(고1-1)쎈 18쪽

84

1. x^2+3x-4로 나누었을 때의 몫이 $2x+3$이고 나머지가 3인 다항식을 $2x^2+x-3$으로 나누었을 때의 몫과 나머지의 합을 구한 것은?

① $2x-3$ ② $2x-1$
③ x ④ $x+3$
⑤ $x+7$

85

2. 다항식 $2x^3+5x^2+3x+a$를 다항식 $f(x)$로 나누었을 때의 몫이 $2x-1$이고 나머지는 0이다. $f(x)+a$를 구하여라. (단, a는 상수이다.)

86

3. x에 대한 다항식 $6x^4-x^3-16x^2+5x$를 다항식 P로 나누었더니 몫이 $3x^2-2x-4$이고, 나머지가 $5x-8$이었다. 다항식 P를 구하면?

① $2x^2+2x-1$
② $2x^2+x+2$
③ $2x^2+x-2$
④ $2x^2-x-2$
⑤ $2x^2-2x-1$

87

4. $x^2+x-1=0$일 때, x^4+x^3+2x+1의 값은?

① $\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ ② $\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$
③ $\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ ④ $\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$
⑤ $\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{3}$

88

5. 다항식 $f(x)$를 $(2x+1)^2$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$라 할 때, 다항식 $f(x)$를 $2\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2$으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 차례로 구하면?

① $Q(x)$, $R(x)$
② $2Q(x)$, $2R(x)$
③ $2Q(x)$, $R(x)$
④ $4Q(x)$, $4R(x)$
⑤ $4Q(x)$, $R(x)$

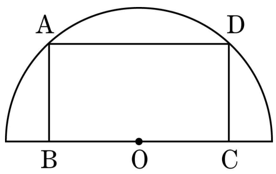
89

6. 다항식 $f(x)$를 $x-\dfrac{2}{3}$로 나누었을 때의 몫은 x^2+3x-1, 나머지는 2일 때, $f(x)$를 $3x-2$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 각각 구하여라.

(고1-1)쎈 19쪽

90

7. 그림과 같이 점 O 를 중심으로 하는 반원에 내접하는 직사각형 ABCD 가 다음 조건을 만족시킨다.



(가) $\overline{OC}+\overline{CD}=x+y+3$
(나) $\overline{DA}+\overline{AB}+\overline{BO}=3x+y+5$

직사각형 ABCD 의 넓이를 x, y 의 식으로 나타내면?

① $(x-1)(y+2)$
② $(x+1)(y+2)$
③ $2(x-1)(y+2)$
④ $2(x+1)(y-2)$
⑤ $2(x+1)(y+2)$

91

8. $(a+1)(2a^2+a-1)$을 전개하여라.

92

9. 두 실수 a, b에 대하여

$$a+b=5,\ ab=3$$

일 때, a^4+b^4의 값을 구하여라.

93

10. 두 실수 x, y에 대하여

$$x=\sqrt{5}+\sqrt{3},\ y=\sqrt{5}-\sqrt{3}$$

일 때, $x^2+x^3+y^2+y^3$의 값은?

① $-16-14\sqrt{5}$
② $16+14\sqrt{5}$
③ $-16+28\sqrt{5}$
④ $16+28\sqrt{5}$
⑤ $-16+32\sqrt{5}$

94

11. 세 실수 x, y, z에 대하여

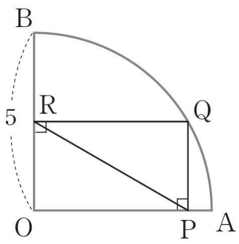
$$x+y+z=3$$
$$xy+yz+zx=2$$
$$xyz=-1$$

일 때 $x^4+y^4+z^4$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

95

12. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 사분원의 호 AB 위의 한 점 Q에서 $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OB}}$에 내린 수선의 발을 각각 P, R라고 하자. □OPQR의 넓이가 12일 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{RB}}$의 값을 구하여라.



