline{AD} = 8\text{ cm}$, $\angle A = 120°$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



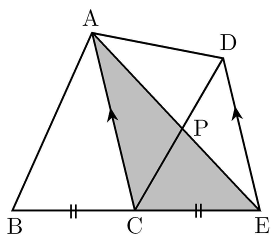
10

19. 다음 그림에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{DB}$이고 □ABCD의 넓이가 78 cm^2일 때, △DEC의 넓이를 구하여라.



10

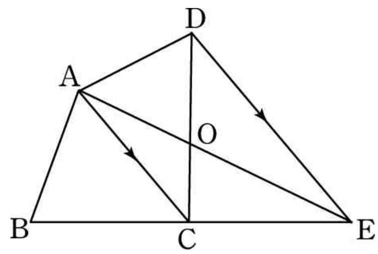
20. 다음 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{CE}$이고, □ABCD $= 30\text{ cm}^2$일 때, △ACE의 넓이는?



① 10 cm^2
② 15 cm^2
③ 20 cm^2
④ 25 cm^2
⑤ 30 cm^2

11

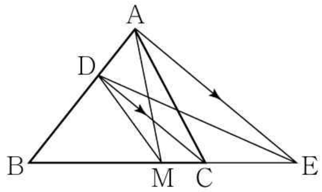
21. 다음 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$일 때, □ABCD의 넓이와 △ABE의 넓이가 같다. 그 이유에 해당되는 것으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답2개)



① △ADO = △CEO
② △ADO = △AOC
③ △ADC = △ACE
④ △ADC = △ABC
⑤ △ABC = △ACE

11

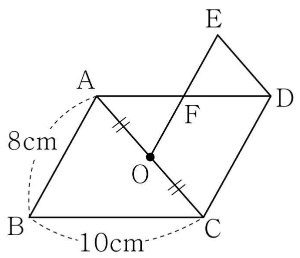
22. 다음 그림과 같이 △ABC의 변 AB 위의 점 D에 대하여 $\overline{DC} /\!/ \overline{AE}$, $\overline{BM} = \overline{EM}$이 되도록 점 E, M을 잡을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



①△ABM = △AEM
②△DBM = △DME
③△ADC = △AMC
④△DME = □ADMC
⑤□ADMC $= \frac{1}{2}$△DBE

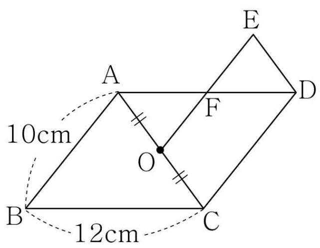
12

23. 다음 그림에서 점 O는 $\overline{AC}$의 중점이고 □ABCD, □OCDE는 모두 평행사변형이다. $\overline{AB}=8\text{cm}$, $\overline{BC}=10\text{cm}$일 때, $\overline{AF}+\overline{OF}$의 길이를 구하여라.



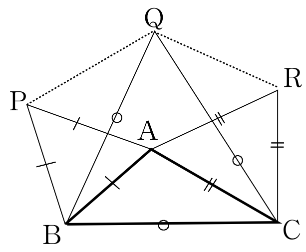
12

24. 다음 그림에서 점 O는 $\overline{AC}$의 중점이고 □ABCD, □OCDE는 모두 평행사변형이다. $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=12\text{cm}$일 때, $\overline{AF}+\overline{OF}$의 길이를 구하여라.



13

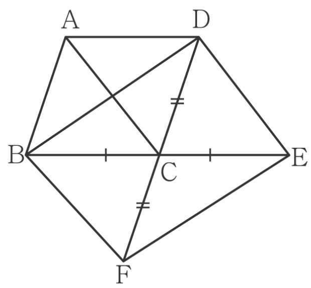
25. 다음 그림은△ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형을 겹쳐 그린 것이다. 즉, △ABP, △BCQ, △ACR는 모두 정삼각형이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 3개)



① $\angle QPB=90°$
② $\triangle ABC \equiv \triangle RQC$
③ $\angle PBQ=\angle ACB$
④ $\overline{PQ}=\overline{RC}$
⑤ □QPAR는 평행사변형

13

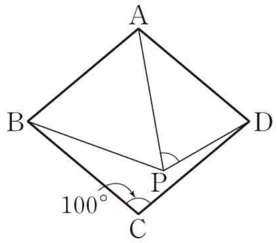
26. 다음 평행사변형ABCD의 변BC, DC의 연장선 위에 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$가 되는 점E, F를 각각 잡는다. 이때 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle DBF=\angle ABC$
② $\angle BDE=\angle BFE$
③ $\overline{BD}=\overline{EF}$
④ □BDEF는 평행사변형이다.
⑤ □ABFC는 평행사변형이다.

