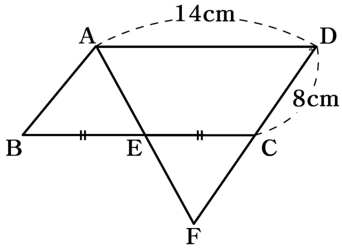
(개정 중2-2)블랙라벨 27쪽

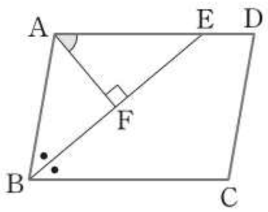
01

1. 다음 그림과 같이 평행사변형ABCD에서 변BC의 중점을E라 하고, 선분AE의 연장선이$\overline{DC}$의 연장선과 만나는 점을F라고 할 때,$\overline{CF}$의 길이는?



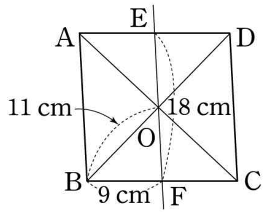
02

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BE}$는 $\angle B$의 이등분선이고 $\overline{AF} \perp \overline{BE}$이다. $\angle ABC : \angle DAB = 7 : 8$일 때, $\angle EAF$의 크기를 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.



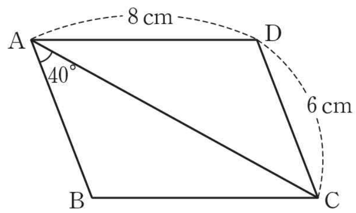
03

3. 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하자. $\overline{EF} = 18$ cm, $\overline{BF} = 9$ cm, $\overline{OB} = 11$ cm일 때, $\triangle ODE$의 둘레의 길이를 구하여라.



04

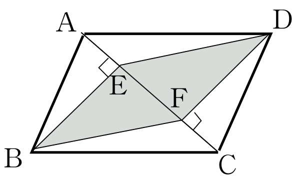
4. 오른쪽 그림에서 $\overline{AD} = 8$ cm, $\overline{CD} = 6$ cm, $\angle BAC = 40°$일 때, 다음 중 □ABCD가 평행사변형이 되는 조건은?



① $\overline{AB} = 6$ cm, $\angle ACB = 40°$
② $\overline{AB} = 6$ cm, $\angle ACD = 40°$
③ $\overline{BC} = 8$ cm, $\angle CAD = 40°$
④ $\overline{BC} = 8$ cm, $\angle ACB = 40°$
⑤ $\overline{AB} = 8$ cm, $\overline{BC} = 6$ cm

05

5\. 다음은 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 B, D에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 각각E, F라고 할 때, □EBFD가 평행사변형이 됨을 설명한 것이다. 다음 □ 안에 알맞은 숫자나 식 또는 기호를 알맞게 써넣은 것은?



□ABCD는 평행사변형

$\angle AEB = \angle CFD =$ (가)

직각삼각형ABE와CDF에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$

($\because$ □ABCD는 평행사변형)

$\angle BAE =$ (나) ($\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, 엇각)

$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{EB} = \overline{DF}$ …… ㉠

한편 $\angle BEF = \angle DFE = \angle R$이므로 평행선의 엇각의 성질에 의해

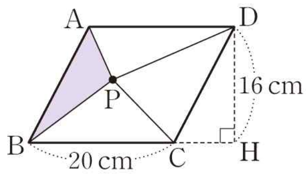
$\overline{EB}$ (다) $\overline{DF}$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡으로부터 □EBFD는 평행사변형이 된다.

	(가)	(나)	(다)
①	45° 또는 $\angle R$	$\angle BEF$	$/\!/$
②	90° 또는 $\angle R$	$\angle BEF$	$/\!/$
③	45° 또는 $\angle R$	$\angle DCF$	$/\!/$
④	90° 또는 $\angle R$	$\angle DCF$	$/\!/$
⑤	45° 또는 $\angle R$	$\angle BEF$	$/\!/$

06

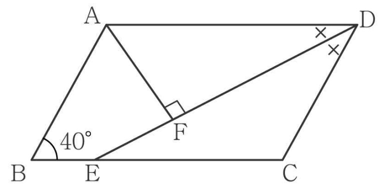
6\. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$, $\overline{DH} = 16\,\text{cm}$이고 $\triangle PAB : \triangle PCD = 3 : 5$일 때, $\triangle PAB$의 넓이를 구하여라.