(고1-1)쎈 20쪽

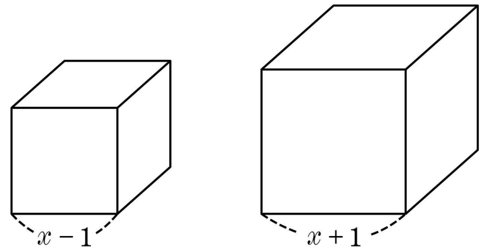
96

13. 대각선의 길이가 6이고, 겉넓이가 64, 부피가 32인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 서로 다른 세 모서리의 길이를 각각 a, b, c라 할 때, $a^3+b^3+c^3$의 값은?

① 132 ② 134
③ 136 ④ 138
⑤ 140

97

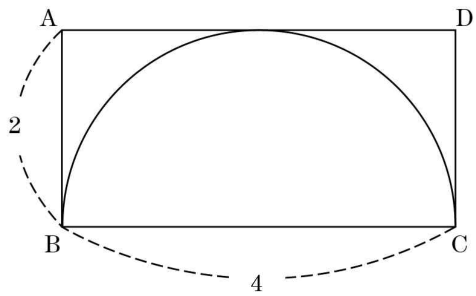
14. 한 모서리의 길이가 $x-1$인 정육면체의 부피를 A, 한 모서리의 길이가 $x+1$인 정육면체의 부피를 B라 할 때, 두 부피의 합 $A+B$를 간단히 하면?



① $2x^3+6x$
② $2x^3-6x$
③ $2x^3$
④ $2x^3+6x^2+6x+2$
⑤ $2x^3-6x^2+6x-2$

98

15. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=2$, $\overline{\mathrm{BC}}=4$인 직사각형과 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 있다. 직사각형 ABCD의 내부에 있는 한 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 선분 AD에 내린 수선의 발을 R라고 할 때, 호 BC 위에 있는 점 P에 대하여 직사각형 AQPR의 둘레의 길이는 10이다. 직사각형 AQPR의 넓이는?



① 4 ② $\dfrac{9}{2}$
③ 5 ④ $\dfrac{11}{2}$
⑤ 6

99

16. $x^2 = 3x - 1$일 때,

$x^6 - 4x^5 + 6x^4 - 9x^3 + 11x^2 - 9x + 2$

의 값을 구하여라.

100

17. $x^2 + x - 1 = 0$ 일 때, $x^5 - 5x + 3$ 의 값은?

① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

101

18. 다항식 $A(x)$를 $(x+2)^3$으로 나눈 나머지가 $3x^2 + ax + 2$라고 한다. 다항식 $A(x)$를 $(x+2)^2$으로 나눈 나머지의 계수의 합이 0이 되도록 상수 a의 값을 구하여라.

(고1-1)쎈 21쪽

102

19. x에 대한 다항식 $f(x) = (ax-1)^3$의 전개식에서 모든 항의 계수의 합이 27일 때, x에 대한 다항식 $g(x) = (2ax^2 - ax - 2)^3$의 전개식에서 모든 항의 계수의 합은?

① 1 ② 8
③ 27 ④ 64
⑤ 125

103

20. 네 양의 실수 $a,\ b,\ c,\ d$에 대하여

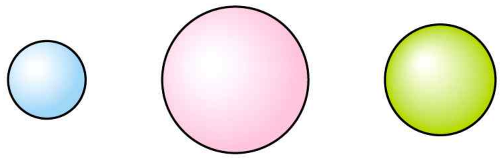
$$a^2 + b^2 = 8,\ c^2 + d^2 = 10$$
$$ab = 3,\ cd = 5$$

일 때, $(ad + bc)(a^2c^2 - abcd + b^2d^2)$의 값은?

① $20\sqrt{65}$ ② $25\sqrt{65}$
③ $20\sqrt{70}$ ④ $25\sqrt{70}$
⑤ $30\sqrt{70}$

104

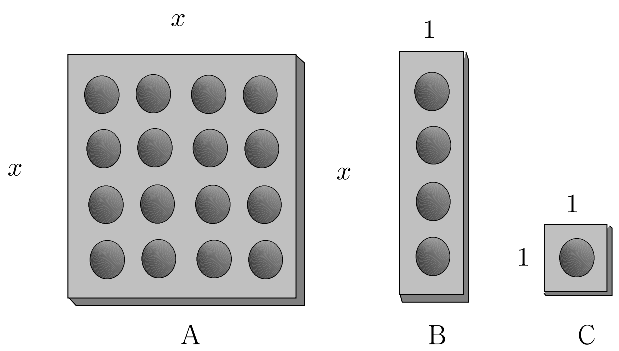
21. 세 구가 다음의 조건을 만족할 때, 세 구의 겉넓이의 합을 구하여라.



