

수학(상)_쎈_다항식_다항식의 연산(14p~17p)

출제자	
메타교육	
년	

쌍둥이 문제(1배수)

월

(고1-1)쎈 14쪽

1. 실수 x, y, z에 대하여

$$x+y+z=1, \ xy+yz+zx=2, \ xyz=5$$
일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값은?

① 3

- (3) -1
- (4) 2
- (5) 3

58

2. (2a+3b-c)(2a-3b+c) = 전개하면?

①
$$4a^2 - 9b^2 + c^2 + 6ca$$

②
$$4a^2 - 9b^2 - c^2 + 6bc$$

$$3) 4a^2 - 9b^2 - c^2 - 6bc$$

$$4a^2 + 9b^2 - c^2 + 6ab$$

(5)
$$4a^2 + 9b^2 - c^2 - 6ab$$

59

3. (x-3)(x-2)(x+1)(x+2)를 전개하면?

①
$$x^4 + 2x^3 + 7x^2 + 8x + 12$$

②
$$x^4 + 2x^3 + 7x^2 - 8x + 12$$

$$3 x^4 - 2x^3 + 7x^2 + 8x + 12$$

$$4 \quad x^4 - 2x^3 - 7x^2 + 8x + 12$$

(5)
$$x^4 - 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$$

4.
$$a^2 = 2$$
일 때, 다음 다항식

$${(3+2a)^n - (3-2a)^n}^2 - {(3+2a)^n + (3-2a)^n}^2$$

- 의 값은?
- (1) 4
- (2) 2

③ 1

④ 2

(5) 4

61

5.
$$a^2 - b^2 = \sqrt{3}$$
, $ab = -\frac{1}{2}$ \subseteq \mathbb{H} ,

$$(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)$$
의 값은?

$$\bigcirc \frac{13\sqrt{3}}{4}$$

$$2 \frac{7\sqrt{3}}{2}$$

$$3 \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

$$4\sqrt{3}$$

$$\bigcirc \frac{17\sqrt{3}}{4}$$

62

- 1 -

6. 다음 주어진 조건을 이용하여 a^2+b^2 의 값을 구하 여라.

(1)
$$a+b=4$$
, $ab=3$

(2)
$$a-b=-5$$
, $ab=6$

7.
$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$$
, $xy = 2$ 일 때, $(x+y)^2$ 의 값을 구하여라.

(고1-1)쎈 15쪽

64

- 8. 두 실수 a, b에 대하여 $(a+b-1)\{(a+b)^2+a+b+1\}=8$ 일 때, $(a+b)^3$ 의 값은?
 - ① 5

② 6

3 7

4 8

⑤ 9

65

- 9. x > y이고 x + y = 5, $x^2 + y^2 = 15$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
 - (1) x y
 - (2) $x^3 + y^3$
 - (3) $x^3 y^3$
 - (4) $x^5 + y^5$

66

- 10. x+y=2, xy=1을 만족시키는 x, y에 대하여 $\frac{\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$ 의 값은?
 - 1

② 2

3 3

4

⑤ 5

67

11. $x^2 - 3x - 1 = 0$ 일 때, $x^3 + 3x - \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$ 의 값

은?

① 9

- 2 18
- 3 27

4 36

⑤ 45

68

12. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, 식의 값을 구하여라.

(1)
$$x + \frac{1}{x}$$

(2)
$$x^2 + \frac{1}{x^2}$$

(3)
$$x^3 + \frac{1}{x^3}$$

13. 세 실수 a, b, c에 대하여

$$a+b+c=3$$
$$a^{2}+b^{2}+c^{2}=15$$
$$abc=3$$

일 때,
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$
의 값은?

- ① -1
- ② 0

③ 1

(4) 2

⑤ 3

70

- 14. a+b+c=0일 때, $a^3+b^3+c^3+2abc$ 의 값은? (단, $abc \neq 0$ 이다.)
 - 1 abc
- \bigcirc 2abc
- 3abc
- 4abc
- \bigcirc 5abc

(고1-1)쎈 16쪽

71

15. 네 실수 a, b, c, d가 다음 조건을 만족시킨다.

