

	수학(상)_썸_다항식_다항식의 연산(10p~13p)	출제자	
		메타교육	
	쌍둥이 문제(1배수)	년	
		월 일	

(고1-1)썸 11쪽

27

1. 다음 물음에 답하여라.

- (1) $a + b = 3$, $ab = 2$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.
 (2) $a - b = 4$, $ab = -2$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

28

2. $x + y = 3$, $xy = 2$ 일 때, 식의 값을 구하여라.

- (1) $x^2 + y^2$
 (2) $(x - y)^2$

29

3. 두 실수 a , b 에 대하여

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3, ab = 2$$

일 때, $a - b$ 의 값은? (단, $a > b$)

- ① $2\sqrt{6}$ ② $2\sqrt{7}$
 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 6
 ⑤ $2\sqrt{10}$

30

4. 다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.

- (1) $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - [\quad]$
 (2) $(a + b)^2 = (a - b)^2 + [\quad]$

31

5. $a - b = 1$, $ab = 4$ 일 때, $a^3 - b^3$ 의 값을 구하여라.

32

6. 세 실수 x , y , z 에 대하여

$$x + y + z = 2$$

$$xy + yz + zx = -1$$

$$xyz = -2$$

일 때, $x^4 + y^4 + z^4$ 의 값을 구하여라.

33

7. $x - \frac{1}{x} = 5$ 일 때, 식의 값을 구하여라.

- (1) $x^2 + \frac{1}{x^2}$
 (2) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

34

8. $x^2 - x - 1 = 0$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

- (1) $x - \frac{1}{x}$
 (2) $x^2 + \frac{1}{x^2}$
 (3) $x^3 - \frac{1}{x^3}$

35

9. 두 실수 a, b 에 대하여 $a + b = 4$, $a^3 + b^3 = 40$ 일 때, ab 의 값은?

- ① 1 ② 2
 ③ 3 ④ 4
 ⑤ 5

36

10. $a + b = 3$, $a^2 + b^2 = 5$ 일 때 $a^3 + b^3$ 의 값은?

- ① 9 ② 11
 ③ 13 ④ -11
 ⑤ -9

37

11. 다음 나눗셈을 하여 몫과 나머지를 구하여라.

- (1) $x^2 + 2x - 1 \overline{) x^3 + 5x^2 - 3x + 2}$
 (2) $x^2 - 2x - 1 \overline{) 4x^3 - x^2 - 2x + 6}$
 (3) $2x^2 + 2x - 1 \overline{) 4x^3 + 2x^2 - 3x + 6}$

38

12. 다음 나눗셈을 하여 몫을 구하여라.

- (1) $x + 2 \overline{) 2x^3 - x^2 + 2x + 3}$
 (2) $x - 1 \overline{) -2x^3 - 4x^2 + 3x + 1}$

39

13. 다음 나눗셈을 하여 몫을 구하여라.

- (1) $x + 2 \overline{) x^2 + 3x + 3}$
 (2) $-x + 1 \overline{) 2x^2 - 3x + 4}$

40

14. 다항식 A 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫은 $x + 1$, 나머지는 5이다. 다항식 A 를 구하여라.

41

15. 다항식 A 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 x^2+x+1 이고 나머지가 3일 때, 다항식 A 를 구하여라.

42

16. 다항식 $3x^3-2x+1$ 을 x^2+2x-1 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하여 $A=BQ+R$ 의 꼴로 나타내어라.

43

17. 다항식 x^3-2x^2-3x+4 를 x^2+1 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하여 $A=BQ+R$ 의 꼴로 나타내어라.

(고1-1) 쉼 12쪽

44

18. 두 다항식 A, B 에 대하여

$$A = x^2 + 3xy - 2y^2$$

$$B = 3x^2 - xy + 2y^2$$

일 때 $2(X+A+B)=3(A-B)$ 를 만족시키는 다항식 X 는?

- ① $-7x^2 - xy - 6y^2$
- ② $-7x^2 + xy + 6y^2$
- ③ $-7x^2 + 4xy - 6y^2$
- ④ $7x^2 - 4xy + 6y^2$
- ⑤ $7x^2 + 4xy + 6y^2$

45

19. $a=2x+y, b=x-2y$ 일 때,

$2(a-b)-(a-3b)$ 를 x, y 에 대한 식으로 나타낸 것은?

