

<div>메타수학</div>	수학(하)_미래엔_함수_대단원 평가하기(252p~255p)	출제자	
		메타교육	
	쌍둥이 문제(1배수)	년	
		월 일	

(고1-2)교과서\_미래엔 252쪽

1

1. 정의역이  $X=\{-1, 1\}$ 이고 공역이  $Y=\{y|y\text{는 정수}\}$ 인 두 함수  $f(x)=x+a$ ,  $g(x)=x^2+bx$ 에 대하여  $f=g$ 가 성립할 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?
- ①  $-2$

②  $-1$

③  $0$

④  $1$

⑤  $2$

2

2. 집합  $X=\{-1, 0, 1\}$ 일 때, 함수  $f : X \rightarrow X$  중  $f(-1)=f(1)$ 을 만족하는 함수  $f$ 의 개수는?
- ①  $1$

②  $2$

③  $3$

④  $6$

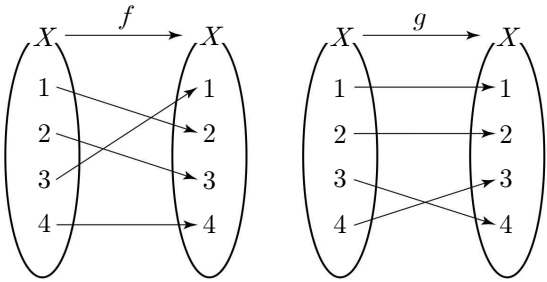
⑤  $9$

3

3. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)=kx-|x-2|+3$ 이 일대일대응이 되도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 범위를 구하여라.

4

4. 그림은 집합  $X$ 에서  $X$ 로의 두 함수  $f, g$ 를 나타낸 것이다.



$(f \circ g)(1)+(g \circ f)(3)$ 의 값은?

- ①  $3$

②  $4$

③  $5$

④  $6$

⑤  $7$

5

5. 두 함수  $f(x)=x+k$ ,  $g(x)=3x+10$ 에 대하여  $f \circ g=g \circ f$ 가 항상 성립할 때,  $f(2)$ 의 값은? (단,  $k$ 는 상수)
- ①  $0$

②  $1$

③  $2$

④  $3$

⑤  $4$

6

6. 세 함수  $f, g, h$ 에 대하여  $(f \circ g)(x)=-x^2+3$ ,  $h(x)=2x+1$ 일 때,  $(f \circ (g \circ h))(x)=-6$ 을 만족시키는 모든 실수  $x$ 의 값의 합을 구하여라.

7

7. 두 함수  $f(x)=ax+b$ ,  $g(x)=x+c$ 에서  $(g \circ f)(x)=3x-2$ ,  $f(1)=2$ 가 성립하도록 하는 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $abc$ 의 값을 구하여라.

(고1-2)교과서\_미래엔 253쪽

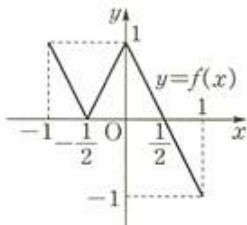
8

8. 두 함수  $f(x)=x+2$ ,  $g(x)=x^2+2x$ 에 대하여  $(f \circ g)(x)=(g \circ f)(x)$ 를 만족시키는  $x$ 의 값은?

- ①  $-\frac{1}{2}$                       ②  $-1$   
 ③  $-\frac{3}{2}$                       ④  $-2$   
 ⑤  $-\frac{5}{2}$

9

9. 함수  $y=f(x)$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )의 그래프가 다음 그림과 같고 다음 두 조건을 만족시킬 때,  $f^{2020}\left(-\frac{1}{2}\right) + f^{2021}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하여라.



$$(\forall) f^1(x) = f(x)$$

$$(\forall) f^{n+1}(x) = f^n(f(x)) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

10

10. 일차함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.  $f(14)=3$ ,  $g(2)=11$ 일 때,  $g(6)$ 의 값을 구하시오.

11

11. 함수  $f(x)=2x+a$ 에 대하여  $f^{-1}(1)=2$ 일 때,  $f(3)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.)

- ① 1                              ② 3  
 ③ 5                              ④ 7  
 ⑤ 9

12

12. 함수  $f(x)=2x-3$ 에 대하여  $f^{-1}(5)$ 의 값은?

- ① 1                              ② 2  
 ③ 3                              ④ 4  
 ⑤ 5

13

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f, g$ 가  $g(x)=x+1$ ,  $(f \circ g^{-1})(x)=2x+3$ 일 때, 함수  $f(x)$ 는?