(개정 중2-2)블랙라벨 28쪽

01

7\. 아래 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\angle ADE = \angle CDE$, $\overline{AF} \perp \overline{ED}$, $\angle B = 40°$일 때, 다음 중 각의 크기를 잘못 나타낸 것은?



① $\angle BEF = 150°$

② $\angle DAF = 70°$

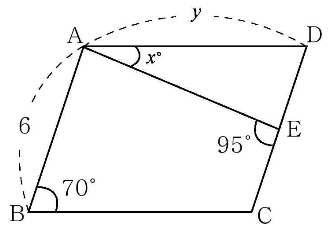
③ $\angle ECD = 140°$

④ $\angle ADF = 20°$

⑤ $\angle BAF = 70°$

02

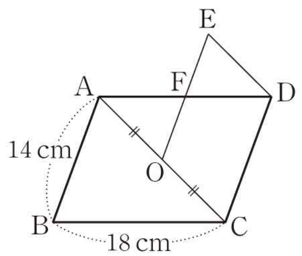
8. 둘레의 길이가 28인 평행사변형 ABCD에서 $x+y$의 값은?



① 31
② 33
③ 41
④ 43
⑤ 51

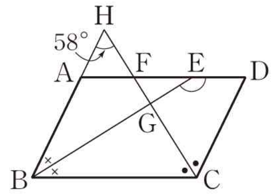
03

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC}$의 중점을 O라 하면 □OCDE는 평행사변형이다. $\overline{AB}=14\,\text{cm}$, $\overline{BC}=18\,\text{cm}$일 때, $\overline{FD}+\overline{FO}$의 길이를 구하여라.



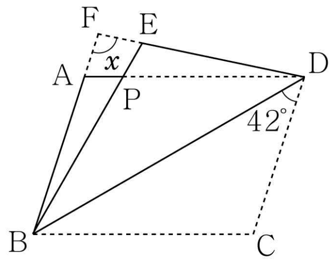
04

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠B, ∠C의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하면 $\overline{BE}$와 $\overline{CF}$는 점 G에서 만난다. $\overline{BA}$의 연장선과 $\overline{CF}$의 연장선의 교점 H에 대하여 $\angle AHF=58°$일 때, ∠BED의 크기를 구하여라.



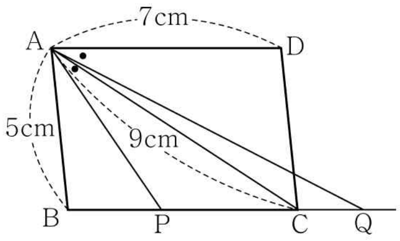
05

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 대각선 BD를 따라 접어 △DBC가 △DBE로 옮겨졌다. $\overline{DE}$와 $\overline{BA}$의 연장선의 교점을 F라 하고, $\angle BDC=42°$일 때, ∠AFE의 크기를 구하여라.



06

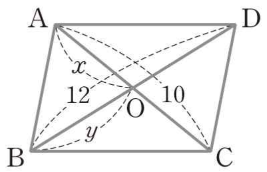
12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=5\text{cm}$, $\overline{AD}=7\text{cm}$, $\overline{AC}=9\text{cm}$인 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P를 잡고 $\angle PAD$의 이등분선이 $\overline{BC}$ 또는 그 연장선과 만나는 점을 Q라고 하자. 점 P가 점 B에서 점 C까지 움직일 때, 점 Q가 움직인 거리를 구하여라.



(개정 중2-2)블랙라벨 29쪽

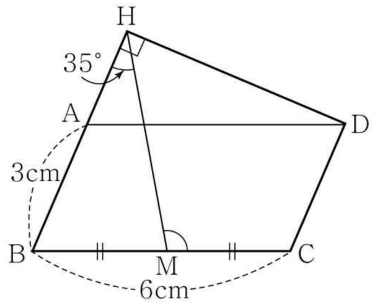
07

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 x, y의 값을 각각 구하여라.



