

## Introdução à Inteligência Artificial

Licenciatura em Engenharia Informática, Engenharia Informática – Pós-Laboral e  
Engenharia Informática – Curso Europeu

2º Ano – 1º semestre

2019/2020

---

### Trabalho Prático nº 2 *Problema de Otimização*

#### 1. Objetivos

Conceber, implementar e testar métodos de otimização que procurem a solução ótima ou uma solução próxima de boa qualidade para diferentes instâncias do problema a seguir descrito.

#### 2. Minimum Bandwidth Problem - Descrição do Problema

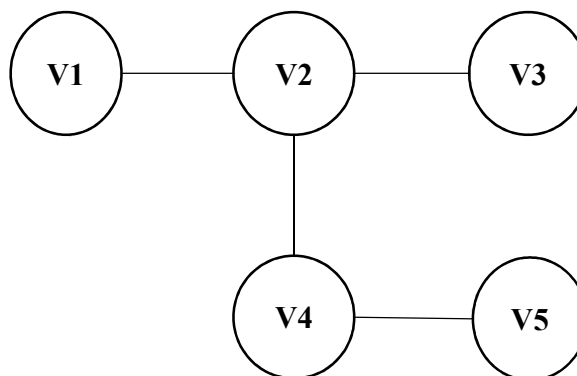
O Minimum Bandwidth Problem (problema da largura de banda de grafos) é um problema de otimização combinatória cujo objetivo é rotular os  $n$  vértices  $v_i$  de um grafo  $G$  com inteiros distintos  $f(v_i)$ , de modo que a minimizar a largura de banda do grafo  $B_f(G)$ :

$$B_f(G) = \max \{ |f(v_i) - f(v_j)| : v_i v_j \in E \}$$

onde  $E$  é o conjunto de arestas de  $G$ , isto é  $v_i$  e  $v_j$  são vértices adjacentes.

Por outras palavras, neste problema pretende-se encontrar uma rotulagem dos vértices de forma a que a maior diferença dos rótulos dos vértices adjacentes é minimizada.

Vejamos um exemplo de um grafo  $G$  com 5 vértices ligados da seguinte forma.



Imaginemos as seguintes duas rotulagens dos vértices diferentes:

$$f(v_1) = 3; f(v_2) = 1; f(v_3) = 2; f(v_4) = 5; f(v_5) = 4$$

$$f(v_1) = 1; f(v_2) = 3; f(v_3) = 2; f(v_4) = 5; f(v_5) = 4$$

Na primeira solução temos a largura de banda para cada vértice:

$$B_f(v_1) = \max\{|1 - 3|\} = 2$$

$$B_f(v_2) = \max\{|3 - 1|, |2 - 1|, |5 - 1|\} = 4$$

$$B_f(v_3) = \max\{|1 - 2|\} = 1$$

$$B_f(v_4) = \max\{|1 - 5|, |4 - 5|\} = 4$$

$$B_f(v_5) = \max\{|5 - 4|\} = 1$$

Logo a largura de banda do grafo é  $B_f(G) = \max B_f(v) = \max \{2, 4, 1, 4, 1\} = 4$ .

Na segunda solução temos a largura de banda para cada vértice:

$$B_f(v_1) = \max\{|3 - 1|\} = 2$$

$$B_f(v_2) = \max\{|1 - 3|, |2 - 3|, |5 - 3|\} = 2$$

$$B_f(v_3) = \max\{|3 - 2|\} = 1$$

$$B_f(v_4) = \max\{|3 - 5|, |4 - 5|\} = 2$$

$$B_f(v_5) = \max\{|5 - 4|\} = 1$$

Logo a largura de banda do grafo é  $B_f(G) = \max B_f(v) = \max \{2, 2, 1, 1, 1\} = 2$ .

Sendo este um problema de minimização, no exemplo apresentado, a solução 2 é de melhor qualidade, uma vez que o valor  $\max\{|f(v_i) - f(v_j)| : v_i v_j \in E\}$  é menor. Haveria outras soluções? Qual a solução ótima?