- ①  $f(x)=2x+3$   
 ②  $f(x)=2x+4$   
 ③  $f(x)=2x+5$   
 ④  $f(x)=3x+4$   
 ⑤  $f(x)=3x+5$

14

14. 함수  $f(x) = kx + 2$ 와 그 역함수  $f^{-1}(x)$ 가 서로 같을 때, 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

(고1-2)교과서\_미래엔 254쪽

15

15. 유리함수  $f(x) = \frac{bx+c}{2x+a}$ 의 역함수가  $f^{-1}(x) = \frac{-x-3}{2x+2}$ 일 때,  $a, b, c$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $a, b, c$ 는 정수)

16

16. 유리함수  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 그래프의 식만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

&lt;보기&gt;

㉠.  $y = \frac{2-x}{x}$

㉡.  $y = \frac{2x}{x-1}$

㉢.  $y = \frac{4x+4}{2x+1}$

- ① ㉠                      ② ㉡  
③ ㉢                      ④ ㉠, ㉡  
⑤ ㉠, ㉡, ㉢

17

17. 분수함수  $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 가 점  $(1, 1)$ 을 지나고, 점근선의 방정식이  $x = -1, y = 2$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값은?  
① 3                      ② 4  
③ 5                      ④ 6  
⑤ 7

18

18.  $1 \leq x \leq 3$ 에서 무리함수  $f(x) = \sqrt{x+a}$ 의 최솟값이 6일 때, 상수  $a$ 의 값은?  
① 1                      ② 2  
③ 3                      ④ 4  
⑤ 5

19

19. 곡선  $y = \sqrt{k-x}$ 와 직선  $y = 3x - 2 - k$ 가 서로 한 점에서 만나도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는?  
①  $k \leq -1$                       ②  $k \leq -\frac{2}{3}$   
③  $k \geq 0$                       ④  $k \geq \frac{2}{3}$   
⑤  $k \geq 1$

20. 정의역이  $\{x \mid x > 1\}$ 인 두 함수

$f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{2x-1}$ 에 대하여 합성함수  $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(4)$ 의 값을 구하여라.  
(단,  $f^{-1}$ 은  $f$ 의 역함수)

21. 정의역이  $\{x \mid x > a\}$ 인 함수  $y = \sqrt{2x-2a} - a^2 + 4$ 의 그래프가 오직 하나의 사분면을 지나도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값은?

- ① 2                                  ② 4  
③ 6                                  ④ 8  
⑤ 10

(고1-2)교과서\_미래엔 255쪽

22. 다음 빈칸에 알맞은 것을 써넣어라.

함수  $f$ 에 대하여  $f^n = f^{n-1} \circ f$ 일 때,  $f^n(a)$ 의 값을 구하기

- (i)  $f^2, f^3, f^4, \dots$ 를 직접 구하여 [            ]을 추정  
한 다음,  $a$ 의 값을 대입한다.  
(ii)  $f(a), f^2(a), f^3(a), f^4(a), \dots$ 에서 규칙을 찾아 [            ]의 값을 구한다.

23. 함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동하였더니 두 직선  $y = x + 4$ ,  $y = -x + 2$ 에 대하여 각각 대칭이 되었다. 이때 상수  $a, b$ 의 값을 구하여라.

24. 무리함수  $f(x) = \sqrt{x+2}$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 점  $P$ 에서 만날 때, 선분  $OP$ 의 길이는? (단,  $O$ 는 원점이다.)

- ①  $\sqrt{2}$                                   ②  $2\sqrt{2}$   
③  $3\sqrt{2}$                                   ④  $4\sqrt{2}$   
⑤  $5\sqrt{2}$

## 1. (정답) ④

(해설)

정의역이  $X = \{-1, 1\}$ 이고  $f=g$ 이므로

$$f(-1)=g(-1) \text{에서 } -1+a=1-b \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(1)=g(1) \text{에서 } 1+a=1+b \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a=1, b=1 \quad \therefore ab=1$$

## 2. (정답) ⑤

(해설)

