	중3-1_일품_이차방정식_실전 TEST+창의유형 (86p~90p)	출제자	
		메타교육	
	쌍둥이 문제(1배수)	년	
		월 일	

(개정 중3-1)일 품 86쪽

01

1. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은?

- ① $x^2 = 0$
- ② $x(x + 3) = 0$
- ③ $2x - 5 = -3x^2$
- ④ $(x - 1)^2 - 1 = 0$
- ⑤ $4x^2 - 3 = (2x + 1)^2$

02

2. 이차방정식 $(a - 2)x^2 + x - 2a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

03

3. 이차방정식 $x^2 - 4x + 10 = 0$ 의 한 근을 $x = \alpha$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\alpha(\alpha - 4) = -10$
- ② $\alpha^2 + 6 = 4(\alpha - 1)$
- ③ $\alpha^2 = 4(\alpha - 2) - 2$
- ④ $\alpha = \frac{4}{\alpha} - 10$
- ⑤ $\alpha(\alpha - 1) = 3\alpha - 10$

04

4. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k - 7)x^2 + 6x - 8 = 0$ 을 풀면? (단, k 는 상수)

- ① $x = -4$ 또는 $x = -1$
- ② $x = -4$ 또는 $x = 1$
- ③ $x = -2$ 또는 $x = 1$
- ④ $x = -1$ 또는 $x = 2$
- ⑤ $x = -1$ 또는 $x = 4$

05

5. 이차방정식 $2x^2 - 7x + a - 5 = 0$ 의 모든 근이 유리수가 되도록 하는 자연수 a 의 개수를 구하여라.

(개정 중3-1)일 품 87쪽

06

6. 이차방정식 $x^2 + px + a = 0$ 을 $(x + b)^2 = 0$ 꼴로 나타내었을 때, $a + b = 20$ 이다. 상수 p 의 값을 구하여라. (단, $p > 0$, a , b 는 상수이다.)

07

7. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, 다음 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

- (1) α , β
- (2) $\alpha + \beta$
- (3) $\alpha\beta$

8. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2 - x + \frac{1}{3} = 0$ 의 해가 $x = \frac{A \pm 2\sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A - B$ 의 값은? (단, A, B 는 유리수)
- ① -12 ② -9
 ③ 0 ④ 6
 ⑤ 12

9. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는?
- ① $0.8x - 1 = -0.2x^2$
 ② $x^2 - 5x - 7 = 0$
 ③ $x^2 + 3x - 10 = 0$
 ④ $9x^2 - 12x + 4 = 0$
 ⑤ $25x^2 - 1 = 0$

10. 이차방정식 $x^2 - 3x + 5 - k = 0$ 이 해를 갖도록 하는 상수 k 의 값의 범위는?
- ① $k \geq -\frac{11}{4}$ ② $k \leq -\frac{11}{4}$
 ③ $k > \frac{11}{4}$ ④ $k < \frac{11}{4}$
 ⑤ $k \geq \frac{11}{4}$

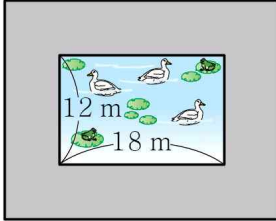
11. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근은 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근에 각각 1을 더한 값과 같다고 한다. 이때 $a + b$ 의 값은?
- ① 2 ② 1
 ③ 0 ④ -1
 ⑤ -2

12. n 각형의 대각선의 총 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 이다. 대각선의 총 개수가 44인 다각형은?
- ① 칠각형 ② 팔각형
 ③ 구각형 ④ 십각형
 ⑤ 십일각형

13. 두 자리의 자연수가 있다. 십의 자리 숫자는 일의 자리 숫자의 4배이고, 각 자리의 숫자의 곱은 처음 자연수 보다 66만큼 작을 때, 이 자연수를 구하시오.

14

14. 가로, 세로의 길이가 각각 18m, 12m인 직사각형 모양의 연못 둘레에 다음 그림과 같이 폭이 일정한 도로가 있다. 도로의 넓이가 연못의 넓이와 같을 때, 도로의 폭을 구하여라.



15

15. 방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 x 에 대한 이차방정식이 되기 위한 a 의 조건을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수)

16

16. x 에 관한 이차식 $f(x)$ 가 $f(x+1) - f(x) = 2x$, $f(0) = 1$ 을 만족할 때, 방정식 $f(x) = x$ 를 푸시오.

(개정 중3-1)일품 89쪽

17

17. 실수 x, y 에 대하여 $x \diamond y = xy - x - y^2$ 이라 하자. 이때 방정식 $(2a+2) \diamond (a-3) = 2a$ 를 만족하는 실수 a 의 값을 완전제곱식을 이용하여 구하여라.

