



식의 계산과 이차방정식\_다항식의 곱셈 단원  
마무리(53p~55p)

(개정 중3-1)개념+유형\_과워 53쪽

1

1. 다음 중  $(-a+3b)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

- ①  $-(a-3b)^2$                       ②  $-(a+3b)^2$   
③  $(-a-3b)^2$                     ④  $(a-3b)^2$   
⑤  $(a+3b)^2$

1

2. 다음 중 전개한 식이  $(-x+2y)^2$ 과 같은 것은?

- ①  $(x-2y)^2$                       ②  $(x+2y)^2$   
③  $-(x-2y)^2$                     ④  $-(x+2y)^2$   
⑤  $(-x-2y)^2$

2

3.  $(ax+4)(5x-b)$ 를 전개한 식이  $cx^2+11x+12$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값은?

- ① -21                              ② -15  
③ 9                                ④ 15  
⑤ 21

2

4.  $(-2x+a)(7x-5)=-14x^2+bx-15$ 일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하여라.

3

5. 다음 중 옳은 것은?

- ①  $(a-b)^2 = (b-a)^2$   
②  $(2x-3y)^2 = 4x^2-9y^2$   
③  $(2a+2b)^2 = 2(a+b)^2$   
④  $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 0$   
⑤  $(3a+b)(3a-b) = 9(a^2-b^2)$

3

6. 다음 중 옳은 것은?

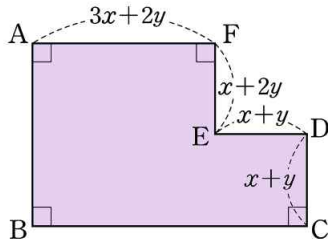
- ①  $(a+b)^2 = a^2+b^2$   
②  $(a-b)^2 = (b-a)^2$   
③  $(a-b)(-a+b) = -a^2-b^2$   
④  $(2a+2b)^2 = 2(a+b)^2$   
⑤  $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 4ab$

4

7. 한 변의 길이가  $x$ 인 정사각형에서 가로  
길이를  $a$ 만큼 늘이고 세로의 길이를  $b$ 만큼  
줄였더니 넓이가  $x^2-x-12$ 가 되었다. 이때  
 $a-b$ 의 값은?

- ① -1                              ② 0  
③ 1                                ④ 4  
⑤ 7

8. 다음 도형의 넓이  $S$ 를  $x, y$ 로 나타내면?



- ①  $S = 7x^2 + 15xy + 7y^2$   
 ②  $S = 7x^2 + 14xy + 7y^2$   
 ③  $S = 7x^2 + 13xy + 7y^2$   
 ④  $S = 7x^2 + 12xy + 7y^2$   
 ⑤  $S = 7x^2 + 11xy + 7y^2$

9. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(1) \frac{3}{\sqrt{5}} + \sqrt{\frac{21}{2}} \div \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{14}} - \sqrt{(-2)^2} \times (-\sqrt{5})^2$$

$$(2) \sqrt{48} + \frac{\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{2})}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

10.  $(\sqrt{2}+4)^2 - (2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)$ 을 계산하면?

- ①  $19 - 20\sqrt{2}$                       ②  $19 - 8\sqrt{2}$   
 ③  $19 - 4\sqrt{2}$                       ④  $19 + 4\sqrt{2}$   
 ⑤  $19 + 8\sqrt{2}$

1

1

$$(1+2\sqrt{2})(3-a\sqrt{2}) - (4\sqrt{2}+5)^2 - \frac{a(6\sqrt{2}-4)}{\sqrt{2}}$$

가 유리수가 되도록 하는 유리수  $a$ 의 값을 구하여라.

12.

$$A = (\sqrt{3}+5a)(\sqrt{3}-7) + 2\sqrt{3}$$

유리수일 때,  $A$ 의 값을 구하여라. (단,  $a$ 는 유리수이다.)

13.

유리수  $a, b$ 에 대하여

$$\frac{2+\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} = a+b\sqrt{3} \text{ 일 때, } a-b \text{의 값을 구하여라.}$$

14.

$$\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) + \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} + \sqrt{24}$$

를 간단히 하면  $a\sqrt{2}+b\sqrt{3}+c$ 이다. 유리수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

8

15.  $99^2$ 을 곱셈공식을 이용하여 계산하려고 할 때, 다음 중 편리하게 이용할 수 있는 것은?

- ①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 ②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 ③  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$   
 ④  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$   
 ⑤  $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

8

16.  $203^2$ 을 곱셈 공식을 이용하여 풀려고 할 때, 다음 중 가장 적당한 것은?