08

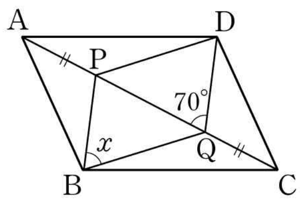
14. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AB}=3\text{cm}$, $\overline{BC}=6\text{cm}$이고 $\angle B$가 예각인 평행사변형이다. 점 D에서 변 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 H, $\overline{BC}$의 중점을 M이라고 하면 $\angle BHM=35^\circ$이다. 이때, $\angle HMC$의 크기는?



① 105°
② 110°
③ 115°
④ 120°
⑤ 125°

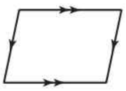
09

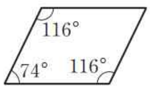
15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 AC 위의 점 P, Q에 대하여 $\overline{AP}=\overline{CQ}$이다. $\angle PQD=70°$, $\angle DPQ : \angle BPQ = 4:5$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

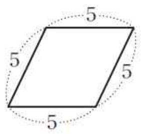


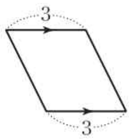
10

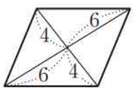
16. 다음 사각형 중 평행사변형이 아닌 것은?

①


②


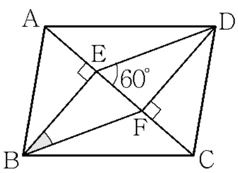
③


④


⑤


11

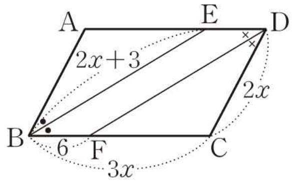
17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 B, D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하자. $\angle DEF = 60°$일 때, $\angle EBF$의 크기는?



① 20°　　② 25°
③ 30°　　④ 35°
⑤ 40°

12

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하자. $\overline{BC} = 3x$, $\overline{CD} = 2x$, $\overline{BE} = 2x+3$, $\overline{BF} = 6$일 때, □EBFD의 둘레의 길이를 구하여라.



1.(정답) 8cm

(해설)

$\angle BAE = \angle DFA$(엇각),

$\angle FCB = \angle FDA$(동위각)

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle FCE$,$\overline{FC} = \overline{AB} = 8\,cm$

2.(정답) 48°

(해설)

평행사변형 ABCD에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle ABC = \frac{7}{15} \times 180° = 84°$

$\therefore\ \angle EBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 84° = 42°$ …①

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle AEB = \angle EBC$(엇각)

$\therefore\ \angle AEF = 42°$ …②

$\triangle EAF$에서

$\angle EAF = 180° - (90° + 42°) = 48°$ …③

단계	채점 기준	배점
①	$\angle EBC$의 크기 구하기	50%
②	$\angle AEF$의 크기 구하기	20%
③	$\angle EAF$의 크기 구하기	30%

3.(정답) 29 cm

(해설)

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분하므로

$\overline{OB} = \overline{OD} = 11$ cm

$\triangle ODE \equiv \triangle OBF$(ASA 합동)이므로

$\overline{BF} = \overline{DE} = 9$ cm

$\overline{OE} = \overline{OF}$이므로

$\overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{EF} = 9$ cm

∴ ($\triangle ODE$의 둘레의 길이)

$= 9 + 9 + 11 = 29$ (cm)

4.(정답) ②

(해설)

② $\overline{AB} = \overline{DC} = 6$ (cm)

$\angle BAC = \angle ACD = 40°$에서 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

즉, 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

5.(정답) ④

(해설)

(가) 90° 또는$\angle R$

(나) $\angle DCF$

(다) $/\!/$

6.(정답) 60 cm²

(해설)

$\square ABCD = 20 \times 16 = 320(cm^2)$

$\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{2} \times 320 = 160(cm^2)$