18

18. x 에 대한 이차방정식

$$x^2 + 2mx - px + m^2 + m - 2q = 0$$

이 m 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, pq 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 상수)

19

19. 예은이네 반 학생들은 체육대회 상품으로 굴 84개를 받았다. 이 굴을 반 학생들이 똑같이 나누어 가졌더니 한 학생이 받는 굴의 개수는 학생 수보다 25만큼 작다고 한다. 이 때 반 학생 수를 구하여라.

20. 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 가로, 세로의 길이를 4 m 늘였더니 꽃밭의 넓이가 96 m^2 일 때, 처음 꽃밭의 한 변의 길이를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

- (1) 처음 꽃밭의 한 변의 길이를 $x \text{ m}$ 라 할 때, 새로운 꽃밭의 가로, 세로의 길이를 각각 x 를 사용하여 나타내어라.
- (2) (가로의 길이) \times (세로의 길이) = (직사각형의 넓이)임을 이용하여 방정식을 세워라.
- (3) (2)에서 세운 방정식을 풀어라.
- (4) 처음 꽃밭의 한 변의 길이를 구하여라.

(개정 중3-1)일품 90쪽

01

21. $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 a, b, c 의 값이 다음과 같을 때, 이차방정식이 될 수 없는 것은?

- | | |
|--------------|--------------|
| ① $a = 0$ | ② $a \neq 0$ |
| ③ $b = 0$ | ④ $c = 0$ |
| ⑤ $c \neq 0$ | |

02

22. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, 다음 식의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

- (1) $a - \frac{1}{a}$
- (2) $a^2 + \frac{1}{a^2}$
- (3) $a^2 + a - \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$

03

23. 이차방정식 $x^2 - |x| - 30 = 0$ 의 두 근이 이차방정식 $ax^2 + bx + 36 = 0$ 의 근일 때, 실수 a, b 의 값을 각각 구하시오.

04

24. 이차방정식 $4x^2 - mx + 4 = 0$ 이 양수인 중근을 갖도록 하는 상수 m 의 값은?

- | | |
|-----|-----|
| ① 1 | ② 3 |
| ③ 4 | ④ 5 |
| ⑤ 8 | |

05

25. 이차방정식 $x^2 + 3x + a = 0$ 의 근이 $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

1. (정답) ⑤

(해설)

- ② $x(x+3)=0$, $x^2+3x=0$ (이차방정식)
 ③ $2x-5=-3x^2$, $3x^2+2x-5=0$ (이차방정식)
 ④ $(x-1)^2-1=0$, $x^2-2x=0$ (이차방정식)
 ⑤ $4x^2-3=(2x+1)^2$, $4x^2-3=4x^2+4x+1-4x-4=0$ (일차방정식)

2. (정답) $a=4$

(해설)

$x=-2$ 를 $(a-2)x^2+x-2a+2=0$ 에 대입하면
 $(a-2)\times(-2)^2+(-2)-2a+2=0$
 $4a-8-2-2a+2=2a-8=0$
 $\therefore a=4$

3. (정답) ④

(해설)

$$\textcircled{4} \alpha = \frac{4}{\alpha} - 10, \alpha^2 + 10\alpha - 4 = 0$$

4. (정답) ②

(해설)

$$k = \left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9 \text{ 이므로}$$

즉, $2x^2+6x-8=0$ 에서

$$x^2+3x-4=0, (x+4)(x-1)=0$$

$$\therefore x=-4 \text{ 또는 } x=1$$

5. (정답) 5개

(해설)

$$2x^2-7x+a-5=0 \text{에서 } 2x^2-7x=5-a$$

양변을 2로 나누면

$$x^2 - \frac{7}{2}x = \frac{5-a}{2}$$

양변에 $\left(\frac{x \text{의 계수}}{2}\right)^2$ 을 더하면

$$x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{49}{16} = \frac{5-a}{2} + \frac{49}{16}$$

$$\left(x - \frac{7}{4}\right)^2 = \frac{89-8a}{16}, x - \frac{7}{4} = \pm \frac{\sqrt{89-8a}}{4}$$

$$\therefore x = \frac{7 \pm \sqrt{89-8a}}{4}$$

이므로 해가 유리수가 되기 위해서는 근호 안의 수가 0이거나 제곱수이어야 한다.

$$89-8a \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$89-8a=0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$$

이고

$$a = \frac{89}{8}, 11, \frac{85}{8}, 10, \frac{73}{8}, 8, \frac{53}{8}, 5, \frac{25}{8}, 1$$

이다.

따라서 자연수 a 는 11, 10, 8, 5, 1의 5개이다.