- ①  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
 ②  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$   
 ③  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$   
 ④  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$   
 ⑤  $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

9

17.  $x+y=3$ ,  $xy=1$  일 때,  $x^2+y^2$ 의 값은?

- ① 4                                  ② 5  
 ③ 6                                  ④ 7  
 ⑤ 8

9

18.  $x+y=3$ ,  $xy=-3$ 일 때,  $x^2+y^2-xy$ 의 값은?

- ① 12                                  ② 15  
 ③ 18                                  ④ 21  
 ⑤ 24

10

19.  $x = \frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$ ,  $y = \frac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$  일 때,  $x^2+3xy+y^2$ 의 값을 구하여라.

10

20.  $x = \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ ,  $y = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  일 때,  $x^2-xy+y^2$ 의 값을 구하여라.

11

21.  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{9}+\sqrt{10}}$ 의 소수 부분을  $a$ 라고 할 때,  $a^2+6a+2$ 의 값을 구하여라.

11

22.  $x = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$  일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

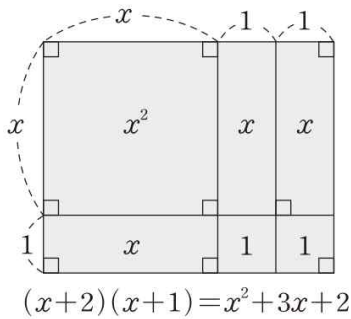
12

23. 다항식  $(5a-7b+3)(a+2b-1)$ 을 전개한 식에서  $a$ 의 계수를  $A$ ,  $b$ 의 계수를  $B$ 라 할 때,  $A+B$ 의 값을 구하여라.

24.  $(2x+3y-5)(3x+ay+4)$ 의 전개식에서  $xy$ 의 계수가 5이었다.  $a$ 의 값을 구하면?

- ① -2                      ② -1  
③ 1                        ④ 2  
⑤ 3

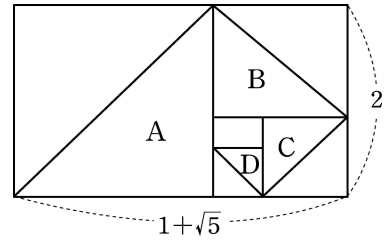
25. 고대 그리스 사람들은 수학은 곧 기하라고 생각하여 수학적인 사실들을 기하학적인 표현으로 이해하고 설명하였다. 식의 계산 과정을 도형의 길이와 넓이를 이용하여 알아보는 방법은 그리스 사람들로부터 시작되었다고 한다. 아래 그림은  $(x+2)(x+1)$ 을 도형의 길이와 넓이를 이용하여 전개한 것이다.



이와 같은 방법으로 다음 다항식의 곱셈을 그림을 그려 나타내고 전개식을 쓰시오.

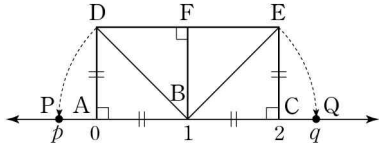
$(2x+1)(x+3)$

26. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각  $1+\sqrt{5}$ , 2인 직사각형을 정사각형으로 차례로 분할한 다음 정사각형의 한 변의 길이를 두 변으로 하는 직각삼각형 A, B, C, D를 그린 것이다. 이 때, 직각삼각형 A, B, C, D의 넓이의 합을 구하시오.



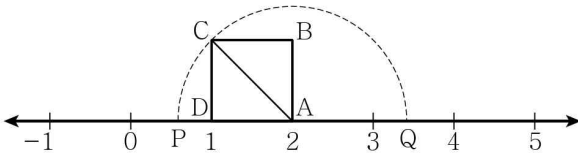
- (1) A의 넓이를 구하시오.
- (2) B의 넓이를 구하시오.
- (3) C의 넓이를 구하시오.
- (4) D의 넓이를 구하시오.
- (5) 넓이의 합을 구하시오.

27. 다음 그림에서  $\overline{AD} = \overline{CE} = 1$ 이고, 두 사각형  $ABFD$ ,  $BCEF$ 는 정사각형이다.  $\overline{BD} = \overline{BP}$ ,  $\overline{BE} = \overline{BQ}$ 일 때, 두 점  $P$ ,  $Q$ 에 각각 대응하는 수  $p$ ,  $q$ 에 대하여  $\frac{1}{p} - \frac{1}{q}$ 을 구하려고 한다. 물음에 답하시오. (과정을 쓸 것)



- (1)  $p$ 의 값을 구하시오.
- (2)  $q$ 의 값을 구하시오.
- (3)  $\frac{1}{p} - \frac{1}{q}$ 의 값을 구하시오.