- ① $x-3y$
- ② $x-y$
- ③ $x+y$
- ④ $3x-y$
- ⑤ $3x+y$

46

20. 두 다항식 A, B 에 대하여

$$A \odot B = 2B - A$$

라고 할 때, $(x^2+xy-y^2) \odot (2x^2-3xy+y^2)$ 을 계산하면?

- ① $x^2 - 4xy + 2y^2$
- ② $4xy - 2y^2$
- ③ $3x^2 - 2xy$
- ④ $2x^2 + 3xy + y^2$
- ⑤ $3x^2 - 7xy + 3y^2$

47

21. 두 다항식 A, B 에 대하여

$$A+B=x^2+2$$

$$A-2B=-2x^2-3x+2$$

일 때, $A-B$ 를 계산하면?

- ① $-x^2-2x$
- ② $-x^2-2x+2$
- ③ $-x^2+2x-2$
- ④ $-x^2+2x$
- ⑤ $-x^2+2x+2$

22. 두 다항식 A, B 에 대하여

$$A - B = -3x^2 + 2xy - 2y^2$$

$$A + B = x^2 - 2y^2$$

일 때, 다항식 $A + 2B$ 를 계산하여라.

23. $(2 - 3x + 4x^2 - x^3)^2$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는?

- | | |
|------|------|
| ① 20 | ② 22 |
| ③ 24 | ④ 26 |
| ⑤ 28 | |

24. x 의 다항식

$$(x^3 + 3x^2 - x + 1)(2x^2 - x + 2)$$

의 전개식에서 x^4 의 계수를 a , x^2 의 계수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은?

- | | |
|------|------|
| ① 6 | ② 8 |
| ③ 10 | ④ 12 |
| ⑤ 14 | |

25. x 에 대한 다항식

$$(2x^3 - x^2 + 3x - 5)(ax^2 + 3x + 1)$$

의 전개식에서 x^2 의 계수는 3, x 의 계수는 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- | | |
|-------|-------|
| ① -14 | ② -13 |
| ③ -12 | ④ -11 |
| ⑤ -10 | |

26. x 에 대한 다항식

$$(10 + 9x + 8x^2 + 7x^3 + \cdots + x^9)^2$$

의 전개식에서 x^4 의 계수는?

- | | |
|-------|-------|
| ① 307 | ② 308 |
| ③ 309 | ④ 310 |
| ⑤ 311 | |

27. x 에 대한 다항식

$$(1 + x + x^2 + \cdots + x^{10})^2$$

의 전개식에서 x^{10} 의 계수는?

- | | |
|------|------|
| ① 1 | ② 9 |
| ③ 10 | ④ 11 |
| ⑤ 20 | |

28. 세 실수 a, b, c 에 대하여

$$a^2 + b^2 + 4c^2 = 44, \quad ab + 2bc + 2ca = 28 \text{ 일 때,}$$

$$(a + b + 2c)^2 \text{의 값을 구하시오.}$$

29. x 의 다항식

$$(1 - x)(1 + x)(1 + x^2)$$

을 전개하여라.

30. x 의 다항식

$$(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^6 + x^3 + 1)$$

을 전개하여라.

1. (정답) (1) 5 (2) 12

(해설)

$$(1) a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab \\ = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$$

$$(2) a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab \\ = 4^2 + 2 \cdot (-2) = 12$$

2. (정답) (1) 5 (2) 1

(해설)

$$(1) x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 3^2 - 2 \cdot 2 = 5$$

$$(2) (x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 3^2 - 4 \cdot 2 = 1$$

3. (정답) ②

(해설)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 3 \text{에서 } \frac{a+b}{ab} = 3$$

 $ab = 2$ 이므로

$$\frac{a+b}{2} = 3 \quad \therefore a+b = 6$$

$$\therefore (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab \\ = 6^2 - 4 \cdot 2 = 28$$

그런데 $a > b$ 이므로

$$a-b = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

4. (정답) (1) $2ab$ (2) $4ab$

(해설)

