

중3-1_개념+유형_파워_식의 계산과 이차방정식_인수 분해 단원 마무리(72p~75p)

쌍둥이 문제(1배수)

출제자 메타교육 년 월 일

(개정 중3-1)개념+유형_파워 72쪽

1

- **1.** 다음 중 2xy 6x의 인수가 아닌 것은?
 - ① 2

- $\bigcirc x$
- 3xy
- 4y-3
- ⑤ 2x(y-3)

2

- 2. 다음 중 완전제곱식으로 나타낼 수 $\frac{\text{없는}}{\text{C}}$ 것은?
 - ① $4a^2 + 24ab + 9b^2$
 - ② $x^2 14x + 49$
 - $3 a^2 \frac{2}{3}a + \frac{1}{9}$
 - 4 $64a^2 + 32ab + 4b^2$
 - \bigcirc $4x^2 + 4xy + y^2$

3

- **3.** $-16x^2 + 100y^2 = a(bx + cy)(bx cy)$ 일 때, 정수 a, b, c에 대하여 a + b + c의 값은? (단, b > 0, c > 0)
 - (1) 3
- (2) 1

3 0

4) 1

⑤ 3

4

- **4.** $5a^2 80y^2$ 을 인수분해하면?
 - ① (5a+10y)(a-8y)
 - ② (a-10y)(5a+8y)
 - 3 (5a+4y)(a-20y)
 - (4) (a+20y)(5a-4y)
 - ⑤ 5(a+4y)(a-4y)

5

- 5. 다음 식을 인수분해하여라.
 - (1) (x-1)(x+5)-16
 - (2) $2x^2 x + 3 (x+1)^2$

6

- **6.** 다음 중 인수분해가 옳게 된 것은?
 - ① $x^2 + 4x + 4 = (x+4)^2$
 - ② $16x^2 8x + 1 = (4x 1)^2$
 - $3 9x^2 4 = (9x + 2)(9x 2)$
 - $(4) x^2 + 5x + 6 = (x+5)(x+6)$
 - $(5) 3x^2y 12y^2 = -3y(x^2 4y)$

7

7. 다음 두 다항식의 공통인 인수를 구하여라.

 $x^2 - 7x + 12$, $x^2 - 2x - 8$

(개정 중3-1)개념+유형_파워 73쪽

8

- 8. 윗변의 길이가 3x+2, 높이가 2x인 사다리꼴 의 넓이가 $4x^2-x$ 이다. 이 사다리꼴의 아랫변의 길이는?
 - ① x-6
- ② x-3
- (3) x+4
- (4) 2x-3
- (5) 2x+1

9

- **9.** $2(x+1)^2 (x+1)(y-1) 6(y-1)^2$ 을 인수분 해하면?
 - ① (2x+3y-1)(x-2y-3)
 - (2x+3y-1)(x-2y+3)
 - (3)(2x+3y-1)(x+2y-3)
 - (2x+3y+1)(x-2y-3)
 - (5) (2x+3y+1)(x-2y+3)

10

10. 치환을 이용하여 다음 식을 인수분해하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

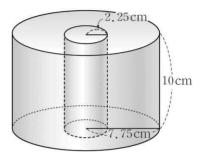
$$(x+5)^2 - (2x-1)^2$$

11

- 11. 다음 식을 인수분해하여라.
 - (1) $2a^2 5ab + 3b^2$
 - (2) $3x^2 + 8xy + 5y^2$

12

12. 누구나 화장실에 가면 생각이 많아지게 된다. 정빈이는 화장지의 부피가 궁금해졌다. 아래그림과 같이 전체 밑면의 반지름의 길이가 7.75cm, 화장지가 감기지 않은 안쪽 부분의 반지름의 길이가 2.25cm, 높이가 10cm일 때, 화장지가 감긴 부분의 부피를 구하여라.



19

13. $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, $y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $x^4y^2 - x^2y^4$ 의 값을 구하여라.

14

14. a+b=4이고, ax+bx+ay+by=20일 때, $x^2+2xy+y^2$ 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오.