$\therefore\ \triangle PAB = 160 \times \frac{3}{8} = 60(cm^2)$

7.(정답) ①

(해설)

① $\angle D = 40°$, $\angle ADF = \angle CDE = 20°$

$\therefore\ \angle BEF = 180° - 20° = 160°$

8.(정답) ②

(해설)

둘레의 길이가 28이므로 $y = 8$

또 $\angle B = \angle D = 70°$이므로

$\angle DAE = 180° - (70° + 85°) = 25°$

$\therefore\ x = 25$

$\therefore\ x + y = 33$

9. (정답) 16cm

(해설)

□ABCD와 □OCDE가 평행사변형이므로

$\overline{OE}=\overline{CD}=\overline{AB}=14\text{cm}$

$\triangle AOF$와 $\triangle DEF$에서 $\angle OAF=\angle EDF$(엇각)

$\overline{AO}=\overline{DE}$, $\angle AOF=\angle DEF$(엇각)이므로

$\triangle AOF\equiv\triangle DEF$(ASA 합동)

$\therefore\ \overline{FA}=\overline{FD}$, $\overline{FO}=\overline{FE}$

즉 $\overline{FD}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$,

$\overline{FO}=\frac{1}{2}\overline{OE}=\frac{1}{2}\times14=7(\text{cm})$이므로

$\overline{FD}+\overline{FO}=9+7=16(\text{cm})$

10. (정답) 148°

(해설)

$\overline{HB}\,/\!\!/\,\overline{DC}$이므로 $\angle HCD=\angle BHC=58°$(엇각)

$\therefore\ \angle BCD=2\angle HCD=2\times58°=116°$

이때 □ABCD에서 $\angle ABC+\angle BCD=180°$이므로

$\angle ABC=180°-116°=64°$

$\therefore\ \angle BC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times64°=32°$

따라서 $\angle GEF=\angle EBC=32°$(엇각)이므로

$\angle BED=180°-\angle GEF=180°-32°=148°$

11. (정답) 96°

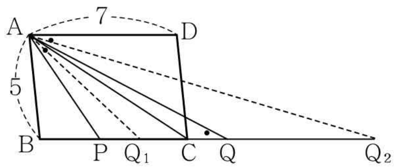
(해설)

$\angle DBF=\angle BDF=42°$이므로 $\triangle BFD$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle AFE=180°-42°-42°=96°$

12. (정답) 11cm

(해설)



위쪽 그림에서 $\overline{AD}\,/\!\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle AQP=\angle DAQ=\angle QAP$

$\therefore\ \overline{AP}=\overline{PQ}$

점 P가 선분 BC 위에서 움직일 때 점 Q는 반직선 BC 위에 점 B로부터 $\overline{BP}+\overline{AP}$만큼 떨어진 위치에 있게 된다. 특히, 점 P가 점 B에 있을 때는 점 Q는 점 B로부터 $\overline{BP}+\overline{AP}=\overline{AB}=5(\text{cm})$만큼 떨어진 위치에 있게 되고(그림에서 Q_1), 점 P가 점 C에 있을 때는 점 Q는 점 B로부터 $\overline{BP}+\overline{AP}=\overline{BC}+\overline{AC}=16(\text{cm})$만큼 떨어진 위치에 있게 된다. (그림에서 점 Q_2)

따라서, 점 P가 $\overline{BC}$ 위에서 움직일 때 점 Q는 점 Q_1에서 점 Q_2까지 움직이게 되므로 점 Q가 움직인 거리는

$\overline{Q_1Q_2}=\overline{BQ_2}-\overline{BQ_1}=16-5=11(\text{cm})$

13. (정답) $x=5$, $y=6$

(해설)

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}$ $\quad\therefore\ x=\frac{1}{2}\times10=5$

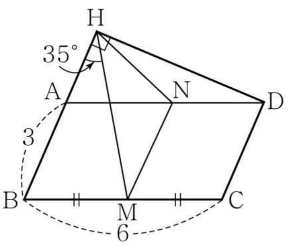
$\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{BD}$ $\quad\therefore\ y=\frac{1}{2}\times12=6$

14. (정답) ①

(해설)

다음 그림과 같이 $\overline{AD}$의 중점을 N이라 하면

$\overline{AN}=\overline{ND}=3(\text{cm})$



그러므로 □ABMN은 $\overline{AN} /\!/ \overline{BM}$이고 $\overline{AN} = \overline{BM}$ 이므로 평행사변형이다.