(71)
$$a+b+c+d=12$$

$$\text{(4)} \ a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 48$$

 $\alpha \leq d \leq \beta$ 를 만족시키는 실수 α 의 최댓값을 M, 실수 β 의 최솟값을 m이라고 할 때, M^2+m^2 의 값을 구하시오.

72

16. 세 실수 a, b, c에 대하여

$$a+b+c=4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 8$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$$

일 때, abc의 값은?

1

② 2

③ 3

4

⑤ 5

73

17. 다음을 계산하여라.

$$(5+1)(5^2+1)(5^4+1)(5^8+1)(5^{16}+1)(5^{32}+1)$$

74

18. 등식

$$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$\times (2^{16} + 1)(2^{32} + 1) + 1 = 2^n$$

- 을 만족시키는 자연수 n의 값은?
- ① 32
- ② 33
- 3 64
- **4** 65

⑤ 66

75

- 19. 102(10004 200) 98(10004 + 200)의 값은?
 - ① 2

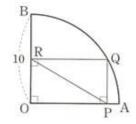
② 4

③ 8

④ 16

(5) **32**

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10인 사 분원이 있다. 호 AB 위의 한 점 Q에서 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 P, R라 하자. □OPQR의 넓이가 48일 때, AP+PR+RB의 값을 구하여라.



77

21. 삼각형 ABC의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여

$$(a+b+c)(a+b-c) = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2}$$

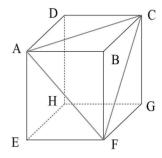
을 만족시킬 때, 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인 가?

- ① a = b인 이등변삼각형
- ② b = c인 이등변삼각형
- ③ 정삼각형
- ④ b가 빗변인 직각삼각형
- ⑤ c가 빗변인 직각삼각형

(고1-1)쎈 17쪽

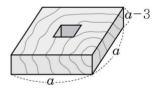
78

22. 다음 그림과 같은 직육면체 ABCD-EFGH의 모든 모서리의 길이의 합이 24이고, 삼각형 AFC의 세 변의 길이의 제곱의 합이 28일 때, 이 직육면체의 겉넓이를 구하여라.



79

23. 다음 그림과 같이 밑면의 가로, 세로의 길이가 모두 a이고 높이가 a-3인 직육면체 모양의 나무토막에서 정육면체 모양의 구멍을 뚫어 블록을 만들었다. 이 블록의 부피는? (단, a>3)



- ① $2a^3 + 27$
- ② $2a^3 27$
- $36a^2 + 27a 27$
- $46a^2 27a + 27$
- $\bigcirc 6a^2 27a 27$

24. 다음은 다항식 $3x^3 - 2x^2 + 3x + 7$ 을 $x^2 - x + 2$ 로 나누는 과정이다.

a+b의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 2

② 4

3 6

- **4** 8
- ⑤ 10

81

- **25.** 다항식 $2x^3 px^2 + px + 3$ 을 $x^2 2x + 2$ 로 나누었더니 몫이 ax + b, 나머지가 cx + d일 때, a + b + c + d의 값을 구하면?
 - ① 1

② 2

③ 3

4

⑤ 5

82

26. 다항식 $x^3 + x^2 - 5x + 4$ 를 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 ax + b이고, 나머지가 cx + d일 때, 상수 a, b, c, d에 대하여 a + b + c + d의 값을 구하여라.

83

- **27.** $x^2 + 3x 4$ 로 나누었을 때의 몫이 2x + 3이고 나머지가 3인 다항식을 $2x^2 + x 3$ 으로 나누었을 때의 몫과 나머지의 합을 구한 것은?
 - ① 2x-3
- ② 2x-1