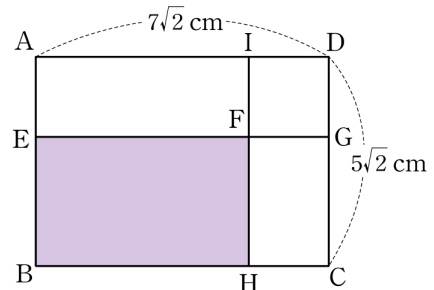
28. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형  $ABCD$ 가 있다. 점  $A$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{AC}$ 인 원을 그려 수직선과 만나는 두 점  $P$ ,  $Q$ 에 대응하는 수를 각각  $a$ ,  $b$ 라고 할 때,  $ab$ 의 값을 구하여라.



29. 자연수  $n$ 에 대하여  $\sqrt{n^2+1}$ ,  $\sqrt{n^2+2n}$ ,  $n+2$ 가 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 때, 이 삼각형의 넓이는?

- ①  $\frac{5\sqrt{6}}{2}$                       ②  $3\sqrt{6}$
- ③  $\frac{7\sqrt{6}}{2}$                       ④  $4\sqrt{6}$
- ⑤  $\frac{9\sqrt{6}}{2}$

30. 다음 직사각형  $ABCD$ 에서 가로 길이는  $7\sqrt{2}$  cm, 세로 길이는  $5\sqrt{2}$  cm이다. 정사각형  $IFGD$ 의 넓이가  $3\text{cm}^2$ 이고 직사각형  $EBHF$ 의 넓이는  $(a+b\sqrt{6})\text{cm}^2$ 일 때, 유리수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a-b$ 의 값을 구하시오.



31.  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$  일 때,  
 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(99) = a + b\sqrt{11}$  이 다.  
 $a, b$ 가 유리수일 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?  
 ① 4                                  ② 6  
 ③ 9                                  ④ 12  
 ⑤ 13

32. 자연수  $x$ 에 대하여  
 $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$  일 때,  
 $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(48)}$ 의 값은?  
 ① 3                                  ② 4  
 ③ 5                                  ④ 6  
 ⑤ 7

33. 다음 주어진 식에서  $a+b$ 의 값을 구하면?

$$(x-2)(x+2)(x^2+2^2)(x^4+2^4) = x^a - 2^b$$

- ① 16                                  ② 14  
 ③ 12                                  ④ 10  
 ⑤ 8

34.  $(100-1)(100+1)(100^2+1) = 10^A - 1$  일  
 때,  $A$ 의 값은?  
 ① 16                                  ② 8  
 ③ 6                                  ④ 4  
 ⑤ 2

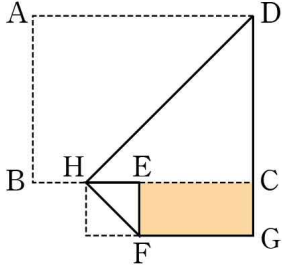
35.  $x^2 - 3x - 1 = 0$  일 때,  $x^2 - 5x + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의  
 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

36.  $x - \frac{1}{x} = 5$  일 때,  $x^2 - 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값은?  
 ① 6                                  ② 12  
 ③ 14                                  ④ 16  
 ⑤ 18

37. 상준이는  $(4x+1)(x-2)$ 를 전개하는데  
 상수항  $-2$ 를  $A$ 로 잘못 보아서  $4x^2 + 9x + 2B$ 로  
 전개하였고, 건우는  $(x+5)(3x-2)$ 를 전개하는데  
 $x$ 의 계수  $1$ 을  $C$ 로 잘못 보아서  
 $3Cx^2 + 11x - 10$ 으로 전개하였다. 이때 상수  $A$ ,  
 $B, C$ 에 대하여  $AB - C$ 의 값을 구하여라.

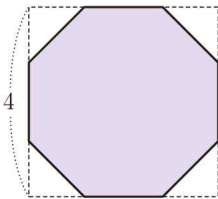
38. 지훈이는  $(3x-2)(x+5)$ 에서  $5$ 를  $A$ 로  
 잘못 보고 전개하였더니  $3x^2 - 14x + B$ 가 되었다.  
 $B - A$ 의 값은?  
 ①  $-12$                                   ②  $-4$   
 ③  $0$                                   ④  $4$   
 ⑤  $12$

39. 가로와 세로의 길이가  $2x$ ,  $y$ 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, 사각형 EFGC의 넓이는?