$\therefore$ $\overline{AB} /\!/ \overline{NM}$, $\overline{AB} = \overline{NM} = 3(\text{cm})$

따라서, $\angle BHM = \angle HMN = 35^\circ$(엇각)

한편, $\triangle HAD$는 직각삼각형이므로 점 N은 $\triangle HAD$의 외심이다.

$\therefore$ $\overline{HN} = \overline{AN} = 3(\text{cm})$

따라서, $\overline{HN} = \overline{NM} = 3(\text{cm})$이므로

$\angle NHM = \angle NMH = 35^\circ$

$\therefore$ $\angle NHA = \angle NHM + \angle MHA = 70^\circ$

$\overline{HN} = \overline{AN}$이므로 $\angle HAN = \angle NHA = 70^\circ$

$\overline{AN} /\!/ \overline{BM}$이므로 $\angle ABM = \angle HAN = 70^\circ$

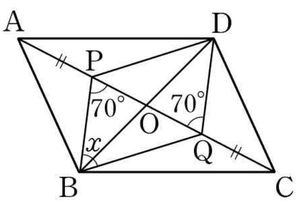
따라서, $\triangle HBM$에서 외각의 성질에 의하여

$\angle HMC = \angle BHM + \angle HBM = 105^\circ$

15. (정답) 54°

(해설)

다음 그림과 같이 대각선 BD를 긋고 두 대각선의 교점을 O라 하자.



□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$

$\overline{OA} = \overline{OC}$이므로

$\overline{OP} = \overline{OA} - \overline{AP} = \overline{OC} - \overline{CQ} = \overline{OQ}$

즉 □PBQD는 평행사변형이다.

$\overline{PB} /\!/ \overline{DQ}$이므로

$\angle BPQ = \angle PQD = 70°$(엇각)

$\angle DPQ : \angle BPQ = 4 : 5$이므로

$\angle DPQ : 70° = 4 : 5$

$\therefore$ $\angle DPQ = 56°$

$\therefore$ $\angle DPB = \angle BPQ + \angle DPQ$

$= 70° + 56° = 126°$

$\therefore$ $\angle PBQ = 54°$

16. (정답) ②

(해설)

나머지 한 각의 크기는

$360^\circ - (116^\circ + 74^\circ + 116^\circ) = 54^\circ$

이므로 한 쌍의 대각의 크기만 같다. 즉 이 사각형은 평행사변형이 아니다.

17. (정답) ③

(해설)

$\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서

$\angle AEB = \angle CFD = 90°$ ……㉠

$\overline{AB} = \overline{DC}$ ……㉡

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle BAE = \angle DCF$ (엇각) ……㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)

$\overline{BE} /\!/ \overline{DF}$, $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 □BFDE는 평행사변형이다.

$\angle BFE = \angle FED = 60°$이므로

$\angle EBF = 180° - 90° - 60° = 30°$

18. (정답) 42

(해설)

$\angle ABC = \angle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2}\angle ADC$

즉 $\angle EBF = \angle EDF$

$\angle AEB = \angle EBF$(엇각),

$\angle DFC = \angle EDF$(엇각)이므로

$\angle AEB = \angle DFC$

$\therefore$ $\angle BED = 180° - \angle AEB$

$= 180° - \angle DFC = \angle BFD$

따라서 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로

□EBFD는 평행사변형이다.

이때 △DFC에서 $\angle DFC = \angle FDC$이므로

$\overline{FC} = \overline{DC} = 2x$

$\overline{BC} = 3x$이므로 $3x = 2x + 6$

$\therefore\ x = 6$

$\overline{BE} = 2 \times 6 + 3 = 15$

따라서 □EBFD의 둘레의 길이는

$2 \times (15 + 6) = 42$