 $f(-1)$ 이 취할 수 있는 값은 3개 $f(0)$ 이 취할 수 있는 값은 3개 $f(-1)=f(1)$ 이므로 $f(1)$ 이 취할 수 있는 값은 1개따라서 구하는 함수  $f$ 의 개수는

$$3 \times 3 \times 1 = 9(\text{개})$$

3. (정답)  $k < -1$  또는  $k > 1$ 

(해설)

$$f(x) = kx - |x-2| + 3 \text{에서}$$

(i)  $x \geq 2$ 일 때

$$f(x) = kx - (x-2) + 3 = (k-1)x + 5$$

(ii)  $x < 2$ 일 때

$$f(x) = kx + (x-2) + 3 = (k+1)x + 1$$

(i), (ii)에서 함수  $f$ 가 일대일대응이기 위해서는  $x \geq 2$ 일 때와  $x < 2$ 일 때의 직선의 기울기의 부호가 서로 같아야 한다.

$$\text{즉, } (k+1)(k-1) > 0 \text{이므로}$$

$$k < -1 \text{ 또는 } k > 1$$

## 4. (정답) ①

(해설)

[출제외도] 합성함수 이해하기

$$g(1)=1 \text{이므로 } f(g(1))=f(1)=2$$

$$f(3)=1 \text{이므로 } g(f(3))=g(1)=1$$

$$\text{따라서 } (f \circ g)(1) + (g \circ f)(3) = 3$$

## 5. (정답) ③

(해설)

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = (3x+10)+k \\ &= 3x+10+k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = 3(x+k)+10 \\ &= 3x+3k+10 \end{aligned}$$

$$f \circ g = g \circ f \text{이므로}$$

$$3x+10+k = 3x+3k+10 \quad \therefore k=0$$

$$\text{따라서 } f(x) = x \text{이므로 } f(2) = 2$$

## 6. (정답) -1

(해설)

$$\begin{aligned} (f \circ (g \circ h))(x) &= ((f \circ g) \circ h)(x) \\ &= (f \circ g)(h(x)) \\ &= (f \circ g)(2x+1) \\ &= -(2x+1)^2 + 3 \\ &= -4x^2 - 4x + 2 \end{aligned}$$

$$(f \circ (g \circ h))(x) = -6 \text{이므로}$$

$$-4x^2 - 4x + 2 = -6, \quad 4x^2 + 4x - 8 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0, \quad (x+2)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 구하는  $x$ 의 값의 합은

$$-2+1 = -1$$

## 7. (정답) 3

(해설)

$$\begin{aligned} (g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(ax+b) \\ &= ax+b+c \end{aligned}$$

$$ax+b+c = 3x-2 \text{는 } x \text{에 대한 항등식이므로}$$

$$a = 3, b + c = -2$$

$$f(1) = 2 \text{에서 } a + b = 2 \quad \therefore b = -1, c = -1$$

$$\therefore abc = 3 \cdot (-1) \cdot (-1) = 3$$

### 8. (정답) ③

(해설)

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\ &= f(x^2 + 2x) \\ &= x^2 + 2x + 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\ &= g(x + 2) \\ &= (x + 2)^2 + 2(x + 2) \\ &= x^2 + 6x + 8\end{aligned}$$

따라서  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립해야 하므로

$$x^2 + 2x + 2 = x^2 + 6x + 8$$

$$4x = -6, x = -\frac{3}{2}$$

### 9. (정답) 0

(해설)

$$f^{n+1}(x) = f^n(f(x)) = f(f^n(x)) \text{이므로}$$

$$f^1\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$f^2\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f(0) = 1$$

$$f^3\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(f^2\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f(1) = -1$$

$$f^4\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(f^3\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f(-1) = 1$$

$$f^5\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(f^4\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f(1) = -1$$

⋮

$$\therefore f^{2020}\left(-\frac{1}{2}\right) = 1$$

$$\text{같은 방법으로 } f^{2021}\left(\frac{1}{2}\right) = -1 \text{이므로}$$

$$f^{2020}\left(-\frac{1}{2}\right) + f^{2021}\left(\frac{1}{2}\right) = (-1) + 1 = 0$$

[참고]

$$f^n\left(\frac{1}{2}\right) = f^n\left(-\frac{1}{2}\right) = \begin{cases} 0 & (n=1) \\ 1 & (n=2, 4, 6, \dots) \\ -1 & (n=3, 5, 7, \dots) \end{cases}$$

### 10. (정답) 23

(해설)

[출제의도] 역함수의 성질 이해하기

두 상수  $a, b$ 에 대하여

일차함수  $g(x) = ax + b$ 라 하자.

$$f(14) = 3 \text{이므로 } g(3) = 3a + b = 14 \text{이고}$$

$$g(2) = 2a + b = 11$$

$$\text{그러므로 } a = 3, b = 5, g(x) = 3x + 5$$

$$\text{따라서 } g(6) = 23$$

### 11. (정답) ②

(해설)