- ①  $4x^2 + 6xy + 2y^2$   
 ②  $4x^2 + 6xy - 2y^2$   
 ③  $-4x^2 + 6xy + 2y^2$   
 ④  $-4x^2 - 6xy + 2y^2$   
 ⑤  $-4x^2 + 6xy - 2y^2$

40. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형의 네 모퉁이에서 직각이등변삼각형을 잘라 정팔각형을 만들었다. 이 정팔각형의 넓이를  $a + b\sqrt{2}$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.



41.  $x = \sqrt{2}$  일 때,  $\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$ 의 값을 구하여라.

42.  $x = \sqrt{3}$  일 때,  $\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$ 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

1. (정답) ④

(해설)

$$(-a+3b)^2 = \{-(a-3b)\}^2 = (a-3b)^2$$

2. (정답) ①

(해설)

$$(-x+2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$$

- ①  $x^2 - 4xy + 4y^2$       ②  $x^2 + 4xy + 4y^2$   
 ③  $-x^2 + 4xy - 4y^2$       ④  $-x^2 - 4xy - 4y^2$   
 ⑤  $x^2 + 4xy + 4y^2$

3. (정답) ①

(해설)

$$(ax+4)(5x-b) = 5ax^2 + (20-ab)x - 4b$$

$$= cx^2 + 11x + 12$$

$$-4b = 12 \text{ 에서 } b = -3$$

$$20-ab = 11 \text{ 에서 } 20+3a = 11 \quad \therefore a = -3$$

$$5a = c \text{ 에서 } c = -15$$

$$\therefore a+b+c = (-3) + (-3) + (-15) = -21$$

4. (정답) 34

(해설)

$$(-2x+a)(7x-5) = -14x^2 + (10+7a)x - 5a$$

$$= -14x^2 + bx - 15$$

$$\text{이므로 } 10+7a = b, \quad -5a = -15$$

$$\therefore a = 3, \quad b = 31$$

$$\therefore a+b = 34$$

5. (정답) ①

(해설)

$$\textcircled{1} (a-b)^2 = \{-(b-a)\}^2 = (b-a)^2$$

$$\textcircled{2} (2x-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$\textcircled{3} (2a+2b)^2 = 4a^2 + 8ab + 4b^2$$

$$2(a+b)^2 = 2a^2 + 4ab + 2b^2$$

$$\textcircled{4} (a+b)^2 - (a-b)^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$$

$$= 4ab$$

$$\textcircled{5} (3a+b)(3a-b) = 9a^2 - b^2$$

6. (정답) ②

(해설)

$$\textcircled{1} (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\textcircled{2} (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(b-a)^2 = b^2 - 2ba + a^2$$

$$\therefore (a-b)^2 = (b-a)^2$$

$$\textcircled{3} (a-b)(-a+b) = -(a-b)(a-b)$$

$$= -(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$= -a^2 + 2ab - b^2$$

$$\textcircled{4} (2a+2b)^2 = \{2(a+b)\}^2 = 4(a+b)^2$$

$$\textcircled{5} (a+b)^2 + (a-b)^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2$$

$$= 2a^2 + 2b^2$$

7. (정답) ①

(해설)

$$(x+a)(x-b) = x^2 + (a-b)x - ab$$

$$= x^2 - x - 12$$

$$\therefore a-b = -1$$



8. (정답) ①

(해설)

$$\begin{aligned} S &= (3x + 2y + x + y)(x + 2y + x + y) \\ &\quad - (x + 2y)(x + y) \\ &= (4x + 3y)(2x + 3y) - (x + 2y)(x + y) \\ &= 8x^2 + 18xy + 9y^2 - x^2 - 3xy - 2y^2 \\ &= 7x^2 + 15xy + 7y^2 \end{aligned}$$

9. (정답) (1)  $2\sqrt{5} - 10$  (2)  $3\sqrt{3} + 2$

(해설)

$$\begin{aligned} (1) \text{ (주어진 식)} \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{15}} - 2 \times 5 \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{5} + \sqrt{\frac{21 \times 14}{2 \times 15}} - 10 \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{5} + \sqrt{\frac{7^2}{5}} - 10 \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{5} + \frac{7}{\sqrt{5}} - 10 \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{5} + \frac{7\sqrt{5}}{5} - 10 \\ &= 2\sqrt{5} - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ (주어진 식)} \\ &= 4\sqrt{3} + \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &\quad \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 4\sqrt{3} + \frac{(3\sqrt{2} - \sqrt{6})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &\quad - \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{2} \\ &= 4\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} - \frac{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2}{2} \\ &= 4\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} - 1 \\ &= 3\sqrt{3} + 2 \end{aligned}$$