(개정 중3-1)개념+유형_파워 74쪽

15

15. 다음 식이 성립하도록 A,B,C에 알맞은 수 를 순서대로 바르게 나열한 것은?

$$\bigcirc a^2 + 10a + A = (a+5)^2$$

$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$$

- ① 25, 6, -3
- 210, -6, -3
- 310, 6, -3
- 4 25, 6, 3
- $\bigcirc 10, -6, 3$

16. 0<a<1일 때, 다음 식을 간단히 하여라.

$$\sqrt{4a^2+16a+16}+\sqrt{4a^2-8a+4}$$

17

17. $3x^2 + 13xy - 10y^2 = (ax + by)(cx + dy)$ 때, 정수 a, b, c, d에 대하여 a+b+c+d의 값을 구하여라. (단, *a* > 0)

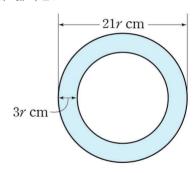
18

- **18.** 두 다항식의 $x^2 ax + 3$, $x^2 + 5x + b$ 의 공통 인 인수가 x+3일 때, 상수 a, b의 합 a+b의 값 은?
 - $\bigcirc -10$
- (2) 8
- 3 2
- ④ 2
- ⑤ 10

- **19.** x^2 의 계수가 1인 어떤 이차식을 진서는 x의 계수를 잘못 보아 (x+6)(x-7)로 인수분해하 였고, 민성이는 상수항을 잘못 보아 (x+5)(x-4)로 인수분해하였다. 이 이차식을 바르게 인수분해 한 것은?
 - ① (x+6)(x-7)
- ② (x-6)(x+7)
- (3) (x+7)(x-9) (4) (x-7)(x+9)
- (5) (x+9)(x-10)

20

20. 다음 그림은 지름의 길이가 $21r_{\rm cm}$ 인 원에서 3rcm의 폭을 남기고 작은 원을 잘라낸 것이다. 색칠 한 부분의 넓이는?



- ① $43\pi r^2 \text{ cm}^2$
- ② $\frac{63}{2} \pi r^2 \text{cm}^2$
- $3 54\pi r^2 \text{ cm}^2$
- $4 81\pi r^2 \text{ cm}^2$
- ⑤ $108\pi r^2$ cm²

21. (x-2)(x-1)(x+2)(x+3)+k가 완전제곱 식이 되도록 하는 상수 *k*의 값을 구하여라.

(개정 중3-1)개념+유형_파워 75쪽

22

- $22. \quad 1-x^2+2xy-y^2$ 을 인수분해하였을 때, 일차 식인 인수의 합은?
 - ① 2
- ② 2x+2
- (3) 2y + 2
- 4) 2x + 2y
- 5 2x + 2x 2y

23

23. $x^2 - y^2 + x + 11y - 30 = A(x - y + 6)$ 일 때, 다항식 A를 구하여라.

24

- **24.** $26^2 28^2 + 30^2 32^2 + 34^2 36^2$ 을 계산하면?
 - ① -372
- \bigcirc -316
- 3 294
- **4** 316
- **⑤** 372

25

25. $x = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $(x+3)^2 - 4(x+3) + 4$ 의 값을 구하여라.

26

26. $n^2 + 8n - 20$ 이 소수가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

27

- **27.** xy-3x-3y+2=0을 만족하는 두 정수 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수는?
 - ① 1개
- ② 2개
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

28

28. 자연수 $2^{40}-1$ 은 30과 40 사이에 있는 두 자연수로 나누어떨어진다. 이 두 자연수를 구하여 라

29

29. $(a-b)^2 - (a+b)^2 = 8$ 이고 (a-3)(b-3) = 10일 때, $5a^2b + 5ab^2$ 의 값을 구하시오.

1.(정답) ③

(해설)

2xy-6x=2x(y-3) 이므로 xy는 인수가 아니다.

2.(정답) ①

(해설)

①
$$4a^2 + 24ab + 9b^2 = (2a + 3b)^2 + 12ab$$

- ② $(x-7)^2$ ③ $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2$
- (4) 4 $(4a+b)^2$
- $(5) (2x+y)^2$

3.(정답) ⑤

(해설)

$$-16x^{2} + 100y^{2} = -4(4x^{2} - 25y^{2})$$
$$= -4(2x + 5y)(2x - 5y)$$

- a = -4, b = 2, c = 5
- $\therefore a+b+c=3$

4.(정답) ⑤

(해설)

$$5a^2 - 80y^2 = 5(a^2 - 16y^2) = 5(a + 4y)(a - 4y)$$

5.(정답) (1)
$$(x-3)(x+7)$$
 (2) $(x-1)(x-2)$

(해설)

(1)
$$(x-1)(x+5) - 16 = x^2 + 4x - 5 - 16$$

= $x^2 + 4x - 21$
= $(x-3)(x+7)$

(2) (주어진 식)

$$= 2x^{2} - x + 3 - (x^{2} + 2x + 1)$$

$$= 2x^{2} - x + 3 - x^{2} - 2x - 1$$

$$= x^{2} - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

(해설)

①
$$x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$$

$$3 9x^2 - 4 = (3x + 2)(3x - 2)$$

$$\textcircled{4} \ x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$$

$$(5) -3x^2y - 12y^2 = -3y(x^2 + 4y)$$

$$7.(정답) x-4$$

(해설)

$$x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$$

$$x^2 - 2x - 8 = (x+2)(x-4)$$

따라서 공통인 인수는 x-4

8.(정답) ②

(해설)