(가) 세 구의 반지름의 길이의 합은 9이다.
(나) 세 구의 반지름의 길이의 곱은 12이다.
(다) 세 구의 부피의 합은 300π이다.

105

22. 다음 그림과 같이 세 종류의 타일A, B, C가 있다. 타일A는 한 변의 길이가 x인 정사각형이고, 타일B는 가로, 세로의 길이가 각각 1, x인 직사각형이며, 타일C는 한 변의 길이가 1인 정사각형일 때, 물음에 답하여라.



(1) 대성이네 아버지는 지난 번 집을 고치고 남은 타일로 오래된 목욕탕 타일을 다시 붙였다. 이때, 남아 있던 타일A, B, C의 개수는 각각 10개, 17개, 7개였다. 대성이네 목욕탕 바닥은 한 변의 길이가 $2x+3$인 직사각형 모양이라고 할 때, 대성이네 목욕탕 바닥의 다른 한 변의 길이의 최댓값을 x에 관한 식으로 나타내고, 목욕탕 타일을 붙이고도 남게 되는 타일의 종류와 개수를 차례로 구하면? (단, $x>1$)

① $5x+1$, 타일C 4장
② $5x+2$, 타일C 5장
③ $4x+3$, 타일B 1장
④ $4x+1$, 타일B 2장
⑤ $3x+7$, 타일C 5장

(2) 세 종류의 타일A, B, C가 각각 2개, 7개, 3개가 있고 $x=5$일 때, 이 12개의 타일을 겹치지 않고 빈틈없이 붙여 직사각형 모양을 만들었다고 한다. 이때 만들어진 직사각형의 둘레의 길이는?

① 28　　② 32
③ 38　　④ 44
⑤ 52

106

23. 두 유리수 X, Y에 대하여

$$X=a^3+4a^2+3a-1$$
$$Y=a^2+2a-2$$

일 때 a는 무리수이다. 이때 $X=YQ(a)+R(a)$에서 $Q(a)$와 $R(a)$는 a에 관한 1차식임을 이용하여 X, Y를 구하여라.

1. (정답) ⑤

(해설)

구하는 다항식을 $f(x)$라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2+3x-4)(2x+3)+3 \\ &= 2x^3+3x^2+6x^2+9x-8x-12+3 \\ &= 2x^3+9x^2+x-9 \end{aligned}$$

$2x^3+9x^2+x-9$를 $2x^2+x-3$으로 나누면

$$\begin{array}{r|l} & x+4 \\ \hline 2x^2+x-3 & 2x^3+9x^2+x-9 \\ & 2x^3+x^2-3x \\ \hline & 8x^2+4x-9 \\ & 8x^2+4x-12 \\ \hline & 3 \end{array}$$

따라서 몫은 $x+4$이고 나머지는 3이므로 몫과 나머지의 합은 $x+7$

2. (정답) x^2+3x

(해설)

다항식 $2x^3+5x^2+3x+a$를 $f(x)$로 나누었을 때의 몫이 $2x-1$이고 나머지는 0이므로

$$\begin{aligned} 2x^3+5x^2+3x+a &= f(x)(2x-1)+0 \\ &= (2x-1)f(x) \end{aligned}$$

즉, 다항식 $2x^3+5x^2+3x+a$는 $2x-1$로 나누어떨어진다.

다음과 같은 다항식의 나눗셈에서 몫은 x^2+3x+3, 나머지가 0이다.

$$\begin{array}{r|l} & x^2+3x+3 \\ \hline 2x-1 & 2x^3+5x^2+3x+a \\ & 2x^3-x^2 \\ \hline & 6x^2+3x \\ & 6x^2-3x \\ \hline & 6x+a \\ & 6x-3 \\ \hline & a+3 \end{array}$$

$f(x)=x^2+3x+3$, $a=-3$

따라서 구하는 $f(x)+a$는

$$\begin{aligned} f(x)+a &= (x^2+3x+3)+(-3) \\ &= x^2+3x \end{aligned}$$

3. (정답) ③

(해설)