5. (정답) 13

(해설)

$$a^3 - b^3 \\ = (a-b)^3 + 3ab(a-b) \\ = 1^3 + 3 \cdot 4 \cdot 1 = 13$$

6. (정답) 18

(해설)

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) \\ = 2^2 - 2 \cdot (-1) = 6$$

$$x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 \\ = (xy+yz+zx)^2 - 2xyz(x+y+z) \\ = (-1)^2 - 2 \cdot (-2) \cdot 2 = 9$$

$$\therefore x^4 + y^4 + z^4 \\ = (x^2 + y^2 + z^2)^2 - 2(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2) \\ = 6^2 - 2 \cdot 9 = 18$$

7. (정답) (1) 27 (2) 29

(해설)

$$(1) x^2 + \frac{1}{x^2} \\ = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \\ = 5^2 + 2 = 27$$

$$(2) \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 \\ = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \\ = 5^2 + 4 = 29$$

8. (정답) (1) 1 (2) 3 (3) 4

(해설)

(1) $x^2 - x - 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 1 - \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x - \frac{1}{x} = 1$$

$$(2) x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \\ = 1^2 + 2 = 3$$

$$(3) x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ = 1^3 + 3 \cdot 1 \cdot 1 = 4$$

9.(정답) ②

(해설)

[출제의도] 곱셈 공식을 활용하여 계산하기

$$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b) \text{ 에서}$$

$$40 = 64 - 12ab$$

$$\text{따라서 } ab = 2$$

10.(정답) ①

(해설)

$$a+b=3, a^2+b^2=5 \text{ 에서}$$

$$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=9-2ab=5 \text{ 이므로}$$

$$ab=2$$

$$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$$

$$=3^3-3 \times 2 \times 3=27-18=9$$

11.(정답) (1) 몫: $x+3$, 나머지: $-8x+5$

$$(2) \text{ 몫: } 4x+7, \text{ 나머지: } 16x+13$$

$$(3) \text{ 몫: } 2x-1 \text{ 나머지: } x+5$$

(해설)

$$(1) \begin{array}{r} x+3 \leftarrow \text{몫} \\ x^2+2x-1 \overline{) x^3+5x^2-3x+2} \\ \underline{x^3+2x^2-x} \\ 3x^2-2x+2 \\ \underline{3x^2+6x-3} \\ -8x+5 \leftarrow \text{나머지} \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} 4x+7 \leftarrow \text{몫} \\ x^2-2x-1 \overline{) 4x^3-x^2-2x+6} \\ \underline{4x^3-8x^2-4x} \\ 7x^2+2x+6 \\ \underline{7x^2-14x-7} \\ 16x+13 \leftarrow \text{나머지} \end{array}$$

$$(3) \begin{array}{r} 2x-1 \leftarrow \text{몫} \\ 2x^2+2x-1 \overline{) 4x^3+2x^2-3x+6} \\ \underline{4x^3+4x^2-2x} \\ -2x^2-x+6 \\ \underline{-2x^2-2x+1} \\ x+5 \leftarrow \text{나머지} \end{array}$$

12.(정답) (1) $2x^2-5x+12$ (2) $-2x^2-6x-3$

(해설)

$$(1) \begin{array}{r} 2x^2-5x+12 \\ x+2 \overline{) 2x^3-x^2+2x+3} \\ \underline{2x^3+4x^2} \\ -5x^2+2x \\ \underline{-5x^2-10x} \\ 12x+3 \\ \underline{12x+24} \\ -21 \end{array}$$

$$(2) \begin{array}{r} -2x^2-6x-3 \\ x-1 \overline{) -2x^3-4x^2+3x+1} \\ \underline{-2x^3+2x^2} \\ -6x^2+3x \\ \underline{-6x^2+6x} \\ -3x+1 \\ \underline{-3x+3} \\ -2 \end{array}$$

13.(정답) (1) $x+1$ (2) $-2x+1$

(해설)

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad \begin{array}{r} x+1 \\ x+2 \overline{) x^2+3x+3} \\ \underline{x^2+2x} \\ x+3 \\ x+2 \\ \hline 1 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad \begin{array}{r} -2x+1 \\ -x+1 \overline{) 2x^2-3x+4} \\ \underline{2x^2-2x} \\ -x+4 \\ -x+1 \\ \hline 3 \end{array}
 \end{array}$$