[출제의도] 역함수의 성질을 이해하여 함숫값을 구한다.

$$f^{-1}(1) = 2 \text{이므로 } f(2) = 1$$

$$f(2) = 4 + a = 1, a = -3$$

$$\text{그러므로 } f(x) = 2x - 3$$

$$\text{따라서 } f(3) = 2 \times 3 - 3 = 3$$

### 12. (정답) ④

(해설)

$$f(4) = 2 \times 4 - 3 = 5 \text{이므로}$$

$$f^{-1}(5) = 4$$

### 13. (정답) ③

(해설)

$g(x) = x + 1$ 에서  $y = x + 1$ 로 놓으면

$$x = y - 1$$

$x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면  $y = x - 1$

$$\therefore g^{-1}(x) = x - 1$$

$$\begin{aligned}\therefore (f \circ g^{-1})(x) &= f(g^{-1}(x)) \\ &= f(x - 1) = 2x + 3\end{aligned}$$

이때,  $x - 1 = t$ 라 하면  $x = t + 1$ 이므로

$$f(t) = 2(t + 1) + 3 = 2t + 5$$

$$\therefore f(x) = 2x + 5$$

#### 14.(정답) -1

(해설)

$$\begin{aligned}f &= f^{-1} \text{이므로 } (f \circ f)(x) = (f \circ f^{-1})(x) = x \\ (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(kx + 2) \\ &= k(kx + 2) + 2 = k^2x + 2k + 2\end{aligned}$$

$$k^2x + 2k + 2 = x \text{이므로}$$

$$k^2 = 1, 2k + 2 = 0$$

$$\therefore k = -1$$

#### 15.(정답) $a = 1, b = -2, c = -3$

(해설)

$f^{-1}(x)$ 의 역함수는  $f(x)$ 이므로

$$y = \frac{-x-3}{2x+2} \text{에서 } x \text{와 } y \text{를 바꾸면}$$

$$x = \frac{-y-3}{2y+2}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{-2x-3}{2x+1} = f(x)$$

$$\therefore a = 1, b = -2, c = -3$$

#### 16.(정답) ④

(해설)

<보기>의 함수식을  $y = \frac{k}{x-p} + q$ 의 꼴로 변형

할 때,  $k = 2$ 이어야 한다.

$$\neg. y = \frac{2-x}{x} = \frac{2}{x} - 1$$

$$\neg. y = \frac{2x}{x-1} = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 2$$

$$\begin{aligned}\sqcup. y &= \frac{4x+4}{2x+1} = \frac{2(2x+1)+2}{2x+1} = \frac{2}{2x+1} + 2 \\ &= \frac{1}{x+\frac{1}{2}} + 2\end{aligned}$$

따라서  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 그래프는  $\neg, \neg$ 이다.

#### 17.(정답) ①

(해설)

접근선이  $x = -1, y = 2$ 이므로

$$y = \frac{bx+c}{x+a} = 2 + \frac{k}{x+1} \text{이고 점 } (1, 1) \text{을 지나}$$

$$\text{므로 } 1 = 2 + \frac{k}{2} \Rightarrow k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 2 + \frac{-2}{x+1} = \frac{2x}{x+1} \text{이므로}$$

$$a = 1, b = 2, c = 0$$

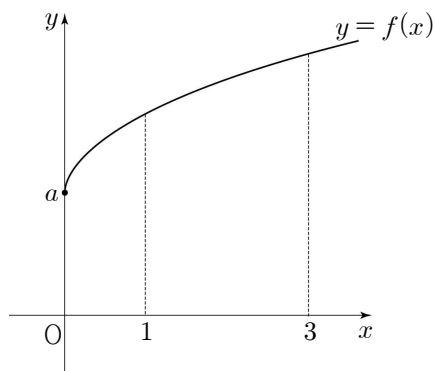
$$\therefore a + b + c = 3$$

#### 18.(정답) ⑤

(해설)

[출제의도] 무리함수 그래프의 성질 이해하기

함수  $f(x) = \sqrt{x+a}$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



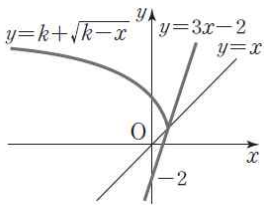
$1 \leq x \leq 3$ 에서 함수  $y = f(x)$ 는  
 $x = 1$ 일 때 최솟값 6을 가지므로  
 $f(1) = 1 + a = 6$   
 따라서  $a = 5$

## 19. (정답) ⑤

(해설)

곡선  $y = \sqrt{k-x}$ 와 직선  $y = 3x - 2 - k$ 가 서로 한 점에서 만나는 경우는 두 곡선을 동시에  $y$ 축의 방향으로  $k$ 만큼 평행 이동하여도 똑같이 한 점에서 만나므로 곡선  $y = k + \sqrt{k-x}$ 와 직선  $y = 3x - 2$ 가 서로 한 점에서 만나는 경우와 같다.