사다리꼴의 아랫변의 길이를 A라 하면 (사다리꼴의 넓이)

$$=\frac{1}{2}\times\{(3x+2)+A\}\times 2x$$

$$= x(3x + 2 + A)$$

이고,
$$4x^2-x=x(4x-1)$$
이므로

$$x(4x-1) = x(3x+2+A)$$
에서

$$4x - 1 = 3x + 2 + A$$

$$A = (4x-1)-(3x+2)=x-3$$

따라서 사다리꼴의 아랫변의 길이는 x-3이 다.

9.(정답) ②

(해설)

$$x+1=A, y-1=B$$
로 치환하면 (주어진 식)
$$=2A^2-AB-6B^2=(2A+3B)(A-2B)$$

$$= (2x + 2 + 3y - 3)(x + 1 - 2y + 2)$$

$$= (2x + 2 + 3y - 3)(x + 1 - 2y + 2)$$

$$= (2x + 3y - 1)(x - 2y + 3)$$

10.(정답)
$$(3x+4)(-x+6)$$

(해설)

$$(x+5)^2-(2x-1)^2$$
 에서

$$x+5=A$$
, $2x-1=B$ 로 치환하면 …①

(주어진 식)=
$$A^2 - B^2$$

$$=(A+B)(A-B)$$
 ... ②

이 식에 다시 A=x+5, B=2x-1을 대입하면 (주어진 식)

$$= \{(x+5)+(2x-1)\}\{(x+5)-(2x-1)\}$$

$$=(3x+4)(-x+6)$$
 ... (3)

단계	채점 기준	배점
1	치환할 식을 A, B 로 놓기	20%
2	치환한 식을 인수분해하기	30%
3	치환한 문자에 원래의 식을 대입	50.0/
	하여 정리하기	50%

11.(정답) (1)
$$(a-b)(2a-3b)$$
 (2) $(x+y)(3x+5y)$ (해설)

12.(정답) 550π(cm³)

(해설)

(구하는 부뢰)=
$$\pi \times 7.75^2 \times 10 - \pi \times 2.25^2 \times 10$$

= $10\pi (7.75^2 - 2.25^2)$
= $10\pi (7.75 + 2.25)(7.75 - 2.25)$
= $10\pi \times 10 \times 5.5 = 550\pi (\text{cm}^3)$

13.(정답)
$$-8\sqrt{3}$$
(해설)
$$x = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$

$$= 2-\sqrt{3}$$

$$y = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$$

$$= 2+\sqrt{3}$$
이므로
$$x+y = (2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$$

$$x - y = (2 - \sqrt{3}) - (2 + \sqrt{3}) = -2\sqrt{3}$$

$$xy = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore x^4 y^2 - x^2 y^4$$

$$= x^2 y^2 (x^2 - y^2)$$

$$= (xy)^2 (x + y)(x - y)$$

$$= 1 \times 4 \times (-2\sqrt{3})$$

$$= -8\sqrt{3}$$

14.(정답)25

(해설)

$$ax + bx + ay + by = 20$$
에서

$$(a+b)x + (a+b)y = 20$$
이므로

$$4x + 4y = 20 \ (\because \ a+b=4)$$

$$\therefore x + y = 5 \quad \cdots \text{ } \bigcirc$$

따라서
$$x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2 = 5^2 = 25$$
 ··· ②

단계	채점 기준	배점
1	x+y의 값 구하기	50%
2	$x^2 + 2xy + y^2$ 의 값 구하기	50%

15.(정답) ④

(해설)

①
$$a^2 + 10a + A = (a+5)^2 = a^2 + 10a + 25$$

 $\therefore A = 25$

$$A = 25$$

①
$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2$$

$$B = 2C, C^2 = 9$$

따라서, $C=\pm 3$, $B=\pm 6$ (복부호동순)

즉, A, B, C 순서대로 나열하면

25, 6, 3 또는 25, -6, -3이다.