Esta configuração encontra-se na pasta dos ficheiros de instâncias de com a designação “*inst\_teste.txt*”. Além deste ficheiro, estão disponíveis outros ficheiros contendo outras instâncias de maior dimensão que devem ser usadas para testar e avaliar os algoritmos implementados.

Os algoritmos a implementar devem estar preparados para lidar com grafos que contenham até 500 vértices. Os grafos estão armazenados nos ficheiros de acordo com a representação de lista de adjacências:

No início surge uma linha de comentário começada por `%%`. Depois surge uma linha iniciada com 2 valores inteiros, onde são indicados o número de vértices e o número de arestas. Os vértices são identificados por números inteiros a partir de 1. Cada uma das linhas seguintes, especifica uma ligação entre dois vértices (aresta).

A seguir ilustra-se como é armazenada a informação contida num grafo e guardada num ficheiro de texto:

---

```
%%MatrixMarket matrix coordinate pattern symmetric
59 163
1 1
2 1
7 1
9 1
2 2
3 2
7 2
10 2
...
```

---

- Linha com comentários
- Grafo com 59 vértices e 163 arestas
- Primeira aresta liga vértices 1 e 1 (laço)
- Segunda aresta liga vértices 2 e 1
- ...

### 3. Métodos de Otimização

Neste trabalho pretende-se que implemente e avalie a capacidade de diferentes algoritmos de otimização para encontrar soluções de boa qualidade para o problema que selecionar. Sendo assim, no seu estudo deverá implementar os três métodos seguintes e efetuar um estudo comparativo aprofundado sobre o desempenho da otimização:

1. **Algoritmo de pesquisa local** (trepa-colinas, recristalização simulada ou outro, desde que aprovado pelo professor que lhe vai fazer a defesa);
  - Devem ser explorados pelo menos dois critérios de vizinhança diferentes.
2. **Algoritmo evolutivo**;
  - Devem ser explorados diferentes tamanhos para a população e operadores genéticos;
  - Devem ser implementadas e comparadas estratégias de penalização e de reparação.
3. **Método híbrido**, combinando as duas abordagens anteriores.
  - Devem ser exploradas pelo menos duas abordagens híbridas.

### 4. Critérios de avaliação

- Originalidade e correção dos algoritmos implementados (30%)
- Experimentação e análise (50%):
  - Análise do impacto das componentes dos algoritmos: operadores, vizinhanças, arquiteturas híbridas, entre outros (20%).
  - Análise do efeito da variação de parâmetros (20%).
  - Outros testes (10%).
- Documentação e defesa (20%)

### 5. Normas de realização do trabalho prático

- O trabalho deve ser realizado **em grupos de um ou dois alunos (máximo)**.
- Os trabalhos serão sujeitos a **defesa obrigatória**, em data a anunciar.
- Cotação do trabalho: **6 valores**

### 6. Entrega do Trabalho

- Data limite para entrega: **8h00 do dia 5 de janeiro de 2020**
- Será dada uma **penalização de 25%** por cada dia de atraso;
- Deverá ser submetido um ficheiro compactado, devidamente identificado com o nome e número do aluno que realizou o trabalho. Esse ficheiro deverá conter o seguinte:
  - **Relatório** abordando, pelo menos, os seguintes pontos:
    - Representação usada para o problema, descrição da função de avaliação e objetivo da otimização;
    - Descrição dos algoritmos e/ou das heurísticas utilizadas. Explicar

quais as vizinhanças, métodos de seleção e operadores genéticos implementados;

- Justificação das principais opções tomadas;
  - Resultados dos testes efetuados e respetiva análise. Os resultados a mostrar no relatório devem ser apenas um resumo baseado em tabelas/gráficos apresentando médias de várias repetições e respetivas conclusões. O estudo completo deve ser anexado num ficheiro Excel.
    - **Código fonte** do programa, executável e exemplos para teste;
    - **Ficheiro Excel** com os testes realizados para cada algoritmo.
- O trabalho deve ser entregue através da plataforma Moodle até à data limite indicada. Uma cópia impressa do relatório deve ser entregue no início da defesa.
  - As defesas serão combinadas e agendadas com os professores das aulas práticas.