10. (정답) ⑤

(해설)

$$\begin{aligned} &(\sqrt{2} + 4)^2 - (2\sqrt{2} - 3)(2\sqrt{2} + 3) \\ &= (\sqrt{2})^2 + 8\sqrt{2} + 4^2 - \{(2\sqrt{2})^2 - 3^2\} \\ &= 18 + 8\sqrt{2} - (8 - 9) \\ &= 18 + 8\sqrt{2} + 1 = 19 + 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

11. (정답)  $a = 34$

(해설)

$$\begin{aligned} &(1 + 2\sqrt{2})(3 - a\sqrt{2}) - (4\sqrt{2} + 5)^2 \\ &\quad - \frac{a(6\sqrt{2} - 4)}{\sqrt{2}} \\ &= (3 - 4a) + (6 - a)\sqrt{2} - (57 + 40\sqrt{2}) \\ &\quad - a(6 - 2\sqrt{2}) \\ &= (-54 - 10a) + (-34 + a)\sqrt{2} \\ &\text{위의 식이 유리수가 되려면} \\ &-34 + a = 0 \quad \therefore a = 34 \end{aligned}$$

12. (정답)  $A = -32$

(해설)

$$\begin{aligned} A &= (\sqrt{3} + 5a)(\sqrt{3} - 7) + 2\sqrt{3} \\ &= 3 + (5a - 7)\sqrt{3} - 35a + 2\sqrt{3} \\ &= (3 - 35a) + (5a - 5)\sqrt{3} \\ &\text{A가 유리수이므로 } 5a - 5 = 0 \text{ 이어야 한다.} \\ &\therefore a = 1 \\ &\therefore A = 3 - 35a = 3 - 35 = -32 \end{aligned}$$

13. (정답) 3

(해설)

$$\begin{aligned}\frac{2+\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}} &= \frac{(2+\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} \\ &= 14-8\sqrt{3}+7\sqrt{3}-12 \\ &= 2-\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서,  $a=2$ ,  $b=-1$  이므로  $a-b=2-(-1)=3$

14. (정답) 9

(해설)

(주어진 식)

$$\begin{aligned}&= \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) \\ &\quad + \frac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} + \sqrt{24} \\ &= 2\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) + \frac{4-4\sqrt{3}+3}{4-3} + 2\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{18}-2\sqrt{6}+7-4\sqrt{3}+2\sqrt{6} \\ &= 6\sqrt{2}-4\sqrt{3}+7 \quad \dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

$a=6$ ,  $b=-4$ ,  $c=7$  이므로

$$a+b+c=6+(-4)+7=9 \quad \dots \textcircled{2}$$

단계	채점 기준	배점
①	분모를 유리화한 후 식을 간단히 정리하기	60%
②	$a+b+c$ 의 값 구하기	40%

15. (정답) ②

(해설)

$$99^2 = (100-1)^2 \text{이므로}$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{을 이용한다.}$$

16. (정답) ③

(해설)

$$\begin{aligned}203^2 &= (200+3)^2 \\ &= 40000 + 1200 + 9 = 41209\end{aligned}$$

17. (정답) ④

(해설)

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 9 - 2 = 7$$

18. (정답) ③

(해설)

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 - xy &= (x+y)^2 - 3xy \\ &= 3^2 - 3 \times (-3) \\ &= 9 + 9 = 18\end{aligned}$$

19. (정답) 27

(해설)

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{3}} \\
 &= \frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})} \\
 &= \sqrt{6}+\sqrt{3} \\
 y &= \frac{3}{\sqrt{6}+\sqrt{3}} \\
 &= \frac{3(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})} \\
 &= \sqrt{6}-\sqrt{3} \\
 \therefore x^2+3xy+y^2 &= (x^2+2xy+y^2)+xy \\
 &= (x+y)^2+xy \\
 &= (2\sqrt{6})^2+(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3}) \\
 &= 24+3=27
 \end{aligned}$$

20. (정답) 61

(해설)

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} \\
 &= \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} \\
 &= \frac{8+2\sqrt{15}}{2}=4+\sqrt{15} \\
 y &= \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \\
 &= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} \\
 &= \frac{8-2\sqrt{15}}{2}=4-\sqrt{15} \\
 \therefore x^2-xy+y^2 &= (x^2-2xy+y^2)+xy \\
 &= (x-y)^2+xy \\
 &= (2\sqrt{15})^2+(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15}) \\
 &= 60+1=61
 \end{aligned}$$