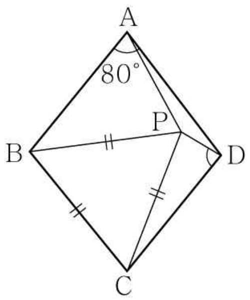
14

27. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 △ABP가 정삼각형이고, ∠BCD = 100°일 때, ∠APD의 크기를 구하여라.



14

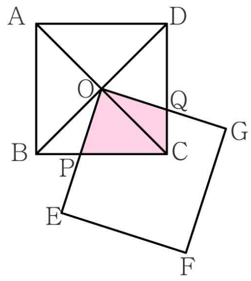
28. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 △BCP는 정삼각형이고, ∠BAD = 80°일 때, ∠CDP의 크기는?



① 60° ② 65°
③ 70° ④ 75°
⑤ 80°

15

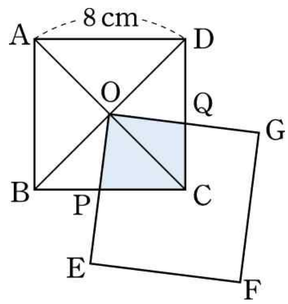
29. 다음 그림에서 □ABCD와 □OEFG는 합동인 정사각형이다. $\overline{AB}$ = 10 cm일 때, □OPCQ의 넓이는?



① 23 cm² ② 25 cm²
③ 27 cm² ④ 29 cm²
⑤ 31 cm²

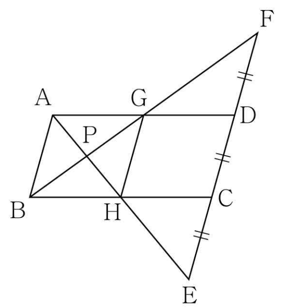
15

30. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8cm인 두 정사각형 ABCD와 EFGO가 있다. □ABCD의 두 대각선의 교점에 □EFGO의 꼭짓점 O가 놓이도록 겹쳐 놓을 때, 겹쳐진 부분인 □OPCQ의 넓이는?



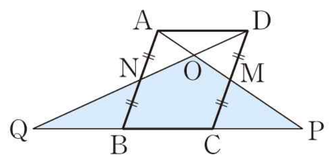
16

31. 아래 그림의 평행사변형ABCD에서$\overline{AD}=2\overline{AB}$이다. $\overline{CD}$를 연장하여$\overline{CD}=\overline{CE}=\overline{DF}$가 되도록 점E, F를 잡고$\overline{AE}$와$\overline{BF}$의 교점을 P라고 한다. □ABCD의 넓이가 24cm^{2}일 때,△PEF의 넓이를 구하여라.



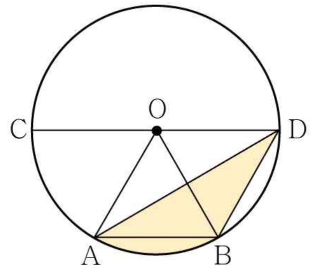
16

32. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD가 있다. $\overline{DC}$와 $\overline{AB}$의 중점을 각각 M, N이라 하고, $\overline{AM}$, $\overline{DN}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 각각 P, Q, $\overline{AP}$와 $\overline{DQ}$의 교점을 O라 하자. 평행사변형 ABCD의 넓이가 40일 때, △OQP의 넓이를 구하여라.