16.(정답) 6

(해설)

$$\sqrt{4a^2 + 16a + 16} + \sqrt{4a^2 - 8a + 4}$$

$$= \sqrt{4(a+2)^2} + \sqrt{4(a-1)^2}$$

$$0 < a < 1$$
에서 $a+2 > 0, a-1 < 0$ 이므로

(주어진 식)=
$$2(a+2)+\{-2(a-1)\}$$

= $2a+4-2a+2=6$

17.(정답) 7
(해설)
$$3x^2 + 13xy - 10y^2 = (3x - 2y)(x + 5y) \cap 므로$$
 $a = 3, b = -2, c = 1, d = 5$ 또는 $a = 1, b = 5,$
 $c = 3, d = -2$

$$\therefore a + b + c + d = 7$$

18.(정답) ④

(해설)
$$x^2 - ax + 3 = (x+3)(x+A)$$

$$= x^2 + (A+3)x + 3A$$
라고 하면
$$3 = 3A에서 A = 1$$

$$\therefore a = -(A+3) = -4$$

$$x^2 + 5x + b = (x+3)(x+B)$$

$$= x^2 + (B+3)x + 3B$$
라고 하면
$$B+3 = 5 에서 B = 2$$

$$\therefore b = 3B = 6$$

$$\therefore a+b = -4+6 = 2$$

(해설)
$$\pi \left(\frac{21}{2}r\right)^2 - \pi \left(\frac{15}{2}r\right)^2$$

= $\pi \left(\frac{21}{2}r + \frac{15}{2}r\right) \left(\frac{21}{2}r - \frac{15}{2}r\right)$
= $54\pi r^2 (\text{cm}^2)$

21.(정답)
$$k=4$$
(해설)
 (주어진 식)
 = $\{(x-2)(x+3)\}\{(x-1)(x+2)\}+k$
 = $(x^2+x-6)(x^2+x-2)+k$
 = $(x^2+x-6)(x^2+x-2)+k$
 = $(A-6)(A-2)+k$
 = $(A-6)(A-2)+k$
 = $A^2-8A+12+k$
이 식이 완전제곱식이 되려면
 $12+k=\left(-\frac{8}{2}\right)^2=16$
 $\therefore k=4$

$$egin{aligned} 22. (정답) ① \ (해설) \ & 1-x^2+2xy-y^2=1-(x^2-2xy+y^2) \ & = 1-(x-y)^2 \ & = (1+x-y)(1-x+y) \ & \text{따라서 일차식인 인수의 합은} \ & (1+x-y)+(1-x+y)=2 \end{aligned}$$

$$23.$$
(정답) $x+y-5$
(해설)
$$x^2-y^2+x+11y-30$$
$$=x^2+x-(y^2-11y+30)$$

$$= x^{2} + x - (y - 5)(y - 6)$$

$$= (x + y - 5)(x - y + 6)$$

$$\therefore A = x + y - 5$$

(해설)

$$26^{2} - 28^{2} + 30^{2} - 32^{2} + 34^{2} - 36^{2}$$

$$= (26 + 28)(26 - 28) + (30 + 32)(30 - 32)$$

$$+ (34 + 36)(34 - 36)$$

$$= 54 \times (-2) + 62 \times (-2) + 70 \times (-2)$$

$$= -2 \times (54 + 62 + 70)$$

$$= -2 \times 186 = -372$$

25.(정답) 2

(해설)

$$(x+3)^2 - 4(x+3) + 4 = (x+3-2)^2$$

= $(x+1)^2 = (\sqrt{2})^2 = 2$

$$26.(정답)$$
 $n=3$

(해설)

$$n^2 + 8n - 20 = (n+10)(n-2)$$
이므로
 $n+10=1$ 또는 $n-2=1$
∴ $n=3$ (∵ n 은 자연수)

27.(정답) ④

(해설)

$$xy-3x-3y+2=0에서$$

$$xy-3x-3y+2+7=7$$

$$xy-3x-3y+9=7, \ x(y-3)-3(y-3)=7$$
∴ $(x-3)(y-3)=7$
이때, x, y 는 정수이므로 순서쌍 (x, y) 를 표로 나타내면 다음과 같다.

x-3	1	7	-1	- 7
y-3	7	1	-7	-1
(x, y)	(4, 10)	(10, 4)	(2, -4)	(-4, 2)

따라서 주어진 식을 만족하는 순서쌍 (x, y)는 4개이므로 정답은 4이다.

(해설)

$$2^{40} - 1 = (2^{20})^2 - 1$$

$$= (2^{20} + 1)(2^{20} - 1)$$

$$= (2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^{10} - 1)$$

$$= (2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^{5} + 1)(2^{5} - 1)$$

$$= (2^{20} + 1)(2^{10} + 1) \times 33 \times 31$$

따라서 두 자연수는 31과 33이다.

29.(정답) 10

(해설)

$$(a-b)^2 - (a+b)^2$$

 $= (a-b+a+b)(a-b-a-b) = -4ab = 8$
 $\therefore ab = -2$
 $(a-3)(b-3)$
 $= ab-3(a+b)+9$
 $= -2-3(a+b)+9=10$
 $\therefore a+b=-1$

 $\therefore 5a^2b + 5ab^2 = 5ab(a+b) = 10$