 \mathfrak{I}

- (4) x + 3
- (5) x + 7

1.(정답) ⑤

(해설)

$$x+y=1-z, y+z=1-x, z+x=1-y$$
 이므로
$$(x+y)(y+z)(z+x)$$

$$= (1-z)(1-x)(1-y)$$

$$= 1^3-(x+y+z)\cdot 1^2$$

$$+ (xy+yz+zx)\cdot 1-xyz$$

$$= 1-1+2-5=-3$$

2.(정답) ②

(해설)

$$(2a+3b-c)(2a-3b+c)$$

$$= \{2a+(3b-c)\}\{2a-(3b-c)\}$$

$$3b-c=t로 놓으면$$
(주어진 식)= $(2a+t)(2a-t)$

$$= 4a^2-t^2$$

$$= 4a^2-(3b-c)^2$$

$$= 4a^2-(9b^2-6bc+c^2)$$

$$= 4a^2-9b^2-c^2+6bc$$

3.(정답) ④

(해설)

$$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$$

$$= \{(x-3)(x+2)\}\{(x-2)(x+1)\}$$

$$= (x^2-x-6)(x^2-x-2)$$

$$x^2-x=t$$
로 놓으면
(주어진 식)
$$= (t-6)(t-2)=t^2-8t+12$$

$$= (x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$$

$$= x^4-2x^3+x^2-8x^2+8x+12$$

$$= x^4-2x^3-7x^2+8x+12$$

(해설)

(3+2
$$a$$
)ⁿ = A , $(3-2a)^n = B$ 로 놓으면
(주어진 식)
= $(A-B)^2 - (A+B)^2$
= $A^2 - 2AB + B^2 - (A^2 + 2AB + B^2)$
= $-4AB$
= $-4(3+2a)^n(3-2a)^n$
= $-4(9-4a^2)^n$
= $-4(9-4\cdot 2)^n(\because a^2=2)$
= -4

5.(정답) ③

(해설)

해설)
$$a^2 - b^2 = \sqrt{3}, \ ab = -\frac{1}{2} \circ] 므로$$
$$(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)$$
$$= a^6 - b^6$$
$$= (a^2 - b^2)^3 + 3a^2b^2(a^2 - b^2)$$
$$= (\sqrt{3})^3 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \times \sqrt{3}$$
$$= 3\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{3}}{4}$$
$$= \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

(해설)

(1)
$$a^2 + b^2$$

= $(a+b)^2 - 2ab$
= $4^2 - 2 \cdot 3 = 16 - 6 = 10$
(2) $a^2 + b^2$
= $(a-b)^2 + 2ab$
= $(-5)^2 + 2 \cdot 6$
= $25 + 12 = 37$

(해설)

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 3$$
에서 $\frac{y-x}{xy} = 3$, 즉 $y-x = 3xy = 6$ 이므로 $x-y = -6$
 $\therefore (x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$
 $= 36 + 4 \cdot 2 = 44$

8.(정답) ⑤
(해설)
[출제의도] 다항식의 곱셈 이해하기
$$a+b=X$$
라 하면
 $(a+b-1)\{(a+b)^2+a+b+1\}$
 $=(X-1)(X^2+X+1)$
 $=X^3-1=8$
∴ $X^3=9$
따라서 $(a+b)^3=9$

9.(정답) (1)
$$\sqrt{5}$$
 (2) 50 (3) $20\sqrt{5}$ (4) 625 (해설)
$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$$
이므로
$$x+y=5, x^2+y^2=15$$
에서
$$15=5^2-2xy, 2xy=10 \therefore xy=5$$
 (1) $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$
$$=5^2-4\cdot 5=5$$

$$\therefore x-y=\sqrt{5} (\because x>y)$$
 (2) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$
$$=5^3-3\cdot 5\cdot 5=50$$
 (3) $x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$
$$=(\sqrt{5})^3+3\cdot 5\cdot \sqrt{5}$$

$$=5\sqrt{5}+15\sqrt{5}=20\sqrt{5}$$
 (4) $x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)$
$$=15\cdot 50-5^2\cdot 5=625$$

11.(정답) ⑤

(해설)
$$x^{2}-3x-1=0 \text{에서 } x \neq 0 \text{이므로 양변을 } x \text{로 나누면}$$

$$x-3-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=3$$

$$\therefore x^{3}+3x-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^{3}}$$

$$=x^{3}-\frac{1}{x^{3}}+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$$

$$=\left(x-\frac{1}{x}\right)^{3}+6\left(x-\frac{1}{x}\right)$$

$$=27+18=45$$

12.(정답) (1) 5 (2) 23 (3) 110

(해설)