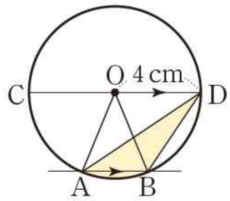
17

33. 다음 그림에서 $\overline{CD}$는 반지름이 6cm인 원 O의 지름이고 $\overline{AB}$∥$\overline{CD}$이다. 호 AB의 길이가 원주의 $\frac{1}{6}$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



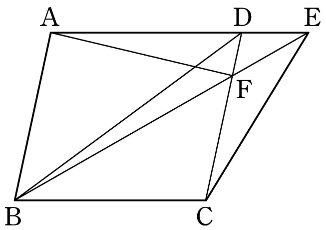
17

34. 다음 그림에서 $\overline{CD}$는 원 O의 지름이고 $\overline{AB}$ ∥ $\overline{CD}$이다. $\overline{OD}$는 4 cm이고 $\overset{\frown}{AB}$의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{8}$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



18

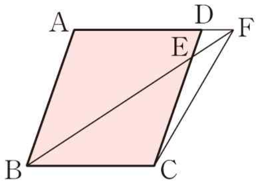
35. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{DC}$ 위에 $2\overline{DF}=\overline{CF}$인 점 F를 잡고, $\overline{BF}$의 연장선과 $\overline{AD}$의 연장선의 교점을 E라고 하자. 평행사변형 ABCD의 넓이가 $12cm^2$라고 하면 삼각형 CEF의 넓이는?



① $1cm^2$ ② $2cm^2$
③ $3cm^2$ ④ $4cm^2$
⑤ $5cm^2$

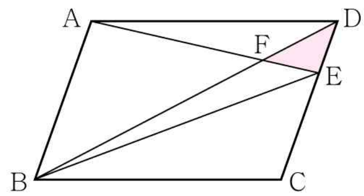
18

36. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{DC}$ 위에 $\overline{DE}:\overline{CE}=1:4$가 되도록 점 E를 잡고, $\overline{BE}$의 연장선과 $\overline{AD}$의 연장선의 교점을 F라 하자. $\triangle ECF$의 넓이가 $6\,cm^2$일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



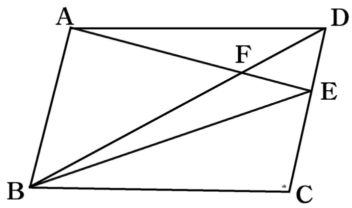
19

37. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\triangle ABF$의 넓이가 $21cm^2$, $\triangle EBC$의 넓이가 $16cm^2$일 때, $\triangle DFE$의 넓이를 구하여라.



19

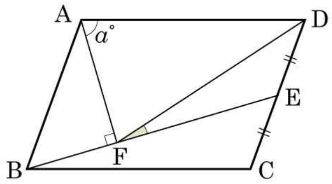
38. 다음 그림의 평행사변형ABCD에서 $\triangle ABF = 20\,cm^2$, $\triangle BCE = 15\,cm^2$일 때, $\triangle DFE$의 넓이를 구한 것은?



① $5\ cm^2$ ② $4\ cm^2$
③ $3\ cm^2$ ④ $2\ cm^2$
⑤ $1\ cm^2$

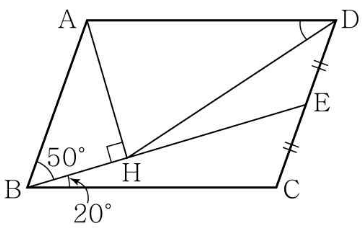
20

39. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 변 CD의 중점을 E라 하고, 점 A에서 $\overline{BE}$에 내린 수선의 발을 F라고 하자. ∠DAF = a°라고 할 때, ∠DFE의 크기를 a°를 써서 나타내어라.



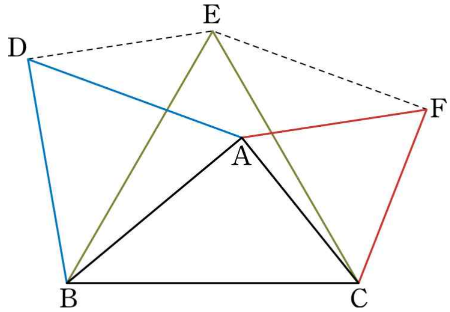
20

40. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{DC}$의 중점 E를 잡고 점 A에서 $\overline{BE}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자. ∠ABH = 50°, ∠CBH = 20°일 때, ∠ADH의 크기를 구하여라.



21

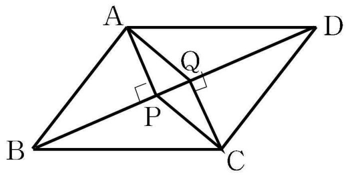
41. 다음 그림에서 △ABD, △ACF, △BCE가 △ABC의 각 변을 한 변으로 하는 정삼각형일 때, □DAFE의 설명으로 옳은 것은?