21. (정답) 3

(해설)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} \\ &= \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})} \\ &= \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \\ &\therefore (\text{주어진 식}) \\ &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) \\ &\quad + \cdots + (\sqrt{10} - \sqrt{9}) \\ &= \sqrt{10} - 1 \\ &3 < \sqrt{10} < 4 \text{에서 } 2 < \sqrt{10} - 1 < 3 \text{이므로} \\ &a = (\sqrt{10} - 1) - 2 = \sqrt{10} - 3 \\ &a + 3 = \sqrt{10} \text{의 양변을 제곱하면} \\ &a^2 + 6a + 9 = 10 \text{이므로} \\ &a^2 + 6a = 1 \\ &\therefore a^2 + 6a + 2 = 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$

22. (정답) 14

(해설)

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}, \quad \frac{1}{x} = 2 + \sqrt{3} \\ \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \\ &= (2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3})^2 - 2 \\ &= 16 - 2 = 14 \end{aligned}$$

23. (정답) 11

(해설)

주어진 식의 전개식에서  $a$ 항은

$$5a \times (-1) + 3 \times a = -5a + 3a = -2a$$

이므로  $A = -2$

$b$ 항은

$$-7b \times (-1) + 3 \times 2b = 7b + 6b = 13b$$

이므로  $B = 13$

$$\therefore A + B = 11$$

24. (정답) ①

(해설)

$(2x + 3y - 5)(3x + ay + 4)$ 에서  $xy$ 항은

$$2x \times ay + 3y \times 3x = (2a + 9)xy$$

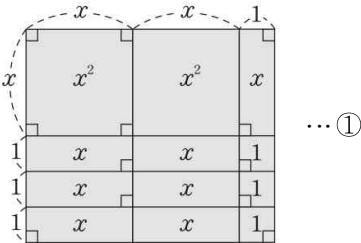
$$2a + 9 = 5, \quad 2a = -4$$

$$\therefore a = -2$$

25. (정답) 해설 참조

(해설)

$(2x+1)(x+3)$ 을 도형의 길이와 넓이를 이용하여 그림으로 나타내면 다음과 같다.



이때 각 사각형의 넓이의 합은

$$2 \times x^2 + 7 \times x + 3 \times 1 = 2x^2 + 7x + 3 \quad \dots \textcircled{2}$$

큰 직사각형의 넓이는  $(2x+1)(x+3)$ 이고, 이것이

$$\text{서로 같으므로 } (2x+1)(x+3) = 2x^2 + 7x + 3 \quad \dots \textcircled{3}$$

단계	채점 기준	배점
①	그림을 그려 나타내기	50%
②	각 직사각형의 넓이의 합 구하기	25%
③	넓이가 같음을 이용하여 전개식 구하기	25%

26. (정답) (1) 2 (2)  $3 - \sqrt{5}$  (3)  $7 - 3\sqrt{5}$  (4)  $18 - 8\sqrt{5}$

(5)  $30 - 12\sqrt{5}$

(해설)

(1) (A의 넓이)  $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

(2) (B의 한 변의 길이)  $= 1 + \sqrt{5} - 2 = \sqrt{5} - 1$

(B의 넓이)  $= \frac{1}{2} (\sqrt{5} - 1)^2 = 3 - \sqrt{5}$

(3) (C의 한 변의 길이)  $= 2 - (\sqrt{5} - 1) = 3 - \sqrt{5}$

(C의 넓이)  $= \frac{1}{2} (3 - \sqrt{5})^2 = 7 - 3\sqrt{5}$

(4) (D의 한 변의 길이)

$$= (\sqrt{5} - 1) - (3 - \sqrt{5}) = 2\sqrt{5} - 4$$

(D의 넓이)  $= \frac{1}{2} (2\sqrt{5} - 4)^2 = 18 - 8\sqrt{5}$

(5) (넓이의 합)

$$= 2 + 3 - \sqrt{5} + 7 - 3\sqrt{5} + 18 - 8\sqrt{5}$$

$$= 30 - 12\sqrt{5}$$

27. (정답) (풀이 해설 참조) (1)  $1 - \sqrt{2}$  (2)  $1 + \sqrt{2}$

(3)  $-2\sqrt{2}$

(해설)

(1)  $\overline{BD} = \overline{BP} = \sqrt{2}$  이므로

$p$ 의 값은  $1 - \sqrt{2}$  이다.

(2)  $\overline{BE} = \overline{BQ} = \sqrt{2}$  이므로

$q$ 의 값은  $1 + \sqrt{2}$  이다.

(3)  $\frac{1}{p} - \frac{1}{q}$

$$= \frac{1}{1 - \sqrt{2}} - \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{2}) - (1 - \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{-1} = -2\sqrt{2}$$

28. (정답) 2

(해설)

$$\overline{AC} = \sqrt{2}$$

$$\overline{AP} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } a = 2 - \sqrt{2}$$

$$\overline{AQ} = \sqrt{2} \text{ 이므로 } b = 2 + \sqrt{2}$$

$$\therefore ab = (2 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{2}) = 4 - 2 = 2$$

29. (정답) ①

(해설)

[출제의도] 실수의 대소 관계를 이용하여 내적 문제를 해결한다.