(1)
$$x^2 - 5x + 1 = 0$$
의 양변을 x 로 나누면 $x - 5 + \frac{1}{x} = 0$ $\therefore x + \frac{1}{x} = 5$

(2)
$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$$

= $5^2 - 2 = 23$

(3)
$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

= $5^3 - 3 \cdot 1 \cdot 5 = 110$

(해설)

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$
 \Rightarrow $3^2 = 15 + 2(ab+bc+ca)$

$$\therefore ab + bc + ca = -3$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$= \frac{ab + bc + ca}{abc}$$

$$= \frac{-3}{3} = -1$$

14.(정답) ⑤

(해설)

$$a+b+c=0$$
 이므로
 $a^3+b^3+c^3-3abc$
 $=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$
즉, $a^3+b^3+c^3=3abc$ 이므로
 $a^3+b^3+c^3+2abc=3abc+2abc=5abc$

15.(정답) 36 (해설) 실수
$$a, b, c$$
에 대하여
$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2} \{ (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \} \ge 0$$

이므로
$$a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$$
 따라서
$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$$

$$\leq 3(a^2+b^2+c^2)$$
 이므로
$$(12-d)^2 \leq 3(48-d^2)$$
 ($\because a+b+c=12-d,\ a^2+b^2+c^2=48-d^2$)
$$d^2-24d+144 \leq 144-3d^2$$

$$4d^2-24d \leq 0,\ d(d-6) \leq 0$$
 $\therefore 0 \leq d \leq 6$ 따라서 $M=0,\ m=6$ 이므로
$$M^2+m^2=0^2+6^2=36$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$
에서

$$a+b+c=4, \ a^2+b^2+c^2=8$$
이므로

$$4^2 = 8+2(ab+bc+ca)$$

$$2(ab+bc+ca) = 8$$

$$\therefore ab+bc+ca=4$$

이때 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab+bc+ca}{abc} = 2$ 이므로

$$abc = \frac{ab+bc+ca}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

17.(정답)
$$\frac{5^{64}-1}{4}$$
(해설)
$$(5+1)(5^2+1)(5^4+1)(5^8+1)(5^{16}+1)$$

$$\times (5^{32}+1)$$

$$= \frac{1}{4}(5-1)(5+1)(5^2+1)(5^4+1)(5^8+1)$$

$$\times (5^{16}+1)(5^{32}+1)$$

$$= \frac{1}{4}(5^2-1)(5^2+1)(5^4+1)(5^8+1)$$

$$\times (5^{16}+1)(5^{32}+1)$$

$$= \frac{1}{4}(5^{32} - 1)(5^{32} + 1) = \frac{1}{4}(5^{64} - 1)$$

18.(정답) ③
$$(해설)$$

$$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$\times (2^{16}+1)(2^{32}+1)$$

$$= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$$

$$\times (2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)$$

$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$$

$$\times (2^{32}+1)$$

$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)$$

$$= (2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)$$

$$= (2^{16}-1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)$$

$$= (2^{32}-1)(2^{32}+1)$$

$$= 2^{64}-1$$

$$\therefore (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$$

$$\times (2^{16}+1)(2^{32}+1)+1$$

따라서 자연수 n의 값은 64이다.

 $=(2^{64}-1)+1$

 $= 2^{64}$

19.(정답) ④

(해설)
$$x = 100 이라고 하면$$

$$102(10004 - 200) - 98(10004 + 200)$$

$$= (x+2)(x^2 + 4 - 2x) - (x-2)(x^2 + 4 + 2x)$$

$$= (x^3 + 8) - (x^3 - 8)$$

$$= 16$$

20.(정답) 16
(해설)
$$\overline{OP} = x, \ \overline{OR} = y$$
라 하면
 $xy = 48, \ x^2 + y^2 = \overline{OQ}^2 = 10^2$
 $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 이므로

$$100 = (x+y)^2 - 2 \cdot 48$$

$$\therefore (x+y)^2 = 196$$

$$x > 0, y > 0$$
이므로 $x+y = 14$
이때 $\square OPQR$ 에서 $\overline{PR} = \overline{OQ} = 10$

$$\therefore \overline{AP} + \overline{PR} + \overline{RB}$$

$$= (10-x) + 10 + (10-y)$$

$$= 30 - (x+y)$$

$$= 30 - 14 = 16$$

$$21.(정답)$$
 ⑤ (해설)
$$(a+b+c)(a+b-c) = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{2}$$
이 식의 양변을 정리하면 다음과 같다.
$$a^2 + ab - ac + ba + b^2 - bc + ca + cb - c^2$$
$$= \frac{(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)}{2}$$
$$a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = 2ab$$
$$a^2 + b^2 = c^2$$
따라서 삼각형 ABC는 c 가 빗변인 직각삼각형이다.