① 네 변의 길이가 모두 같다.
② 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.
③ 두 대각선의 길이가 같다.
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

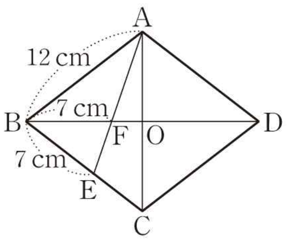
21

42. 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A, C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 할 때, □APCQ가 평행사변형임을 설명하는데 관계가 <u>없는</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)



①△ABP ≡ △CDQ
②$\overline{AP} = \overline{PC}$
③$\overline{AP} = \overline{CQ}$
④$\overline{AP} /\!/ \overline{QC}$

43. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\overline{AB}=12\,cm$, $\overline{BE}=\overline{BF}=7\,cm$일 때, $\overline{OD}$의 길이를 구하여라. (단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)



1. (정답) 73°

(해설)

$\angle BAD = \angle C = 108^\circ$ 이므로

$\angle BAE = 108^\circ - 35^\circ = 73^\circ$

$\therefore \angle AED = \angle BAE = 73^\circ$ (엇각)

<다른 풀이>

$\angle C + \angle D = 180^\circ$ 이므로

$108^\circ + \angle D = 180^\circ \quad \therefore \angle D = 72^\circ$

$\triangle AED$ 에서 $35^\circ + \angle AED + 72^\circ = 180^\circ$ 이므로

$\angle AED = 180^\circ - (72^\circ + 35^\circ) = 73^\circ$

2. (정답) ④

(해설)

$\angle A + \angle B = 180^\circ$ 이므로 $\angle A + 80^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle A = 100^\circ$

$\triangle AED$ 에서 $100^\circ + \angle AED + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle AED = 50^\circ$

3. (정답) ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ

(해설)

ㄱ. 평행사변형은 마주보는 대변이 서로 평행하다.

ㄴ. 평행사변형은 마주보는 대변의 길이가 각각 같다.

ㄷ. 평행사변형은 마주보는 대각의 크기가 각각 같다.

ㅁ. 평행사변형은 서로 다른 대각선을 이등분한다.

4. (정답) ③, ⑤

(해설)

$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ (SSS 합동)이므로

$\angle B = \angle C$

그런데 $\angle B + \angle C = 180°$ 이므로

$\angle B = \angle C = 90°$

따라서 $\square ABCD$ 는 직사각형이다.

$\therefore \angle BAD = \angle ABC$

$\angle C = 90°$

$\overline{AC} = \overline{BD}$

5. (정답) 8 cm

(해설)

$\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서

$\overline{BE} = \overline{CE}$, $\angle ABE = \angle FCE$ (엇각),

$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{CF} = \overline{BA} = 4\,\text{cm}$

또, $\overline{DC} = \overline{AB} = 4\,\text{cm}$ 이므로

$\overline{DF} = \overline{DC} + \overline{CF} = 4 + 4 = 8(\text{cm})$

6. (정답) 해설 참조

(해설)

(1) $\triangle ADM$과 $\triangle ECM$에서

점 M은 $\overline{CD}$의 중점이므로

($\overline{MD}=\overline{MC}$) ……①

$\overline{AD} /\!/ \overline{CE}$이므로

($\angle ADM = \angle ECM$(∵엇각)) ……②

($\angle AMD = \angle EMC$(∵맞꼭지각)) ……③

①, ②, ③에서 $\triangle ADM \equiv \triangle ECM$(ASA 합동) …①

(2) $\triangle ADM \equiv \triangle ECM$이므로 $\overline{CE}=\overline{DA}$

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{DA}=\overline{CB}$

따라서 $\overline{CE}$와 길이가 같은 선분은 $\overline{DA}$, $\overline{CB}$이다. …②

단계	채점 기준	배점
①	$\triangle ADM \equiv \triangle ECM$ 임을 보이기	50%
②	$\overline{CE}$와 길이가 같은 선분 모두 찾기	50%

7. (정답) ③

(해설)

$\angle DAB + \angle B = 180°$이므로

$\angle B = 180° \times \dfrac{5}{9} = 100°$

$\triangle BPA$는 $\overline{AB}=\overline{BP}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x = \dfrac{1}{2} \times (180° - 100°) = 40°$

8. (정답) 72°

(해설)

$\angle A : \angle B = 3 : 2$이므로

$\angle A = \dfrac{3}{5} \times 180° = 108°$,

$\angle B = 180° - 108° = 72°$

$\therefore \angle BCD = \angle A = 108°$, $\angle D = \angle B = 72°$

$\triangle CDE$에서

$\angle ECD = 180° - 72° - 72° = 36°$

$\therefore \angle BCE = \angle BCD - \angle ECD$

$= 108° - 36° = 72°$

9. (정답) ②

(해설)

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

10. (정답) ④

(해설)

11. (정답) ④

(해설)

$\triangle ABC = \triangle DBC$이므로

$\triangle ABO = \triangle DOC = 30(cm^2)$이다.