$6x^4-x^3-16x^2+5x=(3x^2-2x-4)P+5x-8$

이므로

$6x^4-x^3-16x^2+8$ 은 $3x^2-2x-4$로 나누어떨어진다.

$$\begin{array}{r|l} & 2x^2+x-2 \\ \hline 3x^2-2x-4 & 6x^4-x^3-16x^2+8 \\ & 6x^4-4x^3-8x^2 \\ \hline & 3x^3-8x^2 \\ & 3x^3-2x^2-4x \\ \hline & -6x^2+4x+8 \\ & -6x^2+4x+8 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$\therefore\ P=2x^2+x-2$

4. (정답) ③

(해설)

$$\begin{array}{r|l} & x^2+1 \\ \hline x^2+x-1 & x^4+x^3+2x+1 \\ & x^4+x^3-x^2 \\ \hline & x^2+2x+1 \\ & x^2+x-1 \\ \hline & x+2 \end{array}$$

위와 같이 나눗셈을 하면

$$\begin{aligned} & x^4+x^3+2x+1 \\ &= (x^2+x-1)(x^2+1)+(x+2) \\ &= x+2\ (\because\ x^2+x-1=0) \end{aligned}$$

그런데 $x^2+x-1=0$에서 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$이므로

(주어진 식)$=x+2$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5} + 4}{2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

5.(정답) ③

(해설)

$f(x)$를 $(2x+1)^2$으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 $R(x)$이므로

$$f(x) = (2x+1)^2 Q(x) + R(x)$$
$$= \left\{2\left(x+\frac{1}{2}\right)\right\}^2 Q(x) + R(x)$$
$$= 4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 Q(x) + R(x)$$
$$= 2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 2Q(x) + R(x)$$

따라서 $f(x)$를 $2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$로 나누었을 때의 몫은 $2Q(x)$, 나머지는 $R(x)$이다.

6.(정답) 몫 : $\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{1}{3}$, 나머지 : 2

(해설)

다항식 $f(x)$를 $x - \frac{2}{3}$로 나누었을 때의 몫은 x^2+3x-1, 나머지는 2이므로

$$f(x) = \left(x-\frac{2}{3}\right)(x^2+3x-1)+2$$
$$= \frac{1}{3}(3x-2)(x^2+3x-1)+2$$
$$= (3x-2)\cdot\frac{1}{3}(x^2+3x-1)+2$$

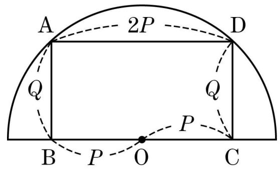
따라서 $f(x)$를 $3x-2$로 나누었을 때의 몫은 $\frac{1}{3}x^2 + x - \frac{1}{3}$이고, 나머지는 2이다.

7.(정답) ⑤

(해설)

[출제의도] 다항식의 계산을 한다.

$\overline{\mathrm{OC}} = P$, $\overline{\mathrm{CD}} = Q$라고 하면



$\overline{\mathrm{DA}} = 2P$, $\overline{\mathrm{AB}} = Q$, $\overline{\mathrm{BO}} = P$이고

$\overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CD}} = x+y+3$에서

$P + Q = x+y+3$ …… ㉠

$\overline{\mathrm{DA}} + \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BO}} = 3x+y+5$에서

$3P + Q = 3x+y+5$ …… ㉡

㉡−㉠에서 $2P = 2x+2$

$P = x+1$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면

$x+1+Q = x+y+3$

$Q = x+y+3-(x+1) = y+2$

직사각형 ABCD 의 넓이 S를 구하면

$$S = \overline{\mathrm{DA}} \times \overline{\mathrm{AB}}$$
$$= 2P \times Q$$
$$= 2(x+1)(y+2)$$

8.(정답) $2a^3+3a^2-1$

(해설)

$$(a+1)(2a^2+a-1)$$
$$= 2a^3+a^2-a+2a^2+a-1$$
$$= 2a^3+3a^2-1$$

9.(정답) 343

(해설)

$$a^4+b^4 = \{(a^2+b^2)\}^2 - 2a^2b^2$$
$$= \{(a+b)^2-2ab\}^2 - 2(ab)^2$$
$$= (5^2-2\cdot3)^2 - 2\cdot3^2 = 343$$