22.(정답) 22
(해설) $\overline{AB} = a, \ \overline{BC} = b, \ \overline{BF} = c \overline{z} \quad \text{놓으면} \quad \text{직육면체의}$ 모든 모서리의 길이의 합은 4(a+b+c) = 24 $\therefore \ a+b+c=6 \qquad \cdots \cdots \ \bigcirc$ $\triangle AFC$ 의 세변의 길이의 제곱의 합은 $(a^2+b^2)+(b^2+c^2)+(c^2+a^2)=28$ $\therefore \ a^2+b^2+c^2=14 \qquad \cdots \cdots \ \bigcirc$ 이때 직육면체의 겉넓이는 2(ab+bc+ca) 이므로 $2(ab+bc+ca)=(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$ $=6^2-14=22$

23.(정답) ④

(해설)

구멍이 난 정육면체의 한 모서리의 길이는 직육면 체인 나무토막의 높이과 같으므로 a-3이다.

24.(정답) ④

(해설)

[출제의도] 다항식의 나눗셈 계산하기

$$\begin{array}{r}
3x + 1 \\
x^2 - x + 2 \overline{\smash)3x^3 - 2x^2 + 3x + 7} \\
\underline{3x^3 - 3x^2 + 6x} \\
x^2 - 3x + 7 \\
\underline{x^2 - x + 2} \\
-2x + 5
\end{array}$$

이므로 a=3, b=5이다. 따라서 a+b=8이다.

25.(정답) ⑤

(해설)

$$\begin{array}{r}
2x + (4-p) \\
x^2 - 2x + 2 \overline{\smash)2x^3 - px^2 + px + 3} \\
\underline{2x^3 - 4x^2 + 4x} \\
(4-p)x^2 + (p-4)x + 3 \\
\underline{(4-p)x^2 + (2p-8)x + 8 - 2p} \\
(4-p)x + 2p - 5
\end{array}$$

 $2x^3 - px^2 + px + 3$ 을 $x^2 - 2x + 2$ 로 나누면

따라서 몫이 2x+(4-p), 나머지가 (4-p)x+2p-5 이므로 a+b+c+d=2+(4-p)+(4-p)+2p-5=5 (해설)

$$\begin{array}{r}
x-1 \\
x^{2}+2x-1 \overline{\smash)x^{3}+x^{2}-5x+4} \\
\underline{x^{3}+2x^{2}-x} \\
-x^{2}-4x+4 \\
\underline{-x^{2}-2x+1} \\
-2x+3
\end{array}$$

따라서 몫은 x-1, 나머지는 -2x+3이므로 a=1, b=-1, c=-2, d=3 $\therefore a+b+c+d=1$

27.(정답) ⑤

(해설)

구하는 다항식을
$$f(x)$$
라 하면
$$f(x) = (x^2 + 3x - 4)(2x + 3) + 3$$
$$= 2x^3 + 3x^2 + 6x^2 + 9x - 8x - 12 + 3$$
$$= 2x^3 + 9x^2 + x - 9$$
$$2x^3 + 9x^2 + x - 9 \stackrel{?}{=} 2x^2 + x - 3 \stackrel{?}{=} 2x + 4$$

$$\begin{array}{r}
x+4 \\
2x^2+x-3 \overline{\smash)2x^3+9x^2+x-9} \\
\underline{2x^3+x^2-3x} \\
8x^2+4x-9 \\
\underline{8x^2+4x-12} \\
3
\end{array}$$

따라서 몫은 x+4이고 나머지는 3이므로 몫과 나머지의 합은 x+7