14. (정답) $x^2 - x + 3$

(해설)

$$\begin{aligned}
 A &= (x-2)(x+1)+5 \\
 &= x^2 - x - 2 + 5 = x^2 - x + 3
 \end{aligned}$$

15. (정답) $x^3 + 2$

(해설)

다항식 A 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫이 x^2+x+1 이고 나머지가 3이므로

$$\begin{aligned}
 A &= (x-1)(x^2+x+1)+3 \\
 &= x^3 - 1 + 3
 \end{aligned}$$

따라서 $A = x^3 + 2$

16. (정답)

$$3x^3 - 2x + 1 = (x^2 +$$

$$2x - 1)(3x - 6) + 13x - 5$$

(해설)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} 3x-6 \\ x^2+2x-1 \overline{) 3x^3-2x+1} \\ \underline{3x^3+6x^2-3x} \\ -6x^2+x+1 \\ -6x^2-12x+6 \\ \hline 13x-5 \end{array}
 \end{array}$$

따라서 $3x^3 - 2x + 1$ 을 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫은 $3x - 6$, 나머지는 $13x - 5$ 이므로

$$\begin{aligned}
 &3x^3 - 2x + 1 \\
 &= (x^2 + 2x - 1)(3x - 6) + 13x - 5
 \end{aligned}$$

17. (정답) $(x^2 + 1)(x - 2) - 4x + 6$

(해설)

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} x-2 \\ x^2+1 \overline{) x^3-2x^2-3x+4} \\ \underline{x^3+0x^2+0x+0} \\ -2x^2-3x+4 \\ -2x^2+0x-2 \\ \hline -4x+6 \end{array}
 \end{array}$$

따라서 몫은 $x - 2$, 나머지는 $-4x + 6$ 이므로

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = (x^2 + 1)(x - 2) - 4x + 6$$

18. (정답) ③

(해설)

$$2(X + A + B) = 3(A - B) \text{에서}$$

$$2X + 2A + 2B = 3A - 3B \text{이므로}$$

$$2X = 3A - 3B - 2A - 2B$$

$$= A - 5B$$

따라서

$$2X = A - 5B$$

$$= (x^2 + 3xy - 2y^2) - 5(3x^2 - xy + 2y^2)$$

$$= x^2 + 3xy - 2y^2 - 15x^2 + 5xy - 10y^2$$

$$= -14x^2 + 8xy - 12y^2$$

$$\text{따라서 } X = -7x^2 + 4xy - 6y^2$$

19. (정답) ④

(해설)

[출제의도] 다항식의 덧셈과 뺄셈을 하여 주어진 식을 간단히 한다.

$$\begin{aligned}
 & 2(a-b) - (a-3b) \\
 &= 2a - 2b - a + 3b \\
 &= a + b \\
 &= (2x+y) + (x-2y) \\
 &= 3x - y
 \end{aligned}$$

20. (정답) ⑤

(해설)

$$\begin{aligned}
 & (x^2 + xy - y^2) \bullet (2x^2 - 3xy + y^2) \\
 &= 2(2x^2 - 3xy + y^2) - (x^2 + xy - y^2) \\
 &= 4x^2 - 6xy + 2y^2 - x^2 - xy + y^2 \\
 &= 3x^2 - 7xy + 3y^2
 \end{aligned}$$

21. (정답) ②

(해설)

$$\begin{aligned}
 A + B &= x^2 + 2 && \text{..... ㉠} \\
 A - 2B &= -2x^2 - 3x + 2 && \text{..... ㉡} \\
 \text{㉠} - \text{㉡} \text{을 하면 } 3B &= 3x^2 + 3x \\
 \therefore B &= x^2 + x \\
 \text{㉠에서} \\
 A &= x^2 + 2 - (x^2 + x) = -x + 2 \\
 \therefore A - B &= -x + 2 - (x^2 + x) = -x^2 - 2x + 2
 \end{aligned}$$