10.(정답) ④

(해설)

$x+y=2\sqrt{5}$, $xy=2$이므로

$x^2+x^3+y^2+y^3$

$=x^2+y^2+x^3+y^3$

$=(x+y)^2-2xy+(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=20-4+40\sqrt{5}-12\sqrt{5}$

$=16+28\sqrt{5}$

11.(정답) ⑤

(해설)

$x^2+y^2+z^2$

$=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$

$=9-4=5$

$x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2$

$=(xy+yz+zx)^2-2xyz(x+y+z)$

$=4-2\cdot(-1)\cdot 3=10$

$\therefore\ x^4+y^4+z^4$

$=(x^2+y^2+z^2)^2-2(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2)$

$=25-2\times 10=5$

12.(정답) 8

(해설)

$\overline{\mathrm{OP}}=x$, $\overline{\mathrm{OR}}=y$라고 하면

$\square\mathrm{OPQR}=xy=12$, $x^2+y^2=\overline{\mathrm{OQ}}^2=5^2$

이때, $\square\mathrm{OPQR}$에서 $\overline{\mathrm{OQ}}=\overline{\mathrm{PR}}=\sqrt{x^2+y^2}$ 이므로 $\overline{\mathrm{PR}}=5$

또, $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$25=(x+y)^2-2\cdot 12$, $(x+y)^2=49$

$x>0$, $y>0$이므로 $x+y=7$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PR}}+\overline{\mathrm{RB}}=(5-x)+5+(5-y)$

$=15-(x+y)$

$=15-7=8$

13.(정답) ③

(해설)

직육면체의 세 모서리의 길이가 a, b, c에서

(대각선 길이)$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=6$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=6^2=36$

(겉넓이)$=2(ab+bc+ca)=64$

$\therefore\ ab+bc+ca=32$

(부피)$=abc=32$

이므로

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$=36+64=100$

$\therefore\ a+b+c=10$

$\therefore\ a^3+b^3+c^3$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$+3abc$

$=10\times(36-32)+3\times 32=40+96=136$

14.(정답) ①

(해설)

[출제의도] 곱셈공식을 이용하여 도형의 내적 문제를 해결한다.

한 모서리의 길이가 $x-1$인 정육면체의 부피 A는

$A=(x-1)^3$

한 모서리의 길이가 $x+1$인 정육면체의 부피 B는

$B=(x+1)^3$

두 정육면체의 부피의 합 $A+B$는

$A+B$

$=(x-1)^3+(x+1)^3$

$=(x^3-3x^2+3x-1)+(x^3+3x^2+3x+1)$

$=2x^3+6x$

[다른 풀이] 인수분해 공식을 이용한 방법

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$이므로

$A+B=(x-1)^3+(x+1)^3$

$=\{(x-1)+(x+1)\}\{(x-1)^2$

$-(x-1)(x+1)+(x+1)^2\}$

$=2x(x^2-2x+1-x^2+1+x^2+2x+1)$

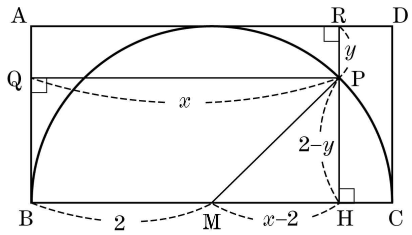
$=2x(x^2+3)$

$=2x^3+6x$

15.(정답) ②

(해설)

[출제의도] 곱셈공식을 이용하여 직사각형의 넓이를 구한다.



호 BC 위의 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}=x$, $\overline{\mathrm{PR}}=y$ 라고 하면

직사각형 AQPR 의 둘레의 길이는 10 이므로

$2(x+y)=10$ …… ㉠

점 P 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하고 선분 BC 의 중점을 M 이라고 하면

$\overline{\mathrm{PH}}=2-y$, $\overline{\mathrm{MH}}=x-2$

직각삼각형 PMH 에서 피타고라스의 정리에 의해

$4=(2-y)^2+(x-2)^2$

$\ =x^2+y^2-4(x+y)+8$

$\ =(x+y)^2-2xy-4(x+y)+8$

㉠에서 $x+y=5$ 이므로

$4=25-2xy-20+8$

$2xy=9$

따라서 $xy=\dfrac{9}{2}$

16.(정답)$2+\sqrt{5}$ 또는 $2-\sqrt{5}$

(해설)