또$\overline{OB}=\overline{OD}$이므로

$\triangle DOC = \triangle OBA = 30(cm^2)$

$\triangle DBC = \triangle DCE = 60(cm^2)$이고,

$\triangle DCE \equiv \triangle FCB$ (SAS 합동)이므로

$\triangle DCE = \triangle FCB = 60(cm^2)$이다.

$\triangle CDB \equiv \triangle CFE$ (SAS 합동)이므로

$\triangle CDB = \triangle CFE = 60(cm^2)$이다.

$\therefore$ □BFEC $= 240(cm^2)$

12. (정답) ④

(해설)

$\triangle BCD = \triangle ABD = 2\triangle AOB = 40$

$\square BFED = 4\triangle BCD = 4\times 40 = 160(cm^2)$

13. (정답) ①

(해설)

$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 44°$

$\therefore \angle x = 44°$

$\triangle DBC$에서 $\angle DCB = 90°$이므로

$\angle y = 180° - (90° + 44°) = 46°$

$\therefore \angle y - \angle x = 46° - 44° = 2°$

14. (정답) ④

(해설)

$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 36°$

$\therefore \angle x = 36°$

$\triangle DBC$에서 $\angle DCB = 90°$이므로

$\angle y = 180° - (90° + 36°) = 54°$

$\therefore \angle y - \angle x = 54° - 36° = 18°$

15. (정답) ④

(해설)

$\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{MD}=\overline{MC}$

이므로 $\triangle AMD \equiv \triangle BMC$

$\therefore \angle A = \angle B$

따라서 이웃하는 두 대각의 크기가 같은 사각형인 평행사변형은 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$이므로 직사각형이다.

16. (정답) 직사각형

(해설)

$\square ABCD$가 평행사변형이므로

$\overline{AO}=\overline{CO}, \overline{BO}=\overline{DO}$ ……㉠

$\angle BAO = \angle CDO, \angle ABO = \angle CDO$ (엇각)

이므로

$\angle BAO = \angle ABO$

$\therefore \overline{AO}=\overline{BO}$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$

따라서 $\square ABCD$는 두 대각선의 길이가 같은 사각형이므로 직사각형이다.

17. (정답) ③

(해설)

등변사다리꼴 $\overline{AB}=\overline{DC}=4$, $\angle B = \angle C$

$\angle B = a$라고 하면

$\angle C = a$, $\angle A = 2a$, $\angle D = 2a$

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360$ $\therefore a = 60°$

A에서 $\overline{DC}$와 평행하게 선분을 긋고 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면 $\square AECD$는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AD}=\overline{EC}=6$

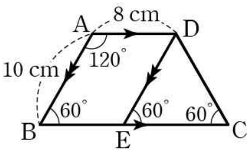
$\triangle ABE$는 정삼각형이 되므로 $\overline{BE}=4$

$\therefore \overline{BC}=4+6=10(cm)$

18. (정답) 18 cm

(해설)

점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면



□ABED는 평행사변형이다.

∴ $\overline{BE} = \overline{AD} = 8$ (cm)

또, $\angle C = \angle B = 180° - \angle A = 120° - 60° = 60°$

$\angle DEC = \angle B = 60°$ (동위각)이므로 △DEC는 정삼각형이다.