22. (정답) $3x^2 - xy - 2y^2$

(해설)

$$\begin{aligned}
 A - B &= -3x^2 + 2xy - 2y^2 && \text{..... ㉠} \\
 A + B &= x^2 - 2y^2 && \text{..... ㉡} \\
 \text{㉠} + \text{㉡} \text{을 하면}
 \end{aligned}$$

$$2A = -2x^2 + 2xy - 4y^2$$

$$\therefore A = -x^2 + xy - 2y^2$$

이것을 ㉡에 대입하면

$$(-x^2 + xy - 2y^2) + B = x^2 - 2y^2$$

$$B = x^2 - 2y^2 - (-x^2 + xy - 2y^2)$$

$$= x^2 - 2y^2 + x^2 - xy + 2y^2$$

$$= 2x^2 - xy$$

$$\therefore A + 2B = -x^2 + xy - 2y^2 + 2(2x^2 - xy)$$

$$= 3x^2 - xy - 2y^2$$

23. (정답) ②

(해설)

$$(2 - 3x + 4x^2 - x^3)^2$$

$$= (2 - 3x + 4x^2 - x^3)(2 - 3x + 4x^2 - x^3)$$

에서 x^4 의 계수는

$$(-3) \cdot (-1) + 4 \cdot 4 + (-1) \cdot (-3) = 22$$

24. (정답) ⑤

(해설)

$$(x^3 + 3x^2 - x + 1)(2x^2 - x + 2)$$

$$\begin{aligned}
 &= 2x^5 - x^4 + 2x^3 + 6x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 2x^3 + x^2 - 2x \\
 &\quad + 2x^2 - x + 2
 \end{aligned}$$

$$= 2x^5 + 5x^4 - 3x^3 + 9x^2 - 3x + 2$$

이므로 x^4 의 계수 $a = 5$, x^2 의 계수 $b = 9$ 이다.따라서 $a + b = 5 + 9 = 14$ 이다.

25. (정답) ④

(해설)

$(2x^3 - x^2 + 3x - 5)(ax^2 + 3x + 1)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는

$$(-1) \times 1 + 3 \times 3 + (-5) \times a = 8 - 5a \text{ 이므로}$$

$$8 - 5a = 3 \text{에서 } a = 1$$

$$x \text{의 계수는 } 3 \times 1 + (-5) \times 3 = -12 \text{ 이므로 } b = -12$$

$$\text{따라서 } a + b = 1 + (-12) = -11$$

26. (정답) ④

(해설)

주어진 식의 x^4 의 계수는 $(10 + 9x + 8x^2 + 7x^3 + 6x^4)^2$ 에서 x^4 의 계수와 같다. x^4 의 계수는 $(8^2 + 2 \times 9 \times 7 + 2 \times 10 \times 6)x^4$ 에서
 $64 + 126 + 120 = 310$

27. (정답) ④

(해설)

(주어진 식)

$$= (1 + x + x^2 + \cdots + x^{10})(1 + x + x^2 + \cdots + x^{10})$$

$$= \cdots + (1 \cdot x^{10} + x \cdot x^9 + x^2 \cdot x^8 + \cdots$$

$$+ x^9 \cdot x + x^{10} \cdot 1) + \cdots$$

$$= \cdots + 11x^{10} + \cdots$$

따라서 x^{10} 의 계수는 11이다.

28. (정답) 100

(해설)

[출제의도] 다항식 계산하기

$$(a + b + 2c)^2$$

$$= a^2 + b^2 + (2c)^2 + 2ab + 2b(2c) + 2(2c)a$$

$$= a^2 + b^2 + 4c^2 + 2(ab + 2bc + 2ca)$$

$$= 44 + 2 \times 28$$

$$= 100$$

29. (정답) $1 - x^4$

(해설)

$$(1 - x)(1 + x)(1 + x^2)$$

$$= (1 - x^2)(1 + x^2)$$

$$= 1 - x^4$$

30. (정답) $x^9 - 1$

(해설)

$$(x - 1)(x^2 + x + 1)(x^6 + x^3 + 1)$$

$$= (x^3 - 1)(x^6 + x^3 + 1)$$

$$= (x^3)^3 - 1 = x^9 - 1$$