$x^2-3x+1=0$이므로 주어진 식을 x^2-3x+1로 나누면

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^4-x^3+2x^2-2x+3 \\
\hline
x^2-3x+1 & x^6-4x^5+6x^4-9x^3+11x^2-9x+2 \\
 & x^6-3x^5+x^4 \\
\hline
 & -x^5+5x^4-9x^3 \\
 & -x^5+3x^4-x^3 \\
\hline
 & 2x^4-8x^3+11x^2 \\
 & 2x^4-6x^3+2x^2 \\
\hline
 & -2x^3+9x^2-9x \\
 & -2x^3+6x^2-2x \\
\hline
 & 3x^2-7x+2 \\
 & 3x^2-9x+3 \\
\hline
 & 2x-1
\end{array}
$$

$x^2-3x+1=0$이므로

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$이고 $2x-1=(3\pm\sqrt{5})-1$

따라서 주어진 식의 값은 $2+\sqrt{5}$ 또는 $2-\sqrt{5}$

17.(정답) ③

(해설)

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^3-x^2+2x-3 \\
\hline
x^2+x-1 & x^5 \qquad\qquad -5x+3 \\
 & x^5+x^4-x^3 \\
\hline
 & -x^4+x^3 \qquad -5x+3 \\
 & -x^4-x^3+x^2 \\
\hline
 & 2x^3-x^2-5x+3 \\
 & 2x^3+2x^2-2x \\
\hline
 & -3x^2-3x+3 \\
 & -3x^2-3x+3 \\
\hline
 & 0
\end{array}
$$

$x^5-5x+3=(x^2+x-1)(x^3-x^2+2x-3)$

$x^2+x-1=0$ 이므로 $x^5-5x+3=0$

18.(정답) 22

(해설)

$A(x)=(x+2)^3P(x)+3x^2+ax+2$

$= (x+2)^2(x+2)P(x) + 3x^2 + ax + 2$

$A(x)$를 $(x+2)^2$으로 나눈 나머지는 $3x^2+ax+2$를 $(x+2)^2$으로 나눈 나머지와 같다.

$$\begin{array}{r|l} & \quad 3 \\ \hline x^2+4x+4 & 3x^2 + ax + 2 \\ & 3x^2+12x+12 \\ \hline & (a-12)x-10 \end{array}$$

$R(x) = (a-12)x-10$의 계수의 합은 $x=1$을 대입하면 되므로

$R(1) = a-12-10=0$

$\therefore\ a=22$

19. (정답) ②

(해설)

다항식 $f(x)$의 모든 항의 계수의 합은 $f(1)$과 같으므로

$f(1) = (a-1)^3 = 27 \quad \therefore\ a=4$

따라서 $g(x) = (2ax^2 - ax - 2)^3$의 전개식에서 모든 항의 계수의 합은

$g(1) = (2a-a-2)^3 = (a-2)^3 = (4-2)^3 = 8$

20. (정답) ④

(해설)

$c^2+d^2=10,\ cd=5$이므로

$(c-d)^2 = c^2-2cd+d^2 = 10-2\cdot 5=0$

$\therefore\ c=d$ …… ㉠

$cd=5$에서 $c^2=5$이므로

$c=d=\sqrt{5}$ ($\because$ c, d는 양의 실수) …… ㉡

또한 $a^2+b^2=8,\ ab=3$이므로

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2 = 8+2\cdot 3=14$

$\therefore\ a+b=\sqrt{14}$ ($\because$ a, b는 양의 실수) …… ㉢

$\therefore\ (ad+bc)(a^2c^2-abcd+b^2d^2)$

$= c(a+b)(a^2c^2-abc^2+b^2c^2)$ ($\because$ ㉠)

$= c^3(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$= 5\sqrt{5}\cdot\sqrt{14}\cdot(8-3)$ ($\because$ ㉡, ㉢)

$= 25\sqrt{70}$

21. (정답) 164π

(해설)