∴ $\overline{EC} = \overline{DC} = \overline{DE} = 10$ (cm)

∴ $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 8 + 10 = 18$ (cm)

19. (정답) 78 cm^2

(해설)

△DEC = △DEB + △DBC

= △ABD + △DBC

= □ABCD = 78 cm^2

20. (정답) ②

(해설)

$\overline{AC} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{DE}$이므로 △ACE = △ACD

따라서 △ABE = □ABCD = 30(cm^2)

또한, $\overline{BC} = \overline{CE}$이므로

△ACE = $\frac{1}{2}$△ABE = 15(cm^2)

21. (정답) ①, ③

(해설)

$\overline{AC} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{DE}$이므로 △ADC = △ACE (③)

□ABCD = △ABC + △ADC

= △ABC + △ACE

= △ABE

다른 방법으로

$\overline{AC} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{DE}$이므로 △ADC = △ACE

△ADC − △AOC = △ACE − △AOC

∴ △ADO = △CEO (①)

□ABCD = △ADO + □ABCO

= △CEO + □ABCO

= △ABE

22. (정답) ③

(해설)

23. (정답) 9cm

(해설)

점 A와 E, 점 O와 D를 연결하면

$\overline{OA} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{ED}$, $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{ED}$이므로

□AODE는 평행사변형이다.

따라서, $\overline{AF} = \overline{FD}$, $\overline{OF} = \overline{FE}$이므로

$\overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$(cm)

$\overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$(cm)

∴ $\overline{AF} + \overline{OF} = 5 + 4 = 9$(cm)

24. (정답) 11cm

(해설)

점 A와 E, 점 O와 D를 연결하면 $\overline{OA} // \overline{ED}$, $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{ED}$이므로 □AODE는 평행사변형이다. 따라서, $\overline{AF} = \overline{FD}$, $\overline{OF} = \overline{FE}$이므로

$\overline{AF} = \frac{1}{2} \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(cm)$

$\overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(cm)$

$\therefore \ \overline{AF} + \overline{OF} = 6 + 5 = 11(cm)$

25. (정답) ②, ④, ⑤

(해설)

△ABC 와△RQC에서

$\overline{AC} = \overline{RC}, \overline{BC} = \overline{QC}$

$\angle ACB = \angle RCQ \ (= 60° - \angle QCA)$ 이므로

$\triangle ABC \equiv \triangle RQC$ ⋯⋯ ②

똑같은 이유로$\triangle ABC \ \equiv \ \triangle PBQ$

따라서 $\triangle PBQ \ \equiv \ \triangle RQC$이므로

$\overline{PQ} = \overline{RC}$ ⋯⋯ ④

또, □QPAR는 평행사변형 ⋯⋯ ⑤

($\because \ \overline{AR} = \overline{PQ}, \ \overline{PA} = \overline{QR}$)

①$\angle QPB \neq 90°$ (근거 없음)

③$\angle PBQ \neq \angle ACB$이고,$\angle PBQ = \angle ABC$이다.

26. (정답) ①

(해설)

①$\angle DBF = \angle DEF, \ \angle ABC = \angle ADC$

27. (정답) 70°

(해설)

□ABCD가 마름모이므로 $\overline{AB} = \overline{AD}$

△ABP가 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{AP}$

$\therefore \ \overline{AD} = \overline{AP}$

이때 $\angle BAD = \angle BCD = 100°$이므로

$\angle PAD = \angle BAD - \angle BAP$

$= 100° - 60° = 40°$

따라서 △APD는 이등변삼각형이므로

$\angle APD = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

28. (정답) ⑤

(해설)

$\angle BCD = \angle BAD = 80°$ 이고

$\angle BCD = \angle BCP + \angle PCD$

$\angle BCP = 60°$(△BCP는 정삼각형)이므로

$\angle PCD = 20°$

△CPD는 $\overline{CP} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CDP = \frac{1}{2}(180° - 20°) = 80°$

29. (정답) ②

(해설)

△OBP와 △OCQ에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$

$\angle BOP = 90° - \angle POC = \angle COQ$

$\angle OBP = \angle OCQ = 45°$

$\therefore$ $\triangle OBP \equiv \triangle OCQ$ (ASA 합동)

$\therefore$ $\square OPCQ = \triangle OBC = \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 10^2 = 25(cm^2)$

30. (정답) 16cm^2

(해설)

$\triangle OCQ$와 $\triangle OBP$에서

$\overline{OC} = \overline{OB}$이고 $\angle OCQ = \angle OBP = 45°$

$\angle COQ = \angle BOP = 90° - \angle POC$

$\therefore$ $\triangle OCQ \equiv \triangle OBP$(ASA 합동)

$\therefore$ $\square OPCQ = \triangle OBC = \dfrac{1}{4} \times 8 \times 8 = 16(\text{cm}^2)$

31. (정답) 27cm^2

(해설)

$\square ABHG$는 마름모이고 넓이는 12cm^2이다.