자연수  $n$ 에 대하여

$$n+2 > n+1 \text{ 이고}$$

$$n+1 > \sqrt{n^2+2n} > \sqrt{n^2+1}$$

$$(\because n+1 = \sqrt{n^2+2n+1})$$

$$\therefore n+2 > \sqrt{n^2+2n} > \sqrt{n^2+1}$$

따라서 길이가  $n+2$ 인 변이 직각삼각형의 빗변이 된다.

피타고라스의 정리에 의하여

$$(n+2)^2 = (\sqrt{n^2+2n})^2 + (\sqrt{n^2+1})^2 \text{에서}$$

$$n^2+4n+4 = (n^2+2n) + (n^2+1)$$

$$n^2-2n-3=0$$

$$(n-3)(n+1)=0$$

$$\therefore n=3 \quad (\because n>0)$$

따라서 직각삼각형의 세 변의 길이는

$$5, \sqrt{15}, \sqrt{10}$$

이므로 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{15} \times \sqrt{10} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$$

30. (정답) 85

(해설)

정사각형 IFGD의 한 변의 길이가  $\sqrt{3}\text{cm}$ 이므로

$$\overline{EF} = \overline{AI} = (7\sqrt{2} - \sqrt{3})\text{cm}$$

$$\overline{FH} = \overline{GC} = (5\sqrt{2} - \sqrt{3})\text{cm}$$

$\therefore$  (직사각형 EBHF의 넓이)

$$= (7\sqrt{2} - \sqrt{3})(5\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$= 70 - 7\sqrt{6} - 5\sqrt{6} + 3$$

$$= 73 - 12\sqrt{6} (\text{cm}^2)$$

따라서  $a = 73$ ,  $b = -12$ 이므로

$$a - b = 85$$

31. (정답) ②

(해설)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})}$$

$$= \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}{2}$$

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(99)$$

$$= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{0}}{2} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{1}}{2} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{2}}{2}$$

$$+ \dots + \frac{\sqrt{100} - \sqrt{98}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{100} + \sqrt{99} - 1}{2} = \frac{9}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{11}$$

$$a = \frac{9}{2}, b = \frac{3}{2} \therefore a + b = 6$$

32. (정답) ④

(해설)

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \sqrt{x} + \sqrt{x+1} \text{ 이므로} \\
 \frac{1}{f(x)} &= \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} \\
 &= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x} - \sqrt{x+1})} \\
 &= \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+1}}{x - (x+1)} \\
 &= -\sqrt{x} + \sqrt{x+1} \\
 \therefore \frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \cdots + \frac{1}{f(48)} \\
 &= (-\sqrt{1} + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) \\
 &\quad + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{47} + \sqrt{48}) \\
 &\quad + (-\sqrt{48} + \sqrt{49}) \\
 &= -\sqrt{1} + \sqrt{49} \\
 &= -1 + 7 = 6
 \end{aligned}$$

33. (정답) ①

(해설)

$$\begin{aligned}
 (x-2)(x+2)(x^2+2^2)(x^4+2^4) &= x^8 - 2^8 = x^a - 2^b \\
 \text{이므로 } a &= b = 8 \\
 \text{따라서 } a+b &= 8+8 = 16
 \end{aligned}$$

34. (정답) ②

(해설)

$$\begin{aligned}
 (100-1)(100+1)(100^2+1) \\
 &= (100^2-1)(100^2+1) \\
 &= (100^2)^2 - 1 \\
 &= (10^4)^2 - 1 \\
 &= 10^8 - 1
 \end{aligned}$$

35. (정답) -4

(해설)

$x=0$ 이면  $x^2-3x-1=0$ 을 만족하지 않으므로  
 $x \neq 0$

$x^2-3x-1=0$ 의 양변을  $x$ 로 나누면

$$x - 3 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 3 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$x - \frac{1}{x} = 3$ 의 양변을 제곱하면

$$\begin{aligned}
 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= 3^2, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 9 \quad \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 11 \\
 \cdots \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore x^2 - 5x + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \\
 &= x^2 + \frac{1}{x^2} - 5\left(x - \frac{1}{x}\right) \\
 &= 11 - 5 \times 3 = -4 \quad \cdots \textcircled{3}
 \end{aligned}$$