6. (정답) $p=8$

(해설)

$$x^2+px+a=(x+b)^2=x^2+2bx+b^2 \text{ 이므로}$$

$$p=2b, a=b^2$$

이때 $a+b=20$, 즉 $a=20-b$ 이므로

$$20-b=b^2, b^2+b-20=0$$

$$(b+5)(b-4)=0 \quad \therefore b=-5 \text{ 또는 } b=4$$

(i) $b=-5$ 일 때, $p=-10$

(ii) $b=4$ 일 때, $p=8$

(i), (ii)에서 $p=8$ ($\because p>0$)

7. (정답) (1) $\alpha=1+\sqrt{2}$, $\beta=1-\sqrt{2}$ (2) 2 (3) -1

(해설)

$$(1) \quad x^2-2x-1=0 \text{에서}$$

$$x=1 \pm \sqrt{1+1}=1 \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore \alpha=1+\sqrt{2}, \beta=1-\sqrt{2}$$

$$(2) \alpha+\beta=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=2$$

$$(3) \alpha\beta = (1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) = 1 - 2 = -1$$

8.(정답) ③

(해설)

$$\text{양변에 } 12 \text{를 곱하면 } 3x^2 - 12x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 12}}{3} = \frac{6 \pm 2\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{즉, } A = 6, B = 6 \text{이므로 } A - B = 0$$

9.(정답) ④

(해설)

$$\textcircled{1} \quad 0.8x - 1 = -0.2x^2 \text{에서 } 0.2x^2 + 0.8x - 1 = 0$$

양변에 10을 곱하면

$$2x^2 + 8x - 10 = 0, \quad x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$4^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 16 + 20 = 36 > 0$$

이므로 근의 개수는 2개

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 5x - 7 = 0 \text{에서}$$

$$(-5)^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 25 + 28 = 53 > 0$$

이므로 근의 개수는 2개

$$\textcircled{3} \quad x^2 + 3x - 10 = 0 \text{에서}$$

$$3^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 9 + 40 = 49 > 0$$

이므로 근의 개수는 2개

$$\textcircled{4} \quad 9x^2 - 12x + 4 = 0 \text{에서}$$

$$(-12)^2 - 4 \times 9 \times 4 = 0$$

이므로 근의 개수는 1개

$$\textcircled{5} \quad 25x^2 - 1 = 0 \text{에서}$$

$$0^2 - 4 \times 25 \times (-1) = 100 > 0$$

이므로 근의 개수는 2개

따라서 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

10.(정답) ⑤

(해설)

$$x^2 - 3x + 5 - k = 0 \text{이 해를 가지려면}$$

$$(-3)^2 - 4 \times 1 \times (5 - k) \geq 0 \text{이어야 하므로}$$

$$9 - 20 + 4k \geq 0$$

$$4k \geq 11 \quad \therefore k \geq \frac{11}{4}$$

11.(정답) ⑤

(해설)

$$2x^2 + 3x - 2 = 0, \quad (2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

따라서, $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근은

$$\frac{3}{2}, -1 \text{이므로}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)(x + 1) = 0, \quad x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$\text{따라서, } a = -\frac{1}{2}, \quad b = -\frac{3}{2} \text{이므로}$$

$$a + b = -2$$

12.(정답) ⑤

(해설)

$$\frac{n(n-3)}{2} = 44, \quad n(n-3) = 88,$$

$$n^2 - 3n - 88 = 0, \quad (n+8)(n-11) = 0$$

$$\therefore n = 11 (\because n \geq 3)$$

따라서 십일각형이다.

13.(정답) 82

(해설)

일의 자리의 숫자를 x 라 하면 십의 자리의 숫자는 $4x$ 이고, 조건에 맞는 식을 세우면

$$4x \times x = (40x + x) - 66 \Rightarrow 4x^2 - 41x + 66 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(4x-33) = 0 \quad \therefore x = 2$$

따라서 두 자리 자연수는 82

14.(정답) 3m

(해설)

도로의 폭을 x m라고 하면

$$(18+2x)(12+2x) - (18 \times 2) = (18 \times 12)$$

$$(18+2x)(12+2x) = 2 \times (18 \times 12)$$

$$x^2 + 15x - 54 = 0, (x+18)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -18 \text{ 또는 } x = 3$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 3$

따라서 도로의 폭은 3m이다.