$\square ABHG$는 마름모이므로

$\square GHEF = 2 \times \square ABHG$

$\therefore$ $\triangle PEF = \triangle PHG + \square GHEF$

$= \left(12 \times \dfrac{1}{4}\right) + (12 \times 2) = 27(\text{cm}^2)$

32. (정답) 45

(해설)

$\triangle AND$와 $\triangle BNQ$에서

$\overline{AN} = \overline{BN}$, $\angle AND = \angle BNQ$(맞꼭지각),

$\angle DAN = \angle QBN$(엇각)

이므로 $\triangle AND \equiv \triangle BNQ$ (ASA 합동)

$\triangle DMA$와 $\triangle CMP$에서

$\overline{DM} = \overline{CM}$, $\angle DMA = \angle CMP$(맞꼭지각),

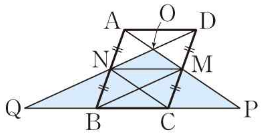
$\angle ADM = \angle PCM$(엇각)

이므로 $\triangle DMA \equiv \triangle CMP$(ASA 합동)

따라서 $\triangle OQP = \square ABCD + \triangle AOD$이고

$\triangle AOD = \dfrac{1}{8}\square ABCD$

$= \dfrac{1}{8} \times 40 = 5$



$\therefore$ $\triangle OQP = 40 + 5 = 45$

33. (정답) $6\pi\text{cm}^2$

(해설)

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$이므로 $\triangle DAB = \triangle OAB$

(색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 OAB의 넓이)

$= 36\pi \times \dfrac{1}{6} = 6\pi\text{cm}^2$

34. (정답) $2\pi\text{ cm}^2$

(해설)

(원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times4=8\pi$(cm)

($\overset{\frown}{AB}$의 길이)$=\frac{1}{8}\times8\pi=\pi$(cm)

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $\triangle DAB=\triangle OAB$

∴ (색칠한 부분의 넓이)=(부채꼴 OAB의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times4\times\pi=2\pi(\text{cm}^2)$

<다른 풀이>

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $\triangle DAB=\triangle OAB$

∴ (색칠한 부분의 넓이)=(부채꼴 OAB의 넓이)

$=\frac{1}{8}\times$(원 O의 넓이)

$=\frac{1}{8}\times(\pi\times4^2)=2\pi(\text{cm}^2)$

35. (정답) ②

(해설)

평행사변형 ABCD의 넓이가 12cm^2이므로

$\triangle BCD=6\text{cm}^2$, $\overline{CF}:\overline{FD}=2:1$이므로

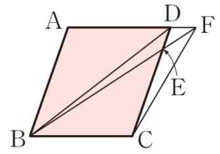
$\triangle BDF=\frac{1}{3}\times6=2(\text{cm}^2)$

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\triangle BDF=\triangle CEF=2(\text{cm}^2)$

36. (정답) 60cm^2

(해설)

$\overline{AF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로



$\triangle DBF=\triangle DCF$

∴ $\triangle DBE=\triangle DBF-\triangle DEF$

$=\triangle DCF-\triangle DEF$

$=\triangle ECF=6(\text{cm}^2)$

$\triangle DBE:\triangle EBC=1:4$이므로

$\triangle EBC=4\triangle DBE=4\times6=24(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle DBC=\triangle DBE+\triangle EBC$

$=6+24=30(\text{cm}^2)$

이므로

$\square ABCD=2\triangle DBC=2\times30=60(\text{cm}^2)$

37. (정답) 5cm^2

(해설)

평행사변형 ABCD에서 $\triangle ABD=\triangle BCD$이므로

$\triangle AFD+\triangle ABF$

$=\triangle DFE+\triangle BFE+\triangle EBC$

그런데 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\triangle ADE=\triangle BDE$이고

$\triangle AFD=\triangle BFE$

∴ $\triangle ABF=\triangle DFE+\triangle EBC$

따라서, $\triangle DFE=\triangle ABF-\triangle EBC$

$=21-16=5(\text{cm}^2)$

38. (정답) ①

(해설)