단계	채점 기준	배점
①	양변을 $x$ 로 나누어 $x + \frac{1}{x}$ 의 값 구하기	30%
②	양변을 제곱하여 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값 구하기	40%
③	주어진 식의 값 구하기	30%

36. (정답) ②

(해설)

$$\begin{aligned}
 \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= 5^2 \\
 x^2 - 2 + \frac{1}{x^2} &= 25, \quad x^2 + \frac{1}{x^2} = 27 \\
 x^2 - 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x - \frac{1}{x}\right) \\
 &= 27 - 3 \times 5 = 27 - 15 = 12
 \end{aligned}$$

37. (정답) 0

(해설)

$$(4x+1)(x+A) = 4x^2 + (4A+1)x + A \text{ 이므로}$$

$$4A+1=9, A=2B$$

$$\therefore A=2, B=1$$

$$(Cx+5)(3x-2) = 3Cx^2 + (15-2C)x - 10 \text{ 이므로}$$

$$15-2C=11 \quad \therefore C=2$$

$$\therefore AB-C = 2 \times 1 - 2 = 0$$

38. (정답) ⑤

(해설)

$$(3x-2)(x+A) = 3x^2 + (3A-2)x - 2A$$

$$= 3x^2 - 14x + B$$

$$\text{이므로 } 3A-2 = -14, -2A = B$$

$$\text{따라서 } A = -4, B = 8 \text{ 이므로}$$

$$B-A = 8 - (-4) = 12$$

39. (정답) ⑤

(해설)

$$\overline{CG} = 2x - y$$

$$\overline{EC} = \overline{BC} - 2\overline{BH} = 2x - 2(2x - y) = -2x + 2y$$

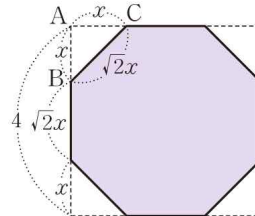
따라서 사각형 EFGC의 넓이는

$$(2x-y)(-2x+2y) = -4x^2 + 6xy - 2y^2$$

40. (정답) 0

(해설)

직각이등변삼각형 ABC에서  $\overline{AB} = \overline{AC} = x$  라 하면  $\overline{BC}$ 는 한 변의 길이가  $x$ 인 정사각형의 대각선의 길이이므로  $\overline{BC} = \sqrt{2}x$



이때 처음 정사각형의 한 변의 길이는 4이므로

$$x + \sqrt{2}x + x = 4, (2 + \sqrt{2})x = 4$$

$$\therefore x = \frac{4}{2 + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{4(2 - \sqrt{2})}{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})}$$

$$= \frac{4(2 - \sqrt{2})}{2} = 4 - 2\sqrt{2}$$

$\therefore$  (정팔각형의 넓이)

$$= (\text{정사각형의 넓이}) - 4\triangle ABC$$

$$= 4 \times 4 - 4 \times \left\{ \frac{1}{2} \times (4 - 2\sqrt{2}) \times (4 - 2\sqrt{2}) \right\}$$

$$= 16 - 4 \times \left\{ \frac{1}{2} \times (24 - 16\sqrt{2}) \right\}$$

$$= 16 - 48 + 32\sqrt{2}$$

$$= -32 + 32\sqrt{2}$$

따라서  $-32 + 32\sqrt{2} = a + b\sqrt{2}$  이므로

$$a = -32, b = 32$$

$$\therefore a + b = -32 + 32 = 0$$



41. (정답)  $\sqrt{2}+1$

(해설)

$\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}}$ 의 분모, 분자에  $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$ 을 곱하면

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= \frac{x+1+2\sqrt{(x+1)(x-1)}+x-1}{x+1-(x-1)} \\ &= \frac{2x+2\sqrt{x^2-1}}{2} \\ &= x+\sqrt{x^2-1} \end{aligned}$$

$x = \sqrt{2}$  이므로

$$(\text{주어진 식}) = \sqrt{2} + \sqrt{1} = \sqrt{2} + 1$$

42. (정답)  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

(해설)

$$\begin{aligned} &\frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} \\ &= \frac{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})^2}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})} \\ &= \frac{x+1+2\sqrt{(x+1)(x-1)}+x-1}{(x+1)-(x-1)} \\ &= \frac{2x+2\sqrt{x^2-1}}{2} = x + \sqrt{x^2-1} \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$x + \sqrt{x^2-1}$ 에  $x = \sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} x + \sqrt{x^2-1} &= \sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3})^2-1} \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{3-1} \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{2} \quad \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

단계	채점 기준	배점
①	분모를 유리화하여 식을 간단히 하기	80%
②	$x = \sqrt{3}$ 을 대입하여 식의 값 구하기	20%