15.(정답) $a \neq 0$

(해설)

$ax^2 + bx + c = 0$ 이 x 에 관한 이차방정식이 되려면
이차항의 계수가 0이 아니어야 한다.

$$\therefore a \neq 0$$

16.(정답) $x = 1$

(해설)

 $f(x)$ 가 x 에 관한 이차식이므로

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

(단, $a \neq 0$, a, b, c 는 상수)로 놓는다.

$$f(0) = 1 \text{ 이므로 } c = 1$$

$$f(x+1) - f(x) = 2x \text{ 이므로}$$

$$a(x+1)^2 + b(x+1) + c - (ax^2 + bx + c) = 2x$$

$$\therefore 2ax + a + b = 2x$$

이 식의 양변의 계수를 비교하면

$$2a = 2, a + b = 0 \quad \therefore a = 1, b = -1$$

$$\therefore f(x) = x^2 - x + 1$$

이때, $f(x) = x$ 이므로 $x^2 - x + 1 = x$

$$x^2 - 2x + 1 = 0, (x-1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

17.(정답) $a = 1 \pm 3\sqrt{2}$

(해설)

$$(2a+2)(a-3) - (2a+2) - (a-3)^2 = 2a$$

$$a^2 - 2a - 17 = 0, (a-1)^2 = 18$$

$$\therefore a = 1 \pm 3\sqrt{2}$$

18.(정답) $\frac{1}{8}$

(해설)

이차방정식 $x^2 + 2mx - px + m^2 + m - 2q = 0$ 에
서

$$x^2 + (2m-p)x + (m^2 + m - 2q) = 0$$

이 이차방정식이 m 의 값에 관계없이 중근을 가지려면

$$(2m-p)^2 - 4 \times 1 \times (m^2 + m - 2q) = 0$$

$$4m^2 - 4pm + p^2 - 4m^2 - 4m + 8q = 0$$

$$-4(p+1)m + p^2 + 8q = 0$$

$$\text{즉 } -4(p+1) = 0, p^2 + 8q = 0$$

$$\therefore p = -1, q = -\frac{1}{8}$$

$$\therefore pq = (-1) \times \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{8}$$

19.(정답) 28명

(해설)

반 학생 수를 x 명이라 하면 한 학생이 받는 귤의
개수는 $(x-25)$ 개이므로

$$x(x-25) = 84$$

$$x^2 - 25x - 84 = 0, (x+3)(x-28) = 0$$

$$\therefore x = 28 \quad (\because x \text{는 자연수})$$

따라서 반 학생 수는 28명이다.

20.(정답) (1) 가로 : $(x+4)$ m, 세로 : x m (2)

$$x(x+4) = 96 \quad (3) \quad x = -12 \text{ 또는 } x = 8 \quad (4) \quad 8 \text{ m}$$

(해설)

$$(3) \quad x(x+4) = 96 \text{ 에서}$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0, (x+12)(x-8) = 0$$

$$\therefore x = -12 \text{ 또는 } x = 8$$

$$(4) \quad x \text{는 자연수이므로 } x = 8$$

따라서 구하는 처음 꽃밭의 한 변의 길이는 8m 이

다.

21.(정답) ①

(해설)

$a=0$ 일 때, $0x^2+bx+c=0$ 이 되어 일차방정식이 된다.

22.(정답) (1) 2 (2) 6 (3) 8

(해설)

(1) $x^2-2x-1=0$ 에 $x=a$ 를 대입하면

$$a^2-2a-1=0$$

$$a-2-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=2 \quad \dots \textcircled{1} \quad \dots \textcircled{1}$$

(2) $\textcircled{1}$ 의 양변을 제곱하면 $a^2-2+\frac{1}{a^2}=4$

$$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=6 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$(3) a^2+a-\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)+\left(a-\frac{1}{a}\right) \\ =6+2=8 \quad \dots \textcircled{3}$$

단계	채점 기준	배점
①	$a-\frac{1}{a}$ 의 값 구하기	40%
②	$a^2+\frac{1}{a^2}$ 의 값 구하기	30%
③	$a^2+a-\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}$ 의 값 구하기	30%

23.(정답) $a=-1, b=0$

(해설)

주어진 방정식은 $x^2-|x|-30=0$ 이므로

$$(|x|-6)(|x|+5)=0, |x|=6 \quad (\because |x|>0)$$

$$\therefore x=\pm 6$$

따라서 $ax^2+bx+36=0$ 은

$$a(x+6)(x-6)=0, a(x^2-36)=0,$$

$$ax^2-36a=0 \text{ 이므로 } -36a=36, b=0$$

$$\therefore a=-1, b=0$$

24.(정답) ⑤

(해설)

$$\text{중근을 가지려면 } (-m)^2-4\times 4\times 4=0$$

$$m^2=64 \quad \therefore m=\pm 8$$

(i) $m=-8$ 일 때

$$4x^2+8x+4=0, 4(x+1)^2=0$$

$$\therefore x=-1 \quad (\text{중근})$$

(ii) $m=8$ 일 때

$$4x^2-8x+4=0, 4(x-1)^2=0$$

$$\therefore x=1 \quad (\text{중근})$$

따라서 양수인 중근을 갖도록 하는 상수 m 의 값은 8이다.

25.(정답) $a=1$

(해설)

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-4a}}{2}$$

따라서 $9-4a=5$ 이므로 $a=1$