

Game of Beans II

Relatório de Análise e Desenho de Algoritmos 2020/2021(MIEI)

1º Trabalho

Alunos : José Murta (55226) e Diogo Rodrigues (56153)

Curso: Mestrado Integrado em Engenharia Informática

Turno: Po5

Docente prático: Margarida Mamede

Resolução do Problema

$Pieton(i,j)$ é a pontuação total da Jaba na sequência de i a $j-1$ quando é o Pieton a jogar:

- Se $i \geq j$, $Pieton(i,j) = 0$, isto é a sequência é inválida;
- Se $i+1 == j$, $Pieton(i,j) = 0$, a sequência só tem uma pilha, logo o Pieton escolherá retirar essa pilha e assim a pontuação da Jaba será 0;
- Se $i+1 < j$, A pontuação total da Jaba será o valor que maximiza a sua pontuação no final do jogo, com a restante sequência não escolhida pelo Pieton, logo:

$Pieton(i,j) = J(i+k,j)$, sendo que $k = x$ que representa a depth escolhida que maximiza a função seguinte:

$$\max_{0 < x < \min(j-i, D)} (sum(i, i+x), sum(j-x-1, j-1))$$

* $sum(a, b)$ representa a soma das pilhas da sequência de a até b

$$Pieton(i,j) = \begin{cases} 0 & i \geq j \\ 0 & i+1 == j \\ J(i+k,j) & i+1 < j \end{cases}$$

$Jaba(i,j)$ é a pontuação total da Jaba na sequência de i a $j-1$ quando é a Jaba a jogar:

- Se $i \geq j$, $Jaba(i,j) = 0$, isto é a sequência é inválida;
- Se $i+1 == j$, $Jaba(i,j) = piles[i]$, a sequência só tem uma pilha sendo que $piles[i]$ é o valor da pilha de índice i ;
- Se $i+1 < j$, A pontuação total da Jaba será o valor que maximiza a sua pontuação no final do jogo isto é, a soma das pilhas escolhidas pela Jaba com a pontuação total dela com o Pieton a jogar com a sequência restante.

$$Jaba(i,j) = \max_{0 < k < \min(j-i, D)} (sum(i, i+k) + Pieton(i+k+1, j), sum(j-k-1, j-1) + Pieton(i, j-k-1))$$

$$(sum(i, i+k) + Pieton(i+k+1, j), sum(j-k-1, j-1) + Pieton(i, j-k-1))$$

* $sum(a, b)$ representa a soma das pilhas da sequência de a até b

$$Jaba(i,j) = \begin{cases} 0 & i \geq j \\ piles[i] & i+1 == j \\ \max_{0 < k < \min(j-i, D)} (sum(i, i+k) + Pieton(i+k+1, j), sum(j-k-1, j-1) + Pieton(i, j-k-1)) & i+1 < j \end{cases}$$

Complexidade Temporal

Método computeScore:

- Preenchimento da matriz da Jaba com os valores iniciais da sequência (quando $i+1 == j$) $\Theta(P)$
- Preenchimento da matriz do Pieton quando $i+1 < j$:
 1. 1º ciclo - Percorrer ranges $\Theta(P)$
 2. 2º ciclo - Percorrer as linhas $O(P)$
 3. 3º e 4º ciclo – Percorrer as depth possíveis $O(D)$

$$\begin{aligned}
 \sum_{d=1}^{P-1} \sum_{i=1}^{P-d} \sum_{k=1}^{\min(j-i, D)} 1 &= \sum_{d=1}^{P-1} \sum_{i=1}^{P-d} D = \sum_{d=1}^{P-1} (P-d)D \\
 &= PD - D \sum_{d=1}^{P-1} d = PD - D \frac{(d-1)d}{2} = PD - D \frac{(P-1)P}{2} \\
 &= PD - DP^2
 \end{aligned}$$

Total: $O(DP^2)$

- Preenchimento da matriz da Jaba quando $i+1 < j$:
 1. 1º ciclo - Percorrer ranges $\Theta(P)$
 2. 2º ciclo - Percorrer as linhas $O(P)$
 3. 3º ciclo – Percorrer as depth possíveis $O(D)$

$$\sum_{d=1}^{P-1} \sum_{i=1}^{P-d} \sum_{k=1}^{\min(j-i, D)} 1 = \dots = PD - DP^2$$

Total: $O(DP^2)$

Total do método: $O(DP^2)$

Complexidade Espacial

Matriz de pontuações da Jaba com o Pieton a jogar $\Theta(P^2)$

- Matriz tem $P+1$ linhas e $P+1$ colunas

Matriz de pontuações da Jaba com a Jaba a jogar $\Theta(P^2)$

- Matriz tem $P+1$ linhas e $P+1$ colunas

Vetor com a sequência de pilhas do jogo $\Theta(P)$

- Vetor tem P posições

Total: $\Theta(P^2)$

Conclusões

Ao longo da implementação deste projeto, pensámos em diversas alternativas tendo chegado à conclusão que esta, baseada na sugestão de resolução indicada pelos docentes, seria a mais vantajosa, tanto em complexidade espacial como em temporal.

Este problema poderia ser resolvido apenas com uma matriz, utilizando um par ou vetor de duas posições por cada célula, sendo esta uma alternativa a ser estudada. No entanto, optámos pela utilização de duas matrizes, uma para cada jogador, pois torna a resolução mais clara e diminui o número de chamadas por célula.

Finalmente, com o cuidado de mantermos os critérios de desempate do Pieton corretos, decidimos utilizar dois ciclos for para percorrer primeiro completamente o lado esquerdo. Apesar de não ter influência no cálculo da complexidade temporal total desse método, poderia ser um aspeto a melhorar.