세 구의 반지름을 각각 a, b, c라 하면

조건 ㈎에서

$a+b+c=9$

조건 ㈏에서

$abc=12$

조건 ㈐에서

$\frac{4}{3}\pi(a^3+b^3+c^3) = 300\pi$

$\therefore\ a^3+b^3+c^3=225$

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$에서

$ab+bc+ca = \frac{81}{2} - \frac{1}{2}(a^2+b^2+c^2)$

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

에 대입하면

$225-3\times 12 = 9\times\left\{\frac{3}{2}(a^2+b^2+c^2) - \frac{81}{2}\right\}$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=41$

따라서 구하는 세 구의 겉넓이의 합은

$4\pi(a^2+b^2+c^2) = 164\pi$

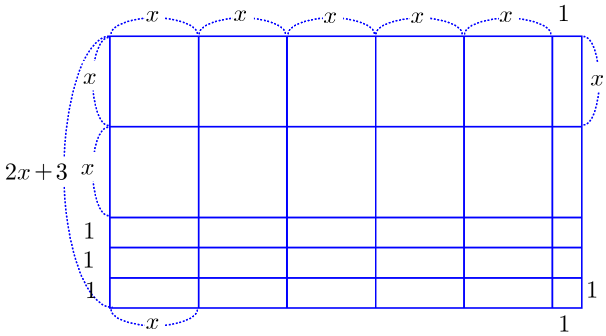
22. (정답) (1) ① (2) ③

(해설)

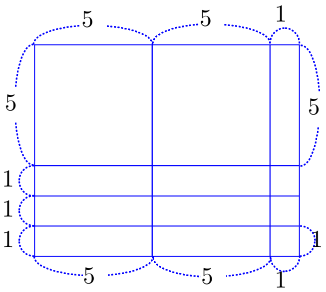
(1) 세로의 길이가 $2x+3$이라고 하면 세로로 타일A 2개와 타일B 3개를 붙일 수 있다. 그런데 타일A가 모두 10개 있었으므로 가로 방향으로 5개의 타일을 붙이면 타일A는 모두 10개가 되고, 타일B도 15장을 사용하게 된다. 이 때, 타일B가 2장, 타일C가 7장 남게 되므로 세로 방향으로 타일B 2장, 타일C 3장을 사용하면 직사각형 모양의 바닥을 만들 수 있다.

따라서, 목욕탕 바닥의 다른 한 변의 길이의 최

댓값은 $5x+1$이고, 남게 되는 타일은 타일C 4장이다.



(2) 다음과 같이 붙이면 된다.



따라서, 둘레의 길이는 $2\times(11+8)=38$이다.

[다른 풀이]

(1) 타일A, B, C의 넓이는 각각 x^2, x, 1이고, 장수는 각각 10개, 17개, 7개씩 있으므로 타일의 넓이의 합은 $10x^2+17x+7$이다.
이 때, $10x^2+17x+7=(2x+3)(5x+1)+4$이고, 목욕탕 바닥의 한 변의 길이가 $2x+3$이므로 다른 한 변의 길이는 $5x+1$이며, 이 때 남게 되는 타일은 타일C 4장이다.

(2) $2x^2+7x+3=(x+3)(2x+1)$이므로 직사각형의 두 변의 길이는 각각 $x+3$, $2x+1$이고 둘레의 길이는 $2\{(x+3)+(2x+1)\}=2(3x+4)$이다.
이 때, $x=5$이므로 직사각형의 둘레의 길이는 $2\times(15+4)=38$이다.

23. (정답) $X=1$, $Y=-1$

(해설)

X를 Y로 나누면

$$\begin{array}{r|l} & \quad\ \ a+2 \\ \cline{2-2} a^2+2a-2 & a^3+4a^2+3a-1 \\ & a^3+2a^2-2a \\ \cline{2-2} & \qquad 2a^2+5a-1 \\ & \qquad 2a^2+4a-4 \\ \cline{2-2} & \qquad\qquad\quad a+3 \end{array}$$

$X=Y(a+2)+(a+3)$

$a(Y+1)=X-2Y-3$

$Y+1\neq0$이면 좌변은 무리수인 데 우변은 유리수이므로 성립하지 않는다.

따라서 $Y=-1$이고 $X-2Y-3=0$이므로

$X-2(-1)-3=0 \quad \therefore X=1$