곡선  $y = k + \sqrt{k-x}$ 와 직선  $y = 3x - 2$ 는 다음 그림과 같다.



곡선  $y = k + \sqrt{k-x}$ 를 직선  $y = x$ 에 따라 오른 쪽으로 움직이면  $y = x$ 와  $y = 3x - 2$ 의 그래프가 만나는 점에서부터 곡선  $y = k + \sqrt{k-x}$ 와 직선  $y = 3x - 2$ 가 서로 한 점에서 만난다.

따라서  $k = 3k - 2$ , 즉  $k = 1$ 이므로  $k \geq 1$ 일 때 한 점에서 만난다.

## 20. (정답) $\frac{5}{2}$

(해설)

$$\begin{aligned} & (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(4) \\ &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(4) \\ &= (g^{-1} \circ f)(4) \\ &= g^{-1}(f(4)) \\ & \text{이때 } f(4) = \frac{4+2}{4-1} = 2 \text{이므로} \end{aligned}$$

$$g^{-1}(f(4)) = g^{-1}(2)$$

$$g^{-1}(2) = a \text{라고 하면 } g(a) = 2 \text{이므로}$$

$$\sqrt{2a-1} = 2 \text{에서 } 2a-1 = 4 \quad \therefore a = \frac{5}{2}$$

$$\therefore (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(4) = \frac{5}{2}$$

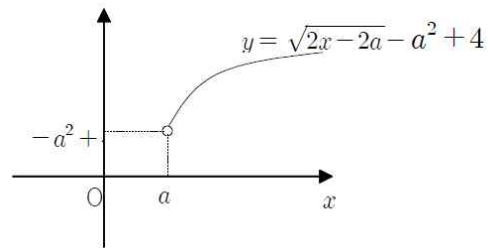
## 21. (정답) ①

(해설)

[출제의도] 무리함수의 그래프가 오직 하나의 사분면을 지날 조건을 구할 수 있는가?

정의역이  $\{x | x > a\}$ 인 함수

$y = \sqrt{2x-2a} - a^2 + 4$ 의 그래프가 오직 하나의 사분면을 지나기 위해서는 다음 그림과 같아야 한다.



즉,  $a \geq 0$ 이고  $-a^2 + 4 \geq 0$ 을 만족해야 한다.

이때,  $-a^2 + 4 \geq 0$ 에서  $-2 \leq a \leq 2$  즉,

$0 \leq a \leq 2$ 이므로 실수  $a$ 의 최댓값은 2이다.

## 22. (정답) (i) $f^n$ (ii) $f^n(a)$

(해설)

## 23. (정답) $a = -1, b = 3$

(해설)

함수  $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프는 직선  $y = \pm x$ 에 대하여 대칭이므로  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 그래프는 직선  $y - b = \pm(x - a)$ , 즉 두 직선  $y = x - a + b$ ,

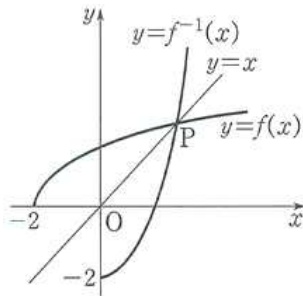


$y = -x + a + b$ 에 대하여 대칭이다.  
 따라서  $-a + b = 4$ ,  $a + b = 2$ 이므로  
 $a = -1$ ,  $b = 3$

## 24. (정답) ②

(해설)

무리함수  $f(x) = \sqrt{x+2}$ 의 그래프와 그 역함수  
 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선  $y = x$ 에 대하여 대  
 칭이므로 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래  
 프의 관계는 다음 그림과 같다.



따라서  $y = f(x)$ 의 그래프와  $y = f^{-1}(x)$ 의 그  
 래프의 교점은  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = x$   
 의 교점과 같으므로

$$\sqrt{x+2} = x, \quad x+2 = x^2$$

$$x^2 - x - 2 = 0, \quad (x-2)(x+1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 2$$

$$\text{즉, } P(2, 2) \text{ 이므로 } \overline{OP} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$