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle ABE = \triangle BCD$

이때 $\triangle ABD = \triangle ABF + \triangle AFD$,

$\triangle ABE = \triangle ABF + \triangle BEF$

$\therefore\ \triangle AFD = \triangle BFE$

또, $\triangle BCD = \triangle BCE + \triangle BFE + \triangle FED$ 이므로

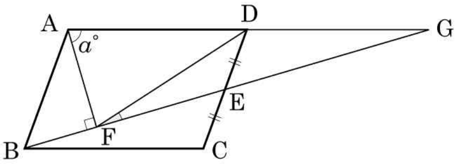
$\triangle BCE + \triangle BFE + \triangle FED = \triangle ABF + \triangle BEF$,

$20 = 15 + \triangle DFE$ $\quad\therefore\ \triangle DFE = 5(\mathrm{cm}^2)$

39. (정답) $90° - a°$

(해설)

다음과 같이 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$의 연장선의 교점을 G라고 하자.



$\triangle DEG$와 $\triangle CEB$에서

$\overline{DE} = \overline{CE}$ (가정)

$\angle DEG = \angle CEB$ (맞꼭지각)

$\angle EDG = \angle ECB$ ($\because\ \overline{AG} /\!/ \overline{BC}$)

$\therefore\ \triangle DEG \equiv \triangle CEB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{DG}$

따라서 점 D는 직각삼각형 AFG의 외심이므로

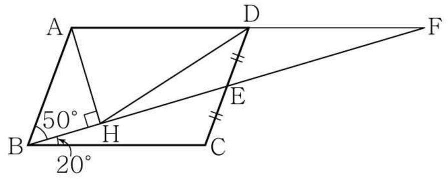
$\overline{DF} = \overline{DG}$

$\therefore\ \angle DFE = \angle DGE = 90° - a°$

40. (정답) $40°$

(해설)

다음 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BE}$의 연장선의 교점을 F라고 하자.



$\triangle BEC$와 $\triangle FED$에서

$\overline{EC} = \overline{ED}$, $\angle BCE = \angle FDE$(엇각),

$\angle BEC = \angle FED$(맞꼭지각)이므로

$\triangle BEC \equiv \triangle FED$(ASA 합동)

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{FD} = \overline{AD}$

한편, $\triangle AHF$는 직각삼각형이고 점 D는 빗변 AF의 중점이므로 $\triangle AHF$의 외심이다.

$\therefore\ \overline{AD} = \overline{HD}$

따라서, $\angle DAH = \angle DAB - \angle BAH$

$= 110° - 40° = 70°$

이므로 $\angle ADH = 180° - 2 \times 70° = 40°$

41. (정답) ⑤

(해설)

$\overline{AB} = \overline{DB}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$, $\angle ABC = \angle DBE$

$\triangle ABC \equiv \triangle DBE$ (SAS합동)

$\overline{AC} = \overline{FC}$, $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\angle ACB = \angle FCE$

$\triangle ABC \equiv \triangle FEC$ (SAS합동)

그러므로 $\triangle DBE \equiv \triangle FEC$

$\therefore \overline{AF} = \overline{DE}$, $\overline{DA} = \overline{EF}$

두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 □DAFE는 평행사변형이다.

42. (정답) ②, ⑤

(해설)

$\triangle ABP$와 $\triangle CDQ$에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이고

$\angle ABP = \angle CDQ$이며

$\angle APB = \angle CQD = 90°$이므로

$\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ ($\because$ RHA 합동) …… ①

즉 대응변의 길이로

$\overline{AP}=\overline{CQ}$라고 할 수 있고 …… ③

직선 $\overline{BD}$에 대해 $\angle APB = \angle CQD$이므로

$\overline{AP} /\!/ \overline{CQ}$라고 할 수 있다. …… ④

이상에서 □APCQ는 한 쌍의 대변이 평행하고, 길이가 같으므로 평행사변형이다.

43. (정답) $\frac{19}{2}$ cm

(해설)

$\triangle BEF$에서 $\overline{BE}=\overline{BF}$이므로 $\angle BEF = \angle BFE$

$\angle BFE = \angle AFD$(맞꼭지각), $\angle BEF = \angle BFE$

이므로 $\angle AFD = \angle FAD$

즉 $\triangle AFD$는 이등변삼각형이므로 $\overline{DF}=12$ cm

따라서 $\overline{BD}=\overline{BF}+\overline{DF}=7+12=19$(cm)이므로

$\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 19=\frac{19}{2}$(cm)